

DOI: 10.30612/tangram.v5i1.12214

O erro no processo de ensino e aprendizagem de matemática: análises e potencialidades no conjunto dos Números Inteiros

The error in the teaching and learning process in mathematics: analysis and potentialities in the set of Whole Numbers

El error en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: análisis y potencialidades en el conjunto de Números Enteros

Daniel Fernandes da Silva

Instituto Federal Farroupilha - IFFar

São Borja, Rio Grande do Sul, Brasil

E-mail: daniel.fernandes@iffarroupilha.edu.br

Orcid: 0000-0002-7497-0283

Estaner Claro Romão

Escola de Engenharia de Lorena EEL/USP

Lorena, São Paulo, Brasil

E-mail: estaner23@usp.br

Orcid: 0000-0003-4316-2029

Resumo: No cenário escolar é comum os erros cometidos pelos alunos serem associados apenas com a incapacidade do educando em aprender um determinado conteúdo. Contrariando essa lógica, o presente trabalho foi desenvolvido sob a perspectiva de um estudo de caso visando a compreensão da relação entre os erros cometidos pelos alunos e a sua potencialidade para uma aprendizagem significativa. O objetivo deste trabalho é, inicialmente, fazer uma reflexão do erro no âmbito escolar, traçando um paralelo com a aprendizagem significativa da matemática para o aluno. Posteriormente, os erros dos estudantes em relação aos tópicos iniciais do ensino dos números inteiros negativos serão analisados, visando aproveitar essas concepções “errôneas” dos educandos no processo de ensino e aprendizagem dessa temática. Os resultados mostram importantes caminhos e considerações que podem, tanto para pesquisadores quanto para professores, aprofundar as discussões acerca dessa tendência em Educação Matemática.

Palavras-chaves: Educação Matemática. Erro. Números negativos.

Abstract: In the school setting, it is common for mistakes made by students to be associated only with the student's inability to learn a certain content. Contrary to this logic, the present work was developed from the perspective of a case study aiming at understanding the relationship between the mistakes made by students and their potential for meaningful learning. The objective of this work is, initially, to reflect on errors in the school environment, drawing a parallel with the significant learning of mathematics for the student. Subsequently, students' errors in relation to the initial topics of teaching negative integers will be analyzed, aiming to take advantage of these “misconceptions” of students in the teaching and learning process of this theme. The results show important paths and considerations that can, both for researchers and for teachers, deepen the discussions about this trend in Mathematics Education.

Keywords: Mathematics Education. Error. Negative numbers.

Resumen: En el entorno escolar, es común que los errores cometidos por los estudiantes se relacionen solo con la incapacidad del estudiante para aprender un determinado contenido. Contrariamente a esta lógica, el presente trabajo se desarrolló desde la perspectiva de un estudio de caso con el objetivo de comprender la relación entre los errores cometidos por los estudiantes y su potencial de aprendizaje significativo. El objetivo de este trabajo es, inicialmente, reflejar errores en el entorno escolar, trazando un paralelo con el aprendizaje significativo de las matemáticas para el alumno. Posteriormente, se analizarán los errores de los estudiantes en relación a los temas iniciales de la enseñanza de enteros negativos, con el objetivo de aprovechar estos “malentendidos” de los estudiantes en el proceso de enseñanza y aprendizaje de esta temática. Los resultados muestran importantes caminos y consideraciones que pueden, tanto para los investigadores como para los docentes, profundizar las discusiones sobre esta tendencia en Educación Matemática.

Palabras clave: Educación Matemática. Error. Números negativos.

Recebido em: 06/02/2020

Aceito em: 13/06/2021

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

É comum entre os professores, ao corrigirem avaliações e/ou atividades realizadas pelos alunos, principalmente na disciplina de matemática, relacionarem o erro como falta de conhecimento sobre determinado assunto. Nesse sentido, não se considera como o aluno raciocinou para chegar ao resultado, descartando o caminho trilhado por ele ao responder certa questão, desconsiderando o processo e focalizando no produto.

Assim, conforme aponta Cury (2017), tem-se a concepção que somente aprendeu aquele aluno que respondeu corretamente à questão proposta. Nessa direção, Borasi (1996) pontua algumas consequências sobre essa postura frente ao erro no cenário escolar, pois considera que os alunos são pressionados pelo sistema escolar e os erros cometidos são extremamente frustrantes, fazendo-os mobilizar tempo e esforço na tentativa de evitar uma possível reprovação.

Essa concepção linear da aprendizagem está em sintonia com a Educação Bancária descrita por Paulo Freire, cuja transmissão de conteúdos escolares pelo professor ocorre de maneira sistemática e mecanizada, cabendo ao aluno a passividade e a reprodução fiel daquilo que lhe foi ensinado/repetido, ou seja, qualquer personalidade do aluno no processo de ensino e aprendizagem é considerada como desvio e passível de erro. O professor apenas transmite e cabe ao aluno apenas ouvir, decorar e reproduzir fielmente como lhe fora ensinado (Freire, 1996).

Nessa mesma direção, Esteban (2001) pontua que mediante a intensa preocupação do sistema escolar com os resultados, internos e externos, a serem obtidos de forma imediatista, o educando passa a ser visto de uma forma linear, seguindo uma única lógica e, por consequência, um único saber. Assim, reforça-se a ideia da homogeneidade e do papel da escola como o que ela ensina ser o “certo”. Divergir dessa lógica deve ser considerado “errado”.

Ao tecerem comentários sobre essa concepção linear de aquisição do conhecimento, Nogaro & Granella (2004) falam que essa lógica se contrapõe à própria história da humanidade, pois o homem teve que “tentar” para produzir conhecimento e, caso o resultado fosse insatisfatório, gerava novas possibilidades. Ou seja, um novo problema implicava em novas possibilidades até que se chegasse a uma solução adequada.

Contrariando essa perspectiva linear e fazendo a associação entre o erro e a avaliação, Nogaro & Granella (2004) destacam que a avaliação crítica que se insere num contexto de ensino mais amplo, que vai além do produto final e da mera correção do certo ou errado nas questões formuladas. Nessa perspectiva, o professor acompanha todo o percurso e o progresso do aluno no processo de ensino e aprendizagem, valorizando a personalidade do educando, sua bagagem, o diálogo e o reajuste contínuo da prática docente visando a alcançar os objetivos traçados inicialmente.

Nesse sentido, se o entendimento da avaliação escolar, seja ela de pequena ou de grande escala, não for compreendida pelo professor como parte e não como o fim do processo de ensino e aprendizagem, possivelmente o erro terá um papel de apontar e evidenciar somente aquilo que o aluno não sabe ou deixou de assimilar, não tendo qualquer impacto na aprendizagem no sentido de aproveitá-lo para ressignificar as ideias pré-estabelecidas pelo educando ou ser um norteador para a reflexão da prática do próprio professor.

Os primeiros trabalhos que analisavam o erro dos alunos visavam somente às questões de provas ou testes, como até hoje se tem o costume de fazer, categorizando-os em acertos, erros e questões não respondidas. Contudo, recentemente, esse cenário tem sido alterado, pois é crescente o número de publicações que analisam o erro dos educandos, desde o Ensino Fundamental até o Ensino Superior, de uma forma mais abrangente, buscando encontrar formas de

utilizá-los didaticamente no processo de ensino e aprendizagem, visando a uma aprendizagem significativa.

Ao investigar a produção de 40 trabalhos que têm como norte a análise das produções escritas dos alunos, Cury (2017) ressalta que entre os tópicos mais recorrentes estão: as quatro operações básicas, os conteúdos de álgebra e conceitos básicos de cálculo. Nesse contexto, destacam-se os trabalhos desenvolvidos por Lopes (1988), Batista (1995), Pinto (1998), Bathelt (1999), Baldino & Cabral (1999) e Souza (2003).

Lopes (1988) apresenta a ideia de exploração didática dos erros, exercitando a crítica, a formulação de problemas e a exploração de conjecturas. Batista (1995) classifica os erros dos estudantes de 2º ao 4º ano do Ensino Fundamental em operações aritméticas. Pinto (1998), por meio de entrevistas, observações e análise de documentos, analisa turmas da antiga 4ª série, hoje 5º ano do Ensino Fundamental, sobre a necessidade de professores desenvolverem novas competências para trabalhar com o erro do aluno. Bathelt (1999) inicialmente faz uma apurada revisão da literatura, aplica um teste em alunos da 5ª série, com abordagem nas operações envolvendo os números naturais e racionais e, com base nos resultados, de forma detalhada, verifica o que o aluno sabe e como sabe. Baldino & Cabral (1999) focaram no ensino superior, relatando o diálogo entre professor e aluno em uma aula de recuperação paralela referente às dificuldades em relação ao cálculo de integral definida. Souza (2003) fez uma pesquisa com cunho etnográfico, buscando causas que levam os alunos do Ensino Fundamental a não apresentar um bom rendimento em matemática e os erros que cometem nesse contexto.

Assim, o presente trabalho busca desenvolver a partir de uma visão mais ampla do erro e da sua ligação indissociável com a avaliação escolar, a perspectiva do desenvolvimento de uma aprendizagem significativa em matemática que utilize as concepções dos alunos como parte fundamental desse processo de ensinar e aprender matemática. Para tanto, são analisados os erros dos estudantes envolvendo

a construção dos conceitos básicos em relação aos tópicos iniciais do conjunto dos Números Inteiros ($\mathbb{Z}$).

Parte-se da hipótese de que os erros dos alunos, ao invés de expressarem sua incapacidade de aprender, podem ser potencialmente significativos para o processo de ensino e aprendizagem, refletindo as concepções iniciais dos alunos referentes a um determinado assunto, podendo assim, possibilitar um caminho para o desenvolvimento da aprendizagem com real significado para o aluno, pois, nessa perspectiva, o processo de ensino e aprendizagem parte daquilo que o educando já sabe e tem como concepções iniciais dentro do seu campo de vivência.

Este trabalho foi desenvolvido na perspectiva de um Estudo de Caso que, segundo Lüdke & André (1986), deve ser aplicado quando o pesquisador tiver o interesse em pesquisar uma situação singular. Segundo as autoras, essa abordagem metodológica vem ganhando espaço e aceitação na área da educação devido principalmente ao seu potencial para estudar as questões relacionadas à escola.

No contexto particular desta pesquisa, pretendeu-se analisar uma particularidade entre os erros dos alunos, ao realizarem uma prova diagnóstica acerca dos números negativos, e os caminhos que tais erros nos oportunizam para compreender essas concepções iniciais e possibilitando subsídios ao docente para reorientar o processo de ensino e aprendizagem de matemática fazendo com sentido/significado para os alunos.

Para a realização do trabalho, analisou-se as avaliações de 76 alunos de três distintas séries do Ensino Fundamental (5º, 7º e 8º anos), a fim de investigar as concepções iniciais dos alunos em relação aos números negativos e a forma como os educandos conseguem relacionar o conteúdo escolar com o seu cotidiano.

A avaliação aplicada tinha característica diagnóstica. Segundo Haydt (2008), esse tipo de avaliação possibilita compreender se o aluno possui habilidades e

conhecimentos para desenvolver novas aprendizagens, ou seja, demonstrar os seus pré-conhecimentos.

Na primeira parte do trabalho é discutido o erro como pré-requisito dos alunos e sua importância na perspectiva de uma aprendizagem significativa, tendo como fundamentação teórica David Ausubel. Após isso, serão apresentados os cenários que fazem parte os 76 alunos, os objetivos pretendidos em cada questão elaborada e os detalhes de como o processo se desenvolveu. Posteriormente, os resultados obtidos nas avaliações aplicadas são apresentados e discutidos visando a elucidação dos aspectos elencados anteriormente e mostrar quais seriam os possíveis caminhos a serem considerados no repensar o processo de ensino e aprendizagem. Ao término, as considerações finais buscam fazer paralelos com outros trabalhos desenvolvidos sob a mesma ótica.

O ERRO NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM

Quando nos referimos ao processo de ensino e aprendizagem por meio dos erros dos alunos, não estamos falando no conceito de aprendizagem por ensaio e erro, pois, nessa perspectiva, o excesso de tentativas poderá levar a uma eliminação gradual dos erros. Contrariando essa ideia, apoiamo-nos na argumentação de Moreira (2005) que diz ser o conhecimento prévio um fator predominante para a aprendizagem significativa, pois eles expressam as concepções iniciais sobre um determinado assunto.

O mesmo autor complementa dizendo que o conhecimento humano é limitado e vem sendo construído por meio da superação do erro. Sendo assim, erramos a todo momento e isso faz parte da natureza humana. Aprendemos no momento em que corrigimos os nossos erros. A própria história da ciência mostra que o método científico se dá pela correção sistemática do erro.

Segundo Vasconcelos & Brito (2014), ao discorrerem sobre aspectos de uma educação inspirada em Paulo Freire, afirmam que “aprende-se quando se chega a conhecer o objeto da aprendizagem” (Vasconcelos & Brito, 2014, p. 46). Esse processo de conhecimento está intrinsecamente ligado aos aspectos que demandam algum significado para o aluno, ou seja, a associação com algum saber pré-existente e sua utilização no cotidiano.

Ausubel (2000) concebe a aprendizagem significativa como a relação não arbitrária e substantiva entre os conceitos prévios do aprendiz e as novas ideias (conteúdos e conceitos). Nesse sentido, o aluno já possui um saber preexistente (errado ou não) e a relação deste com o novo, desde que lhe faça sentido, constitui-se em uma aprendizagem significativa.

Nessa perspectiva, os conhecimentos prévios ajudam a formar a estrutura cognitiva do indivíduo, ou seja, um conjunto de aprendizagens e conteúdos assimilados, estabelecidos e contextualizados no sujeito e é uma condição essencial para a concretização da aprendizagem significativa, possibilitando que novos conhecimentos sejam assimilados, modificando e ampliando-se. A esses conhecimentos prévios dá-se o nome de subsunçores (Moreira, 2011).

Nesse contexto, o erro não é considerado uma evidência daquilo que o aluno não sabe, mas um fator importantíssimo no processo de ensino e aprendizagem, pois por meio dessas concepções iniciais, certas ou erradas dentro de um padrão formal, são construídos os novos saberes.

Ao buscar referenciais que justifiquem/expliquem as dificuldades e dos possíveis erros dos alunos no processo de ensino e aprendizagem dos números inteiros negativos, pode-se perceber que a aceitação desse tipo de número no contexto histórico não foi simples e sua admissão apresentou empecilhos. Medeiros & Medeiros (1992) e Berlinghoff & Gouvêa (2010) situam essa dificuldade histórica de

aceitação de quantidades negativas e o processo dificultoso e controverso de perpetuação mesmo após a sua crescente utilização.

Silva (2017), ao tratar acerca das dificuldades existentes no processo de ensino e aprendizagem dos números inteiros, em especial os números negativos, destaca que há um distanciamento entre a realidade do aluno e a contextualização nos livros didáticos de matemática ao tratar a temática. O autor considera que pensando na série em que é proposta a temática números inteiros, geralmente no 7º ano do Ensino Fundamental, e a faixa etária dos alunos, por volta dos 12 anos, as situações mais recorrentes de contextualização nos materiais didáticos, como a temperatura e as dívidas, se distanciam da realidade e cotidiano dos educandos, causando lacunas na aprendizagem com significado.

Na mesma direção, Fischbein (1987) & Hefendehl-Hiebeker (1991) citam a falta de conhecimentos prévios dos alunos em relação aos números negativos e a dificuldade de associar o seu significado prático como uma das grandes dificuldades no processo de ensino e aprendizagem desse conteúdo.

Ao pesquisar evidências nos alunos sobre a relação dos números negativos com as situações cotidianas em que estes podem ser utilizados, Silva (2017) fez um levantamento com alunos do Ensino Fundamental acerca das situações nas quais os alunos reconhecem os números negativos em seu dia a dia. Os resultados mostram que 68,4% dos alunos avaliados não conseguiram reconhecer qualquer situação que conseguissem relacionar os números negativos com situações do seu cotidiano. Esse resultado torna-se mais preocupante ao analisar separadamente somente os 22 alunos que já haviam passado por um processo de escolarização anterior dos números negativos e, quando são solicitados a reconhecer esse tipo de número, 45,4% desse grupo mais restrito também não conseguiram relacionar qualquer situação de aplicação com o seu cotidiano.

Nesse sentido, ao tentar estabelecer vínculos proximais dos alunos em relação à temática, o professor encontra dificuldades, pois tanto as dívidas quanto as temperaturas negativas não fazem parte efetivamente da grande maioria dos alunos brasileiros. Temperaturas negativas no Brasil são exclusivas de algumas regiões; dívidas, ou a famosa “conta no vermelho” e transações bancárias, definitivamente não fazem parte do contexto do aluno nessa faixa etária.

Dessa forma, apesar da tentativa de contextualizar e apresentar situações consideradas pelos educadores como potenciais para esse processo de ensino e aprendizagem, não partimos do nível em que o aluno está, pois supomos a existência desses pré-conhecimentos visando a uma aprendizagem significativa nos preceitos descritos por David Ausubel. Mas, eles não expressam de forma fiel a bagagem inicial dos educandos e sim dos professores.

Partir do nível em que o aluno se encontra é um dos pontos centrais da Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel, conforme pontua Moreira (1999), assim como a predisposição do aluno em aprender e o material potencialmente significativo, pois essa aproximação permite ao aluno ter a noção de pertencimento em relação a temática desenvolvida.

Erros nesse processo de ensino e aprendizagem são muito comuns e podem ser potenciais instrumentos para uma aprendizagem de fato significativa, pois na Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS), o erro não é um fator de exclusão e sim um fator potencial para ressignificação das ideias pré-estabelecidas pelo educando (Ausubel, 1982). Nesse sentido, quando o docente faz um levantamento inicial do nível em que os seus alunos estão, pode ser o gatilho inicial para o desenvolvimento de uma aprendizagem significativa para o educando.

Para fim desse levantamento de dados referentes aos conhecimentos prévios dos alunos em relação à temática dos números negativos, utilizou-se a Avaliação Diagnóstica devido à quantidade de alunos envolvidos e às condições de pesquisa,

visto que as mesmas ocorreram dentro do ano letivo de uma escola pública, com professores distintos e dentro da grade horária disponível.

O CONTEXTO DE APLICAÇÃO E OS PROCESSOS DESENVOLVIDOS

Conhecer os possíveis erros dos alunos no processo de ensino e aprendizagem pode ser um caminho interessante para que o professor consiga fazer as intervenções necessárias, a fim de construir uma aprendizagem significativa, dialogando com aquilo que o aluno sabe de fato. Nesse sentido, Luckesi (2002) afirma que o erro não deveria ser fonte de castigo, mas uma possibilidade de suporte de crescimento.

Sendo assim, nesta pesquisa os alunos foram convidados a realizar a avaliação sem a aferição de notas, pois se pretendeu não impor a pressão por resultados na avaliação, a fim de obter informações que venham a auxiliar o trabalho docente para uma aprendizagem mais efetiva e a seleção de materiais mais adequados para que isso ocorra.

Nesse sentido, e visando à possibilidade de desenvolver o conteúdo dos números inteiros de forma significativa por meio de um jogo, foi realizado um levantamento por meio de uma avaliação diagnóstica buscando possíveis direcionamentos e informações acerca dos conceitos iniciais dos alunos em relação a essa temática da matemática.

Para tanto, foi aplicada uma avaliação diagnóstica com sete questões, cada uma com objetivos distintos envolvendo a temática dos números inteiros negativos, a 76 alunos do Ensino Fundamental, de três anos escolares diferentes, buscando informações que possibilitassem compreender melhor os seus conhecimentos prévios

para, posteriormente, desenvolver um trabalho pautado em um jogo, ou seja, um material potencialmente significativo.

Os alunos foram divididos em três cenários distintos (C1, C2 e C3), representando contextos distintos. O Quadro 1 explicita a situação dada.

Quadro 1

Os cenários de aplicação da Avaliação Diagnóstica

Cenários	Ano escolar	Quantidade de alunos	Passaram pelo processo de escolarização dos números negativos?
C1	5º	25	Não
C2	7º	29	Não
C3	8º	22	Sim

Fonte: Adaptado de Silva (2017).

A hipótese inicial era de que os conhecimentos dos alunos do terceiro cenário (C3) mostrariam resultados já influenciados pelas aulas de matemática, visto que houve esse processo de escolarização, enquanto que os dois primeiros cenários (C1 e C2) mostrariam suas concepções iniciais, sem estarem influenciados pelo processo de escolarização.

O Quadro 2 mostra os objetivos pretendidos em cada questão da Avaliação Diagnóstica, a qual está detalhada no Anexo I deste trabalho.

Quadro 2

Objetivos pretendidos em cada questão da Avaliação Diagnóstica

Questão	Objetivo pretendido	Resposta esperada
---------	---------------------	-------------------

1	Calcular uma subtração entre dois números inteiros com resultado negativo	- 3
2	Comparar e ordenar números inteiros	Maior: 117 Menor: - 241
3	Localizar números inteiros em uma reta numérica	Alternativa C
4	Comparar e ordenar números inteiros em situações-problema	Alternativa C
5	Interpretar situações-problema que envolvem números positivos e negativos em diferentes contextos	Alternativa B
6	Realizar operações de adição, subtração, multiplicação e divisão envolvendo números negativos	Alternativa C
7	Resolver situações-problema que envolvam deslocamento na reta numérica positivo para o negativo ou negativo para o positivo	Alternativa A

Fonte: Adaptado de Silva (2017).

Como a aplicação envolve turmas distintas, tanto do ciclo I quanto do ciclo II do Ensino Fundamental, com professores também distintos, a avaliação diagnóstica foi aplicada em duas aulas (1 h 40 min), ressaltando que antes houve uma conversa inicial com os alunos visando a evitar possível pressão exercida pela cobrança de um “novo” conteúdo matemático.

DISCUSSÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS

Ao analisar os resultados obtidos, buscou-se fazer uma abordagem tanto quantitativa quanto qualitativa. A primeira, consistiu em relacionar o número de acertos dos alunos com os possíveis caminhos ditos errados e previsíveis ao se elaborar a avaliação. A segunda, buscou relacionar os erros de forma qualitativa e

entender quais são os possíveis erros pré-concebidos pelos alunos em suas experiências construídas em suas vivências, sejam elas no meio escolar sejam em outros contextos.

Na primeira questão, do tipo aberta, o aluno responde sem o direcionamento das alternativas (distratores). Buscou-se avaliar se o aluno compreenderia uma subtração entre dois inteiros como uma possibilidade de resultado negativo, pois $6 - 9$ não expressa o mesmo resultado de $9 - 6$.

Os resultados apontaram que 86,4% dos alunos responderam a quantidade três (3) como resposta, ou seja, o resultado de uma subtração entre dois números inteiros gera sempre um valor absoluto, desconsiderando a possibilidade de representar a subtração de nove unidades de seis unidades como uma quantidade a faltar, ou seja, negativa (- 3).

Nesse caso, os alunos avaliados consideraram que $6 - 9 = 9 - 6$. Tal resultado corrobora a pesquisa de Nascimento (2002), que identificou o mesmo erro conceitual nos alunos, pois segundo o autor, os alunos entendem que $5 - 3$ é igual a $3 - 5$, ou seja, independente de quem é o primeiro ou o segundo termo na subtração o resultado sempre será um valor absoluto.

Apenas três alunos entre os 76 participantes identificaram uma quantidade negativa no resultado entre $6 - 9$, todas elas correta (- 3). Nesse sentido, somente 4% dos alunos avaliados identificaram uma quantia negativa da subtração proposta. Desses alunos que acertaram o resultado, nenhum deles estava entre aqueles que já haviam passado pelo processo escolar em relação ao ensino dos números negativos (C3), o que pode refletir que o processo de aprendizagem não foi satisfatoriamente significativo para os alunos avaliados, ou seja, houve uma aprendizagem mecanizada ou bancário, conforme aponta Freire (1996). O aluno ouve, decora e tenta reproduzir naquele curto espaço de tempo, não tendo significado para ele e sem conexão com a sua realidade.

A quinta questão envolve o mesmo objetivo da primeira questão, mas com os distratores e contextualizada em uma situação-problema envolvendo retirada bancária, sendo que a retirada é maior que o valor inicial. Dessa forma, esperava-se que os alunos admitissem um resultado negativo. Buscou-se verificar se os alunos simplesmente não esqueceram de colocar o sinal na resposta anterior e se a ideia do número negativo em um contexto próximo de situações reais facilitaria essa percepção da quantidade negativa.

Os resultados mostraram que 54% dos alunos não conseguiram relacionar uma situação de dívida com um número negativo, seja ele o correto (-30) ou (-130), um possível caminho na resolução (distrator). Outro aspecto importante é que para 18,5% dos alunos avaliados, o zero representa a dívida, ou seja, um valor que não pode ser retirado da quantia existente. Também pode-se perceber que para 35,5% dos alunos o resultado de uma dívida corresponde ao valor absoluto, ou seja, oposto ao negativo ($+30$ nesse caso), corroborando a questão 1 avaliada. Ou seja, o aluno calcula corretamente, mas não consegue representar ou relacionar uma situação dada a uma quantia negativa.

Na segunda questão, também aberta, o objetivo era que o aluno pudesse reconhecer a maior e a menor quantia entre vários números positivos e negativos, inclusive o zero. Em relação ao maior número, houve quase uma divisão totalitária entre o maior ($+117$) e o menor (-241) valores. 59,2% dos alunos conseguiram acertar a quantia, distinguindo o valor positivo do negativo, enquanto 39,5% dos alunos consideraram o maior valor absoluto, desconsiderando o sinal negativo para identificar o maior número entre os apresentados. Ninguém optou pelo zero como o maior número.

Na mesma questão, agora visando à identificação por parte dos alunos do menor número entre os indicados, pode-se observar que para 52% dos avaliados, o menor número entre negativos e positivos foi o zero, não relacionando a existência de um número menor que zero, talvez pela influência da ideia do conjunto dos Números

Naturais, até então comumente explorado em sala de aula, corroborando novamente o trabalho de Nascimento (2002) sobre a dificuldade dos alunos em admitirem a existência de um número menor que o zero.

Em 42% dos alunos observou-se que estes conseguiram relacionar o menor número sendo um número negativo, sendo que a maioria dos alunos que conseguiu fazer essa relação correta era do C3. Mas, somente 27,6% conseguiram acertar a questão dada, havendo confusão em indicar o menor número negativo quando comparado com outro número negativo. Os demais indicaram outro número negativo como o menor, associando que quanto mais próximo do zero menor será o número e não ao contrário como deveria ser o correto.

A questão número três, proposta por meio de uma linha de meninos e meninas no lugar de números, continha a ideia de relacionar a sequência correta e o deslocamento dentro dessa “reta numérica”. O aluno deveria indicar quem é a pessoa que está no lugar + 3, sabendo quem é a pessoa que está no lugar – 5, ou seja, um deslocamento de oito unidades da esquerda (-) para a direita (+). Para 55,2% dos alunos seria um deslocamento de duas unidades, ir do – 5 para o + 3, sendo que a maioria fez o deslocamento da direita para a esquerda (que seria o – 7). Fazer o deslocamento corretamente, mas ignorar a presença do zero na reta numérica foi o erro nessa questão para 18,4% dos alunos. Finalmente, 22,4% dos alunos acertaram a questão, evidenciando a existência do zero, separando os números positivos dos negativos e fazendo a orientação correta no sentido de deslocar oito unidades da esquerda para a direita.

A quarta questão também evidencia o contexto do menor número, mas agora de forma contextualizada por meio de temperaturas de algumas cidades ao redor do mundo. Para 50% dos alunos a menor temperatura, entre valores positivos e negativos, é o zero. Os resultados mostram que 47,3% dos alunos reconheceram um número negativo como a menor temperatura, mas somente 32,9% acertaram o

resultado e 14,4% dos alunos fizeram a relação da menor temperatura com o negativo mais próximo do zero.

A situação de soma de valores negativos e positivos, em um caminho trilhado por um rato para chegar ao almejado queijo, é explorada na sexta questão. Seguindo a ideia de tratar os números negativos e positivos como valores absolutos, 50% dos alunos somaram todos valores, independente do sinal, chegando no maior valor possível. Entre as alternativas possíveis (distratores), havia somente uma resposta negativa, ou seja, observando que a maioria dos números eram negativos, os alunos não precisariam efetuar os cálculos para chegar à resposta correta. Somente 21% dos alunos conseguiram acertar a questão proposta. Essa dificuldade de interpretar situações que envolvem esse tipo de número e a própria relação entre um positivo e um negativo são coerentes com as contribuições de Martini (2010) que encontrou dificuldades semelhantes em seu trabalho desenvolvido.

A sétima e última questão tratava da diminuição de uma temperatura já negativa, ou seja, o valor se afastaria cada vez mais do zero, em direção à esquerda na reta numérica. Apesar de somente uma alternativa indicar esse afastamento, ou seja, excluindo possíveis erros na contagem da direção correta, somente 23,7% dos alunos avaliados acertaram a questão proposta. 11,8% dos alunos somaram os valores -15 e 13 , obtendo 28 como resultado. E, 32,2% dos alunos fizeram a diferença entre os valores absolutos de -15 e 12 , obtendo 2 ou -2 como resultado, com predominância para o valor negativo.

Tal dificuldade corrobora com o trabalho de Megid (2001) que relata dificuldades dos alunos em comparar números negativos, no sentido de entender qual é o maior ou menor entre eles. Soares (2008), ao tecer comentários sobre as dificuldades dos alunos em relação aos números negativos, aponta uma grande dificuldade dos educandos em operar subtração com números negativos, indo ao encontro dos resultados encontrados, ainda que o mesmo esteja contextualizado.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Durante o processo de ensino e aprendizagem é comum o docente verificar erros e concepções distorcidas por parte dos alunos em relação à conceitos e/ou aplicações da matemática. A passividade do aluno nesse processo e o distanciamento da matemática escolar em relação à vivencia cotidiana do aluno muito têm contribuído para esse cenário.

Nesse sentido, quando se fala em Teoria da Aprendizagem Significativa, conhecer essas concepções iniciais do educando é o ponto de partida e principal influência para uma aprendizagem significativa, ou seja, que tenha significado para o aluno a ponto de causar um conflito cognitivo entre as suas concepções iniciais e a nova concepção, possibilitando uma ancoragem e desenvolvendo o relacionamento do contexto desenvolvido na escola para as diversas situações do seu próprio cotidiano e vice-versa.

Corroborando essa ideia, Ausubel, Novak & Hanesian (1980) ressaltam que o fator mais importante e que influencia diretamente o aprendizado é aquilo que o aprendiz já tem pré-estabelecido, ou seja, os seus pré-conhecimentos. Assim sendo, para superar tais concepções ditas errôneas, visando a uma aprendizagem significativa, é importante saber quais são as concepções iniciais dos educandos. Ou seja, como Ausubel (1982) explicita, para que a aprendizagem significativa se perpetue, de fato, é indispensável partir de onde o seu aluno está, ou seja, os seus pré-conhecimentos são o ponto de partida para que ocorra a possível ressignificação dos conhecimentos já existentes do aluno.

Sobre o erro e a possível intervenção pedagógica do professor, Cury (2017, p. 82) salienta que:

[...] o erro se constitui como um conhecimento, é um saber que o aluno possui, construído de alguma forma, e é necessário elaborar intervenções didáticas que desestabilizem as certezas, levando o estudante a um questionamento sobre as suas respostas.

Nesse sentido, a avaliação diagnóstica ganha relevância diante da realidade das salas de aulas brasileiras, onde há uma grande quantidade de alunos por turma e níveis de proficiência e conhecimentos prévios muito diversos dentro de um mesmo ambiente escolar.

O Conjunto dos Números Inteiros, em especial os números negativos, tem a sua relevância ressaltada, pois é de extrema importância no contexto da matemática, seja como ferramenta para cálculos mais complexos que virão nos anos seguintes dos estudantes seja pelas diversas aplicações em outras disciplinas, como Física, Geografia, entre outras.

Glaeser (1985) & Teixeira (1993) citam que nessa parte da matemática é comum os professores encontrarem muitas dificuldades dos alunos nas regras de sinais (multiplicação de números inteiros), em outras palavras, o aluno não consegue entender porque menos vezes menos gera um resultado positivo e, muitas vezes, tendem a aplicar a regra de sinais na soma entre dois números negativos ($- 5 - 3 = + 8$).

Ao levantarmos dados sobre os conceitos iniciais desse tipo de número, podemos observar que o foco da sua dificuldade não é somente a multiplicação entre números inteiros, mas toda a compreensão relacionada a esse tipo de número, ficando evidenciada sua dificuldade na hora da multiplicação, pois noções de números menores que o zero, deslocamento na reta, comparação entre números negativos e subtração com resultado negativo ainda não estão bem estabelecidos para o educando. Isso geralmente se deve pela forma como a abordagem inicial acontece por parte dos professores: a não consideração do erro do aluno como ponto de partida

e a seleção de materiais didáticos que não conseguem atingir os objetivos estabelecidos.

Muitos professores direcionam as dificuldades dos alunos à falta de interesse dos mesmos e às dificuldades de compreensão e assimilação dos conteúdos, mas, ao mesmo tempo, não há uma reflexão da prática de ensino desenvolvida para alcançar os níveis desejados de aprendizagem. Expor o conteúdo não garante atingir as metas desejadas. Mesmo quando essas reproduções são satisfatórias nas avaliações, pode ocorrer de na aula seguinte o aluno não apresentar mais qualquer lembrança sobre o tópico avaliado, ou seja, a aprendizagem não se estruturou cognitivamente, não houve a ancoragem.

Nesse sentido, a aprendizagem significativa ganha importância no cenário educacional, pois partindo do nível em que o aluno se encontra, com um material potencialmente significativo e contando com a predisposição do educando em aprender, tal ancoragem pode, de fato, acontecer, mas isso passa pela figura do professor na promoção da aprendizagem.

Considerar o erro como evidência daquilo que o aluno não sabe e relacioná-lo com o fracasso escolar é uma distorção no processo de ensino e aprendizagem, transferindo a culpa pela não aprendizagem para o aluno e eximindo o professor de qualquer responsabilidade nesse processo. Assim sendo, erros conceituais são um potencial recurso inicial para o desenvolvimento de uma aprendizagem significativa, partindo do nível do aluno e considerando aquilo que ele já sabe.

REFERÊNCIAS

Ausubel, David P., Novak, Joseph D., & Hanesian, Helen (1980). *Psicologia educacional*. Tradução Eva Nick. Rio de Janeiro: Interamericana.

Ausubel, David P. (1982). *A aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel*.

São Paulo: Moraes.

Ausubel, David P. (2000). *Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva*. Lisboa: Plátano Edições Técnicas. Tradução de The acquisition and retention of knowledge: a cognitive view.

Baldino, Roberto R., & Cabral, Tânia C. B. (1999). *Erro do significado ou significado do erro?* Boletim Gepem, n. 35, p. 9 – 41.

Bathelt, Regina E. (1999). *Erros e concepções de alunos sobre a ideia de número*. 1999. Dissertação (Mestrado em Educação) – Centro de Educação, Universidade Federal de Santa Maria.

Batista, Cecília G. (1995). *Fracasso escolar: análise de erros em operações matemáticas*. Zetetiké, v. 3, n. 4, p. 61 -72, nov.

Berlinghoff, Willian P., & Gouvêa, Fernando Q. A. (2010). *A matemática através dos tempos: um guia fácil e prático para professores e entusiastas*. 2.ed. São Paulo: Blucher.

Borasi, Raffaella (1996). *Reconceiving mathematics Instruction: a Focus on Errors*.

Norwood, NJ: Ablex Publishing Corporation.

Cury, Helena Noronha (2017). *Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos*. 2 ed. 2. reimp. Coleção Tendências em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica.

Esteban, Maria T. (2001). *O que Sabe Quem Erra? Reflexões Sobre Avaliação e Fracasso Escolar*. Rio de Janeiro: DP&A.

Fischbein, Efraim (1987). *Intuition in Science and Mathematics*. An Educational Approach. Dordrecht: Reidel Publishing Co., p. 97-102.

Freire, Paulo (1996). *Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa*. São Paulo: Paz e Terra.

Glaeser, Georges (1985). *Epistemologia dos Números Negativos*. Rio de Janeiro: Boletim GEPEM.

Haydt, Regina C. C. (2008). *Avaliação do processo de Ensino-Aprendizagem*. 6 ed. São Paulo: Editora Ática.

Hefendehl-Hiebeker, Lisa (1991). *Negative numbers: obstacles in their evolution from intuitive to intellectual constructs*. For the Learning Mathematics, v. 11, n. 1, p. 26-32.

Lopes, Antonio J. (1988). Erreurs: mensonges qui semblent vérités ou vérités qui semblent mensonges. In: COMMISSION INTERNACIONALE POUR L'ÉTUDE ET L'AMÉLIORATION DE L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES, 39, Sherbrooke. Actes... Sherbrooke, Canada: Université de Sherbrooke, p. 440-443.

Lüdke, Menga., & André, Marli E. D. A. (1986). *Pesquisa em educação: abordagens qualitativas*. São Paulo: EPU.

Luckesi, Cipriano C. (2002). *Avaliação da aprendizagem escolar*. São Paulo: Cortez.

Martini, Grasiela (2010). *Estratégias de trabalho para a aprendizagem de operações com números inteiros*. Trabalho de Conclusão de Curso de Licenciatura em Matemática. Porto Alegre, UFRGS. Disponível em: <https://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/179476/001068649.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em: 17 fev. 2020.

Medeiros, Alexander., & Medeiros, Cleide (1992). *Números negativos: uma história de incertezas*. Bolema: Rio Claro, v. 7, n.8, p. 49-59.

Megid, Maria Auxiliadora B. A. Construindo matemática na sala de aula: uma experiência com os números relativos. In: FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Ângela (Orgs.). *Por Trás da Porta, que Matemática Acontece?* Campinas, SP: Ílion, 2001.

Moreira, Marco A. (1999). *Aprendizagem significativa*. Brasília: Editora da UnB.

Moreira, Marco A. (2005). *Aprendizaje Significativo Crítico*. Boletín de Estudios e Investigación, v.6, p. 83-101. Disponível em:
<https://www.if.ufrgs.br/~moreira/apsigcritport.pdf>. Acesso em: 06 abr. 2020.

Moreira, Marco A. (2011). *Aprendizagem Significativa: a teoria e textos complementares*. São Paulo: Editora Livraria da Física.

Nascimento, Ross. (2002). *Um estudo sobre obstáculos em adição e subtração de números relativos: explorando a reta numérica dinâmica*. 2002.
Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. Recife.

Nogaro, Arnaldo., & Granella, Eliane (2004). O Erro no Processo de Ensino e Aprendizagem. *Revista de Ciências Humanas*, v. 5, n. 5. Disponível em: <http://revistas.fw.uri.br/index.php/revistadech/article/view/244/445>.

Pinto, Neuza B. (1998). *O erro como estratégia didática no ensino de matemática elementar*. 1998. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo.

Silva, Daniel F. (2017). *O jogo como recurso pedagógico de ensino: uma proposta para os números relativos*. 2017. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências) – Escola de Engenharia de Lorena, Universidade de São Paulo.

Soares, Pércio J. *O jogo como recurso didático na apropriação dos números inteiros: uma experiência de sucesso*. 157 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.

Souza, Suely S. S. (2003). Um estudo diagnóstico dos erros dos alunos em matemática a partir de um referencial teórico-construtivista. In: *SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, 2., 2003, Santos. *Anais...* São Paulo: SBEM. CD-ROM.

Teixeira, Leny R. M. (1993). Aprendizagem Operatória dos Números Inteiros:

História, Obstáculos Epistemológicos e Estratégias Didáticas. São Paulo, Proposições, v.4, n. 1[10], p. 60-72. Disponível em:

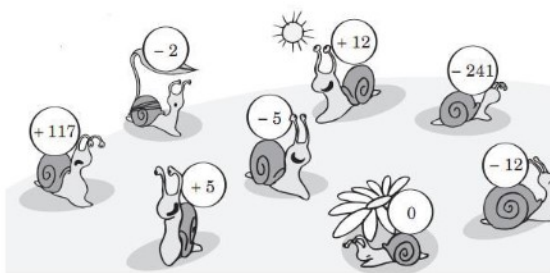
<https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/proposic/article/view/8644382>. Acesso em: 01 de abril 2020.

Vasconcelos, Maria L. M. C., & Brito, Regina H. P. (2014). *Conceitos de educação em Paulo Freire*. 6. ed. São Paulo: Vozes.

Anexo I

Avaliação Diagnóstica

- 1- Qual é o resultado da subtração $6 - 9$? R: _____
- 2- Cada caracol abaixo possui um único número, veja:



- a) Qual é o maior número entre os caracóis? R: _____
- b) Qual é o menor número entre os caracóis? R: _____

- 3- Na reta abaixo, os alunos estão no lugar dos números inteiros consecutivos:



- a) Raul
- b) Fê
- c) Gui
- d) Má
- e) Talita

4- **(SAEB-MEC)** A tabela mostra as temperaturas registradas em algumas cidades na noite de Natal:

Cidade	Temperatura
São Paulo	25 °C
Paris	- 2 °C
Nova Iorque	- 5 °C
Miami	3 °C
Lisboa	0 °C

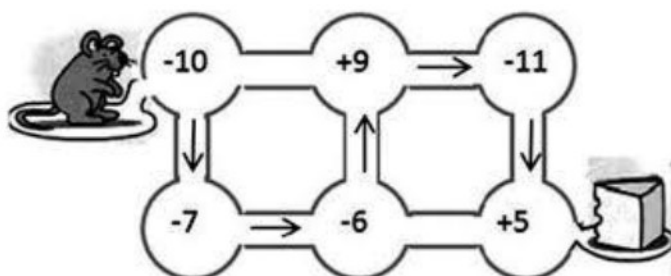
A cidade em que a temperatura foi a mais baixa nessa noite de Natal, foi:

- a) São Paulo
- b) Paris
- c) Nova Iorque
- d) Lisboa

5- Dona Mayara tinha em sua conta bancária um saldo positivo de R\$ 400,00. Se ela fizer duas retiradas consecutivas, uma de R\$ 300,00 e outra de R\$ 130,00, quantos reais passaria a ser seu saldo bancário?

- a) + 30 reais
- b) - 30 reais
- c) Zero
- d) - 130 reais

6- Vamos ajudar o rato chegar até o queijo. Ao fazer o trajeto, escolheu o caminho mais longo, conforme indicado pelas setas.



Realizando a adição dos números por onde o rato passou para encontrar o queijo, teremos como resultado:

- a) 0
- b) + 14
- c) - 20
- d) + 48

7- Em uma cidade do Alasca, o termômetro marcou -15°C pela manhã. Se a temperatura descer mais 13°C , o termômetro irá marcar:

- a) -28°C
- b) -2°C
- c) 2°C
- d) 28°C