

Boletim Técnico da Escola Politécnica da USP
Departamento de Engenharia de Telecomunicações
e Controle

ISSN 1517-3550

BT/PTC/0018

Projeto de Filtros Recursivos de
N-ésima Banda

Irineu Antunes Júnior
Max Gerken

São Paulo – 2000

1174120

O presente trabalho é um resumo da dissertação de mestrado apresentada por Irineu Antunes Júnior sob orientação do Prof. Dr. Max Gerken.: "Filtros Digitais Polifásicos usando Blocos Passa-Tudo", defendida em 22/09/00, na Escola Politécnica.

A íntegra da dissertação encontra-se à disposição com o autor e na Biblioteca de Engenharia Elétrica da Escola Politécnica/USP.

FICHA CATALOGRÁFICA

Antunes Júnior, Irineu

Projeto de filtros recursivos de N-ésima banda / I. Antunes Júnior, M. Gerken. – São Paulo : EPUSP, 2000.

13 p. – (Boletim Técnico da Escola Politécnica da USP, Departamento de Engenharia de Telecomunicações e Controle, BT/PTC/0018)

1. Filtros IIR-de N-ésima banda 2. Bancos de filtros TDF I. Gerken, Max II. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Telecomunicações e Controle III. Título IV. Série

ISSN 1517-3550

CDD 621.3815324
621.3815324

Projeto de Filtros Recursivos de N -ésima Banda

Irineu Antunes Jr., Max Gerken

Laboratório de Comunicações e Sinais
Departamento de Engenharia de Telecomunicações e Controle
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

Resumo: Utilizando-se N (maior ou igual a 2) blocos passa-tudo conectados em paralelo é possível obter os chamados *Filtros Recursivos de N -ésima banda*. Esta classe de filtros permite a realização eficiente de dizimadores, interpoladores e bancos de filtros *IIR*. Neste trabalho são apresentadas as propriedades desta classe de filtros e um programa computacional em Matlab desenvolvido para o seu projeto. Este programa utiliza um método de projeto que se baseia na posição dos zeros de atenuação (pontos em que a resposta em frequência do filtro tem magnitude unitária). Alguns exemplos ilustram as características e as propriedades empíricas dos filtros considerados.

I. INTRODUÇÃO

Os filtros passa-tudo foram originalmente empregados em circuitos analógicos para modificar a característica de fase de sinais, sem alterar a amplitude dos mesmos. Entre as aplicações de circuitos passa-tudo analógicos, podem ser citadas, por exemplo, a equalização de fase, a produção de sinais em quadratura e o atraso de sinais.

O advento de circuitos digitais aumentou o campo de aplicação dos filtros passa-tudo, tornando viável a implementação prática de circuitos digitais seletivos em frequência. Uma classe de filtros digitais bem conhecida e obtida desta forma, é aquela formada por dois blocos passa-tudo conectados em paralelo. Nos filtros desta classe, entrando-se com um mesmo sinal em dois blocos passa-tudo e somando-se as suas saídas, podem ser obtidas funções de transferência clássicas, por exemplo, filtros passa-baixas/altas de ordem ímpar tipo Butterworth, Chebychev e Elíptico [5] [6].

Este trabalho aborda uma classe particular de filtros com características passa-baixas que é obtida empregando-se a conexão de N blocos passa-tudo em paralelo ($N \geq 2$). Na classe aqui considerada, a função de transferência de cada bloco passa-tudo pode ser escrita como função de z^N (sendo z a variável complexa da transformada Z). Deste fato resulta que as funções de transferência dos blocos passa-tudo correspondem aos termos da decomposição polifásica da função de transferência do filtro passa-baixas implementado [3]. O filtro passa-baixas tem frequência de corte igual à N -ésima parte da faixa de frequências disponíveis (faixa de 0 a π), por isso, os filtros aqui considerados são conhecidos como *filtros recursivos de N -ésima banda*.

II. FILTROS RECURSIVOS DE N -ÉSIMA BANDA

Obtém-se o filtro recursivo de N -ésima banda, com características passa-baixas, a partir da decomposição polifásica

$$H(z) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} z^{-n} A_n(z^N) \quad , \quad (1)$$

sendo $A_n(z^N)$ a função passa-tudo do ramo n dada de maneira geral por

$$A_n(z^N) = z^{-k_n N} \cdot \frac{\sum_{i=0}^{K_n} a_{ni} \cdot z^{-(K_n-i) \cdot N}}{\sum_{i=0}^{K_n} a_{ni} \cdot z^{-i \cdot N}} = \quad (2)$$

$$= z^{-k_n N} \cdot \frac{a_{n,K_n} + a_{n,K_n-1} \cdot z^{-N} + \dots + a_{n,1} \cdot z^{-(K_n-1) \cdot N} + a_{n,0} \cdot z^{-K_n \cdot N}}{a_{n,0} + a_{n,1} \cdot z^{-N} + \dots + a_{n,K_n-1} \cdot z^{-(K_n-1) \cdot N} + a_{n,K_n} \cdot z^{-K_n \cdot N}} ,$$

para $n = 0, 1, \dots, N-1$. Nesta expressão, k_n é um número inteiro que possibilita introduzir um atraso puro com função de transferência $z^{-k_n N}$ e K_n é o número de coeficientes do passa-tudo do ramo n . Dessa forma a função passa-tudo do ramo n tem ordem $(K_n + k_n) \cdot N$.

Uma realização possível de $H(z)$ empregando os passa-tudo $A_n(z^N)$ é exibida na Fig. 1.

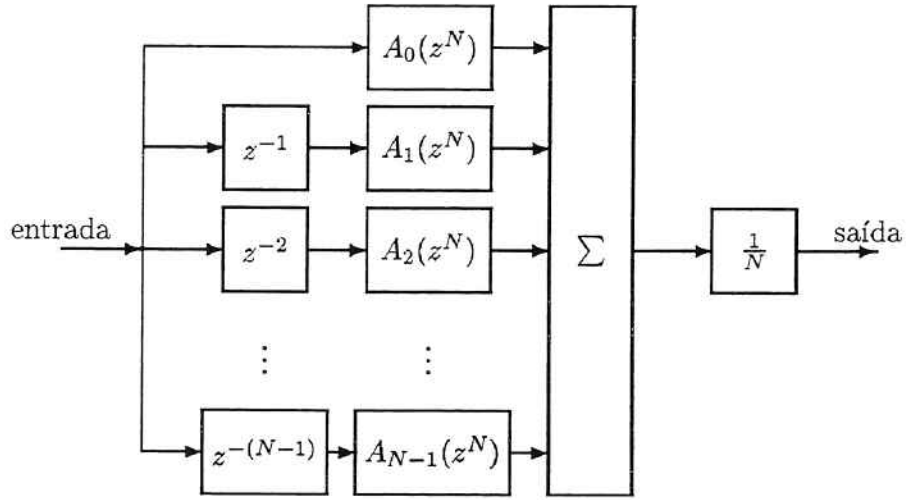


Fig. 1. Diagrama de blocos do filtro recursivo de N -ésima banda $H(z)$ com características passa-baixas.

A resposta em frequência do filtro $H(z)$ pode ser escrita como

$$H(e^{j\omega}) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} e^{j \cdot \varphi_n(\omega)} , \quad (3)$$

onde $\varphi_n(\omega)$ representa a resposta total de fase do n -ésimo ramo da Fig. 1, sendo dada por

$$\varphi_n(\omega) = \underbrace{\arg\{A_n(e^{j\omega \cdot N})\}}_{\text{passa-tudo}} - \underbrace{n \cdot \omega}_{\text{atraso do ramo}} . \quad (4)$$

Um *zero de atenuação ajustável* é, por definição, uma frequência $\tilde{\omega}_r$ na qual a fase total de todos os ramos coincidem. Assim sendo, o filtro $H(z)$ projetado deve obedecer à *condição de coincidência de fase*

$$\underbrace{\varphi_0(\tilde{\omega}_r)}_{\text{fase ramo 0}} = \underbrace{\varphi_1(\tilde{\omega}_r)}_{\text{fase ramo 1}} = \dots = \underbrace{\varphi_{N-1}(\tilde{\omega}_r)}_{\text{fase ramo } N-1} = \underbrace{\Psi_r}_{\text{valor da fase}} , \text{ com } r = 1, \dots, R , \quad (5)$$

onde Ψ_r é o valor numérico da fase avaliada na frequência $\tilde{\omega}_r$.

O número total de coeficientes do filtro $H(z)$ é igual a $K = \sum_{n=0}^{N-1} K_n$.

Este trabalho se concentra no projeto de filtros com um número máximo de zeros de atenuação R para um número dado de graus de liberdade K . Logo, conforme [2], projeta-se filtros pertencentes à classe de filtros que satisfazem

$$R = \left\lceil \frac{K}{N-1} \right\rceil, \quad (6)$$

onde $\lceil \cdot \rceil$ indica a parte inteira do argumento.

III. PROPRIEDADES BÁSICAS

1ª Propriedade Básica [1]: A resposta em frequência do filtro $H(e^{j\omega})$ e suas versões uniformemente deslocadas $H(e^{j\omega} \cdot W_N^{-n})$ (com $n = 1, \dots, N-1$) quando somadas resultam em uma amplitude unitária, isto é,

$$\left| \sum_{n=0}^{N-1} H(e^{j\omega} \cdot W_N^{-n}) \right| = 1, \quad (7)$$

onde $W_N = e^{-j\frac{2\pi}{N}}$.

2ª Propriedade Básica [1]: A combinação da magnitude ao quadrado da resposta em frequência do filtro $H(e^{j\omega})$ com as suas versões uniformemente deslocadas $H(e^{j\omega} \cdot W_N^{-r})$ (com $r = 1, \dots, N-1$) é igual à unidade:

$$\sum_{r=0}^{N-1} \left| H(e^{j\omega} \cdot W_N^{-r}) \right|^2 = 1. \quad (8)$$

A primeira propriedade básica foi obtida a partir de [4, Seção 10.6.1], onde é apresentada uma expressão semelhante para o caso menos geral de

$$E_0(z^N) = \frac{z^{-R \cdot N}}{N}. \quad (9)$$

Já a segunda propriedade básica pode ser encontrada no artigo [2], onde está formulada e demonstrada. Uma demonstração completa destas propriedades pode ser encontrada em [1].

As duas propriedades básicas introduzem um vínculo entre as frequências de cada banda (N -ésima parte da faixa de frequências disponíveis). No caso do filtro $H(z)$ com coeficientes reais, pode-se trabalhar apenas com frequências de 0 a π . Neste caso $\omega_0 \in \Omega_0 = [0; \pi/N]$ (na banda 0) está vinculado às seguintes frequências, dentro da faixa de 0 a π :

$$\begin{aligned} \omega_1 &= 2\pi/N - \omega_0 \in \Omega_1 \\ \omega_2 &= 2\pi/N + \omega_0 \in \Omega_2 \\ \omega_3 &= 4\pi/N - \omega_0 \in \Omega_3 \\ \omega_4 &= 4\pi/N + \omega_0 \in \Omega_4 \\ \omega_5 &= 6\pi/N - \omega_0 \in \Omega_5 \\ \omega_6 &= 6\pi/N + \omega_0 \in \Omega_6 \\ &\vdots \\ \omega_{N-1} &\in \Omega_{N-1}. \end{aligned} \quad (10)$$

Esta vinculação é consequência das Propriedades Básicas e da simetria hermitiana da resposta em frequência. Uma interpretação gráfica de (10) é mostrada na Fig. 2.

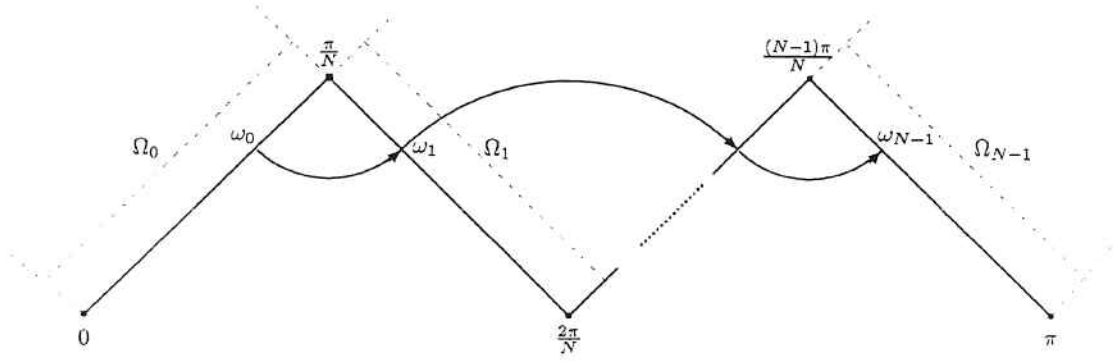


Fig. 2. Esquema de vinculação das frequências ω_r caso $H(z)$ com coeficientes reais.

Desta forma, há uma relação entre a resposta do filtro em uma frequência $\omega_0 \in \Omega_0$ (na banda 0), $\omega_1 \in \Omega_1$ (na banda 1) e assim por diante. As frequências ω_0 e ω_1 são simétricas em relação ao ponto π/N (N -ésima parte da faixa de frequências disponíveis), justificando o nome de filtro de N -ésima banda (em [4, Seção 10.6.2] justifica-se o nome para $N = 2$). Convém salientar que o filtro $H(z)$ somente possuirá termos de sua resposta impulsiva nulos quando um dos ramos de sua estrutura for um atraso puro, não sendo o termo “ N -ésima banda” empregado aqui para caracterizar filtros cuja resposta impulsiva tenha certos termos nulos e, sim, para se referir à existência dos vínculos entre as N bandas da sua resposta em frequência.

IV. ALGUMAS PROPRIEDADES E DEFINIÇÕES

Para melhor compreensão dos tipos de filtros que podem ser projetados, convém enunciar algumas propriedades decorrentes da 1ª e 2ª Propriedades Básicas, dadas por (7) e (8). Aproveita-se, também, para formalizar algumas definições e notações empregadas no restante do trabalho. Para tornar a explanação mais sucinta, as demonstrações serão omitidas.

1) O filtro $H(z)$ obtido usando blocos passa-tudo em paralelo é um *filtro recursivo de N -ésima banda*. Sua resposta em frequência $H(e^{j\omega})$ possui N bandas de largura π/N , denotadas como:

$$\begin{aligned} \Omega_0 &= [0; \pi/N], \Omega_1 = [\pi/N; 2\pi/N], \\ \Omega_2 &= [2\pi/N; 3\pi/N], \dots, \Omega_{N-1} = [(N-1)\pi/N; \pi]. \end{aligned} \quad (11)$$

2) No caso considerado, e quando $H(z)$ é passa-baixas, a banda-base Ω_0 contém a faixa de passagem Ω_p definida por

$$\Omega_p = [0; \omega_p] \subset \Omega_0 = [0; \pi/N], \quad (12)$$

onde ω_p é a frequência limite da faixa de passagem.

3) Tem-se a seguinte restrição de projeto:

$$0 < \omega_p < \pi/N. \quad (13)$$

4) Conforme já foi explicado, a resposta do filtro em uma frequência $\omega_0 \in \Omega_0$ está vinculada à resposta do filtro nas frequências $\omega'_r = \omega_0 + 2\pi r/N$, $r = 1, 2, \dots, N-1$. No caso do filtro $H(z)$ com coeficientes reais, pode-se trabalhar apenas com frequências de 0 a π , neste caso ω_0 está vinculado às frequências ω_r dadas por (10).

5) A resposta em amplitude do filtro $H(z)$ está limitada à unidade, ou seja,

$$|H(e^{j\omega})| \leq 1, \text{ para qualquer } \omega \in \mathcal{R}. \quad (14)$$

6) A faixa de transição do filtro $H(z)$ passa-baixas tem largura $2(\pi/N - \omega_p)$ e está centrada em π/N . Devido ao comportamento da resposta em frequência do filtro na faixa de transição e considerando as relações de vínculo dadas pela Fig. 2, surgem "picos de transmissão" nas frequências $3\pi/N$, $5\pi/N$, $7\pi/N$ etc. Desta forma, a região de largura $2(\pi/N - \omega_p)$ em torno destes picos deve ser excluída da região de rejeição Ω_s (pelo mesmo motivo que não se inclui a faixa de transição nesta região).

7) A região de rejeição Ω_s para o filtro passa-baixas projetado $H(z)$ é definida como sendo:

$$\Omega_s = \bigcup_{r=1}^{N-1} \Omega_{s_r}, \quad (15)$$

onde $\Omega_{s_r} = \begin{cases} [(r+1)\pi/N - \omega_p; (r+1)\pi/N], & \text{para } r \text{ ímpar} \\ [r\pi/N; r\pi/N + \omega_p], & \text{para } r \text{ par.} \end{cases}$

8) Se o quadrado da magnitude $|H(e^{j\omega})|^2$ aproximar-se de 0 (zero) com pequena variação na região multibanda de rejeição Ω_s anteriormente definida, então $|H(e^{j\omega})|^2$ aproxima-se de 1 (um) com pequena variação dentro da faixa de passagem $\Omega_p = [0; \omega_p]$.

Desta propriedade, resulta que, devido às atenuações exigidas na faixa de rejeição, os filtros projetados quase sempre terão uma ondulação na passagem extremamente pequena. Quantificando melhor esta propriedade, pode-se escrever:

$$\left[\begin{array}{c} 0 \leq |H(e^{j\omega})|^2 < \varepsilon \\ (\omega \in \Omega_s) \end{array} \iff \begin{array}{c} 1 - (N-1)\varepsilon < |H(e^{j\omega})|^2 \leq 1 \\ (\omega \in \Omega_p) \end{array} \right], \quad (16)$$

onde ε é um número real positivo e, geralmente, pequeno.

Na prática, a ondulação obtida na faixa de passagem é ainda menor do que o previsto por esta expressão. No artigo [2] é comentado que para $N > 3$ o valor mínimo de $|H(e^{j\omega})|^2$ dentro da faixa de passagem é aproximadamente $1 - 2\varepsilon$. Isto ocorre pois as bandas de rejeição Ω_{s_r} têm atenuação mínima crescente, sendo significativa apenas a contribuição das duas primeiras bandas de rejeição.

9) Um zero de atenuação é definido como uma frequência $\tilde{\omega}$ (na faixa de passagem) tal que $|H(e^{j\tilde{\omega}})| = 1$. Analogamente, um zero de transmissão é uma frequência na qual $|H(e^{j\omega})| = 0$.

10) Se $|H(e^{j\omega})|$ tem um zero de atenuação em $\omega = \tilde{\omega} \in \Omega_p \subset \Omega_0$, então $|H(e^{j\omega})|$ tem zeros de transmissão correspondentes nas frequências

$$\begin{aligned} 2\pi/N - \tilde{\omega} &\in \Omega_1 \\ 2\pi/N + \tilde{\omega} &\in \Omega_2 \\ 4\pi/N - \tilde{\omega} &\in \Omega_3 \\ 4\pi/N + \tilde{\omega} &\in \Omega_4 \\ &\text{etc ...} \end{aligned} \quad (17)$$

pertencentes às $(N-1)$ faixas de rejeição Ω_{s_r} , $1 \leq r \leq N-1$.

V. OS PROGRAMAS DE SÍNTESE

Foram desenvolvidos quatro programas para síntese de *filtros recursivos de N-ésima banda*:

- *cas1lin*: caso 1 de projeto e fase aproximadamente linear;
- *cas1nl*: caso 1 de projeto e fase não-linear;
- *cas2lin*: caso 2 de projeto e fase aproximadamente linear;
- *cas2nl*: caso 2 de projeto e fase não-linear.

Cada um dos programas corresponde a uma possibilidade de projeto. A escolha entre fase não-linear e aproximadamente linear afeta basicamente a estrutura a ser empregada: no caso de

fase aproximadamente linear o passa-tudo de um dos ramos, conhecido como ramo de referência (n_0), é tomado como sendo uma linha de atrasos, enquanto que no caso de *fase não-linear* isto não é exigido (em geral, os passa-tudo dos ramos não são atrasos puros). Esta escolha depende da aplicação em questão (necessidade ou não de eliminar a distorção de fase), contudo, cabe resaltar que em projetos com fase não-linear, consegue-se atender especificações de projeto para a magnitude da resposta em frequência, com um número bem menor de coeficientes (K) do que em projetos com fase aproximadamente linear.

A distinção entre projetos do caso 1 e do caso 2 diz respeito ao número total de graus de liberdade (K) disponíveis, para o número de ramos (N) e de zeros de atenuação ajustáveis (R) especificados. Esta distinção é feita da seguinte forma:

caso 1: tem-se $K = (N - 1)R$, isto é, com K graus de liberdade consegue-se produzir exatamente os R zeros de atenuação exigidos.

caso 2: tem-se $K = (N - 1)R + M$, com $M = 1, \dots, N - 2$. O programa pede o parâmetro adicional M que é um *número extra de coeficientes* do filtro. Com $(N - 1)R$ graus de liberdade consegue-se produzir os R zeros de atenuação solicitados, mas sobram M coeficientes que não são em número suficiente para produzir mais um zero de atenuação (isto é, fazer com que as fases de todos os ramos coincidam em uma frequência adicional $\tilde{\omega}_{R+1}$). O melhor que se pode fazer neste caso é calcular estes coeficientes extras de maneira que a condição de coincidência de fase seja satisfeita da melhor maneira possível.

Quanto a vantagem ou utilidade de se empregar caso 2 de projeto, pode-se citar o seguinte: conforme será visto mais adiante, nos exemplos de projeto, a atenuação na faixa de rejeição, em geral, aumenta com o aumento do número total de graus de liberdade K do filtro. Para projeto de filtros com o número de ramos N muito grande e R fixado, aumentar M até satisfazer a atenuação mínima necessária é uma forma de se obter um filtro com pouca complexidade computacional. Esta é uma aplicação possível para os casos 2 de projeto.

A. Utilização dos Programas

Em todos os programas de síntese são solicitadas as seguintes informações:

- É perguntado se o usuário deseja visualizar saída gráfica (*default*: Não).
- Número máximo de iterações (*default*: 20).
- Erro relativo final desejado (*default*: 1,01, correspondendo a 1%).
- Número de ramos: N (deve-se ter $N = 2, 3, \dots$)
- Número de zeros de atenuação ajustáveis: R (deve-se ter $R = 1, 2, \dots$)
- Limite da faixa de passagem: f_p

Para os programas correspondentes ao caso 2 de projeto, adicionalmente, são solicitados:

- Número de coeficientes em excesso: M , com $1 \leq M \leq N - 2$.
- Valor da frequência do zero de atenuação adicional $\tilde{\omega}_{R+1}$ (valor escolhido pelo usuário dentro da faixa de passagem e que deve ser diferente dos zeros de atenuação ajustáveis $\tilde{\omega}_r$, $r = 1, \dots, R$).

Deve-se, ainda, destacar que para caso 2 de projeto o valor de N deve ser um inteiro maior ou igual a três. Tal fato ocorre pois a situação $M = N - 1$ faz com que K seja múltiplo de $(N - 1)$ e que, portanto, equivale a incrementar R e tomar $M = 0$, recaindo no caso 1 de projeto.

Lembrando da restrição de projeto (13), conclui-se que se deve ter $0 < f_p < (0,5)/N$. Neste trabalho, geralmente se especifica o limite da faixa de passagem de um filtro de N -ésima banda tomando como base um filtro de meia-banda correspondente, isto é, toma-se

$$f_p = \frac{f_p^{(HB)}}{N}, \quad (18)$$

onde $f_p^{(HB)}$ é o limite da faixa de passagem do filtro de meia-banda ($0 < f_p^{(HB)} < 0,5$, sendo o limite da faixa de Nyquist igual a 1).

O programa fornece como saída uma matriz $\mathbf{A}$ contendo os coeficientes do denominador das funções $A_n(z)$. Nesta matriz, a linha de índice $(n + 1)$ contém os coeficientes do denominador da função $A_n(z)$, como potências decrescentes de z^{-i} .

VI. EXEMPLOS

Convém introduzir aqui uma notação compacta para descrever os filtros projetados. Por exemplo, um filtro com $K = 1$ coeficiente, correspondente ao caso 1 de projeto, com resposta de fase aproximadamente linear e com frequência limite da faixa de passagem $f_p = 0,432/2$, será denotado por

$$\underbrace{\text{cas1lin}}_{\text{caso de projeto}} \underbrace{(N = 2 ; R = 1 ; f_p = 0,432/2)}_{\text{parâmetros do filtro}} . \quad (19)$$

A. Exemplo 1

Como exemplo introdutório, seja um filtro $\text{cas1lin}(N=2;R=1;f_p=0,432/2)$ com função de transferência $H(z)$, passa-baixas, realizado pelo diagrama da Fig.3 empregando um passa-tudo $A_1(z^2)$ causal e estável dado por

$$A_1(z^2) = \frac{a_1 + z^{-2}}{1 + a_1 \cdot z^{-2}} . \quad (20)$$

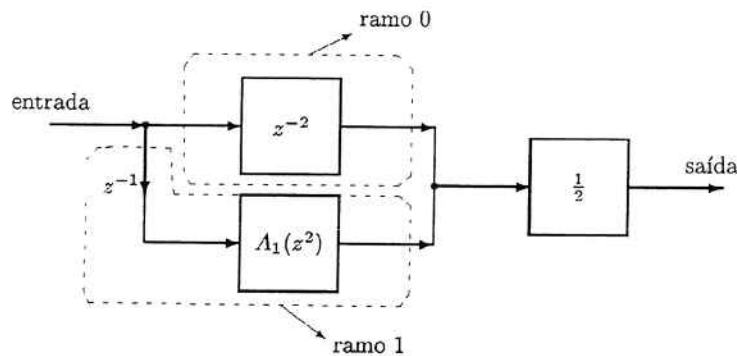


Fig. 3. Filtro $\text{cas1lin}(N=2;R=1;f_p=0,432/2)$.

Tem-se $N = 2$ ramos. Para produzir uma resposta passa-baixas, deve-se ter resposta total de fase dos ramos 1 e 0 em fase na faixa de passagem e em contrafase na faixa de rejeição, conforme indicado no esboço da Fig. 4 (esta figura apresenta algumas dimensões aumentadas e distorcidas, sendo sua finalidade apenas ilustrar o comportamento da resposta em frequência do filtro projetado). A frequência $\tilde{\omega}_1$ é chamada de zero de atenuação ajustável. Deve-se comentar que sempre há um zero de atenuação em $\omega = 0$ que é fixo.

No presente exemplo, pode-se utilizar o programa *cas1lin* entrando com os parâmetros $N = 2$ ramos, $R = 1$ zero de atenuação ajustável ($\tilde{\omega}_1$) e $f_p = 0,432/2$ (limite da faixa de passagem) para projetar o filtro $H(z)$ com maior atenuação possível na faixa de rejeição. A resposta do filtro projetado é mostrada na Fig. 5 e apresenta uma atenuação mínima na faixa de rejeição de $-15,8\text{dB}$. Ainda, nesta figura, são exibidas as curvas de fase do filtro $H(z)$ (phaH) juntamente com a resposta de fase do ramo de referência (phaLin), que é exatamente linear, resultando filtro $H(z)$ com fase aproximadamente linear dentro da faixa de passagem, conforme desejado.

Deve-se resaltar, aqui, que para se projetar filtros com maior rejeição é necessário utilizar ordens mais elevadas. Isto pode ser conseguido utilizando-se um maior número de zeros de atenuação.

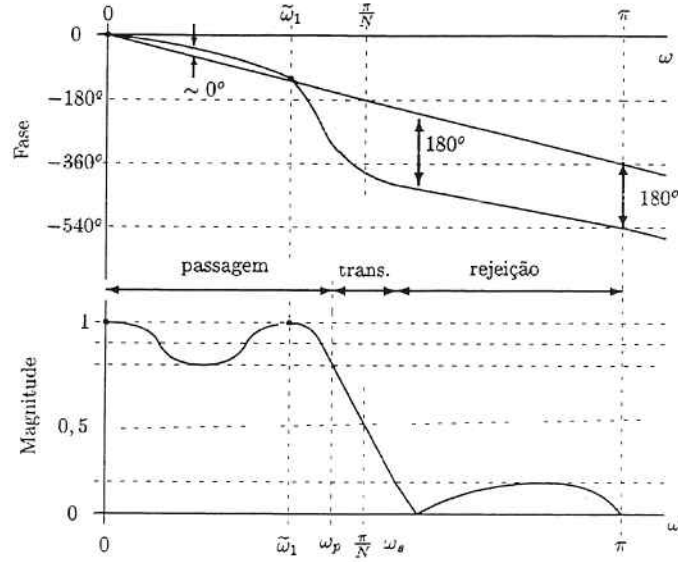


Fig. 4. Esboço gráfico da resposta em frequência do filtro $cas1lin(N=2;R=1;f_p=0,432/2)$.

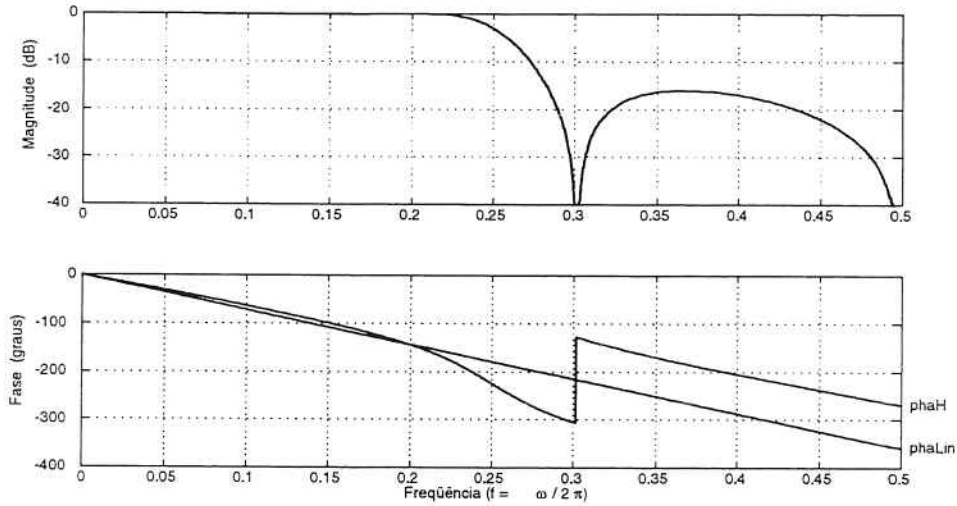


Fig. 5. Resposta em frequência do filtro $cas1lin(N=2;R=1;f_p=0,432/2)$ otimizado.

B. Exemplo 2

Seja um filtro $cas1lin(N=3;R=1;f_p=0,4/2)$, ou seja, trata-se de um filtro de um terço de banda ($N = 3$), com um zero de atenuação ajustável e limite de faixa de passagem $\frac{\omega_p}{2\pi} = f_p = \frac{0,4}{3}$. Empregando o programa $cas1lin$ desenvolvido neste trabalho, obtém-se como resultado, blocos passa-tudo com coeficientes do denominador dados pelas linhas da matriz

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & a \\ 1 & b \end{bmatrix}, \text{ com } a = 0,3871 \text{ e } b = 0,6859, \quad (21)$$

que corresponde ao diagrama da Fig. 6.

A resposta em frequência do filtro $H(z)$ projetado é mostrada nas Figs. 7 e 8. Nota-se que as fases de todos os ramos coincidem na origem ($\omega = 0$) e em um ponto (frequência $\tilde{\omega} = 2\pi f^{til}$) dentro da faixa de passagem. Fora da faixa de passagem as fases totais dos ramos se afastam

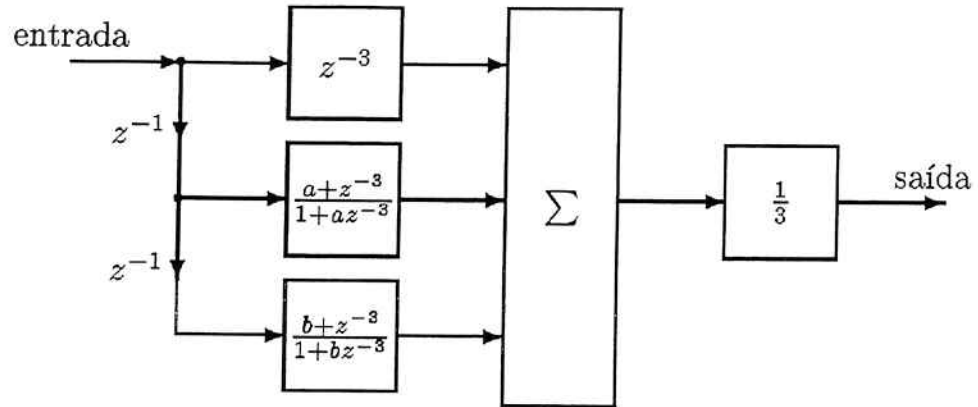


Fig. 6. Diagrama de blocos do filtro $cas1lin(N=3;R=1;f_p=0,4/2)$ baseado na decomposição polifásica tipo 1.

uma das outras. Tal comportamento de fase dos ramos explica a resposta com características passa-baixas obtida. Deve-se resaltar, ainda, o “pico de transmissão” que aparece na frequência $\omega = \pi$ rad e que foi prevista pela propriedade “6)” da Seção IV. Trata-se de um comportamento da classe de filtros considerada que não pode ser eliminado através do ajuste dos coeficientes dos passa-tudo, devendo-se estar atento quanto a presença destes picos quando se for utilizar o filtro projetado em uma aplicação prática.

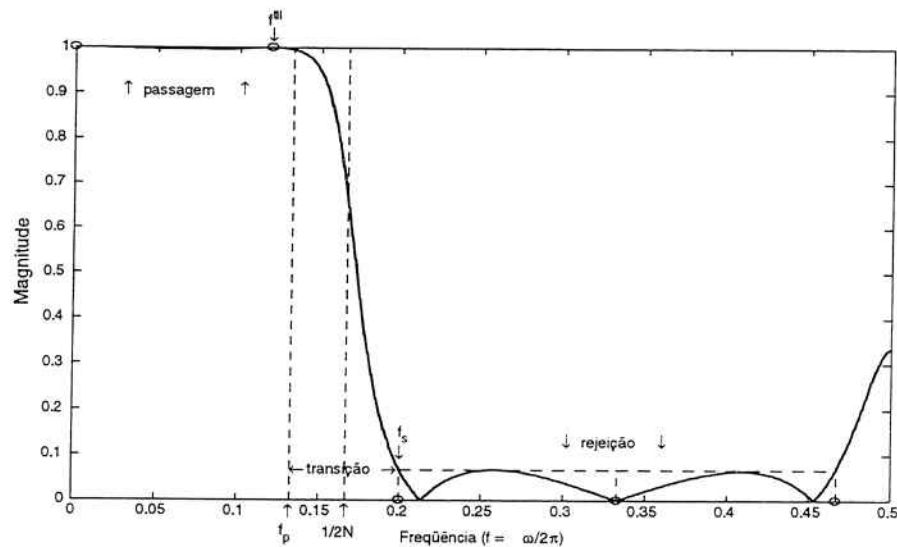


Fig. 7. Magnitude da resposta em frequência do filtro $cas1lin(N=3;R=1;f_p=0,4/2)$.

O filtro $cas1lin(N=3;R=1;f_p=0,4/2)$ pode ser realizado empregando a forma alternativa exibida na Fig. 9 e que se baseia na decomposição polifásica tipo 2 de sua função de transferência $H(z)$.

C. Exemplo 3

Considera-se, neste exemplo, filtros de $1/7$ de banda ($N = 7$) e com a mesma frequência limite de passagem relativa que o exemplo anterior, ou seja, $f_p = 0,4/N = 0,4/7$.

Como exemplo de projeto do caso 1 e com resposta de fase aproximadamente linear, seja um filtro $cas1lin(N=7;R=1;f_p=0,4/7)$ cuja resposta em frequência é exibida na Fig. 10. O filtro correspondente do exemplo anterior é o $cas1lin(N=3;R=1;f_p=0,4/3)$, que possui o mesmo número

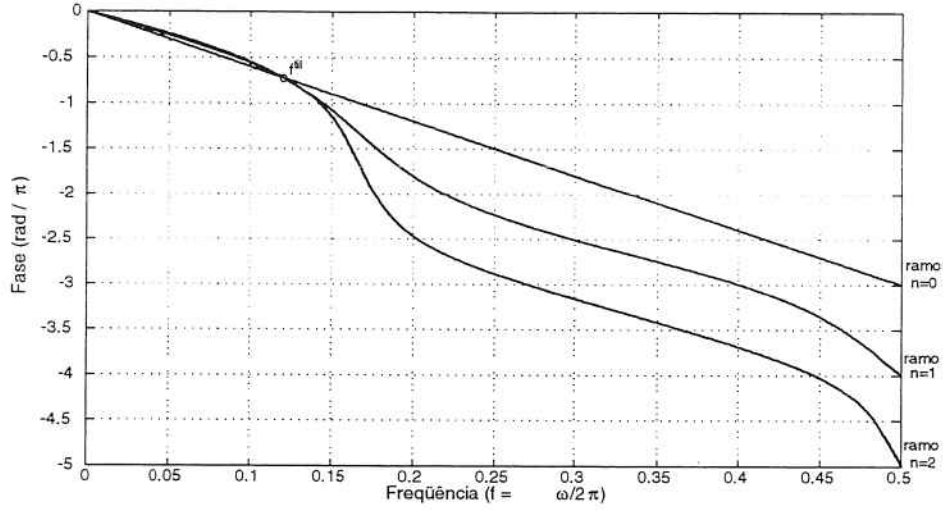


Fig. 8. Resposta de fase de cada um dos ramos do filtro $cas1lin(N=3; R=1; f_p=0,4/2)$.

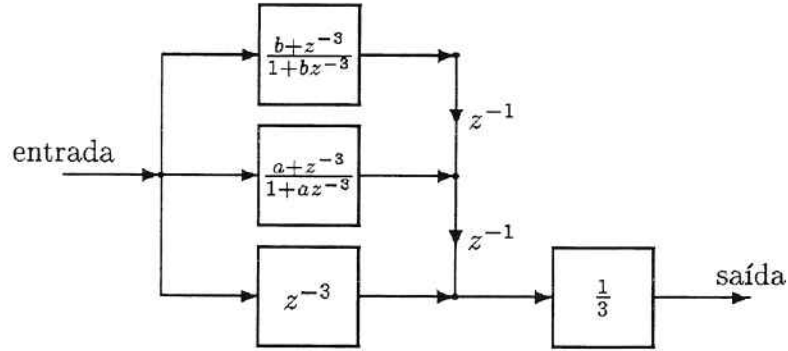


Fig. 9. Diagrama de blocos do filtro $cas1lin(N=3; R=1; f_p=0,4/2)$ baseado na decomposição polifásica tipo 2.

de zeros de atenuação R e a mesmo limite relativo de passagem Nf_p e cuja resposta em frequência já foi apresentada na Fig. 7. O filtro desta figura apresentou uma rejeição de 23,48 dB (valor obtido com o programa), que é um pouco menor do que o filtro $cas1lin(N=7; R=1; f_p=0,4/7)$ da Fig. 10 que atinge 26,03 dB. Fica, assim, exemplificada a seguinte propriedade: **a rejeição aumenta pouco com o aumento do número de ramos (N)** [2].

Outro fato interessante no filtro $cas1lin(N=7; R=1; f_p=0,4/7)$ da Fig. 10 é que a resposta é “equiripple” (com ondulação uniforme) em cada banda (como no caso com $N=3$), contudo, diferentes bandas possuem níveis de atenuação diferentes: **a primeira banda de rejeição possui a menor atenuação, sendo a atenuação crescente a cada nova banda**. Este comportamento é típico de projetos do caso 1 [2].

D. Exemplo 4

Como exemplo de projeto do caso 2 (com número máximo de coeficientes extras, ou seja, $M = N - 2$), seja considerado o filtro $cas2lin(N=7; R=2; M=5; f_p=0,4/7)$ sendo escolhida frequência para o zero de atenuação adicional $\tilde{\omega}_{R+1} = 0,3387$ rad. Deve-se comentar que a atenuação na faixa de rejeição do filtro otimizado varia muito pouco com o valor de $\tilde{\omega}_{R+1}$, por isso, a escolha deste parâmetro não é muito importante no projeto. O usuário pode encontrar facilmente, após poucas tentativas, um valor apropriado para $\tilde{\omega}_{R+1}$.

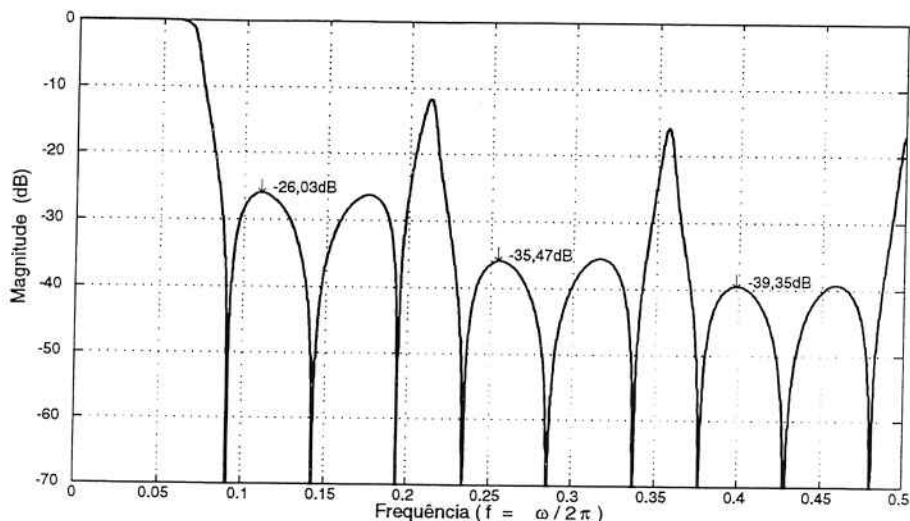


Fig. 10. Magnitude da resposta em frequência do filtro $cas1lin(N=7;R=1;f_p=0,4/7)$.

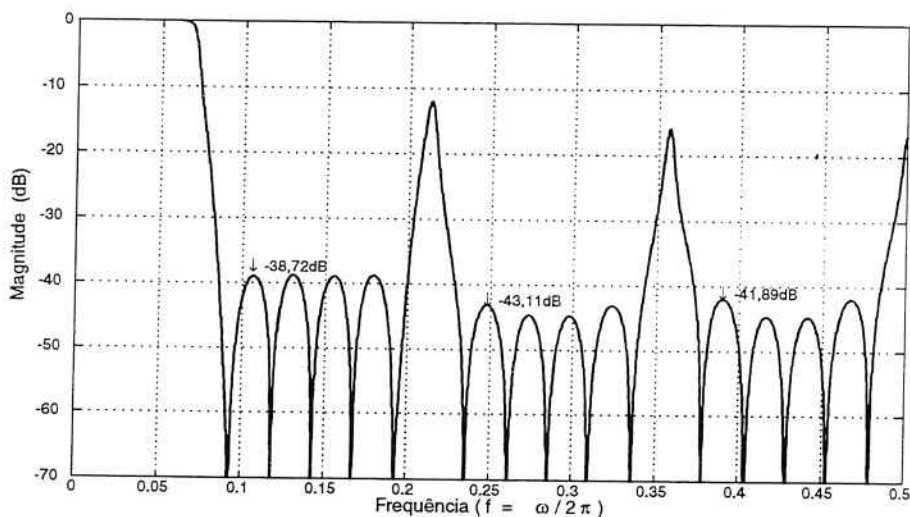


Fig. 11. Magnitude da resposta em frequência do filtro $cas2lin(N=7;R=2;M=5;f_p=0,4/7)$.

A magnitude da resposta em frequência deste filtro pode ser contemplada na Fig. 11, na qual se constata uma rejeição de 38,72 dB, valor bem maior do que os 26,03 dB do filtro $cas1lin(N=7;R=1;f_p=0,4/7)$ da Fig. 10, sendo este aumento explicado pelo aumento do número total de coeficientes K . Este é um exemplo do seguinte comportamento: **normalmente, a rejeição aumenta bastante com o aumento do número total de coeficientes K empregado no filtro**, sendo este aumento de K conseguido empregando-se maior R ou M [2].

E. Exemplo 5

Considera-se exemplo semelhante ao anteriormente apresentado, exceto que com resposta de fase não-linear. Isto é, não se exige que o filtro projetado tenha uma resposta de fase aproximadamente linear e todos os graus de liberdade são empregados para otimizar a resposta em amplitude do filtro $H(z)$ (ou seja, maximizar a sua atenuação na faixa de rejeição considerada).

Seja um filtro $cas2nl(N=7;R=2;M=5;f_p=0,4/7)$ sendo escolhida frequência para o zero de atenuação adicional $\tilde{\omega}_{R+1} = 0,3069$ rad. A magnitude de sua resposta em frequência encontra-se

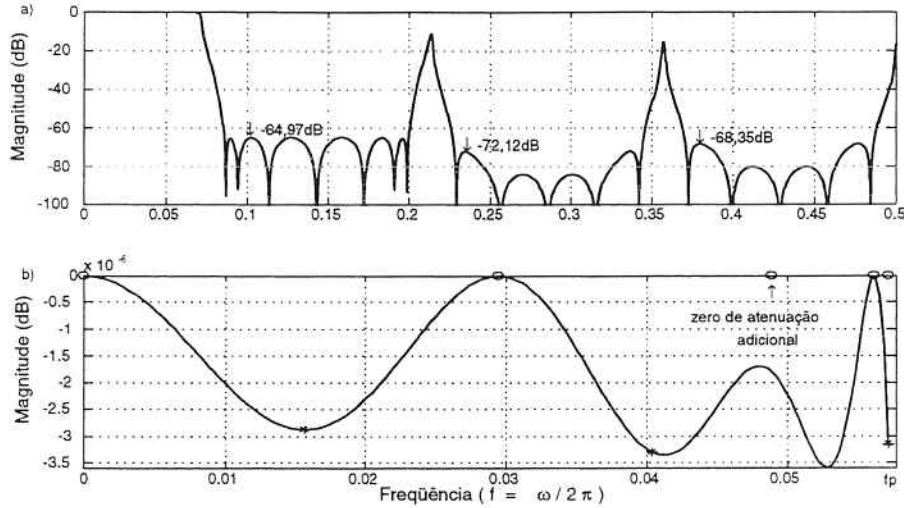


Fig. 12. a) magnitude da resposta em frequência; b) detalhe da faixa de passagem — Filtro $cas2nl(N=7; R=2; M=5; f_p=0,4/7)$.

na Fig. 12, na qual constata-se uma atenuação mínima na faixa de rejeição de 64,97 dB, que é bem maior que os 38,72 dB obtidos para o filtro do exemplo anterior que possuía os mesmos parâmetros. O aumento da atenuação foi conseguido às custas de uma maior distorção de fase. A Fig. 12.b mostra em detalhe a faixa de passagem, onde se pode observar a presença do zero de atenuação adicional $\tilde{\omega}_{R+1} = 0,3069$ rad (localizado entre os dois zeros de atenuação ajustáveis).

VII. CONCLUSÃO

O apresentou-se uma breve introdução teórica sobre os filtros recursivos de N -ésima banda. As duas propriedades básicas enunciadas são muito esclarecedoras quanto às características dos filtros que podem ser projetados usando os blocos passa-tudo aqui considerados. Em seguida, foram apresentadas várias propriedades que resultam destas duas propriedades básicas e também são importantes para compreensão das características dos filtros aqui tratados.

Foi fornecida uma breve descrição dos programas de síntese de filtros desenvolvidos, esclarecendo o leitor quanto a metodologia de projeto empregada. O Exemplo 1 prestou-se, apenas, para apresentar algumas idéias básicas deste método de projeto, explicando como os passa-tudo são empregados para obter o filtro.

O Exemplo 2 mostrou como os passa-tudo devem ser dispostos nos ramos das realizações das Figs. 6 e 9 a fim de produzir a resposta do filtro passa-baixas projetado. A disposição dos passa-tudo para outros casos de projeto e para um número maior de ramos pode ser obtida por extensão direta dos diagramas de blocos apresentados. Além do mais, o leitor interessado poderá encontrar maiores informações sobre os filtros ou a utilização do programa em [1].

Os Exemplos 3 a 5 procuraram ilustrar algumas características dos filtros projetados previstas na Seção IV. Além disso, por meio dos exemplos foram apresentadas algumas propriedades empíricas que podem orientar o leitor na escolha dos parâmetros do filtro para uma aplicação.

Acredita-se que a dificuldade de projeto dos filtros aqui abordados seja um fator limitante no uso dos mesmos em aplicações práticas, sendo por esta razão, muitas vezes, utilizados filtros de N -ésima banda FIR. Espera-se que este trabalho contribua para facilitar o projeto destes filtros, aumentando a disponibilidade dos mesmos para aplicações práticas ou futuros estudos teóricos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] IRINEU ANTUNES JÚNIOR: *Filtros Digitais Polifásicos Usando Blocos Passa-tudo*. Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Telecomunicações de Controle. São Paulo, 2000, 186p.
- [2] M. RENFORS, T. SARAMÄKI: *Recursive Nth-Band Digital Filters - Part I: Design and Properties*, IEEE Trans. on Circ. and Syst., vol. CAS-34, no. 1, Jan 1987, pp. 24-39.
- [3] MAURICE G. BELLANGER, GEORGES BONNEROT, MICHEL COUDREUSE: *Digital Filtering by Polyphase Network: Application to Sample-Rate Alteration and Filter Banks*. IEEE, Trans. on Acoustic, Speech and Signal Processing, vol. ASSP-24, April 1976, pp. 109-114.
- [4] MITRA, SANJIT K., *Digital signal processing: a computer-based approach*, McGraw-Hill, 1998.
- [5] M. GERKEN, H.W. SCHÜßLER, P. STEFFEN: *On the Design of Recursive Digital Filters Consisting of a Parallel Connection of Allpass Sections and Delay Elements*. AEÜ, Vol.1, No.1, janeiro de 1995, p.1 a 11.
- [6] M. IKEHARA, H. TANAKA and H. KURODA: *Design of Digital Filters Using All-pass Networks*. IEEE, Trans. on Circ. and Syst., Analog and Digital Signal Processing, vol. 41, no. 3, March 1994, pp. 231-235.

BOLETINS TÉCNICOS - TEXTOS PUBLICADOS

- BT/PTC/9901 – Avaliação de Ergoespirômetros Segundo a Norma NBR IEC 601-1- MARIA RUTH C. R. LEITE, JOSÉ CARLOS TEIXEIRA DE B. MORAES
- BT/PTC/9902 – Sistemas de Criptofonia de Voz com Mapas Caóticos e Redes Neurais Artificiais – MIGUEL ANTONIO FERNANDES SOLER, EUVALDO FERREIRA CABRAL JR.
- BT/PTC/9903 – Regulação Sincronizada de Distúrbios Senodais – VAIDYA INÉS CARRILLO SEGURA, PAULO SÉRGIO PEREIRA DA SILVA
- BT/PTC/9904 – Desenvolvimento e Implementação de Algoritmo Computacional para Garantir um Determinado Nível de Letalidade Acumulada para Microorganismos Presentes em Alimentos Industrializados – RUBENS GEDRAITE, CLÁUDIO GARCIA
- BT/PTC/9905 – Modelo Operacional de Gestão de Qualidade em Laboratórios de Ensaio e Calibração de Equipamentos Eletromédicos – MANUEL ANTONIO TAPIA LÓPEZ, JOSÉ CARLOS TEIXEIRA DE BARROS MORAES
- BT/PTC/9906 – Extração de Componentes Principais de Sinais Cerebrais Usando Karhunen – Loève Neural Network – EDUARDO AKIRA KINTO, EUVALDO F. CABRAL JR.
- BT/PTC/9907 – Observador Pseudo-Derivativo de Kalman Numa Coluna de Destilação Binária – JOSÉ HERNANDEZ LÓPEZ, JOSÉ JAIME DA CRUZ, CLAUDIO GARCIA
- BT/PTC/9908 – Reconhecimento Automático do Locutor com Coeficientes Mel-Cepstrais e Redes Neurais Artificiais – ANDRÉ BORDIN MAGNI, EUVALDO F. CABRAL JÚNIOR
- BT/PTC/9909 – Análise de Estabilidade e Síntese de Sistemas Híbridos – DIEGO COLÓN, FELIPE MIGUEL PAIT
- BT/PTC/0001 – Alguns Aspectos de Visão Multiescalas e Multiresolução – JOÃO E. KOGLER JR., MARCIO RILLO
- BT/PTC/0002 – Placa de Sinalização E1: Sinalização de Linha R2 Digital Sinalização entre Registradores MFC- PHILLIP MARK SEYMOUR BURT, FERNANDA CARDOSO DA SILVA
- BT/PTC/0003 – Estudo da Técnica de Comunicação FO-CDMA em Redes de Fibra Óptica de Alta Velocidade – TULIPA PERSO, JOSÉ ROBERTO DE A. AMAZONAS
- BT/PTC/0004 – Avaliação de Modelos Matemáticos para Motoneurônios – DANIEL GUSTAVO GOROSO, ANDRÉ FÁBIO KOHN
- BT/PTC/0005 – Extração e Avaliação de Atributos do Eletrocardiograma para Classificação de Batimentos Cardíacos – ELDER VIEIRA COSTA, JOSÉ CARLOS T. DE BARROS MORAES
- BT/PTC/0006 – Uma Técnica de Imposição de Zeros para Auxílio em Projeto de Sistemas de Controle – PAULO SÉRGIO PIERRI, ROBERTO MOURA SALES
- BT/PTC/0007 – A Connected Multireticated Diagram Viewer – PAULO EDUARDO PILON, EUVALDO F. CABRAL JÚNIOR
- BT/PTC/0008 – Some Geometric Properties of the Dynamic Extension Algorithm – PAULO SÉRGIO PEREIRA DA SILVA
- BT/PTC/0009 – Comparison of Alternatives for Capacity Increase in Multiple-Rate Dual-Class DS/CDMA Systems – CYRO SACARANO HESI, PAUL ETIENNE JESZENSKY
- BT/PTC/0010 – Reconhecimento Automático de Ações Faciais usando FACS e Redes Neurais Artificiais – ALEXANDRE TORNICE, EUVALDO F. CABRAL JÚNIOR
- BT/PTC/0011 – Estudo de Caso: Tornando um Projeto Testável Utilizando Ferramentas Synopsys – REINALDO SILVEIRA, JOSÉ ROBERTO A. AMAZONAS
- BT/PTC/0012 – Modelos Probabilísticos para Rastreamento em Carteiras de Investimento – HUGO G. V. DE ASSUNÇÃO, OSWALDO L. V. COSTA
- BT/PTC/0013 – Influência de um Controle Imperfeito de Potência e Monitoramento da Atividade Vocal na Capacidade de Sistemas DS/CDMA – MÁRCIO WAGNER DUARTE ROLIM, PAUL JEAN ETIENNE JESZENSKY
- BT/PTC/0014 – Canceladores de Interferência Sucessivo e Paralelo para DS/CDMA – TAUFIK ABRÃO, PAUL JEAN E. JESZENSKY
- BT/PTC/0015 – Transmissão de Serviços de Multimídia num Sistema Móvel Celular CDMA de Banda Larga – EDUARDO MEIRELLES MASSAUD, PAUL JEAN ETIENNE JESZENSKY
- BT/PTC/0016 – Disseminação do HIV em uma População Homossexual Heterogênea – MARCOS CASADO CASTÑO, JOSÉ ROBERTO CASTILHO PIQUEIRA
- BT/PTC/0017 – Implementação e Avaliação em Laboratório de um Monitor Cardíaco Portátil para Três Derivações – RAISA FERNÁNDEZ NUNEZ, JOSE CARLOS TEIXEIRA DE BAROS MORAES

