



Sobre o emprego da Resolução de Problemas e da Engenharia Didática no ensino de Cálculo Diferencial e Integral: uma revisão bibliográfica

Mateus Eduardo Boccardo
IFSP-Campus Votuporanga
mateuseboccardo@ifsp.edu.br

Renata Cristina Geromel Meneghetti
ICMC-USP
rcgm@icmc.usp.br

Resumo

Dentre as tendências trazidas pela Educação Matemática, a metodologia de Resolução de Problemas destaca-se por se apresentar como uma alternativa ao ensino tradicional. A disciplina de Cálculo Diferencial e Integral está presente na maioria dos cursos superiores de Ciências Exatas, sendo reconhecido o seu alto índice de reprovação por alunos que nela apresentam dificuldade de aprendizado. A Engenharia Didática pode ser compreendida como teoria educacional ou metodologia de pesquisa, contemplando o caráter teórico e experimental da sala de aula, contribuindo para elaboração e validação de sequências didáticas. Em nossa tese de doutorado buscaremos empregar no Cálculo Diferencial e Integral a metodologia de Resolução de Problemas e utilizar a Engenharia Didática enquanto metodologia de pesquisa. Dentro deste objetivo maior, este artigo tem como propósito apresentar uma revisão de literatura de dissertações e teses disponíveis em plataformas oficiais relacionando trabalhos que tratam dos temas: ensino da disciplina de Cálculo-1 utilizando a metodologia de ensino e aprendizagem através da Resolução de Problemas, com o suporte da Engenharia Didática. As buscas foram feitas aos pares nas plataformas oficiais, visando traçar o estado da arte de pesquisas com esses enfoques. Após algumas etapas, foram obtidos dez trabalhos e, depois de feita sua leitura e análise, conclui-se que o ensino de Cálculo-1 representa um campo muito complexo, tendo em vista os conteúdos abordados, a metodologia adotada e suas aplicações em diversas áreas. Todavia, a metodologia de ensino e aprendizagem através da Resolução de Problemas evidencia que existem possibilidades para potencializar a aprendizagem dos alunos nesta disciplina.

Palavras-chave: Educação Matemática. Resolução de Problemas. Cálculo Diferencial e Integral. Engenharia Didática. Revisão Bibliográfica.

Introdução

A disciplina de Cálculo Diferencial e Integral possui grande importância na grade curricular dos cursos de Ciências Exatas no país, entretanto, é uma disciplina com altos índices de reprovação, com alunos que queixam da “falta de sentido” ou “falta de aplicação” dos conceitos abordados, como Limites, Derivadas e Integrais. Apesar de ser uma situação atormentadora, a reprovação costuma ocorrer frequentemente nas universidades. Por conta desse cenário, nos questionamos: Quais os fatores que corroboram para as dificuldades relatadas pelos alunos no processo de ensino-aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral?

Motivados por esta questão, apresentamos esse trabalho, que é fruto de pesquisa de doutorado do primeiro autor, sob orientação da segunda autora. Em linhas gerais, e por acreditar ser necessária uma breve contextualização, a tese, amparada na Engenharia Didática como metodologia de pesquisa, consistirá na elaboração e aplicação de uma sequência didática na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral utilizando a metodologia de Ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Nosso objetivo será analisar o potencial didático-pedagógico do emprego dessas duas abordagens no processo de ensino e aprendizagem de conteúdos de Cálculo Diferencial e Integral, visando sanar, mesmo que parcialmente, algumas dificuldades apresentadas pelos alunos. Para tal, futuramente elaboraremos uma sequência didática e utilizaremos a Engenharia Didática como metodologia de pesquisa neste contexto.

Isso posto, o presente texto apresenta uma revisão de literatura referente a dissertações e teses produzidas, entre 2015 e 2022, período estipulado pelos autores deste artigo, buscando uma perspectiva atual de pesquisa, para obter uma quantidade exequível de trabalhos a serem analisados com o propósito de traçar um estado da arte sobre o assunto investigado, sendo isto parte fundamental para iniciar nosso trabalho. Faremos também, em momento oportuno, visando complementação do levantamento do estado da arte, uma revisão de literatura buscando artigos que sejam aderentes à nossa pesquisa.

Estruturamos este artigo da seguinte forma: faremos abordagens teóricas sobre a importância da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, a metodologia de ensino e aprendizagem através da Resolução de Problemas e a metodologia de pesquisa denominada Engenharia Didática. Na sequência, será feita a apresentação da revisão de literatura, objetivo principal deste trabalho, bem como os resultados obtidos.

O Cálculo Diferencial e Integral

A disciplina de Cálculo Diferencial e Integral está presente na maioria dos cursos superiores de Ciências Exatas do país. Considerando a particularidade de cada curso e a estrutura de cada instituição de ensino, essa disciplina pode ser ofertada semestralmente ou anualmente, chamada usualmente de Cálculo-1, Cálculo-2, Cálculo-3, e assim por diante e, geralmente, são disciplinas do início do curso de graduação (primeiro período do curso). Além disso, pode haver algum complemento sobre Sequências e Séries, tópicos sobre Equações Diferenciais Ordinárias (EDO) ou até mesmo possuir uma ementa conjunta com Geometria Analítica e Vetores. Por conta dessa heterogeneidade de grades curriculares e com o intuito de situar o leitor, consideramos a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral (CDI) abarcando conceitos sobre Funções, Limites, Derivadas e Integrais, referentes a uma variável.

Dessa forma e considerando a experiência profissional dos autores deste artigo, é notória a dificuldade dos alunos na disciplina de CDI, qualquer que seja a instituição de ensino, e conforme a nossa experiência profissional, tais dificuldades culminam em reprovação, evasão, atraso na formação dos alunos e demora para sua inserção no mundo do trabalho. Em termos institucionais, compreende-se que a universidade precisa alocar mais docentes para ministrar a disciplina de CDI, em turmas com excesso de alunos (dificultando o processo de ensino e aprendizagem), criar “turmas especiais” em horários alternativos, e tantas outras medidas. Por outro lado, na perspectiva dos entes públicos (que fazem o aporte financeiro para manutenção das instituições), os cursos “ficam mais caros”, no sentido que possuem alta evasão, conseqüentemente, poucos alunos formados no tempo mínimo previsto causam elevação do custo por aluno.

Não pretendemos nos aprofundar nessas discussões, apenas fazer um alerta, que as dificuldades discentes em CDI podem gerar graves conseqüências em termos pessoais e institucionais. Essas conseqüências podem ser tema de futuros trabalhos para professores e pesquisadores.

A busca pela origem dessas dificuldades apresentadas pelos alunos na disciplina de CDI tem levado pesquisadores (e professores) como Lima (2013), Menoncini (2018), Denardi (2019), Masola (2020), Fontes (2021), entre outros, a levantar as mais variadas hipóteses: dificuldades na transição da Educação Básica para o Ensino Superior; defasagem de conteúdos da Educação Básica que são importantes em CDI; metodologia de ensino-aprendizagem inadequada; excesso de alunos na sala de aula; dificuldades de compreensão de textos; falta

de motivação dos alunos; formalismo, notações e vocabulário exageradamente técnicos (por parte dos professores e livros didáticos). Fazendo um breve panorama histórico sobre o ensino de CDI no Brasil, segundo Fontes (2021), essa disciplina já estava presente nos currículos das escolas militares e politécnicas por volta de 1808 quando surgiram os primeiros cursos de Matemática no país. Entretanto, conforme essa autora, em 1934, com a criação do curso de Matemática da Universidade de São Paulo (USP), houve uma alteração na estrutura dessa disciplina, passando de uma formação prática dos militares ou engenheiros, para uma formação que privilegiasse o rigor e o formalismo, preparando os alunos para uma disciplina de Análise Matemática.

Com o passar dos anos e sofrendo influências europeias e norte-americanas, a disciplina de CDI foi mudando sua estrutura, mas o rigor excessivo fazia-se presente, como afirma Lima (2013): “Não se implantou o ensino do Cálculo levando-se em conta os conceitos geradores do próprio Cálculo, suas ideias fundamentais e as importantes ferramentas matemáticas oriundas deste ramo do conhecimento; implantou-se, na verdade, uma pré-Análise” (Lima, 2013, p. 1748). Este fato ainda persiste, isto é, em algumas instituições de ensino superior a disciplina de CDI é ministrada como preparação para um curso de Análise Matemática, mesmo não a possuindo em sua grade curricular.

Por esse motivo, acreditamos na importância de uma mudança na forma de lecionar a disciplina de CDI, fazer o processo de ensino e aprendizagem ter mais significado para os alunos e que estes sejam capazes de compreender os conceitos de Cálculo e utilizá-los “além do Cálculo”, ou seja, em outras disciplinas do curso ou durante sua atuação profissional. A seguir, serão levantados pontos importantes sobre a metodologia de ensino e aprendizagem através da Resolução de Problemas.

A Resolução de Problemas

Dentre as tendências trazidas pela Educação Matemática, a Resolução de Problemas destaca-se por ser uma alternativa ao ensino tradicional, mecanizado, que preconiza a memorização e a reprodução de fórmulas. A Resolução de Problemas, por sua vez, diz respeito a uma metodologia ativa, na qual o aluno torna-se protagonista na construção de seu próprio conhecimento.

A metodologia de Resolução de Problemas obteve destaque a partir do trabalho pioneiro do matemático húngaro George Polya (1887-1985) que, em seu famoso livro “A Arte

de Resolver Problemas” (tradução de *“How to solve it”*, escrito em 1945), apresenta elementos importantes para o desenvolvimento da resolução de problemas específicos para Matemática. Essa obra, que possui inúmeras edições e tiragens pelo mundo, ainda é muito atual e serve como ponto de partida para aqueles pesquisadores que se interessam pela Resolução de Problemas como metodologia de ensino e aprendizagem.

Em síntese, Polya (2006) elabora o processo de resolução de um problema em quatro etapas: 1. Compreensão do problema; 2. Estabelecimento de um plano (construção de uma estratégia de resolução); 3. Execução do plano; e 4. Retrospecto (verificação do resultado). A obra não se resume simplesmente a essas quatro etapas e o autor sugere, com alguns questionamentos, formas de mediação e de postura que um professor deve desenvolver para cultivar em seus alunos o gosto e as habilidades necessárias para resolver problemas.

Acerca da metodologia de Resolução de Problemas no Brasil, destaca-se o trabalho de excelência promovido pela professora Lourdes de La Rosa Onuchic, pesquisadora e fundadora do GTERP (Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas) em 1992, na UNESP de Rio Claro. O GTERP representa um centro de referência em produção de conhecimento sobre a metodologia de ensino e aprendizagem através da Resolução de Problemas, contando com publicações de dissertações de mestrado, teses de doutorado e inúmeros artigos científicos.

Na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas (que mencionaremos como MEAAMaRP, daqui por diante), o problema é tratado como elemento fundamental para construção de novos conceitos, por parte dos alunos. Segundo Onuchic e Allevato (2011, p. 81), “[...] o problema é ponto de partida e, na sala de aula, através da resolução de problemas, os alunos devem fazer conexões entre diferentes ramos da Matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos.”

Seguindo a mesma linha que Polya, Onuchic e Allevato (2011) apresentam um roteiro com nove passos para resolução de problemas: 1. Preparação do problema; 2. Leitura individual; 3. Leitura em conjunto; 4. Resolução do problema; 5. Observar e incentivar; 6. Registro das resoluções na lousa; 7. Plenária; 8. Busca de consenso; 9. Formalização do conteúdo. Segundo essas autoras, “Não há formas rígidas de se trabalhar através da resolução de problemas em sala de aula de Matemática” (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 82). Em outras palavras, o roteiro elaborado pelas pesquisadoras pode ser adaptado conforme as necessidades que o professor julgar melhor para sua realidade, potencializando a aprendizagem dos seus alunos.

É necessário deixar claro que utilizaremos a definição de problema desenvolvida por Onuchic e Allevato (2011, p. 81) na qual um problema “é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em fazer”. Desta definição, destacam-se dois pontos: o primeiro, em relação ao “saber-fazer”, indica que aquilo que representa um problema para um aluno pode não se configurar como problema para outro, devido a questões sociais, cognitivas, econômicas, entre outras. E o segundo ponto, em relação ao “estar interessado em fazer”, mostra que é preciso que o aluno esteja motivado, aberto à experiência de ser protagonista na sua busca por conhecimento.

Portanto, é notória a responsabilidade do professor em fazer escolhas corretas de problemas que sejam adequados à realidade da sua sala de aula, conforme o conteúdo que almeja ensinar. Convém reforçar também que é necessária uma mudança de postura do professor e dos alunos ao trabalharem com essa metodologia de ensino e aprendizagem. Onuchic e Allevato (2011) afirmam que o professor deixa de ser o detentor do conhecimento - atuando como mediador do processo de ensino e aprendizagem - e os alunos assumem o protagonismo na construção de conhecimentos. Em seguida, faremos uma breve apresentação sobre a Engenharia Didática, processo metodológico para elaboração e análise de sequências de ensino.

A Engenharia Didática

Desenvolvida por Michèle Artigue na década de 1980, a Engenharia Didática (ED) apresenta-se como um “esquema experimental baseado em “realizações didáticas” na sala de aula, isto é, na concepção, na realização, na observação e na análise de sequências de ensino” (ARTIGUE, 1995, p. 36, tradução nossa). A ED, como afirma Pais (2019, p. 97), “caracteriza uma forma particular de organização dos procedimentos metodológicos da pesquisa em Didática da Matemática”. Como contempla o caráter teórico e experimental da sala de aula, a ED pode ser compreendida como teoria educacional ou metodologia de pesquisa.

Artigue (1995) faz uma comparação do “trabalho didático” com o “trabalho do engenheiro” no sentido de sua concepção, planejamento e execução. Entretanto, somente o conhecimento teórico não basta, sendo necessária a realização prática. Como metodologia de pesquisa, a ED é desenvolvida ao longo de quatro etapas: 1. análises preliminares; 2. concepções e análise *a priori*; 3. experimentação; 4. análise *a posteriori* e validação.

Na primeira etapa, denominada análises preliminares, são levados em consideração o quadro teórico geral e os conhecimentos didáticos que serão desenvolvidos e, além disso, são efetuadas análises prévias sobre os conceitos a serem ensinados, o ensino tradicional e seus efeitos, as dificuldades dos alunos e as limitações do campo de pesquisa.

Na segunda etapa, das concepções e análise *a priori*, são identificadas as variáveis a serem estudadas, as condições de ensino e aprendizagem a serem melhoradas e, para apresentar tais melhorias, são feitas algumas hipóteses que serão testadas no decorrer da pesquisa.

A próxima etapa, a experimentação, é o momento que o pesquisador entra em contato com os participantes da pesquisa e aplica a sequência didática, fazendo os devidos registros de suas observações.

E finalmente, na etapa 4, da fase de análise *a posteriori* e validação, os dados coletados são verificados e confrontam-se as análises *a priori* e *a posteriori*, com o objetivo de aceitar ou refutar as hipóteses efetuadas no começo da pesquisa, para ocorrer de fato a validação da pesquisa.

A justificativa de escolha pelo uso de uma engenharia didática se deve ao fato de que as técnicas tradicionais, tais como questionários, observações diretas, entrevistas, análises de livros, análise documental, são insuficientes para abranger a complexidade do fenômeno didático, sobretudo, em nível de sala de aula. (PAIS, 2019, p. 105).

Portanto, a ED auxilia o pesquisador no processo de elaboração, execução e análise das sequências didáticas e possibilita mudanças de curso, conforme necessário. Após o término de cada seção didática (ou aula), o pesquisador poderá confrontar suas análises *a priori* e *a posteriori*, efetuando as alterações para próxima seção. Na sequência, será apresentada detalhadamente a revisão bibliográfica efetuada pelos autores, objetivo principal deste trabalho.

Revisão Bibliográfica

Definidos alguns elementos da nossa pesquisa, a saber, Resolução de Problemas (RP), Cálculo Diferencial Integral (CDI) e Engenharia Didática (ED), faremos uma revisão de literatura para encontrar os trabalhos produzidos e que possuem maior proximidade com nossa pesquisa. Inicialmente, questiona-se: qual é a utilidade desta revisão bibliográfica? Segundo

Flick (2009), uma revisão de literatura contribui para o pesquisador ver o que já foi pesquisado, teorias utilizadas, contestações, perguntas em aberto, entre outros pontos.

A revisão é importante, pois buscamos encontrar o que já foi pesquisado e que, de alguma forma, tenha relação com nosso projeto para, enfim, encontrar lacunas de pesquisa, definir nosso foco de pesquisa e aprofundar nossos estudos e nos guiar para o desenvolvimento de um bom trabalho. Portanto, o objetivo dessa revisão de literatura será mapear estudos divulgados em dissertações e teses que relacionam a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral (CDI), a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas (MEAAMaRP) e a metodologia de pesquisa denominada Engenharia Didática (ED).

Para esta finalidade, foram utilizadas as seguintes bases de dados para a realização da revisão de literatura deste trabalho:

1. Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD): <http://bdtd.ibict.br/>;
2. Banco de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes): <http://bancodeteses.capes.gov.br/>;

As buscas foram realizadas nas bases de dados indicadas em 24 de fevereiro de 2023, com o objetivo de identificar a produção de trabalhos relacionados com nosso foco de pesquisa. Foram escolhidas essas bases de dados oficiais devido sua reconhecida importância nacional, visto que seus trabalhos passam por averiguação criteriosa de bancas examinadoras. Estipulamos, como intervalo temporal, dissertações e teses publicadas entre 2015 e 2022 para que obtivéssemos uma quantidade exequível de trabalhos, analisando, assim, o que foi produzido mais recentemente, buscando uma perspectiva atual de pesquisa. Para as buscas, utilizamos os termos “resolução de problemas”, “Cálculo Diferencial e Integral” e “Engenharia Didática”, escritos dessa forma, entre aspas, nos buscadores de cada plataforma utilizada. O uso dos termos entre aspas foi necessário para evitarmos algumas divergências trazidas pelos buscadores das bases de dados, que causariam algumas inconsistências.

As buscas foram feitas aos pares, ou seja, combinamos os termos “resolução de problemas” e “Cálculo Diferencial e Integral”; na sequência, combinamos “resolução de problemas” e “Engenharia Didática”; e, por fim, “Cálculo Diferencial e Integral” e “Engenharia Didática”. Cabe destacar que não foi encontrado nenhum trabalho que apresentasse esses

três termos concomitantemente, ou seja, “resolução de problemas” e “Cálculo Diferencial e Integral” e “Engenharia Didática”, justificando nossa pesquisa.

Posto isto, a primeira etapa de seleção consistiu em fazer a leitura dos títulos, resumos e palavras-chave em busca de trabalhos relacionados à nossa região de pesquisa. Ao todo foram encontradas 48 dissertações e teses, descartando-se as repetições que surgiram nas plataformas. Conforme tínhamos dúvidas acerca do conteúdo do trabalho, fazíamos a leitura do corpo do texto a fim de analisar sua proximidade com nossa pesquisa. Neste momento, encontramos vários trabalhos cujas palavras-chave não eram coerentes com o assunto abordado ao longo do texto, dificultando, em parte, esse processo de seleção. Deixamos como sugestão para os autores que tomem mais cuidado ao escolher as palavras-chave de seus trabalhos, prezando pela coerência.

Após essa primeira etapa de seleção, foram encontrados 16 trabalhos, entre dissertações e teses, aproximadamente 33% do total. Detalhando um pouco mais a busca efetuada, o quadro 01, a seguir, ilustra o quantitativo de trabalhos oriundos de cada uma das bases de dados, conforme a combinação, aos pares, dos termos utilizados ao longo das buscas: “resolução de problemas”, “Cálculo Diferencial e Integral” e “Engenharia Didática”.

Quadro 01: quantidade de trabalhos em cada base de dados de acordo com as buscas.

Termos de Busca Bases de Dados	“resolução de problemas” e “Cálculo Diferencial e Integral”	“resolução de problemas” e “Engenharia Didática”.	“Cálculo Diferencial e Integral” e “Engenharia Didática”.	TOTAL
BDTD	1	5	6	12
Banco de Teses e Dissertações CAPES	2	2	0	4
Total	3	7	6	16

Fonte: elaborado pelos autores

A segunda etapa de seleção consistiu na leitura desses 16 trabalhos na íntegra, com objetivo de identificar os mais relevantes e inerentes à nossa pesquisa. Ao final dessa etapa, destacaram-se 5 trabalhos, apresentados em ordem cronológica no quadro 02, indicando título, ano de publicação e respectiva autoria.

Quadro 02: Trabalhos selecionados após a segunda etapa de seleção

TÍTULO	AUTORES
Proposta de abordagem para as Técnicas de Integração usando o software GeoGebra (2015)	Cristina Alves Bezerra
O jogo das Operações Semióticas na aprendizagem da Integral Definida no Cálculo de área (2018)	Lucia Menoncini
Conceito de Limite sob a perspectiva da Resolução de Problemas mediada pelo software GeoGebra (2018)	Jessica Meyer Sabatke
A Formação Continuada de professores que ensinam Matemática, centrada na Resolução de Problemas e em processos do Pensamento Matemático (2019)	Rogério Osvaldo Chaparin
A construção do conceito de Limite através da Resolução de Problemas (2020)	Matheus Marques de Araújo

Fonte: elaborado pelos autores

Após a exibição dos trabalhos no quadro 02, todos serão comentados sucintamente, separados em 3 categorias, as mesmas utilizadas durante as buscas nas bases de dados: 1. Trabalhos relacionando “Resolução de problemas” e “Cálculo Diferencial e Integral”; 2. Trabalhos relacionando “Resolução de problemas” e “Engenharia Didática”; 3. Trabalhos relacionando “Cálculo Diferencial e Integral” e “Engenharia Didática”. Buscamos, com a criação dessas categorias, melhor compreender o material obtido, situar o leitor em nossa região de pesquisa e buscar possíveis lacunas de pesquisa. Vale ressaltar que não houve nenhum trabalho focando, conjuntamente, os três termos, RP, CDI e ED, identificando uma lacuna de pesquisa e agregando um fator de ineditismo ao nosso trabalho.

Trabalhos relacionando “Resolução de problemas” e “Cálculo Diferencial e Integral”

Nesta categoria, enquadram-se os trabalhos que utilizam a RP como metodologia de ensino em disciplinas de CDI. Foram listados dois trabalhos e tem-se uma breve síntese de cada um deles.

1) Iniciando pela dissertação “*Conceito de Limite sob a perspectiva da Resolução de Problemas mediada pelo software GeoGebra*” na qual Sabatke (2018) apresenta uma proposta de ensino do conceito de Limites, através da RP, no Ensino Médio (Progressões Geométricas

Infinitas) e no Ensino Superior, com auxílio do GeoGebra¹. O trabalho mostra alguns aspectos históricos do ensino de CDI no Brasil, o conceito de Limites a metodologia de Resolução de Problemas, o uso de tecnologias em sala de aula, o *software* GeoGebra e suas várias possibilidades de utilização. A autora traz também explicações acerca do produto educacional desenvolvido ao término de sua dissertação, um caderno didático chamado “Resolução de Problemas e GeoGebraBook: atividades para o ensino do conceito de limite”, disponibilizado na plataforma online do GeoGebra. Foram coletados registros escritos e captado os áudios dos alunos durante a realização das atividades e, com isso, a autora pôde verificar e analisar as dificuldades por eles apresentadas.

Consideramos que as aplicações tanto no Ensino Médio quanto no Ensino Superior foram bem interessantes, pois com elas foi possível observar as concepções dos alunos, suas dificuldades e principais dúvidas com relação aos problemas, assim como, analisar as estratégias e procedimentos utilizados nas resoluções. (SABATKE, 2018, p. 184).

A dissertação encontra-se repleta de registros dos alunos com análises bem detalhadas efetuadas pela autora, enriquecendo o trabalho. Destacamos, também, várias instruções de manuseio sobre o *software* GeoGebra e a plataforma GeoGebraBook.

2) Nesta dissertação, intitulada “*A construção do conceito de Limite através da Resolução de Problemas*”, Araújo (2020) apresenta elementos interessantes sobre o ensino de Limites na disciplina de CDI, através da RP. Utilizando-se do Modelo Metodológico de Romberg-Onuchic² para delinear sua pesquisa, o autor faz uma breve exibição da história do Cálculo, analisa o ensino de CDI no Brasil, passando pelo período inicial das escolas militares (em 1810) até os modelos atuais, que conhecemos e trabalhamos. O autor analisa os dados coletados na pesquisa com base nos referenciais teóricos de Imagem Conceitual e Definição

¹ GeoGebra: *software* livre de matemática dinâmica, disponível em <<https://www.geogebra.org/?lang=pt>>.

² Dividido em 3 blocos, o Modelo Metodológico de Romberg-Onuchic propõe onze atividades que contribuem para o cumprimento do trabalho de pesquisa. (Araújo, 2020, p. 19-20)

Conceitual³ e Análise dos Erros⁴. Sobre a análise dos dados registrados durante a pesquisa, o autor afirma:

Salientamos que a partir da investigação desses registros, fica claro o fato da metodologia de ensino tradicional, nas aulas de CDI, não estar sendo capaz de suprir essas lacunas advindas da Educação Básica, nos levando a crer que esses percalços acompanharão os estudantes até o fim da graduação, comprometendo diretamente sua formação. (ARAÚJO, 2020, p.103)

Araújo (2020) destaca ainda que a partir da análise dos erros dos alunos, é possível elaborar sequências didáticas mais significativas, baseadas na RP, contribuindo para um melhor desempenho destes.

Nessa categoria, foram apresentados os trabalhos que relacionam o ensino da disciplina de CDI através da RP. Ambos abordam o conteúdo de Limites, fazem menção à história do CDI e o ensino do CDI no Brasil e optam por uma metodologia ativa de ensino e aprendizagem (contrapondo a tradicional). O GeoGebra é utilizado como tecnologia educacional por Sabatke (2018) e Araújo (2020) utiliza-se da Análise dos Erros para elaborar sequências didáticas mais significativas. Observamos que é possível potencializar o aprendizado dos alunos na disciplina de CDI através da RP.

Trabalho relacionando “Resolução de problemas” e “Engenharia Didática”

Nesta categoria, obtivemos apenas um trabalho que utiliza a RP como metodologia de ensino e a ED como metodologia de pesquisa, o qual será brevemente apresentado.

3) Na tese intitulada *“A formação continuada de professores que ensinam Matemática, centrada na Resolução de Problemas e em processos do Pensamento Matemático”*, Chaparin (2019) discorre sobre um curso de formação de professores de Matemática, que utiliza a ED como metodologia de pesquisa e a RP como metodologia de ensino. Formação de Professores

³ Imagem Conceitual e Definição Conceitual de Tall e Vinner são termos que podem ser compreendidos, respectivamente, como a imagem que nosso cérebro faz de determinado conceito e as palavras que nosso cérebro usa para determinados conceitos (Araújo, 2020, p.90-91).

⁴ Análise dos Erros de Cury constitui-se da análise das respostas dos alunos em questões de Matemática (Araújo, 2020, p.91).

(Inicial e Continuada), Pensamento Matemático, Resolução de Problemas e Engenharia Didática são alguns dos vários referenciais teóricos trazidos pelo autor neste trabalho.

Neste trabalho, procuramos apresentar uma possibilidade de trabalhar a resolução de problemas em sala de aula visando o desenvolvimento do pensamento matemático, ou seja, colocar a resolução de problemas como foco no ensino de Matemática na Escola Básica. Para isso, acreditamos que o professor tem um papel importante como mentor, pois suas ações, a dinâmica de suas aulas pode colocar os aprendizes como protagonistas que vão assumir para si a resolução dos problemas - desafios, investigações- portanto o êxito da vivência/experiência em resolver atividades que estimulem a criatividade visando o desenvolvimento do pensamento matemático depende da sua concepção sobre a resolução de problemas. (CHAPARIN, 2019, p. 407).

Os encontros do curso ministrado são detalhados com riqueza de elementos, incluindo a dinâmica executada pelo pesquisador e as “falas e opiniões” dos participantes, ilustrando a maneira que o curso foi assimilado pelos professores-participantes, incluindo relatos daqueles que começaram utilizar a RP para ensinar Matemática. Cada encontro, efetuado e registrado pelo pesquisador, baseia-se nas quatro fases da ED, seguindo os protocolos necessários, validando seu trabalho.

Apesar dessa categoria conter apenas um trabalho e ter seu público-alvo formado por professores, observamos que a composição entre a RP como metodologia de ensino e a ED como metodologia de pesquisa foi capaz de propiciar sequências didáticas mais significativas aos alunos, contribuindo para o desenvolvimento do Pensamento Matemático e do hábito de resolver problemas.

Trabalhos relacionando “Cálculo Diferencial e Integral” e “Engenharia Didática”

Nesta categoria, enquadram-se dois trabalhos que utilizam a ED como metodologia de pesquisa em disciplinas de CDI. Serão apresentados, sucintamente, estes trabalhos.

4) Em sua dissertação *“Proposta de abordagem para as Técnicas de Integração usando o software GeoGebra”*, Bezerra (2015) propõe a utilização do GeoGebra como tecnologia digital no ensino de CDI, especificamente no ensino de Técnicas de Integração, incluindo Substituição de Variáveis, Integração por Partes, Frações Parciais e Substituição Trigonométrica, assuntos que fazem parte da ementa da disciplina de CDI. A autora pretende inserir uma abordagem gráfico-geométrica no ensino destes conteúdos e analisar a maneira

que estes são apresentados em alguns dos livros de Cálculo mais utilizados no país. Apoiada nas duas primeiras fases da ED, Análises Preliminares e Análises a Priori, e utilizando-se da Sequência Fedathi⁵ como metodologia de ensino, a autora elaborou uma sequência didática com a utilização do GeoGebra para enfatizar o aspecto gráfico-geométrico das Técnicas de Integração. Por se tratar de um mestrado profissional, foi desenvolvido um site como produto educacional, para divulgação de conteúdos, sequências didáticas e videoaulas desenvolvidas pela própria autora, utilizando a metodologia de ensino detalhada na dissertação.

Partindo da problemática, em busca de caminhos que nos fizessem refletir sobre como poderíamos agir diante do assunto, estruturamos nossa pesquisa com base na metodologia de pesquisa da Engenharia Didática, metodologia de ensino da Sequência Fedathi e ferramenta facilitadora, o software Geogebra. (BEZERRA, 2015, p. 82).

Ao longo desse trabalho são levantadas algumas discussões que serviram para estruturar o site (produto educacional) desenvolvido pela autora, bem como alguns dados contendo número de acessos pelo país e visualizações do material disponibilizado.

5) Menoncini (2018) apresenta a tese intitulada “*O jogo das Operações Semióticas na aprendizagem da Integral definida no Cálculo de área*” na qual é trazida uma sequência didática sobre o cálculo de área usando integrais. Neste trabalho, com base na TRRS⁶ (Teoria do Registro das Representações Semióticas), a autora faz apontamentos importantes sobre tal teoria, sobre o ensino de CDI (principalmente sobre ‘Integral’), o uso do computador na sala de aula, análise de livros didáticos de CDI e a maneira que abordam o tema cálculo de áreas usando Integral. Durante sua revisão de literatura, a autora elenca pesquisas que discutem as dificuldades inerentes ao ensino de CDI, as que utilizam mapas conceituais com

⁵ Sequência Fedathi é uma metodologia de ensino organizada em quatro etapas: Tomada de Posição, Maturação, Solução e Prova. (Bezerra, 2015, p.46)

⁶ Teoria do Registro das Representações Semióticas de Duval (TRRS): em linhas gerais, é preciso de pelo menos duas formas de registrar um objeto para que este seja compreendido. A Matemática utiliza vários registros, como o algébrico, o gráfico, etc. (Menoncini, 2018, p.19).

foco na aprendizagem, as que tratam mais especificamente sobre derivadas ou especificamente sobre integrais, entre outras. Há também breve histórico sobre evasão e reprovações em CDI no campus de atuação da pesquisadora, justificando e realçando os motivos de seu trabalho. A sequência didática foi elaborada e analisada com base nas quatro fases da ED e possui riqueza de detalhes sobre sua concepção e validação.

Com base nas observações planejou-se uma sequência didática para oferecer aos alunos uma visão em que a integral no cálculo de área não é apenas resultado da aplicação de fórmulas, mas um processo que articula os vários registros de representação semiótica e explora operações semióticas, especialmente os tratamentos e as conversões. Desta forma, a sequência didática contempla a diversidade de representações semióticas, possibilita a aplicação de tratamentos e conversões e usa o software GeoGebra para proporcionar dinamismo gráfico e também para permitir a articulação entre os registros algébrico e gráfico. (MENONCINI, 2018, p. 91).

A autora destaca o comprometimento e a maturidade dos alunos participantes da pesquisa, a importância de se “trabalhar em duplas” e a variedade de soluções apresentadas para os problemas abordados durante a realização da pesquisa.

Esta categoria trata sobre o ensino de CDI e o suporte da ED como metodologia de pesquisa. As autoras elaboraram sequências didáticas sobre o conteúdo de Integrais, Bezerra (2015) abordou mudanças de variáveis na Integral e Menoncini (2018), o cálculo de áreas. Novamente, o GeoGebra foi utilizado como ferramenta tecnológica aplicada ao ensino. Destaca-se que Bezerra (2015) cumpriu as duas primeiras etapas da ED, entretanto, desenvolveu um site como produto educacional. Acreditamos que a ED apresenta-se como ferramenta promissora no ensino de CDI.

Encerrada a etapa de leitura e síntese dos trabalhos destacados, temos condições de tecer alguns comentários sobre o material obtido e analisado.

Resultados

Sobre os trabalhos obtidos nessa revisão de literatura, em relação às tecnologias digitais, o GeoGebra apresentou-se como aliado no processo de ensino e aprendizagem de CDI. Acreditamos que o motivo pode ser atribuído à facilidade de acesso ao *software*, incluindo versões para celular, permitindo a utilização desta ferramenta.

Sobre os conteúdos de CDI trazidos à tona nas sequências didáticas observadas em nossa revisão de literatura, foram abordados Limites e Integrais, todas numa tentativa de

construção de conhecimento e maior atribuição de significado. Os conceitos sobre Limites foram abordados algebricamente e graficamente, fazendo os alunos perceberem o devido comportamento de uma função na vizinhança de um ponto. Sobre as Integrais, foram utilizadas as Técnicas de Integração e o cálculo de áreas como conceitos escolhidos para elaboração das sequências didáticas.

Um dos trabalhos chamou a atenção por trazer a MEAAMaRP como ponto central em relação à formação de professores do Ensino Básico (como Oficinas).

Existem autores, como Lima (2013), Menoncini (2018), Denardi (2019), Masola (2020) e Fontes (2021), que listaram algumas preocupações em relação às dificuldades dos alunos na disciplina de CDI, contudo, é necessário compreender sua origem para colocar em prática algumas ações para saná-las ou amenizá-las. Diante do exposto, a metodologia de ensino tradicional adotada com frequência, o rigor excessivo presente na disciplina de CDI e a distância que se faz presente entre os conhecimentos do Ensino Básico para o Ensino Superior são os principais fatores que causam dificuldades na disciplina de CDI. Todavia, também se visualiza que, a despeito desses desafios, é possível adotar uma nova metodologia de ensino e aprendizagem de Matemática, a MEAAMaRP, como tentativa de proporcionar melhores condições de compreensão de conteúdos de CDI por parte dos alunos. Por conseguinte, a elaboração das sequências didáticas, à luz da ED, tem o suporte necessário para analisar os possíveis efeitos trazidos por essa mudança da metodologia de ensino tradicional para a MEAAMaRP.

Considerações Finais

Diferentes desafios estão relacionados ao ensino e aprendizagem (ensino-aprendizagem-avaliação) da disciplina CDI, posto que se trata de uma disciplina com elevados índices de reprovação, dificuldades de transição no Ensino Básico para o Superior, excesso de rigor e formalismo e metodologia de ensino inadequada.

Nesse artigo, foi realizada uma revisão de literatura com a finalidade de encontrar dissertações e teses - no período estipulado entre 2015 e 2022, buscando uma perspectiva atual de pesquisa- que apresentassem a Metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas (MEAAMaRP), como abordagem metodológica para a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral (CDI) e com o suporte da Engenharia Didática (ED) como metodologia de pesquisa. Em nossa tese de doutorado,

procuraremos analisar o potencial didático-pedagógico do emprego dessas duas abordagens no processo de ensino e aprendizagem de conteúdos de Cálculo Diferencial e Integral, visando compreender e sanar, mesmo que parcialmente, algumas dificuldades apresentadas pelos alunos.

Na revisão de literatura, observou-se, primeiramente, que não houve nenhum trabalho que contemplasse o ensino de CDI através da RP, com o suporte da ED como metodologia de pesquisa, fornecendo-nos uma lacuna a ser explorada futuramente. Da mesma maneira, faremos uma revisão de literatura, em momento oportuno, contemplando artigos que sejam pertinentes ao nosso objetivo de pesquisa. Ademais, em relação às aulas (ou encontros) foram pouco explorados alguns elementos das sequências didáticas, como objetivos pretendidos com os problemas, a maneira de efetuar as discussões e a formalização dos conteúdos em sala de aula. Nesse sentido, sugere-se que os autores possam apresentar mais detalhes sobre o momento da formalização dos conteúdos e apresentar “como fazer” esta etapa, contribuindo para que outros professores e pesquisadores possam trabalhar a RP.

A disciplina de CDI é de extrema importância nos cursos de graduação em Ciências Exatas, entretanto, possui elevados índices de reprovação e desistência, ocasionando enormes prejuízos para os alunos, professores e instituições de ensino. Trata-se de uma disciplina na qual os alunos têm muitas dificuldades de aprendizado, fazendo com que pesquisadores procurem os fatores que originam essa situação.

É preciso rever a metodologia de ensino e aprendizagem de CDI e a MEAAMaRP pode contribuir nesse aspecto, pois se trata de uma metodologia alternativa de ensino, que favorece o protagonismo do aluno no seu processo de aquisição de conhecimento, contribui para uma aprendizagem mais significativa, e que pode ser utilizada em relação a todos os conteúdos presentes na grade curricular de CDI, cabendo a professores e alunos mudarem sua postura em relação ao processo de ensino e aprendizagem.

Sem esgotar a presente discussão com este trabalho, e motivados por outros trabalhos, em especial, Onuchic e Allevato (2011), Menoncini (2018), Sabatke (2018), Chaparin (2019), Denardi (2019), Araújo (2020), Masola (2020) e Fontes (2021), que têm sustentado nossas discussões, esperamos, com este artigo, motivar outros professores e pesquisadores a conhecerem e mesmo testarem novas metodologias de ensino na disciplina de CDI, potencializando suas práticas de ensino, bem como favorecendo o protagonismo dos alunos

nos processos de aprendizagem dessa disciplina, o que, como visto, pode ser favorecido por meio da MEAAMaRP.

Referências

- ARAÚJO, Matheus Marques de. **A construção do conceito de limite através da resolução de problemas**. 2020. 146f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática - PPGECEM) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2022. Acesso em: 24 fev. 2023. Disponível em: <http://tede.bc.uepb.edu.br/jspui/handle/tede/4163>.
- Artigue, M. (1995). **Ingeniería didáctica**. In M. Artigue, R. Douady, L. Moreno, & P. Gómez (Ed.), *Ingeniería didáctica en educación matemática: un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas* (p. 33-59). México: Iberoamérica.
- BEZERRA, C. A. **Proposta de abordagem para as técnicas de integração usando o software GeoGebra**. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2015. Disponível em: <http://www.repositorio.ufc.br/handle/riufc/12961>. Acesso em: 20 abr. 2023.
- CHAPARIN, Rogério Osvaldo. **A formação continuada de professores que ensinam matemática, centrada na resolução de problemas e em processos do pensamento matemático**. 2019. 432 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2019. Disponível em: <https://tede2.pucsp.br/handle/handle/22820>. Acesso em: 24 fev. 2023.
- DENARDI, Vânia Bolzan. **Contribuições das representações semióticas para compreensão de Conceitos fundamentais para o Cálculo Diferencial e Integral por alunos de um curso de Licenciatura em Matemática**. 2019. 285f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática – Universidade Franciscana (UFN), Santa Maria, 2019. Acesso em: 24 fev. 2023. Disponível em: <http://www.tede.universidadefranciscana.edu.br:8080/handle/UFN-BDTD/723>.
- FLICK, U. **Introdução à pesquisa qualitativa**. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.
- FONTES, Lívia Santana. **As metodologias ativas de aprendizagem e sua contribuição para o ensino de Cálculo Diferencial e Integral**. 2021. 172 f., il. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade de Brasília, Brasília, 2021. Disponível em: <https://repositorio.unb.br/handle/10482/42983> Acesso em: 20 abr. 2023.
- LIMA, Gabriel Loureiro. A implantação e o desenvolvimento da disciplina de cálculo no Brasil: o modelo difundido pela USP. In: VII Congresso Iberoamericano de Educação Matemática. **Anais ...** Montevideu, Uruguai, 2013. p. 1742-1749. Disponível em: <http://funes.uniandes.edu.co/19692/>. Acesso em: 10 jun. 2023.
- MASOLA, Wilson de Jesus. **Ações das IES quanto às dificuldades matemáticas dos alunos ingressantes: um retrato**. 2020. 186 f. Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2020. Acesso em: 16 maio 2023. Disponível em: <https://repositorio.cruzeirosul.edu.br/handle/123456789/1089>.
- MENONCINI, Lucia. **O jogo das Operações Semióticas na aprendizagem da Integral definida no Cálculo de área**. 2018. 274f. Tese (Doutorado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Programa de

Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica, Florianópolis, 2018. Acesso em: 24 fev. 2023. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/206101>.

ONUCHIC, L. De La R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema - Mathematics Education Bulletin**, v. 25, n. 41, p. 73-98, 2011. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/72994>. Acesso em: 22 jun. 2023.

Pais, L. C. **Didática da Matemática: uma análise da influência francesa**. Belo Horizonte: Autêntica. (2019). 4ª ed.

POLYA, G. **A Arte de Resolver Problemas**: Um novo aspecto do método matemático. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

SABATKE, Jessica Meyer. **Conceito de limite sob a perspectiva da Resolução de Problemas mediada pelo software GeoGebra**. 2018. 217f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências, Matemática e Tecnologias) - Universidade Do Estado De Santa Catarina (UDESC), Joinville, 2018. Disponível em: https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=6405769. Acesso em: 24 fev. 2023.