

## TEMÁRIO

### 1. Bacias Hidrográficas Compartilhadas

- Gestão de recursos transfronteiriços

### 2. Gestão de Recursos Hídricos

- Aspectos sociais e gestão participativa
- Aspectos econômico-financeiros da gestão
- Aspectos legais e institucionais da gestão
- Comitês, agências e consórcios de bacias
- Outorga e cobrança pelo uso dos recursos hídricos
- Planos diretores de recursos hídricos
- Gestão da oferta e demanda dos recursos hídricos
- Enquadramento dos cursos de água

### 3. Sistemas de Informações em Recursos Hídricos

- Sistemas de aquisição, armazenamento e processamento de informações
- Redes de monitoramento de qualidade e análise de dados
- Regionalização de dados
- Sistemas de informação geográfica (SIGs)
- Sensoriamento remoto
- Novas tecnologias LIDAR (laser)

### 4. Sistemas de Recursos Hídricos

- Modelos hidrológicos
- Modelos de qualidade de água
- Sistemas de auxílio à decisão
- Sistemas de planejamento e operação de reservatórios
- Técnicas de otimização e simulação
- Hidrologia estocástica

### 5. Hidrometeorologia

- Previsões hidrometeorológicas
- Modelos climáticos
- Mudanças climáticas globais

### 6. Desenvolvimento Sustentável

- Sistemas de gestão ambiental
- Ação no ambiente da gestão de recursos hídricos
- Impactos da urbanização sobre os recursos hídricos
- Mitigação e avaliação de impactos ambientais
- Conflitos de usos múltiplos
- Desenvolvimento rural, agricultura e irrigação
- Energias alternativas

### 7. Drenagem

- Modelos de simulação
- Macro e micro-drenagem
- Controle de cheias

### 8. Hidráulica Aplicada

- Análise e risco de segurança de obras hidráulicas
- Morfologia fluvial
- Produção e transporte de sedimentos
- Operação e manutenção de obras hidráulicas
- Mecânica dos fluidos ambiental
- Modelos computacionais

### 9. Gestão de Áreas Costeiras

- Processos litorâneos
- Obras marítimas e fluviais
- Hidráulica marítima

### 10. Águas Subterrâneas

- Vulnerabilidade e proteção de aquíferos
- Escoamentos subterrâneos
- Hidrogeoquímica
- Gestão dos aquíferos

Produzido por: Video Congress - [www.videocongress.com.br](http://www.videocongress.com.br)  
suporte técnico: [video@videocongress.com.br](mailto:video@videocongress.com.br) / tel: 11 - 6163-3244



## DESAFIOS À GESTÃO DA ÁGUA NO LIMIAR DO SÉCULO XXI



**ABRH**  
ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE RECURSOS HÍDRICOS



**UFPR**  
UNIVERSIDADE FEDERATIVA DO PARANÁ

# **OPERAÇÃO OTIMIZADA DE UM RESERVATÓRIO DO SISTEMA DE ABASTECIMENTO DE ÁGUA DE BELO HORIZONTE VIA PROGRAMAÇÃO DINÂMICA ESTOCÁSTICA**

Ana Maria Alvim<sup>1</sup>; Fazal H. Chaudhry<sup>2</sup>; Carlos E. F. Mello<sup>3</sup> & Mauro Naghettini<sup>4</sup>

**Resumo -** Tendo em vista a necessidade de reavaliação da capacidade produtiva do sistema de abastecimento de água da região metropolitana de Belo Horizonte, elaborou-se aqui um estudo da operação otimizada do reservatório de regularização do ribeirão Serra Azul, que constitui uma das unidades deste sistema. Utilizou-se para isto a técnica de programação dinâmica estocástica markoviana, com o objetivo de maximizar a vazão aduzida para abastecimento, procurando deixar o reservatório o mais próximo possível do NA considerado ideal. Estes dois objetivos foram associados em uma função recursiva que minimiza a diferença entre os desvios da vazão aduzida máxima e do volume de armazenamento ideal, fazendo com que ambos os objetivos sejam obedecidos paritariamente. A afluência média mensal foi considerada como variável sujeita a incerteza, cuja probabilidade de ocorrência está condicionada à afluência ocorrida no mês anterior. A variável de estado é o volume armazenado nos diversos níveis operacionais do reservatório e a variável de decisão é a vazão aduzida em cada mês. O algoritmo de cálculo foi elaborado em planilha Excel, tendo como produto, tabelas que apresentam, para cada mês, o valor da vazão aduzida ótima para os diferentes níveis operacionais do reservatório, em função da afluência ocorrida naquele mês.

**Abstract -** In view of the necessity of re-evaluating the productive capacity of Belo Horizonte water supply system, a study has been undertaken in order to determine the optimal operation of the Serra Azul reservoir, which constitutes one of the system components. The technique of Markovian stochastic dynamic programming has been used to maximize the release flow for water supply, and, at the same time, to keep the reservoir level as close as possible to the storage target. Those two concurrent goals have been associated into a recursive function which minimizes the respective

<sup>1</sup> Engenheira da Companhia de Saneamento do Estado de Minas Gerais, Rua Mar de Espanha 525 Belo Horizonte, MG , fone: 250 1716, E-mail : alvim@copasa.com.br

<sup>2</sup> Professor Titular da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Carlos, SP fone 2739534, E-mail :fazal@sc.usp.br

<sup>3</sup> Professor Auxiliar da Escola de Minas da Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, MG, fone: 35591525, Email : Carlos@em.ufop.br

<sup>4</sup> Professor Adjunto da Escola de Engenharia, UFMG,EHR, Av.Contorno 842, Belo Horizonte, MG, fone: 238 1002, E-mail: naghet@dedalus.lcc.ufmg.br

deviations from a constant release target and from a constant storage target. The inflow has been considered as a variable subject to uncertainty, with occurrence probability being conditioned to previous monthly inflow, as in a 1<sup>st</sup> order markov chain. The state variables is the storage volume and the decision variable is the release in each month. The recursive backward-moving dynamic programming algorithm has been implemented on an Excel worksheet. The results comprise several tables showing, for each month, the optimum release for each different storage volumes, as a function of inflows.

**Palavras - chave** - otimização, programação dinâmica, reservatório de regularização

## INTRODUÇÃO

O reservatório de regularização do ribeirão Serra Azul, que constitui uma das unidades do sistema de abastecimento de água da região metropolitana de Belo Horizonte, foi construído pela COPASA-MG no início da década de 80. Está localizado na bacia do rio Paraopeba, que por sua vez é afluente do rio São Francisco. A bacia contribuinte do reservatório possui uma área de drenagem de aproximadamente 250 km<sup>2</sup>.

Devido à necessidade de reavaliação da capacidade produtiva do sistema de abastecimento de Belo Horizonte, elaborou-se um estudo de operação otimizada deste reservatório, para determinação da vazão máxima que poderia ser produzida neste sistema ao longo do ano, tendo em vista as afluências observadas em cada mês.

Utilizou-se para isto a técnica de programação dinâmica estocástica markoviana (Loucks et al ,1981), com o objetivo de maximizar a vazão aduzida para abastecimento, procurando deixar o reservatório o mais próximo possível de um NA considerado ideal.

Estes dois objetivos foram associados em uma função recursiva que minimiza a diferença entre os desvios da vazão aduzida máxima e do volume de armazenamento ideal, fazendo com que ambos os objetivos sejam obedecidos paritariamente. A afluência média mensal foi considerada como variável sujeita a incerteza, cuja probabilidade de ocorrência está condicionada à afluência ocorrida no mês anterior. A variável de estado foi assumida como sendo o volume armazenado nos diversos níveis operacionais do reservatório. A variável de decisão é a vazão aduzida nos diferentes estágios, representados por intervalos de tempo mensais. Tais alternativas de adução foram consideradas como sendo frações da vazão de regularização do projeto original.

No desenvolvimento do trabalho, uma vez definida a função objetivo, foram estimadas as afluências médias mensais a partir de informações provenientes de monitoramento local. Elaborou-se em seguida um estudo estatístico de probabilidades de ocorrência, em cada mês, de diversas

classes de afluências, condicionadas aos valores ocorridos no mês anterior , construindo-se as matrizes de probabilidades de transição, as quais expressam as frequencias de transição de estado de uma cadeia de Markov de 1.<sup>a</sup> ordem.

Elaborou-se em seguida o balanço hídrico do reservatório em bases mensais, considerando como variáveis as vazões afluentes, a evaporação, a precipitação sobre o espelho d'água, o fluxo residual e a vazão captada. Sua calibração foi efetuada pela comparação dos níveis simulados com aqueles observados nos últimos 10 anos, considerando-se as vazões aduzidas reais.

Finalmente elaborou-se o algorítimo da programação dinâmica em planilha Excel, onde a melhor alternativa para captação é determinada através de uma equação recursiva solucionada regressivamente mês a mês, para valores diferenciados do armazenamento e das afluências ao reservatório. Foram consideradas 22 classes de armazenamento, oito classes de afluências e cinco alternativas de decisão.

Para verificação da solução ótima, simulou-se o balanço hídrico mensal nos últimos vinte anos, que é o período de existência do reservatório, considerando o histórico de afluências reais monitoradas. Tomou-se como vazão aduzida, em cada mês, aquela otimizada para a afluência observada e a condição de armazenamento resultante do balanço hídrico naquele mês. Sendo as alternativas de adução estabelecidas como frações da vazão de regularização original, a variação desta vazão possibilitou a determinação de uma faixa de vazões de captação que proporcionasse uma operação sem ocorrência de falhas, durante o histórico de monitoramento do sistema.

Como produto deste trabalho, foram construídas, para cada mês, as tabelas que apresentam o valor da vazão aduzida ótima para os diferentes níveis operacionais do reservatório, em função da afluência observada naquele mês.

## O MODELO DE PROGRAMAÇÃO DINÂMICA

### Considerações iniciais

Nos procedimentos de cálculo do modelo de programação dinâmica aqui desenvolvido, apresenta-se inicialmente a definição da função objetivo do algoritmo de cálculo. Em seguida, é descrita a metodologia de elaboração das matrizes de probabilidades de transição das afluências e do balanço hídrico do reservatório, onde é simulado o volume resultante no final de cada mês pela equação da continuidade. Finalmente apresenta-se a equação recursiva, que foi solucionada regressivamente para buscar, em cada estágio, a melhor alternativa para vazão aduzida.

### A função objetivo

A técnica de programação dinâmica estocástica foi aqui empregada para estabelecer a operação ótima de um reservatório de abastecimento, com o objetivo de maximizar a vazão aduzida

ao longo do ano em função das afluências ocorridas mês a mês, procurando conservar um volume armazenado próximo do ideal (Loucks et al ,1981).

Na escolha da função objetivo que conduzisse a uma política operacional eficiente, foram feitas algumas tentativas no sentido de incorporar na equação recursiva a restrição de um NA mínimo operacional. Uma vez que a técnica de programação dinâmica não admite restrições, o procedimento adotado foi o de criar uma função que a cada estágio levasse em consideração o estado do reservatório, reduzindo a vazão aduzida com o deplecionamento do nível d'água, para compensar o incremento do risco de desabastecimento.

Adotando-se como variável de decisão a vazão aduzida e como variável de estado o volume armazenado, o objetivo foi minimizar, em cada estágio, os desvios da vazão aduzida máxima e do nível d'água ideal, tendo em vista a afluência média mensal, considerada como variável sujeita à incerteza. Definindo-se inicialmente uma função objetivo que buscasse a minimização da soma destes desvios, os resultados obtidos não foram satisfatórios, porque este procedimento maximizava a vazão aduzida, permitindo deplecionamentos completos do reservatório e, consequentemente, produzindo irregularidades na política operacional resultante.

A forma encontrada para fazer com que o desvio da vazão máxima fosse minimizado com o reservatório cheio, e maximizado com o reservatório deplecionado, foi minimizar a diferença entre este desvio e o desvio do NA máximo, fazendo com que estes dois objetivos fossem atingidos paritariamente. Desta forma, à medida que o reservatório se esvazia, incrementando o desvio do NA máximo, a vazão aduzida se reduz, para que o desvio da adução máxima seja também incrementado e, consequentemente, a diferença entre os dois desvios se minimize. Definiu-se então como objetivo, minimizar em cada estágio a função  $B(H_t, Q_t)$  que expressa o valor absoluto da diferença entre os desvios relativos da adução ideal e do NA ideal :

$$B(H_t, Q_t) = \left| a \left| (H_t - H_{\max}) / H_{\max} \right| - b \left| (Q_t - Q_{\max}) / Q_{proj} \right| \right| \quad (1)$$

Nesta equação,  $a$  e  $b$  são pesos utilizados na equiparação das ordens de grandeza,  $H_t$  e  $Q_t$  os níveis d'água e as vazões aduzidas em cada estágio  $t$ ,  $H_{\max}$  o NA ideal, o qual é ligeiramente inferior ao máximo,  $Q_{\max}$  a vazão aduzida ideal, considerada como sendo a máxima, e  $Q_{proj}$  a vazão de regularização, utilizada para adimensionalização e definição da faixa ideal das alternativas de adução.

Os valores da função  $B(H_t, Q_t)$ , calculados para os diversos níveis operacionais do reservatório ( $H_t$ ) e para as diversas alternativas de adução( $Q_t$ ), estão apresentados na tabela 1.

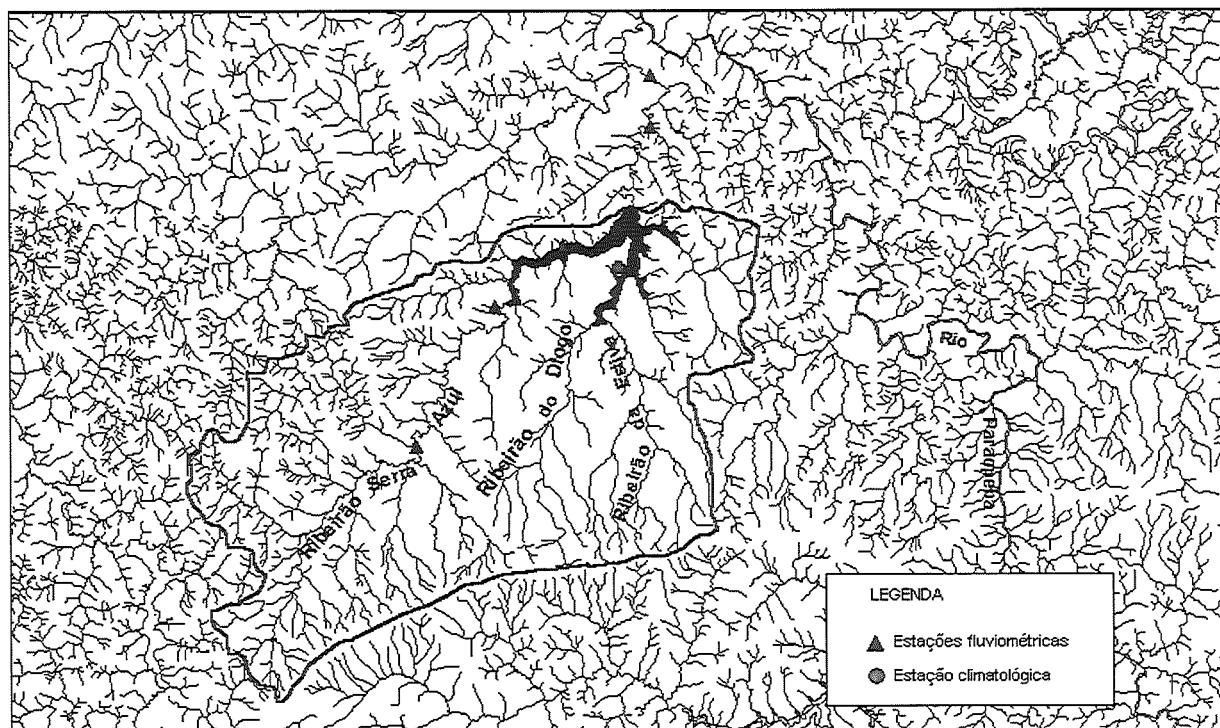
Nesta tabela, o desvio 1, que aparece na coluna 2 , corresponde à primeira parcela da equação 1 e o desvio 2 à segunda parcela. Na última coluna, estão apresentados os valores mínimos desta função, que aparecem em negrito no corpo da tabela, os quais foram considerados como sendo a alternativa ótima. Para determinação desta alternativa ótima, elaborou-se um algoritmo de cálculo em planilha Excel, que soluciona uma equação recursiva a cada intervalo de tempo mensal, na busca do valor mínimo de  $B(H_t, Q_t)$ .

Tabela 1 : Função Objetivo relativa a diversos valores do NA e da vazão aduzida							
NA (m)	adução q (m³/s) :	2,25	2,5	2,75	3	3,25	valor mínimo B ( h,q )
		desvio2 →	8,0	6,0	4,0	2,0	
	desvio 1 ↓	função objetivo: ABS (desvio1-desvio2)					
759,5	0,00	8,00	6,00	4,00	2,00	<b>0,00</b>	0,00
759	0,66	7,34	5,34	3,34	1,34	<b>0,66</b>	0,66
758,5	1,32	6,68	4,68	2,68	<b>0,68</b>	1,32	0,68
758	1,97	6,03	4,03	2,03	<b>0,03</b>	1,97	0,03
757,5	2,63	5,37	3,37	1,37	<b>0,63</b>	2,63	0,63
757	3,29	4,71	2,71	<b>0,71</b>	1,29	3,29	0,71
756,5	3,95	4,05	2,05	<b>0,05</b>	1,95	3,95	0,05
756	4,61	3,39	1,39	<b>0,61</b>	2,61	4,61	0,61
755,5	5,27	2,73	<b>0,73</b>	1,27	3,27	5,27	0,73
755	5,92	2,08	<b>0,08</b>	1,92	3,92	5,92	0,08
754,5	6,58	1,42	<b>0,58</b>	2,58	4,58	6,58	0,58
754	7,24	<b>0,76</b>	1,24	3,24	5,24	7,24	0,76
753,5	7,90	<b>0,10</b>	1,90	3,90	5,90	7,90	0,10
753	8,56	<b>0,56</b>	2,56	4,56	6,56	8,56	0,56
752,5	9,22	<b>1,22</b>	3,22	5,22	7,22	9,22	1,22
752	9,87	<b>1,87</b>	3,87	5,87	7,87	9,87	1,87
751,5	10,53	<b>2,53</b>	4,53	6,53	8,53	10,53	2,53
751	11,19	<b>3,19</b>	5,19	7,19	9,19	11,19	3,19
750,5	11,85	<b>3,85</b>	5,85	7,85	9,85	11,85	3,85
750	12,51	<b>4,51</b>	6,51	8,51	10,51	12,51	4,51
749,5	13,17	<b>5,17</b>	7,17	9,17	11,17	13,17	7,17

### Matrizes de probabilidades de transição das afluências

As afluências ao reservatório foram estimadas a partir dos dados disponibilizados pelas redes hidrométricas operadas pela COPASA e ANA. Foram utilizados os registros relativos às estações Cândidos, Serra Azul, Fazenda Sobradinho, Jardim e Juatuba, cujas localizações estão indicadas no mapa da bacia apresentado na Figura 1. Uma série de vazões médias mensais para o período de

1943 a 2000 foi construída a partir das curvas-chaves de cada estação e suas descargas específicas foram utilizadas para o cálculo das descargas produzidas no restante da bacia. No período de 1962 a 1972, os registros das descargas foram estimados por correlação com outras estações próximas, em trabalho desenvolvido pela equipe responsável pelo Plano Diretor da Bacia do rio São Francisco (Ecoplan - Magna - Cab, 2001).



**Figura 1 – Bacia Hidrográfica do Ribeirão Serra Azul**

Uma vez definida a série de afluências médias mensais, partiu-se para a construção das matrizes de probabilidades de transição que indicam as probabilidades de ocorrência mês a mês de diversas vazões afluentes, condicionadas àquelas ocorridas no mês anterior. Para isto, as vazões médias mensais foram agrupadas em classes de amplitude variável, efetuando-se um estudo de freqüências relativas de ocorrência de cada vazão, em função daquela ocorrida no mês anterior, construindo-se assim, mês a mês, a matriz de probabilidades de transição. Foram utilizadas oito classes de vazões afluentes. Nos meses de estiagem, as amplitudes das classes foram menores, dada a pequena variabilidade das vazões, acontecendo o inverso nos meses mais chuvosos. A título de exemplo, apresentam-se nas tabelas 2 e 3 as matrizes de probabilidades de transição para os meses de fevereiro e outubro.

**Tabela 2 - Probabilidades de ocorrência em fevereiro das afluências indicadas na 1a linha, tendo ocorrido em janeiro as afluências indicadas na 1a coluna**

afluências em jan (m3/s)	afluências em fevereiro (m3/s)								
	<3	3	4	5	6	7	8	>9	soma
<4	33,3%	33,3%	0,0%	0,0%	16,7%	16,7%	0,0%	0,0%	100,0%
4	0,0%	12,5%	37,5%	37,5%	0,0%	0,0%	0,0%	12,5%	100,0%
5	0,0%	0,0%	27,3%	18,2%	9,1%	9,1%	27,3%	9,1%	100,0%
6	0,0%	25,0%	12,5%	0,0%	25,0%	12,5%	12,5%	12,5%	100,0%
7	0,0%	33,3%	0,0%	0,0%	66,7%	0,0%	0,0%	0,0%	100,0%
8	0,0%	0,0%	0,0%	20,0%	0,0%	0,0%	0,0%	80,0%	100,0%
9	0,0%	0,0%	20,0%	0,0%	0,0%	20,0%	20,0%	40,0%	100,0%
>10	0,0%	0,0%	0,0%	16,7%	0,0%	8,3%	16,7%	58,3%	100,0%

**Tab. 3 - Probabilidades de ocorrência em outubro das afluências indicadas na 1 a linha, tendo ocorrido em setembro as afluências indicadas na 1a coluna**

afluências em set.(m3/s)	afluências em outubro ( m3/s)								soma
	<1,0	1	1,5	2	2,5	3	3,5	>4	
<1,0	41,7%	25,0%	0,0%	16,7%	0,0%	0,0%	0,0%	16,7%	100,0%
1	25,0%	50,0%	0,0%	0,0%	25,0%	0,0%	0,0%	0,0%	100,0%
1,5	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	50,0%	25,0%	25,0%	0,0%	100,0%
2	10,0%	0,0%	0,0%	0,0%	10,0%	30,0%	0,0%	50,0%	100,0%
2,5	9,1%	18,2%	18,2%	0,0%	27,3%	18,2%	0,0%	9,1%	100,0%
3	16,7%	16,7%	0,0%	0,0%	16,7%	33,3%	0,0%	16,7%	100,0%
3,5	0,0%	0,0%	50,0%	0,0%	0,0%	50,0%	0,0%	0,0%	100,0%
>4,0	0,0%	0,0%	11,1%	22,2%	22,2%	11,1%	0,0%	33,3%	100,0%

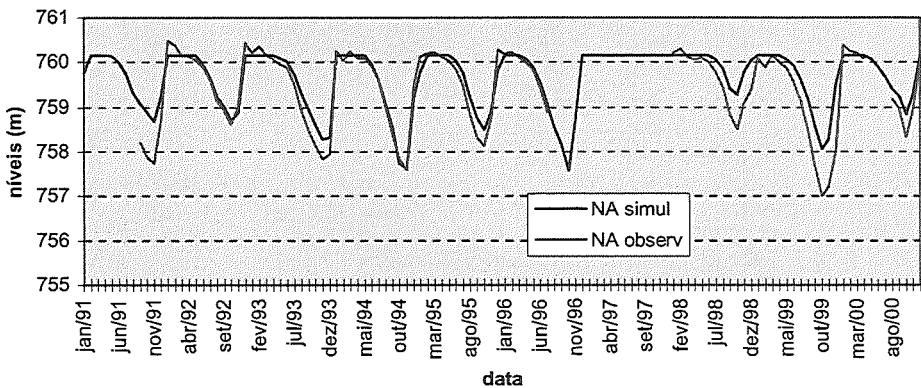
### O balanço hídrico do reservatório

O balanço hídrico do reservatório foi inicialmente simulado em bases mensais para um período contínuo, objetivando sua validação. Considerou-se como variáveis as vazões médias mensais afluentes ao reservatório, a evaporação, as captações reais, a precipitação sobre o espelho d'água e o fluxo residual no ribeirão Serra Azul. Tais variáveis foram englobadas em uma equação de balanço, onde os níveis médios mensais são dados pelo nível do mês anterior, acrescidos das entradas e saídas em cada mês. Os cálculos foram efetuados em planilha Excel. As áreas e volumes relativos a cada elevação do reservatório foram retirados da curva cota x volume original do reservatório. As lâminas de evaporação médias mensais foram estimadas pelo modelo de Morton (Reis, R. J., 1996), que leva em consideração a temperatura, nebulosidade e umidade relativa do ar. Tais características climatológicas foram provenientes da estação Pedra do Cavalo localizada nas proximidades da barragem ( Fig. 1 ). Considerou-se, como nível mínimo operacional a elevação de

750 m, que está a 5 m acima do nível mínimo operacional real, de modo a deixar uma margem de segurança na regra de operação a ser definida. Quando o reservatório atinge esta elevação mínima, considera-se que ocorreu uma falha do sistema. A faixa de alternativas para a decisão da vazão aduzida foi determinada de forma a evitar a ocorrência de falhas durante o período de existência do reservatório.

Os níveis d'água simulados foram comparados com aqueles observados nos últimos 10 anos, conforme apresentado na Figura 2, e os resultados foram considerados satisfatórios para os objetivos do presente estudo. Uma vez calibrado, o balanço hídrico foi simulado em bases mensais para os diversos estados iniciais, afluências e vazões aduzidas considerados na equação recursiva .

**Figura 2 - Calibração do balanço hídrico do reservatório Serra Azul**



### A equação recursiva

Uma vez a definida a função objetivo, construídas as matrizes de probabilidades de transição e calibrado o balanço hídrico, partiu-se para a resolução da equação recursiva em intervalo de tempo mensal, buscando a melhor alternativa para a vazão aduzida a cada estágio, em função do estado do reservatório e da vazão afluente, a qual é a variável sujeita a incerteza. Tal equação foi solucionada de forma regressiva ao longo de um período  $T$  de 4 anos, que foi o tempo necessário para obtenção do estado de equilíbrio. Definindo  $f_t(k,i)$  como a solução ótima para o sistema no estágio ou mês  $t$ , dado que neste mês o nível inicial do reservatório é  $H_{k,t}$ , e a afluência  $Q_{i,t}$ , tem-se, para o último mês, a equação:

$$f_T = \min_l (B_{k,i,l,t}) \quad (2)$$

Nos estágios anteriores, a relação recursiva que busca regressivamente a solução ideal em cada estágio, toma a forma genérica:

$$f_t = \min_l (B_{k,i,l,t} + \sum_{j=1}^8 P'_{i,j} f_{t+1}(l,j)) \quad (3)$$

onde:

$k$  = índice da variável de estado, o nível  $H_{k,t}$

$i$  = índice da variável estocástica, a afluência  $Q_{i,t}$

$l$  = índice da variável de decisão escolhida, a vazão aduzida ótima  $q_{l,t}$

$B$  = função objetivo, previamente definida.

$j$  = contador da classe da variável estocástica ocorrida no estágio anterior, que varia de 1 a 8.

$t$  = índice do estágio ou mês corrente.

$P'_{i,j}$  = probabilidade de ocorrência no mês  $t$  da afluência  $i$ , tendo ocorrido  $j$  no mês anterior .

### O algoritmo de cálculo

O algoritmo de cálculo da equação recursiva (3), desenvolvido em planilha Excel, parte do final do período estudado e calcula a equação 3 regressivamente, em intervalos mensais.

Foram considerados para variável de estado  $H_{k,t}$ , vinte e duas classes de nível operacional do reservatório, variando da elevação 760 m até a elevação 750 m, discretizadas em intervalos de 0,5 m. Partindo-se do final do período estudado, simulou-se o balanço hídrico para cada estado inicial, bem como para cada uma das oito possibilidades de afluência ao reservatório por meio da resolução da equação recursiva para obter a opção de vazão aduzida que otimiza a função objetivo estabelecida.

As probabilidades de ocorrência das afluências, em função daquelas ocorridas no mês anterior, são provenientes das matrizes de transição. Os níveis finais, resultantes do balanço hídrico simulado em cada estágio, são associados aos níveis iniciais do estágio anterior, para escolha das alternativas ótimas, conforme formulado pela equação (3).

O estágio em que as alternativas ótimas para vazão aduzida ao longo do ano se tornaram equivalentes, mês a mês, àquelas otimizadas para o ano anterior, considerou-se que foi atingido o estado de equilíbrio para o sistema. Neste trabalho, o estado de equilíbrio foi atingido após um período de 4 anos de simulação. Como resultado, são obtidas as vazões aduzidas para cada estado inicial do reservatório em função das diversas possibilidades de afluência que possam ocorrer naquele mês.

## RESULTADOS

Uma vez solucionada a equação regressiva ao longo de um período de 4 anos, foram obtidas para cada mês as vazões aduzidas otimizadas para todos os níveis operacionais do reservatório, em função das afluências que possam ocorrer nos respectivos meses.

A faixa de alternativas para a vazão aduzida, considerada como variável de decisão no algoritmo de cálculo, foi determinada em função de uma vazão de referência, que é a vazão de regularização do projeto original do sistema. As cinco alternativas de decisão variaram em torno de frações de 0,9 a 1,3 desta vazão de projeto. Este procedimento possibilitou o dimensionamento adequado desta faixa de alternativas, de forma a evitar a ocorrência de falhas ao longo do histórico de existência do reservatório, ou seja, o deplecionamento do reservatório até a elevação 749,5 m, considerado como sendo o nível mínimo operacional.

Após determinadas as vazões ótimas, simulou-se o balanço hídrico nos últimos vinte anos, para valores diferenciados desta vazão de projeto, consideradas as afluências reais monitoradas pela rede local e as vazões aduzidas otimizadas. A faixa de opções para adução foi escolhida a partir da análise dos níveis obtidos, optando-se por aquela em que não foi observada a ocorrência de falhas do sistema.

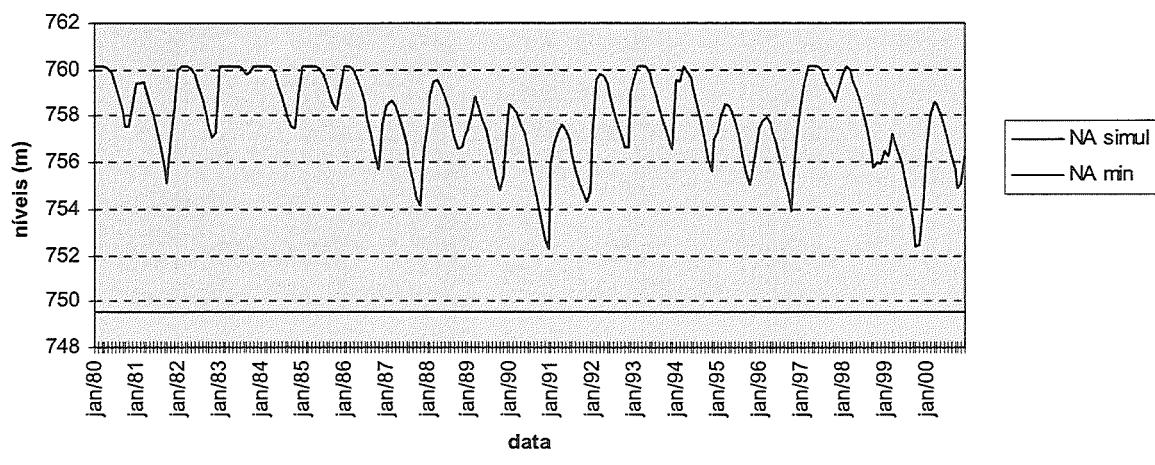
A vazão de referência adotada a partir desta análise foi de  $2,7 \text{ m}^3/\text{s}$  e, consequentemente, a faixa de vazões aduzidas que constituíram o leque de alternativas no algoritmo de cálculo variou de  $2,4 \text{ m}^3/\text{s}$  a  $3,5 \text{ m}^3/\text{s}$ . Ao se considerar para a vazão de referência o valor de  $3,0 \text{ m}^3/\text{s}$ , o nível mínimo operacional foi atingido três vezes durante o período simulado, em 1990, 1996 e 1999. Para a vazão de  $2,7 \text{ m}^3/\text{s}$ , não houve ocorrência de falhas e para  $2,8 \text{ m}^3/\text{s}$ , atingiu-se o NA mínimo em 1990 e 1999.

Os níveis resultantes da simulação do balanço hídrico neste período de 20 anos, para esta faixa ideal de adução, com a vazão de referência de  $2,7 \text{ m}^3/\text{s}$ , estão apresentados na fig. 4. A figura 5 mostra a simulação resultante da vazão de referência  $3,0 \text{ m}^3/\text{s}$ , onde pode ser observado uma depleção excessiva do reservatório e a ocorrência de falhas nos anos acima especificados. Na Figura 3, apresenta-se a simulação do balanço para a vazão  $2,5 \text{ m}^3/\text{s}$ .

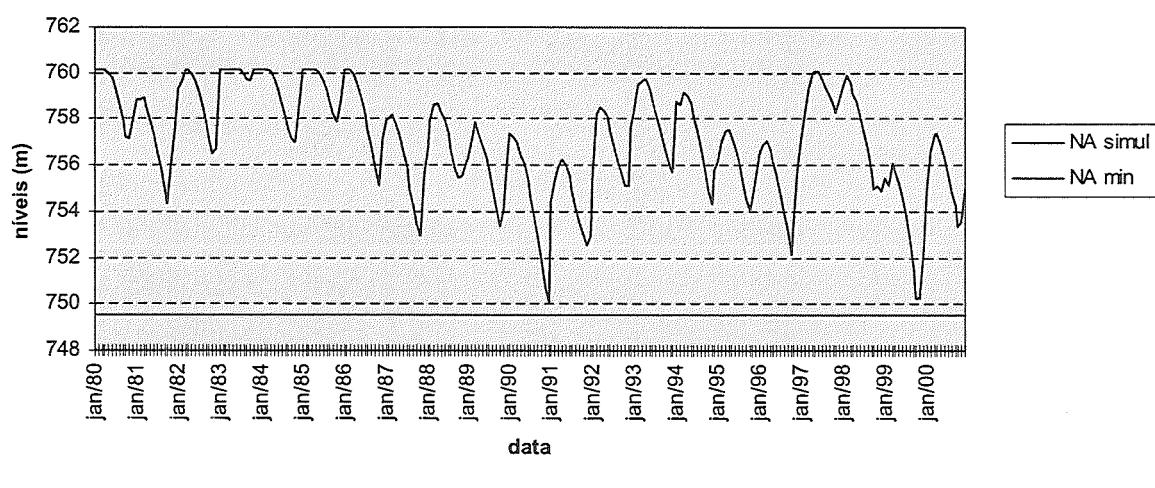
Uma vez dimensionada a faixa de aduções de forma adequada, foram construídas, para cada mês, as tabelas que apresentam as vazões otimizadas para cada NA operacional do reservatório, em função das diversas afluências passíveis de ocorrência naquele mês. As Tabelas 4 e 5 mostram as vazões na forma adimensional, obtidas para os meses de fevereiro e outubro respectivamente. A Tabela 6 mostra as vazões otimizadas para o mês de dezembro, obtidas através do produto das vazões adimensionais pela vazão de referência, que é  $2,7 \text{ m}^3/\text{s}$ .

A partir da análise dos resultados obtidos neste modelo de otimização, constatou-se a necessidade de uma discretização mais refinada dos estados do reservatório, a qual deverá ser avaliada em um próximo estudo, juntamente com uma variação mais expressiva dos valores da variável de decisão.

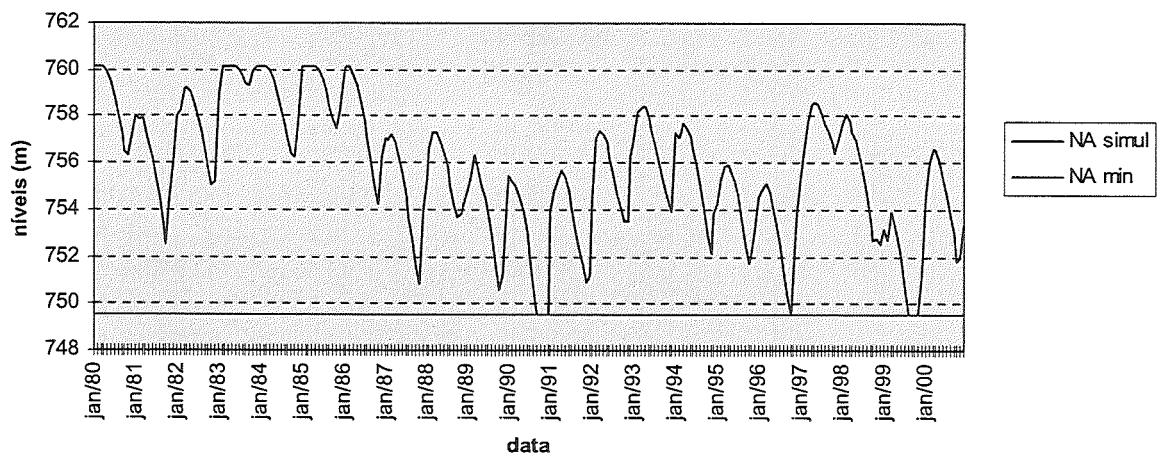
**Fig. 3 : balanço hídrico do reservatório serra azul - níveis simulados com as aduções otimizadas e afluências reais - vazão de projeto : 2,5 m<sup>3</sup>/s**



**Fig. 4 : balanço hídrico do reservatório serra azul - níveis simulados com as aduções otimizadas e afluências reais - vazão de projeto : 2,7 m<sup>3</sup>/s**



**Fig. 5 : balanço hídrico do reservatório serra azul - níveis simulados com as aduções otimizadas e afluências reais - vazão de projeto : 3,0 m<sup>3</sup>/s**



## CONCLUSÕES

Neste trabalho apresentou-se uma solução ótima para a operação de um reservatório de abastecimento de água, que leva em consideração a estocasticidade das vazões afluentes e a prevenção de ocorrência de uma depleção excessiva do reservatório, ao mesmo tempo que maximiza o rendimento do sistema. Na impossibilidade de integração da restrição de nível operacional mínimo na equação recursiva, definiu-se uma função objetivo que determina uma redução da vazão aduzida à medida que o reservatório se depleciona.

O algoritmo de cálculo, desenvolvido em planilha Excel, proporcionou uma razoável flexibilidade na escolha de uma função objetivo adequada, na definição da faixa ideal das alternativas de adução, na manipulação dos dados de entrada, na validação da solução obtida através de simulação do balanço hídrico e na apresentação dos resultados de forma prática, por meio de tabelas que podem facilmente orientar a operação do reservatório mês a mês.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Louks, D. D., Stedinger, J. R. e Haith, D. A . , Water Resources Systems Planning and Analysis, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J. , 559 p, 1981
- Reis, R. J. , “ Estudo comparativo de modelos climatológicos de estimativa de evaporação no lago Serra Azul, MG” - Tese mestrado EEUFG, Programa de Pós-Graduação em Saneamento, Meio Ambiente e Recursos Hídricos, 1996.
- Ecoplan - Magna - Cab , “ Plano Diretor de Recursos Hídricos das Bacias Afluentes do Rio São Francisco em Minas Gerais”, Belo Horizonte, MG, 2001.

Tab. 4 - aduções otimizadas adimensionais - fevereiro vaz. proj : 2,7 m<sup>3</sup>/s

mês	NA (m)	afluencia (m <sup>3</sup> /s)							
		2,5	3,5	4,5	5,5	6,5	7,5	8,5	9,5
fev	760	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3
fev	759,5	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3
fev	759	1,2	1,2	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3
fev	758,5	1,2	1,2	1,2	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3
fev	758	1,2	1,1	1,2	1,2	1,2	1,3	1,3	1,3
fev	757,5	1,1	1,1	1,2	1,2	1,2	1,2	1,3	1,3
fev	757	1,1	1,1	1,1	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2
fev	756,5	1,1	1,1	1,1	1,1	1,2	1,2	1,2	1,2
fev	756	1	1,1	1	1,1	1,1	1,1	1,2	1,2
fev	755,5	1	1	1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,2
fev	755	1	1	1	1	1,1	1,1	1,1	1,1
fev	754,5	0,9	1	1	1	1	1,1	1,1	1,1
fev	754	0,9	0,9	1	1	1	1	1,1	1,1
fev	753,5	0,9	0,9	0,9	1	1	1	1	1,1
fev	753	0,9	0,9	0,9	0,9	1	1	1	1
fev	752,5	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	1	1	1
fev	752	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	1	1
fev	751,5	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	1
fev	751	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9
fev	750,5	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9
fev	750	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9
fev	749,5	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9

Tabela 5 - aduções otimizadas adimensionais - Outubro vaz.projeto:2,7 m<sup>3</sup>/s

mês	NA (m)	afluência (m <sup>3</sup> /s)							
		0,9	1,1	1,3	1,5	1,7	1,9	2,1	2,3
out	760	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3
out	759,5	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,3
out	759	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2
out	758,5	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2
out	758	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1
out	757,5	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1
out	757	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1
out	756,5	1	1	1	1	1	1	1	1,1
out	756	1	1	1	1	1	1	1	1
out	755,5	1	1	1	1	1	1	1	1
out	755	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	1	1
out	754,5	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9
out	754	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9
out	753,5	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9
out	753	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9
out	752,5	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9
out	752	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9
out	751,5	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9
out	751	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9
out	750,5	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9
out	750	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9
out	749,5	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9

Tabela 6 - aduções otimizadas - Dezembro

vaz.projeto : 2.7 m<sup>3</sup>/s

mês	NA (m)	afluencia (m <sup>3</sup> /s)							
		1,5	2,5	3,5	4,5	5,5	6,5	7,5	8,5
dez	760	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5
dez	759,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5
dez	759	3,2	3,2	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5
dez	758,5	3,2	3,2	3,2	3,2	3,5	3,5	3,5	3,5
dez	758	3,0	3,2	3,2	3,2	3,2	3,5	3,5	3,5
dez	757,5	3,0	3,0	3,2	3,2	3,2	3,2	3,2	3,5
dez	757	3,0	3,0	3,0	3,0	3,2	3,2	3,2	3,2
dez	756,5	3,0	3,0	3,0	3,0	3,0	3,2	3,2	3,2
dez	756	2,7	2,7	3,0	3,0	3,0	3,0	3,2	3,2
dez	755,5	2,7	2,7	2,7	3,0	3,0	3,0	3,0	3,2
dez	755	2,7	2,7	2,7	2,7	3,0	3,0	3,0	3,0
dez	754,5	2,4	2,4	2,7	2,7	2,7	2,7	3,0	3,0
dez	754	2,4	2,4	2,4	2,7	2,7	2,7	2,7	3,0
dez	753,5	2,4	2,4	2,4	2,4	2,7	2,7	2,7	2,7
dez	753	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	2,7	2,7	2,7
dez	752,5	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	2,7	2,7
dez	752	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	2,7
dez	751,5	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4
dez	751	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4
dez	750,5	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4
dez	750	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4
dez	749,5	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4