Δ

b^2

$\sqrt{9}$

EQUAÇÕES POLINOMIAIS:
evolução e metodologias

Aline dos Reis Matheus[1], Rita Santos Guimarães[2], Roberto Cesar Cucharero Peregrina[3]

INFORMAÇÕES GERAIS DA DISCIPLINA

Semestre estimado de curso:
1º semestre (início da graduação)

Carga horária prevista:
60 horas

Número de semanas previstas:
15 semanas

Duração das aulas:
4 horas semanais

[1] Lattes: http://lattes.cnpq.br/6833900874417985
[2] Lattes: http://lattes.cnpq.br/3516834883984914
[3] Lattes: http://lattes.cnpq.br/5254233454104305

O CPC no programa "Equações polinomiais"

Bárbara Born

O foco deste programa de disciplina é o trabalho com a resolução de equações, considerando o papel central desse tema no ensino da educação básica. Além de abordar, de maneira estruturada e aprofundada, os conceitos matemáticos necessários à resolução de problemas envolvendo equações polinomiais, a disciplina proposta também explora aspectos conceituais e sua evolução histórica de forma cuidadosa.

A construção desse programa é um excelente exemplo de como o trabalho com o conhecimento pedagógico do conteúdo exige articular, de maneira clara e organizada, um conhecimento profundo sobre o conteúdo a ser ensinado. Um aspecto do CPC que atravessa todo o programa diz respeito às formas de representação do conteúdo para os estudantes — tarefa que depende diretamente de um entendimento disciplinar sólido.

Há, ainda, uma exploração particularmente interessante da análise de atividades dos estudantes, com exemplos que podem ser utilizados junto aos futuros professores para ampliar o entendimento de erros e compreensões parciais. Outro elemento que se destaca na proposta é a aplicação dos conhecimentos construídos pelos licenciandos ao planejamento de atividades para os estudantes da educação básica.

No exemplo de aula proposto pelos docentes responsáveis, as etapas de conhecimento do conteúdo e de conhecimento pedagógico do conteúdo aparecem de forma bastante clara: primeiro, os licenciandos se envolvem na investigação dos conceitos matemáticos por meio da resolução de problemas; em seguida, exploram potenciais respostas de alunos à mesma questão. Esse tipo de atividade fortalece o repertório do futuro professor com estratégias e abordagens específicas para antecipar questões importantes em sala de aula, ao mesmo tempo que favorece a exploração de diferentes formas de representação do conteúdo.

Por fim, merece destaque neste programa o detalhamento das atividades avaliativas propostas. Além da descrição minuciosa das atividades, os critérios de avaliação são apresentados de maneira clara. Com isso, os autores do programa não apenas facilitam o processo de correção, mas também oferecem aos licenciandos a vivência de um modelo de avaliação coerente com os objetivos de aprendizagem e que apresenta alternativas aos modelos mais tradicionais.

Assim como no programa de pré-álgebra, esperamos que este programa possa inspirar docentes de cursos de álgebra e de outras áreas da matemática no desenho de seus próprios programas disciplinares. A estrutura, a coerência com os objetivos de aprendizagem e a natureza das atividades propostas oferecem clareza no desenvolvimento do CPC do licenciando, o que pode ser inspirador para docentes em diferentes componentes curriculares. Descrição da disciplina

Esta disciplina discutirá a evolução de conceitos matemáticos para apresentar diferentes metodologias de representação e resolução de equações. A intenção é que o futuro professor aborde o tema, na educação básica, com maior flexibilidade e por meio de uma estratégia que articule aspectos procedimentais a aspectos conceituais do tema. Além disso, pretende provocar reflexões sobre o ensino e a aprendizagem de equações polinomiais a partir da perspectiva das demandas autênticas da docência: discussão sobre modos de apresentar e representar conceitos, avaliar a compreensão dos estudantes, bem como reconhecer, antecipar e interpretar erros usuais.

Objetivos da disciplina

Durante as aulas, você desenvolverá habilidades para ensinar equações polinomiais na educação básica e construirá conhecimentos sobre a evolução de conceitos cruciais relacionados ao tema: incógnitas, igualdade, equivalência, representações e métodos resolutivos.

Esperamos que, ao final do módulo, você possa:

1. Explicar a noção de incógnita, reconhecendo sua presença em problemas aritméticos anteriores à introdução da linguagem algébrica.
2. Reconhecer, em diferentes culturas e tempos históricos, as práticas e as formas de representação de incógnitas e equações polinomiais, incluindo os avanços ocorridos nos séculos XV e XVI.
3. Reconhecer obstáculos e dificuldades dos estudantes na aprendizagem da álgebra das equações, descritos na literatura especializada.
4. Aplicar diferentes métodos resolutivos para equações polinomiais, tais como isolamento da incógnita, fatoração, completamento de quadrados, fórmulas resolutivas, entre outros.
5. Selecionar ou produzir exemplos e atividades para ensinar métodos de resolução de equações.
6. Interpretar resoluções de atividades de estudantes da educação básica sobre equações para subsidiar intervenções didáticas adequadas.
7. Compreender o desenvolvimento histórico da notação algébrica, analisando sua arbitrariedade e sua funcionalidade.

IMPORTANTE

Observe que os objetivos da disciplina estão todos conectados em torno de uma premissa central: **a resolução de equações tem uma longa evolução na história da matemática, incluindo o desenvolvimento de conceitos, de representações e de procedimentos, indo além de fórmulas prontas**. Cada um dos objetivos especifica um aspecto necessário para contemplar o propósito geral da disciplina, que é **desenvolver tanto o conhecimento matemático** (CC) quanto **o conhecimento pedagógico do conteúdo** (CPC) **das equações polinomiais**. Assim, a cada aula planejada, é importante que você reflita sobre como as atividades propostas se conectam com esses objetivos e com esse propósito geral.

Avaliação e notas

Esperamos que você acompanhe todas as aulas, participe ativamente e entregue as tarefas dentro do prazo. Cada atividade apresenta instruções claras e critérios de avaliação específicos. Os comentários — feitos por seus colegas, pelo docente e pelos monitores — ajudarão você a compreender em que medida cada critério foi atendido e quais aspectos podem ser aprimorados.

A estrutura das atividades já prevê momentos e oportunidades para revisar e aperfeiçoar o próprio trabalho, com base no retorno recebido. Caso o desempenho não atinja o padrão esperado, o docente poderá solicitar ajustes ou reapresentação parcial da tarefa. Aproveite esse processo: busque apoio de seus pares, do docente e dos monitores sempre que precisar. Essas etapas de aprimoramento fazem parte da experiência formativa e são uma oportunidade valiosa de aprofundar a aprendizagem.

Atividade avaliativa 1 - Diagnóstico individual inicial

Atividade diagnóstica para identificar as estratégias numéricas e algébricas utilizadas pelos estudantes em problemas que envolvem incógnitas. Cada questão deve ser resolvida de dois modos distintos — um algébrico (com uso de equações, inequações ou sistemas) e outro não algébrico (com raciocínios aritméticos, gráficos, esquemas ou representações visuais). O foco está na observação das estratégias e da compreensão conceitual, e não na correção das respostas. A pontuação considera apenas a completude da entrega, conforme checklist avaliativo.

Atividade avaliativa 2 - Análise de caso de ensino em grupo

Atividade em grupo para análise de um caso de ensino sobre a introdução da linguagem algébrica por meio de equações. Os estudantes devem interpretar os desafios enfrentados por um professor e por seus alunos, relacionando-os a obstáculos típicos da aprendizagem da álgebra e das equações polinomiais. Devem, ainda, propor encaminhamentos didáticos coerentes com a situação analisada. A produção é orientada por um roteiro de análise e avaliada por meio de rubrica, utilizada nas etapas de autoavaliação, avaliação por pares e avaliação docente.

Atividade avaliativa 3 - Prova individual com mapa de avanço coletivo posterior

Prova individual para a mobilização do conhecimento matemático e pedagógico do conteúdo na resolução e análise de equações polinomiais. Após a correção, o docente elabora um mapa de avanço coletivo, contendo novas perguntas reflexivas e de aprofundamento para cada item da prova, a fim de promover a reelaboração conceitual e didática. Todos os estudantes devem responder às questões do mapa, independentemente do desempenho inicial. A atividade vale 3 pontos: 2 referentes à prova e 1 à participação nas respostas ao mapa de avanço.

Atividade avaliativa 4 - Elaboração de organizador gráfico em grupo

Atividade em grupo para a síntese visual dos principais métodos históricos de representação e resolução de equações polinomiais, destacando suas conexões conceituais e evolutivas. Cada grupo deve elaborar um organizador gráfico (linha do tempo, mapa conceitual, diagrama, entre outros) que evidencie a diversidade de representações e métodos, bem como suas relações com a linguagem algébrica contemporânea. Os trabalhos serão apresentados em exposição coletiva, acompanhada de perguntas elaboradas pelos grupos para promover o debate e o aprofundamento. A pontuação considera a completude da entrega e a participação nas discussões formativas.

Atividade avaliativa 5 - Elaboração de plano de atividade didática em duplas

Elaboração, em duplas, de um plano de atividade para o ensino de um método resolutivo específico de equações polinomiais. A proposta deve situar o conteúdo na progressão curricular, justificar o momento de introdução do método e incluir tarefas que envolvam a participação ativa dos alunos, com a antecipação de possíveis erros e estratégias de intervenção. A atividade inclui etapa de avaliação entre pares e revisão do plano antes da entrega final. A nota (até 2 pontos) será atribuída com base em rubrica que considera coerência didática, adequação curricular, qualidade das estratégias de ensino e clareza do texto.

Quadro resumo das atividades avaliativas

Atividades avaliativas		Prazos de entrega
Atividade 1	Diagnóstico individual inicial (1,0 ponto)	Aula 01
Atividade 2	Análise de caso de ensino em grupo (2,0 pontos)	Aulas 06 e 07
Atividade 3	Prova individual (3,0 pontos)	Aulas 17 e 18
Atividade 4	Organizador gráfico em grupo (2,0 pontos)	Aulas 20 e 21
Atividade 5	Plano de atividade em duplas (2,0 pontos)	Aulas 27 e 28

IMPORTANTE

O conjunto de atividades avaliativas dessa disciplina parte da concepção preponderante de avaliação **como processo formativo**, contemplando diferentes modalidades (diagnóstica, processual, colaborativa e individual), variadas formas de expressão (texto, representação visual, prova, plano didático, entre outras) e oportunidades reiteradas de reelaboração conceitual.

Portanto, é importante que o docente mantenha explícito o caráter formativo das avaliações também no modo como conduz e devolve cada uma delas. Para isso, recomenda-se que:

- **Enfatize o propósito formativo** junto aos estudantes, deixando claro que as avaliações não se limitam à atribuição de notas, mas visam apoiar a aprendizagem e o desenvolvimento profissional docente.
- **Valorize as devolutivas qualitativas**, utilizando as rubricas e *checklists* já propostos não apenas como instrumentos de correção, mas como guias de devolutivas — indicando avanços, lacunas e possibilidades de aprimoramento.
  Assegure a coerência entre nota e processo, de modo que a pontuação final expresse a trajetória de aprendizagem (participação, reflexão, reelaboração e compromisso), e não apenas o produto entregue.
- **Integre momentos de autoavaliação e avaliação por pares** como parte efetiva do processo, favorecendo o engajamento crítico e o desenvolvimento da autonomia avaliativa dos futuros professores.
- **Mantenha o registro sistemático** das observações qualitativas (em fichas ou diários de campo da docência) para retroalimentar tanto o acompanhamento individual quanto a revisão contínua da própria proposta avaliativa.

As descrições detalhadas das atividades avaliativas e ferramentas de apoio (rubricas e outros) apresentadas a seguir são fundamentais para dar sustentação a esse processo, tornando as devolutivas mais **qualitativas, orientadoras e fundamentadas**, ao mesmo tempo que garantem **transparência e rigor na atribuição de notas**.

Atividade 1 - Diagnóstico individual inicial

O principal propósito desta atividade avaliativa é conhecer as estratégias numéricas e algébricas dos estudantes para lidar com problemas envolvendo incógnitas. Dessa forma, as evidências de conhecimento matemático prévio levantadas se conectam diretamente aos **objetivos**:

1 **Explicar a noção de incógnita, reconhecendo sua presença em problemas aritméticos anteriores à introdução da linguagem algébrica.**

3 **Aplicar diferentes métodos resolutivos para equações polinomiais, tais como isolamento da incógnita, fatoração, completamento de quadrados, fórmulas resolutivas, entre outros.**

Forma da atividade

A atividade consiste numa **lista cujos problemas** devem ser resolvidos, necessariamente, por dois meios diferentes:

- **Resolução algébrica**, que implica a tradução do problema para equações, inequações, sistemas, entre outros. A lista incluirá problemas que possam suscitar diferentes formas de resolução de equações
- **Resolução por métodos alternativos** que não envolvam o uso da linguagem algébrica, incluindo operações aritméticas, esquemas, gráficos, desenhos, figuras geométricas, explicações verbais, entre outros.

A lista deverá ser resolvida individualmente, preferencialmente em classe. Antes da resolução, deve ser apresentado e discutido o *checklist* apresentado mais adiante.

Processo avaliativo

O foco avaliativo está em **identificar o conhecimento prévio dos estudantes**, assim, os **critérios estarão centrados na qualidade e na completude do trabalho**, mas não necessariamente na correção das soluções apresentadas.

Autoavaliação

Antes da entrega final, cada estudante deverá utilizar o *checklist* a seguir para avaliar a qualidade e a completude do seu trabalho, fazendo os ajustes necessários antecipadamente.

Avaliação pelo docente

Após a entrega, o docente aplicará o mesmo checklist para avaliar a qualidade e a completude do trabalho.

Devolutiva formativa

A devolutiva será coletiva e será realizada por meio da seleção de métodos algébricos e não algébricos utilizados pelos estudantes, tanto para ilustrar, discutir e superar equívocos observados como para partilhar raciocínios interessantes.

Atribuição de notas

Por se tratar de um diagnóstico, a atribuição de notas será em função da entrega e da completude do trabalho, independentemente de eventuais erros nas resoluções — que serão objeto de análise.

Entrega completa, conforme *checklist*.	**1,0 ponto**
Entrega parcial ou com algum desacordo em relação ao *checklist*.	**0,5 ponto**
Atividade não entregue.	**0 ponto**

Checklist

Critério	Descrição	Sim	Parcial	Não
1. Duas formas de resolução por problema	**Cada problema foi resolvido de dois modos diferentes: uma resolução algébrica e outra não algébrica (por exemplo:** aritmética, desenho, gráfico, tentativa, raciocínio verbal, entre outros).	☐	☐	☐
2. Organização e clareza	As etapas estão apresentadas de forma **legível e organizada**, permitindo entender o raciocínio usado. O leitor consegue seguir o pensamento.	☐	☐	☐
3. Resolução algébrica com tradução correta do enunciado	A resolução algébrica **traduz o problema para uma ou mais equações/inequações/sistemas**, indicando claramente o que é a **incógnita** e as operações realizadas para determinar seu valor.	☐	☐	☐
4. Resolução não algébrica com raciocínio explícito	A resolução não algébrica mostra **como o problema foi pensado sem usar equações**, por meio de cálculos, desenhos, tabelas, tentativas ou raciocínios explicados. Não basta apenas escrever as operações e o resultado.	☐	☐	☐
5. Correspondência entre as duas resoluções	As duas formas de resolução conduzem a resultados **compatíveis entre si**, mesmo que com justificativas diferentes.	☐	☐	☐
6. Identificação da incógnita e explicação do raciocínio	O estudante **nomeia ou indica claramente o que está sendo procurado** ("o número é...", "a medida é...") e explica **como pensou**.	☐	☐	☐
7. Completude	Todas as questões da lista estão respondidas.	☐	☐	☐

Atividade 2 - Análise de caso de ensino em grupo

O principal propósito desta atividade avaliativa é compreender como os estudantes mobilizam seus conhecimentos matemáticos (CC) e conhecimentos pedagógicos de conteúdo (CPC) para analisar uma situação realista de sala de aula. A atividade propõe a análise de um caso de ensino em que um professor da educação básica enfrenta dificuldades para levar seus alunos a reconhecerem a necessidade da linguagem algébrica, uma vez que estes tendem a resolver os problemas apenas por meio de estratégias aritméticas.

A análise deve permitir que os participantes articulem conhecimentos conceituais sobre a linguagem algébrica, experiências como estudantes da educação básica e o **conhecimento pedagógico do conteúdo em desenvolvimento**, de modo a interpretar os desafios vivenciados pelo professor e pelos estudantes, bem como a propor encaminhamentos didáticos pertinentes.

Essa atividade está diretamente relacionada aos seguintes **objetivos**:

1 Explicar a noção de incógnita, reconhecendo sua presença em problemas aritméticos anteriores à introdução da linguagem algébrica.

3 Interpretar obstáculos e dificuldades dos estudantes na aprendizagem da álgebra das equações.

Caso para análise - "O x da questão de Alice"

> *Alice era uma professora iniciante. Pela primeira vez, ela lecionava para uma turma regular, substituindo a professora titular de matemática do 7º ano, que estava em licença-maternidade, em uma escola privada de classe média.*
>
> *A orientação deixada pela professora titular, com base no currículo da escola, era que Alice introduzisse a linguagem algébrica por meio da resolução de equações polinomiais do 1º grau.*
>
> *Alice decidiu que, para tornar o estudo das equações mais significativo, trabalharia com problemas contextualizados, como o que segue:*
>
> ***Numa corrida de táxi, cobra-se um valor fixo de R$ 4,60, chamado de "bandeirada", e mais R$ 0,96 por quilômetro rodado. Se o passageiro pagou R$ 19,00 pela corrida, quantos quilômetros ele percorreu?***

A professora usou exemplos como esse para mostrar que o valor desconhecido poderia ser representado por uma letra, geralmente x. Assim, nesse caso, x representaria a quantidade de quilômetros rodados. Passo a passo, Alice mostrou como representar a situação até chegar à equação:

$$4{,}60 + 0{,}96x = 19$$

Então, um aluno, Gabriel, levantou a mão e disse:

> ***— Prô, acho que entendi, mas era mais fácil tirar 4,60 de 19. Depois, era só ver quantos 0,96 cabem no que sobrou... Não precisa nada dessa complicação de x.***

Alice reconheceu que o problema realmente poderia ser resolvido dessa forma e explicou que, ao resolver a equação, estavam justamente sendo feitas essas mesmas operações — subtração e divisão. Houve, então, um "zum-zum-zum" na sala. Outra aluna, Elisa, comentou:

> ***— Eu entendi o que o Gabriel disse, mas não entendi nada desse negócio de x.***

A professora procurou acalmar os alunos, dizendo que logo se acostumariam com essa nova forma de representar valores desconhecidos, e que as equações eram muito úteis em vários tipos de problemas, não apenas naqueles que eles já sabiam resolver.

Mas, como Alice constatou mais tarde, o discurso caiu no vazio. Diante da lista de problemas proposta por ela, a maioria dos estudantes tentou métodos aritméticos para resolver as questões — e, em geral, com êxito. Alguns poucos perguntaram a ela se tinha que "usar o x"; ela respondeu que sim. Entre esses, dois pareceram realmente compreender a lógica da representação algébrica e da resolução de equações. Os demais acabaram errando, ou na formulação das equações ou na manipulação da igualdade durante a resolução.

Alice ficou muito frustrada. Para ela, o uso de equações era um método prático e eficiente, e era difícil entender a resistência dos estudantes. Na verdade, ela nem sempre compreendia facilmente os métodos aritméticos usados por eles, mesmo quando estavam corretos.

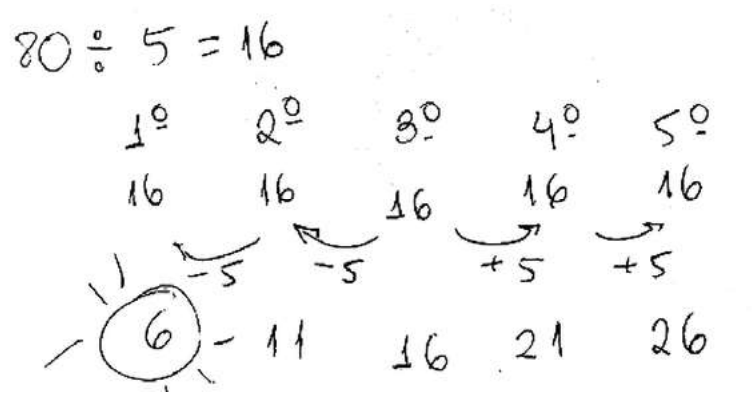
Por exemplo, ela propôs o seguinte problema:

> ***Um esquilo coletou nozes durante cinco dias, de modo que, a cada dia, recolhia cinco a mais do que no dia anterior. No total, ele juntou 80 nozes. Quantas nozes ele coletou no primeiro dia?***

Para Alice, bastava montar a equação a seguir e depois resolvê-la:

$$x + (x + 5) + (x + 10) + (x + 15) + (x + 20) = 80$$

Mas os alunos usaram uma grande variedade de raciocínios, muito mais "confusos" para Alice. Uma aluna, Juliana, por exemplo, fez assim:



Depois de refletir sobre a solução de Juliana, Alice a achou bastante engenhosa, mas não soube o que fazer com aquilo... Para ela, parecia que a destreza matemática dos estudantes estava atrapalhando, em vez de ajudar, na aprendizagem do novo conteúdo.

Roteiro de análise

Compreensão conceitual e epistemológica

- Como o caso ilustra a transição entre o pensamento aritmético e o algébrico?
- Que papel a linguagem algébrica (uso do **x**, construção da equação) desempenha nesse processo?
- Que tipo de compreensão os estudantes demonstram ter sobre números e operações, mesmo sem recorrer ao **x**?
- Quais concepções e modos de pensar se expressam nas soluções propostas por Gabriel e por Juliana?
- Que obstáculos epistemológicos — ligados à natureza do conhecimento algébrico — estão presentes no caso?

Interpretação pedagógica do caso

- Quais foram os principais desafios enfrentados por Alice?
- Que concepção de ensino de álgebra parece orientar suas escolhas?
- Como a professora reagiu às estratégias não algébricas dos alunos?
- Que papel teve sua própria compreensão do conteúdo na condução da aula?
- O que esse caso revela sobre o processo de mediação docente e sobre o lugar do erro e das estratégias espontâneas dos alunos?

Proposição de encaminhamentos didáticos

- Como Alice poderia ter valorizado as estratégias aritméticas dos alunos, transformando-as em ponto de partida para discutir a generalização?
- Que outras representações (tabelas, esquemas, gráficos, manipulação concreta, entre outras) poderiam ser utilizadas para apoiar a passagem ao simbólico?
- Como o professor pode ajudar os estudantes a compreender o significado do **x** sem impor mecanicamente o símbolo?
- De que maneira a exploração de regularidades e padrões pode favorecer essa transição?
- Que tipo de sequência didática ou situação-problema vocês proporiam para trabalhar esse mesmo tema de forma mais produtiva?

Forma da atividade

A atividade será realizada em sala de aula, em **grupos de três a cinco estudantes**. Vale considerar metodologias pertinentes para a organização e condução de trabalhos em equipe, visando a melhorar a qualidade do processo de colaboração entre os estudantes. Ver, por exemplo, o trabalho de Elizabeth Cohen e Rachael Lotan (2017).

Cada grupo receberá um **roteiro de análise com perguntas norteadoras**, que orientará a leitura e a discussão do caso. As reflexões deverão ser registradas de forma organizada e fundamentada, respondendo a todas as questões propostas no roteiro.

A **rubrica de avaliação** também deve ser apresentada e discutida previamente, para que os estudantes tenham clareza de como serão avaliados e possam empregar os melhores esforços em realizar o trabalho a contento.

Processo avaliativo

1. Autoavaliação

Cada grupo deve **utilizar a rubrica para revisar criticamente a própria análise**, identificando pontos fortes e aspectos que podem ser aprimorados antes da entrega. O foco não é atribuir uma "nota", mas **refletir sobre a qualidade do trabalho** à luz dos critérios definidos.

2. Avaliação por pares

A função desta etapa é promover o desenvolvimento de critérios compartilhados de qualidade e o aperfeiçoamento coletivo da análise.

Cada grupo receberá o trabalho de outro grupo, de forma anônima ou identificada conforme decisão do docente, e deverá **avaliá-lo utilizando a mesma rubrica**. A devolutiva deve ser feita usando a rubrica acompanhada de comentários extras, sempre que necessário. Tais comentários devem ser **específicos, respeitosos e construtivos**.

Após receber o retorno do grupo avaliador, cada equipe deve **analisar as sugestões recebidas** e decidir quais serão incorporadas antes da entrega final. Essa etapa deve ser registrada brevemente em um parágrafo reflexivo ao final do documento (por exemplo: "Com base nas devolutivas, revisamos..."). O docente deve **acompanhar e orientar o processo**, assegurando que as interações sejam éticas e focadas na aprendizagem. Pode selecionar trechos exemplares de comentários (positivos e críticos) para discutir coletivamente, destacando **o que caracteriza uma boa devolutiva entre pares**. Essa mediação é essencial para que a atividade cumpra sua função formativa, promovendo **autonomia, criticidade e colaboração acadêmica**. E, além disso, fornece aos futuros professores modelos de condução de avaliação entre pares.

3. Avaliação pelo docente

Após a entrega, o docente aplicará a mesma rubrica, observando tanto os aspectos conceituais (compreensão matemática e pedagógica do caso) quanto a clareza argumentativa e a pertinência das propostas apresentadas.

4. Evolutiva formativa

A devolutiva final será realizada por meio da rubrica comentada e de discussão coletiva, destacando avanços e pontos que merecem maior aprofundamento.

Rubrica

Dimensão	Descritor	Nível 4 – Excelente (0,5)
1. Compreensão conceitual e epistemológica (0,5 ponto)	Evidencia compreensão da natureza das equações e da função da linguagem algébrica na transição do pensamento aritmético ao algébrico.	Demonstra compreensão profunda das ideias envolvidas, analisando aspectos conceituais e epistemológicos com clareza e pertinência.
2. Interpretação pedagógica do caso (0,5 ponto)	Analisa os desafios enfrentados pelo professor e pelos estudantes, relacionando-os a obstáculos típicos da aprendizagem da álgebra.	Interpreta com profundidade as dificuldades do professor e dos estudantes, identificando causas e possíveis implicações didáticas.
3. Proposição de encaminhamentos didáticos (0,5 ponto)	Apresenta propostas consistentes, criativas e fundamentadas para enfrentar as dificuldades identificadas.	Propõe encaminhamentos coerentes e adequados, fundamentando-os de forma satisfatória.
4. Clareza, estrutura e argumentação (0,5 ponto)	Organização e coesão do texto, articulação entre ideias e uso de evidências na argumentação.	O texto é muito bem estruturado, com argumentação lógica e articulada; ideias fluem com clareza e coerência.

Nível 3 – Bom (0,4)	Nível 2 – Parcial (0,2)	Nível 1 – Inicial (0,0)
Compreende adequadamente a função da linguagem algébrica, ainda que com menor articulação conceitual ou epistemológica.	Menciona elementos conceituais de modo genérico ou incompleto, com pouca relação com o caso analisado.	Apresenta concepções equivocadas ou ausência de reflexão sobre a natureza da linguagem algébrica.
Identifica adequadamente as dificuldades do professor e/ou dos estudantes, mas com explicações ainda descritivas ou sem aprofundamento teórico.	Aponta as dificuldades de modo superficial ou impreciso, sem articulação com a aprendizagem da álgebra.	Não identifica as dificuldades relevantes ou as interpreta de forma equivocada.
As propostas são pertinentes, mas pouco justificadas ou pouco articuladas à análise do caso.	As propostas são genéricas, vagas ou desconectadas das dificuldades identificadas.	Não apresenta encaminhamentos didáticos ou eles são inviáveis/incoerentes.
O texto é claro e bem organizado, ainda que com pequenas falhas de coesão ou justificativas pontuais.	O texto apresenta organização parcial, com argumentos dispersos ou incompletos.	O texto é confuso, fragmentado ou carece de argumentação consistente.

Atividade 3 - Prova Individual com mapa de avanço coletivo

O principal propósito desta atividade avaliativa é analisar a compreensão individual dos estudantes sobre os diferentes métodos de resolução de equações polinomiais e sua capacidade de mobilizar esse conhecimento em contextos de ensino.

Dessa forma, a prova avalia simultaneamente o conhecimento do conteúdo matemático e o conhecimento pedagógico do conteúdo — ou seja, a habilidade de interpretar raciocínios de alunos, identificar obstáculos e propor intervenções didáticas coerentes.

A atividade é composta por duas etapas integradas:

- **Prova individual**, que combina aplicação de métodos resolutivos e análise de produções de alunos da educação básica;
- **Mapa de avanço coletivo**, etapa formativa posterior na qual o docente sistematiza as principais dificuldades observadas e propõe perguntas reflexivas que promovem avanço conceitual e didático.

A atividade está diretamente relacionada aos seguintes objetivos de aprendizagem:

4 — **Aplicar diferentes métodos resolutivos para equações polinomiais, tais como isolamento da incógnita, fatoração, completamento de quadrados, fórmulas resolutivas, entre outros.**

6 — **Interpretar resoluções de atividades de estudantes da educação básica sobre equações para subsidiar intervenções didáticas adequadas.**

7 — **Compreender o desenvolvimento histórico da notação algébrica, analisando sua arbitrariedade e sua funcionalidade.**

Forma da atividade

A atividade será desenvolvida em **duas etapas complementares**:

1ª Etapa – Prova individual respondida em sala de aula

A prova conterá **questões que exigem tanto domínio do conteúdo quanto análise pedagógica**, organizadas em dois tipos principais:

- **Questões de aplicação conceitual**, que requerem o uso de diferentes métodos resolutivos (isolamento, fatoração, completamento de quadrados, fórmulas resolutivas, entre outros), com justificativas que explicitem o raciocínio empregado.
- **Questões de análise didática**, nas quais o estudante deverá interpretar resoluções de alunos da educação básica, identificar erros ou estratégias implícitas e propor intervenções pedagógicas adequadas à situação.

Exemplo A: *“A figura a seguir mostra a resolução de um estudante. Note que ele errou ao tentar encontrar as soluções da equação quadrática $x^2 + 8x - 48 = 0$. Explique qual foi o erro (ou erros).”*

$$x^2+8x-48=0$$
$$(x+24)(x-2)=0$$
$$x+24=0 \text{ or } x-2=0$$
$$-24 \quad -24 \qquad +2 \quad +2$$
$$x=-24 \text{ or } x=2$$

Exemplo B: *“Um estudante, ao resolver a equação quadrática $(x-3)(x-4) = 2$, encontrou que as raízes são $x = 5$ ou $x = 6$. Explique como ele deve ter resolvido a equação para ter obtido essas raízes.”*

A estrutura da prova visa observar como o conhecimento matemático e o conhecimento pedagógico do conteúdo se articulam nas respostas.

2ª Etapa – Mapa de avanço coletivo

Após a correção, o docente construirá um **mapa de avanço** com base nas principais dificuldades da turma. O mapa conterá, para cada item da prova: a **dificuldade observada** e uma ou mais **perguntas de avanço** (reflexivas, de esclarecimento ou de aprofundamento).

Exemplo:

Item da prova	Dificuldades e padrões observados	Pergunta(s) de avanço
Exemplo: Questão 4 – Interpretação de resolução de aluno	Vários estudantes apontaram o erro, mas não propuseram intervenção	Como você explicaria essa situação a um aluno de 8º ano? Que recurso visual ou exemplo poderia apoiar sua compreensão?

Todos os estudantes deverão responder a todas as perguntas do mapa de avanço, **independentemente do desempenho obtido na prova**. O foco não é refazer ou corrigir o item original da prova, mas sim reconstruir o raciocínio e fortalecer a compreensão conceitual e pedagógica.

Processo avaliativo e atribuição de notas

Prova individual (2,0 pontos)

A correção considerará dois eixos complementares:

- **Eixo conceitual:** precisão dos procedimentos algébricos e justificativas matemáticas;
- **Eixo pedagógico:** qualidade da interpretação das resoluções de alunos e pertinência das intervenções propostas.

A nota será atribuída por **pontuação proporcional (regra de três simples)**.

Mapa de avanço coletivo (1,0 ponto)

Após a correção, o docente construirá um **mapa de avanço** com base nas principais dificuldades da turma. Todos os estudantes deverão responder a essas perguntas, **independentemente do desempenho obtido na prova**.

O professor analisará as respostas de forma **global**, atribuindo pontuação conforme o engajamento e a qualidade das reflexões:

- **1,0 ponto** – Respostas completas, articuladas e reflexivas.
- **0,5 ponto** – Respostas incompletas ou genéricas.
- **0 ponto** – Não participação.

Devolutiva e fechamento formativo

Após a entrega das respostas, o docente apresentará uma **síntese coletiva dos avanços observados**, retomando as ideias mais significativas e as dúvidas persistentes. Essa devolutiva encerra o ciclo da atividade, garantindo **retorno sobre o mapa** sem abrir uma nova rodada de tarefas. O fechamento poderá ocorrer por meio de **discussão em aula** ou **síntese escrita**, valorizando a aprendizagem coletiva.

Atividade 4 - Organizador gráfico em grupo

O principal propósito desta atividade avaliativa é verificar a compreensão integrada dos métodos históricos de representação e solução de equações polinomiais, evidenciando como diferentes civilizações e períodos matemáticos contribuíram para o desenvolvimento da linguagem algébrica e das técnicas resolutivas.

Por meio da elaboração de um organizador gráfico, os estudantes deverão sintetizar visualmente os principais métodos históricos de representação e solução de equações polinomiais, evidenciando semelhanças, diferenças e conexões entre eles. Espera-se que articulem aspectos epistemológicos, históricos e simbólicos, compreendendo como a linguagem algébrica emergiu, se transformou e se consolidou ao longo do tempo.

A atividade está diretamente relacionada aos seguintes objetivos de aprendizagem:

4 **Reconhecer, em diferentes culturas e tempos históricos, as práticas e as formas de representação de incógnitas e equações polinomiais, incluindo os avanços ocorridos nos séculos XV e XVI.**

6 **Aplicar diferentes métodos resolutivos para equações polinomiais, tais como isolamento da incógnita, fatoração, completamento de quadrados, fórmulas resolutivas, entre outros.**

7 **Compreender o desenvolvimento histórico da notação algébrica, analisando sua arbitrariedade e sua funcionalidade.**

Forma da atividade

A atividade será realizada em grupos de 3 a 5 estudantes, a partir de pesquisa orientada e das discussões coletivas realizadas nas aulas. O trabalho poderá ser realizado em aula ou não, a depender do contexto do curso (diurno, noturno, com estrutura e insumos para esse tipo de atividade ou não, entre outros). Cada grupo deverá elaborar um organizador gráfico (por exemplo: linha do tempo, mapa conceitual, diagrama comparativo ou infográfico) que apresente:

- As formas históricas de representar incógnitas e operações;
- Os métodos de resolução empregados em diferentes períodos e culturas;
- As conexões entre essas abordagens e o pensamento algébrico contemporâneo.

O organizador deve ser autoexplicativo e visualmente claro, podendo ser produzido em formato digital ou manual, conforme a orientação do docente.

Após a produção, haverá uma exposição dos trabalhos, na qual cada grupo deverá formular ao menos duas perguntas dirigidas aos demais, relacionadas a dúvidas, curiosidades ou possibilidades de aprofundamento sobre o tema. O formato de entrega dessas perguntas pode variar caso a exposição seja física ou digital, recorrendo a *post-its* ou a comentários em um mural virtual, por exemplo.

Processo avaliativo

1. Autoavaliação em grupo

Antes da entrega e da exposição, cada grupo deverá utilizar o *checklist* **avaliativo** para revisar seu próprio trabalho. O *checklist* orienta os estudantes sobre **os elementos essenciais do organizador gráfico**, favorecendo a revisão da completude, coerência conceitual e clareza visual. Essa etapa tem caráter **formativo e reflexivo**, ajudando o grupo a identificar o que já domina e o que pode aprimorar.

2. Entrega e exposição

Cada grupo entregará o organizador gráfico final e participará da **exposição coletiva**. Durante a apresentação, os grupos deverão **explicar suas escolhas** e destacar os **métodos históricos, representações e conexões conceituais** evidenciadas. Ao final, cada grupo deverá **deixar ao menos duas perguntas** dirigidas aos demais para dúvidas, curiosidades ou possíveis aprofundamentos.

Avaliação e devolutiva docente

Após a exposição, o docente utilizará o *checklist* (e suas anotações feitas durante a exposição) para elaborar uma devolutiva formativa, nas duas formas complementares seguintes:

- Comentário coletivo, destacando boas práticas observadas (organização visual, consistência conceitual, perguntas instigantes) e aspectos a aprofundar;
- *Checklist* preenchido, indicando pontos fortes e oportunidades de refinamento conceitual e comunicativo.

4. Atribuição de notas

Entrega completa, conforme *checklist*.	**2,0 pontos**
Entrega parcial ou com algum desacordo em relação ao *checklist*.	**1,0 ponto**
Atividade não entregue.	**0 ponto**

Checklist

Critério	Descrição	Sim	Parcial	Não
1. Clareza visual e organização	As informações estão dispostas de forma legível, com hierarquia visual e elementos gráficos que facilitam a leitura e compreensão.	☐	☐	☐
2. Representações históricas e culturais	O trabalho contempla **diferentes culturas e períodos históricos**, reconhecendo avanços e mudanças na forma de representar incógnitas e operações.	☐	☐	☐
3. Métodos resolutivos	São apresentados **métodos variados** de resolução de equações (exemplo: geométricos, aritméticos, simbólicos, algébricos) com breve explicação de seu funcionamento.	☐	☐	☐
4. Conexões conceituais	O organizador estabelece **relações entre métodos históricos e conceitos atuais**, indicando continuidades ou rupturas relevantes.	☐	☐	☐
5. Notação e linguagem algébrica	Evidencia o **desenvolvimento da notação algébrica.**	☐	☐	☐
6. Perguntas para o debate (Apenas após exposição e debate coletivo.)	Foram elaboradas **duas ou mais perguntas** instigantes para os demais grupos, ligadas a dúvidas, curiosidades ou aprofundamentos conceituais.	☐	☐	☐

Atividade 5 - Elaboração de plano de atividade didática em duplas

O principal propósito desta atividade avaliativa é **planejar e justificar uma proposta de ensino** voltada à introdução ou à ilustração de um **método resolutivo específico** para equações polinomiais. Nesse processo, busca-se evidenciar a articulação entre o **conhecimento do conteúdo matemático** (CC) e o **conhecimento pedagógico do conteúdo (CPC)**.

A atividade desafia o futuro professor a **tomar decisões didáticas fundamentadas**, demonstrando capacidade de selecionar tarefas adequadas, antecipar dificuldades dos alunos, propor intervenções coerentes e organizar uma sequência que favoreça a aprendizagem ativa. Além do planejamento em si, espera-se que a dupla demonstre **clareza sobre os objetivos de aprendizagem**, **pertinência da escolha do método resolutivo** e **consistência entre as justificativas e as resoluções esperadas**.

A atividade está diretamente relacionada aos seguintes objetivos de aprendizagem:

3 **Reconhecer obstáculos e dificuldades dos estudantes na aprendizagem da álgebra das equações descritos na literatura especializada.**

5 **Selecionar ou produzir exemplos e atividades para ensinar métodos de resolução de equações.**

Forma da atividade

Cada dupla deverá escolher (ou sortear), a partir de uma lista de possibilidades fornecida pelo docente, um **método resolutivo específico** (exemplo: isolamento da incógnita, fatoração, completamento de quadrados, fórmulas resolutivas, entre outros). Então, deve selecionar ou elaborar **uma atividade** que permita introduzir tal método.

O trabalho deve conter:

1. **Título e objetivo da atividade**;
2. **Justificativa didática**, explicitando a escolha do conteúdo, o propósito pedagógico e a relevância para o desenvolvimento do pensamento algébrico;
3. **Localização na progressão curricular**, indicando **em que momento ou etapa escolar o método resolutivo é introduzido** e **por que esse é um ponto adequado** para a aprendizagem — considerando o desenvolvimento conceitual prévio dos alunos e as expectativas da BNCC ou do currículo de referência;
4. **Descrição detalhada da proposta com:**
    - o **enunciado da atividade** e o **conjunto de tarefas destinadas aos alunos** (situações-problema, desafios, discussões, investigações, entre outros);
    - o **papel do professor** durante o desenvolvimento (mediações, perguntas, encaminhamentos e intervenções planejadas);
    - a **organização cronológica** das etapas e a **organização da turma** (trabalho individual, em duplas, em grupos, discussão coletiva, entre outras);
    - os **materiais e recursos necessários**, bem como o **tempo estimado** para cada fase da atividade.
5. **Resoluções esperadas**, com comentários sobre os raciocínios matemáticos mobilizados;
6. **Antecipação de erros e dificuldades** dos alunos, com possíveis **intervenções pedagógicas** adequadas;
7. **Encaminhamentos complementares** (variações, extensões, conexões interdisciplinares ou de aprofundamento).

As produções comporão um repositório coletivo, que funcionará como mostra de planos de aula, favorecendo o intercâmbio entre duplas.

Processo avaliativo

Avaliação entre pares (formativa)

Cada dupla realizará uma **leitura crítica do plano de outra dupla**, utilizando a **rubrica** oficial da atividade como guia. Essa etapa visa **exercitar o olhar avaliativo e analítico**, favorecendo a compreensão de diferentes formas de estruturar o ensino dos métodos resolutivos.

Os comentários deverão ser **específicos, respeitosos e fundamentados**, destacando pontos fortes e sugestões de melhoria.

As duplas podem usar o *feedback* dos colegas para fazer **refinamentos antes da entrega para o professor**.

Entrega e avaliação docente (2,0 pontos)

Após a revisão, as duplas entregarão a **versão final do plano**, avaliada pelo docente com base na mesma **rubrica** utilizada na avaliação entre pares. A atribuição de notas também será de acordo com essa rubrica.

Devolutiva formativa e encerramento

O docente apresentará uma **devolutiva geral**, destacando tendências observadas (boas escolhas didáticas, coerência curricular, adequação das intervenções, variações criativas, entre outras). Poderá também **ilustrar o** *feedback* **coletivo** com trechos exemplares de planos ou soluções criativas, de forma breve e dialogada.

Os planos permanecerão disponíveis no **mural coletivo**, constituindo um **repositório de referências** para o grupo.


LINHAS
INVISÍVEIS
60°
CENTRO

Rubrica

Dimensão Avaliada	Nível 4 – Excelente
1. Coerência entre objetivo, conteúdo e método resolutivo	O objetivo de aprendizagem é claro, específico e coerente com o método resolutivo escolhido; a justificativa demonstra compreensão profunda da finalidade conceitual e didática da atividade.
2. Localização na progressão curricular e justificativa	Identifica com precisão o momento adequado para introdução do método na progressão curricular, apresentando justificativa consistente e articulada a aprendizagens anteriores.
3. Estratégias didáticas e participação dos alunos	A proposta inclui tarefas bem estruturadas, que promovem participação ativa dos alunos (exploração, discussão, resolução de problemas). As intervenções do professor são pertinentes e favorecem a construção de sentido.
4. Antecipação de erros e estratégias de intervenção	Antecipação realista e variada de possíveis erros e dificuldades dos alunos, acompanhada de intervenções bem fundamentadas e específicas.
5. Clareza e organização comunicativa do plano	O texto é claro, bem estruturado e coeso. A descrição das etapas, materiais e organização da turma é completa e facilita a compreensão da proposta.

Nível 3 – Bom	Nível 2 – Parcial	Nível 1 – Inicial
O objetivo é claro e compatível com o método resolutivo, ainda que com justificativa parcial.	O objetivo está presente, mas é genérico ou apenas parcialmente coerente com o método resolutivo.	O objetivo é ausente, vago ou desconectado do conteúdo e do método resolutivo.
Localiza corretamente o conteúdo na progressão, com justificativa geral ou pouco detalhada.	Localização genérica ou justificativa frágil, sem conexão explícita com a progressão.	Não há referência à progressão curricular ou a justificativa é inadequada.
As tarefas são adequadas e envolvem alguma participação ativa, ainda que com momentos predominantemente expositivos. As intervenções do professor são relevantes, mas pouco detalhadas.	As tarefas priorizam exposição ou repetição de procedimentos; há pouca clareza sobre o papel do aluno ou do professor no processo de aprendizagem.	A proposta é exclusivamente expositiva e centrada no professor, sem atividades ou intervenções que envolvam os alunos.
Apresenta alguns erros esperados e estratégias de intervenção adequadas, mas genéricas.	Antecipação superficial ou genérica, sem detalhamento das respostas pedagógicas.	Não antecipa erros ou apresenta respostas inadequadas às dificuldades possíveis.
O texto é compreensível e relativamente bem organizado, ainda que com pequenas lacunas ou repetições.	O texto apresenta trechos confusos, lacunas importantes ou organização pouco lógica.	O texto é desorganizado ou incompleto, dificultando a compreensão da proposta.

Referências bibliográficas

Lista de textos sugeridos para a disciplina:

BOOTH, Lesley R. Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra. *In*: COXFORD, Arthur F.; SHULTE, Albert P. (org.). **As idéias da álgebra**. São Paulo: Atual, 1995. p. 23-36.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

KIERAN, Carolyn. Duas abordagens diferentes entre os principiantes em álgebra. *In*: COXFORD, Arthur F.; SHULTE, Albert P. (org.). **As idéias da álgebra**. São Paulo: Atual, 1995. p. 104-110.

SOUZA, Eliane Reame de; DINIZ, Maria Ignez de S. V. Álgebra: das variáveis às equações e funções. São Paulo: CAEM/IME-USP, 2008.

Referências para produção deste programa e para a elaboração de aulas

COXFORD, Arthur F.; SHULTE, Albert P. (org.). **As idéias da álgebra**. Tradução de Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1995.

HERSCOVICS, Nicolas; KIERAN, Carolyn. Constructing meaning for the concept of equation. **Educational Studies in Mathematics**, [s. l.], v. 8, n. 4, p. 341–358, 1977. Disponível em: https://www.jstor.org/stable/pdf/27962179.pdf. Acesso em: 10 nov. 2025.

HODGEN, Jeremy; FOSTER, Colin. **What's so hard about algebra?** [S. l.]: University of Nottingham, 2013. Disponível em: https://www.foster77.co.uk/Hodgen%20&%20Foster,%20What's%20so%20hard%20about%20algebra.pdf. Acesso em: 10 nov. 2025.

KIERAN, Carolyn. Concepts associated with the equality symbol. **Educational Studies in Mathematics**, [s. l.], v. 12, n. 3, p. 317–326, 1981. Disponível em: https://www.jstor.org/stable/pdf/3482333.pdf. Acesso em: 10 nov. 2025.

LIMA, Gabriel Loureiro de; BIANCHINI, Barbara Lutaif. Reflexões sobre o ensino e a aprendizagem de Álgebra a partir das produções do GT04 da SBEM. **Educação em Revista**, Belo Horizonte, v. 38, e24723, 2022. Disponível em: https://www.scielo.br/j/edur/a/SdTvr9PMcp9zTXf4kLRfNKv/?lang=pt. Acesso em: 10 nov. 2025.

M3 MATEMÁTICA MULTIMÍDIA. **Esse tal de Bhaskara**. [S. l.: s. n.], 2012. 1 vídeo (10 min). Publicado pelo canal M3 Matemática Multimídia. Disponível em: https://youtu.be/pozKHQxvFSo?si=r6rBT82lCLryrLKE. Acesso em: 10 nov. 2025.

M3 MATEMÁTICA MULTIMÍDIA. **Segredos, Intrigas e Equações Cúbicas**. Campinas: UNICAMP, [s.d.]. Áudio. Disponível em: https://m3.ime.unicamp.br/recursos/1278. Acesso em: 14 nov. 2025.

MASON, John; GRAHAM, Alan; JOHNSTON-WILDER, Sue. **Developing thinking in algebra**. London: The Open University; Paul Chapman Publishing, 2005. 324 p.

MATHEMATICS ASSESSMENT PROJECT (MAP). **Interpreting equations**. Nottingham: Shell Centre for Mathematical Education, University of Nottingham, 2015. Disponível em: https://www.map.mathshell.org/lessons.php?unit=6215&collection=8. Acesso em: 10 nov. 2025.

NATIONAL CENTRE FOR EXCELLENCE IN THE TEACHING OF MATHEMATICS (NCETM). **Algebra tiles**: representations of algebraic expressions. [S. l.]: NCETM, [s.d.]. Disponível em: https://www.ncetm.org.uk/media/dj5o223w/ncetm_ks3_representations_algebra_tilespdf.pdf. Acesso em: 10 nov. 2025.

PORTA DOS FUNDOS. **Romanos**. [S. l.: s. n.], 2014. 1 vídeo (2 min). Publicado pelo canal Porta dos Fundos. Disponível em: https://youtu.be/2vzwOeY9YUY?si=a4WxW6eSdOGxFnQF. Acesso em: 10 nov. 2025.

STRATEGIC EDUCATION RESEARCH PARTNERSHIP (SERP). **Algebra by Example**. [S. l.]: SERP Institute, [s.d.]. Disponível em: https://www.serpinstitute.org/algebra-by-example. Acesso em: 10 nov. 2025.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO (UFRJ). Projeto Fundão. **Álgebra**: material do professor. Rio de Janeiro: IM/UFRJ, [s.d.]. Disponível em: https://www.im.ufrj.br/images/documentos/lgebra.pdf. Acesso em: 10 nov. 2025.

UNIDADE 1

A transição entre a aritmética e a álgebra: sentidos e desafios do ensino

A unidade tem início com um diagnóstico do repertório aritmético e algébrico dos futuros professores, a partir da resolução de problemas que admitem diferentes modos de solução. Esse ponto de partida serve para provocar a reflexão sobre os próprios modos de pensar matematicamente e sobre os desafios que estudantes da educação básica enfrentam ao transitar entre a aritmética e a álgebra. Ao longo do percurso, os participantes analisam distintos significados da álgebra — como aritmética generalizada, meio de resolução de problemas, estudo de relações e de estruturas — e discutem referenciais teóricos, documentos curriculares (como a BNCC) e casos de sala de aula. O foco recai sobre a compreensão conceitual e didática da introdução da linguagem algébrica, culminando na análise de um caso real que evidencia as tensões entre raciocínio aritmético e pensamento algébrico.

Aula 1 - Diagnóstico inicial: modos de pensar aritméticos e algébricos

Objetivos: apresentar o curso, explicitar expectativas e mapear o repertório matemático dos licenciandos.

Atividades

- Apresentação da ementa e dos objetivos da unidade.
- Atividade 1 – Diagnóstico: resolução de problemas com dupla abordagem (aritmética e algébrica), visando identificar estratégias, preferências e concepções implícitas sobre o uso da álgebra.

Aula 2 - O que é álgebra? Concepções e representações iniciais

Objetivos: discutir concepções pessoais sobre álgebra e introduzir a reflexão sobre seus múltiplos significados.

Atividades

- Devolutiva e discussão coletiva do diagnóstico inicial.
- Dinâmica "Pense, divida com a dupla, compartilhe com o grupo": o que significa álgebra para você?
- Exibição e debate do vídeo "Romanos" (Porta dos Fundos, 2014) como provocação sobre o uso simbólico da letra x.

Aula 3 - Os diferentes significados da álgebra

Objetivos: reconhecer e analisar os diversos significados atribuídos à álgebra na literatura especializada e nas práticas escolares.

Atividades

- Proposição e discussão de quatro situações-problema que explorem diferentes ideias de álgebra (com base em Mason et al., 2005).
- Leitura guiada das páginas 1 a 10 do livro "Álgebra: das variáveis às equações e funções" (Souza e Diniz, 2008).
- Sistematização dos quatro significados principais: aritmética generalizada; meio de resolução de problemas; estudo de relações entre variáveis; estudo de estruturas algébricas.

Aula 4 - A álgebra na BNCC: progressões e escolhas curriculares

Objetivos: compreender como os diferentes significados da álgebra se distribuem e evoluem ao longo da BNCC.

Atividades:

- Estudo da BNCC com foco nas habilidades relativas à álgebra (anos iniciais e finais do ensino fundamental).
- Rastreamento da progressão das aprendizagens e habilidades.
- Discussão coletiva orientada pelas perguntas: "Como é essa progressão? Por que é assim? Poderia ser de outra forma?"

Aula 5 – Sistematização e transição para o estudo das equações

Objetivos: consolidar os aprendizados sobre os significados da álgebra e introduzir a discussão sobre o início do estudo das equações.

Atividades:

- Exposição dialogada e síntese produzida pelos futuros professores, articulando conceitos e práticas estudadas.

Questão norteadora:

- "Quando e como se inicia o estudo das equações?"
- Construção coletiva de uma linha de progressão didática para introdução da linguagem algébrica.

Aula 6 – Análise de caso de ensino: a introdução da linguagem algébrica (parte 1)

Objetivos: compreender como os licenciandos mobilizam seus conhecimentos conceituais (CC) e pedagógicos do conteúdo (CPC) para analisar uma situação real de sala de aula em que o professor enfrenta dificuldades para levar os alunos a reconhecerem a necessidade da linguagem algébrica.

Atividades:

- Apresentação da "Atividade 2 – Análise de caso de ensino": contextualização do caso "O x da questão de Alice", esclarecimento dos objetivos da análise e leitura coletiva dos critérios da rubrica avaliativa.
- Formação de grupos de três a cinco participantes.
- Distribuição do roteiro de análise, com perguntas norteadoras para orientar a leitura e discussão do caso.
- Início do trabalho em grupo: leitura, debate e registro das interpretações preliminares.

Aula 7 - Análise de caso de ensino: socialização, avaliação e devolutiva formativa (parte 2)

Objetivos: promover a revisão crítica e o aprimoramento colaborativo das análises de caso, por meio da autoavaliação e da avaliação por pares, e consolidar os aprendizados conceituais e pedagógicos da unidade.

Atividades:

- Autoavaliação dos grupos: revisão crítica do próprio trabalho utilizando a rubrica, identificando pontos fortes e aspectos a aprimorar.
- Discussão coletiva mediada pelo docente sobre o processo de devolutiva entre pares: o que caracteriza uma boa crítica acadêmica e como ela contribui para o aprimoramento profissional.
- Avaliação por pares: troca dos trabalhos entre grupos, leitura e preenchimento da rubrica com comentários construtivos e específicos.
- Revisão final dos trabalhos pelos grupos, incorporando as sugestões consideradas pertinentes e registrando brevemente as modificações realizadas.
- Entrega final da análise.

Aula 8 – Devolutiva docente e síntese formativa da unidade

Objetivos: oferecer uma devolutiva formativa sobre a "Atividade 2", destacando avanços conceituais, pedagógicos e argumentativos observados nos trabalhos. Promover a reflexão coletiva sobre os aprendizados desenvolvidos ao longo da unidade.

Atividades:

- Apresentação da devolutiva docente: o professor retoma os principais aspectos observados na avaliação das análises de caso, com base na rubrica, enfatizando tanto os pontos fortes quanto os pontos que merecem maior aprofundamento.
- Exposição de exemplos extraídos dos trabalhos (mantendo o anonimato quando necessário), evidenciando boas práticas de argumentação, de articulação entre CC e CPC e de proposição de encaminhamentos didáticos.
- Sistematização dos aprendizados-chave da unidade, relacionando-os aos objetivos gerais do curso.

UNIDADE 2

Métodos históricos e fundamentos didáticos das equações

Nesta unidade, os futuros professores percorrem um itinerário histórico e conceitual sobre os métodos de resolução de equações, desde a álgebra retórica até a notação simbólica contemporânea, articulando continuamente os fundamentos matemáticos e suas implicações didáticas. Por meio de atividades de experimentação, investigação e análise, os estudantes exploram como diferentes culturas e períodos representaram incógnitas e operações, compreendendo que cada método reflete uma forma de pensar e de comunicar ideias matemáticas. Essa imersão histórica é entrelaçada a discussões sobre a transposição didática dos métodos e suas conexões com o ensino atual, permitindo que os licenciandos mobilizem conhecimentos matemáticos e pedagógicos do conteúdo em situações de ensino. A unidade culmina em duas atividades integradoras — a prova em duas fases e a elaboração de um organizador gráfico — que promovem síntese, reflexão e autorregulação da aprendizagem, consolidando uma visão ampla e crítica sobre o desenvolvimento histórico, epistemológico e pedagógico da álgebra e das equações.

Aula 9 - Equações faladas: a álgebra retórica

Objetivos: experimentar e compreender a natureza das "equações faladas" e o raciocínio retórico da álgebra antiga.

Atividades:

- Experimentação com situações-problema expressas verbalmente, sem notação simbólica.
- Investigação do alcance e das limitações desse modo de expressão.
- Conexões com a matemática escolar: reinterpretação de problemas por meio da "regra de inversão", articulando linguagem natural e pensamento algébrico emergente.

Aula 10 – O método do montão: raciocínios proporcionais na resolução de problemas

Objetivos: investigar o método do montão como técnica pré-algébrica e explorar seu potencial didático.

Atividades:

- Experimentação de problemas resolvidos pelo método do montão.
- Discussão sobre sua fundamentação em raciocínios proporcionais e balanceamento de quantidades.
- Conexões com o ensino de proporcionalidade e construção de sentido para o uso de letras e incógnitas.

Aula 11 – Métodos geométricos de resolução

Objetivos: compreender a base geométrica de certos métodos históricos de resolução de equações e identificar suas relações com o pensamento algébrico.

Atividades:

- Apresentação e experimentação de métodos geométricos elementares (sem necessidade de construções completas).
- Análise das propriedades envolvidas e sua correspondência com expressões algébricas.

Aula 12 – Completar quadrados: uma ponte entre geometria e álgebra

Objetivos: compreender o método de completar quadrados como transição entre raciocínios geométricos e simbólicos.

Atividades:

- Experimentação e análise do método.
- Investigação do alcance e limites dessa estratégia em diferentes tipos de equação.
- Conexões com a matemática escolar: relação com a fórmula resolutiva da equação quadrática e com a representação geométrica de áreas.

Aula 13 – O surgimento da notação algébrica

Objetivos: compreender a evolução histórica da notação algébrica e suas implicações para o ensino e a aprendizagem da álgebra.

Atividades:

- Linha do tempo da transição da álgebra retórica à simbólica.
- Discussão sobre como a notação transformou a natureza da atividade matemática.
- Debate sobre os efeitos dessa mudança na aprendizagem contemporânea e na transição aritmética → algébrica.
- Exibição e debate do vídeo “Esse tal de Bhaskara” (M3 Matemática Multimídia, 2012) oferece uma revisão como fechamento dos temas propostos até aqui nessa unidade.

Aula 14 – Métodos baseados na notação algébrica: isolamento da incógnita

Objetivos: analisar o isolamento da incógnita como método fundamental de resolução e como objeto de ensino.

Atividades:

- Experimentação de problemas resolvidos por isolamento.
- Fundamentação conceitual do método (equivalência e operações inversas).
- Discussão de estratégias de ensino: como apoiar a passagem do raciocínio aritmético à manipulação simbólica (problematização do “passa para o outro lado”)

Aula 15 – Métodos baseados na notação algébrica: fatoração

Objetivos: compreender a fatoração como método resolutivo e discutir suas implicações didáticas.

Atividades:

- Revisão conceitual de fatoração.
- Resolução e análise de equações por esse método.
- Discussão sobre a articulação entre manipulação simbólica, visualização geométrica e compreensão estrutural.

Aula 16 – Equações polinomiais de grau maior que 3: história e impossibilidades

Objetivos: conhecer os esforços históricos na busca por soluções gerais de equações de grau superior e suas consequências para a compreensão da álgebra moderna.

Atividades:

- Panorama histórico das equações cúbicas e quárticas, e do surgimento da impossibilidade algébrica geral.
- Discussão sobre o impacto desses resultados no pensamento matemático e no ensino da álgebra.
- Apresentação e debate do áudio “Segredos, Intrigas e Equações Cúbicas” (M3 Matemática Multimídia, [s.d.]).

Unidade 2 – Continuação

Aula 17 – Atividade 3: Prova (fase 1)

Objetivos: avaliar a compreensão individual dos estudantes sobre os métodos de resolução de equações polinomiais e sua capacidade de mobilizar esse conhecimento em contextos de ensino.

Atividades:

- Prova individual: combinação entre aplicação de métodos resolutivos e análise de produções de alunos da educação básica.

Foco avaliativo:

- Compreensão conceitual dos diferentes métodos e mobilização integrada do conhecimento do conteúdo e do conhecimento pedagógico do conteúdo (CPC).

Aula 18 – Atividade 3: Prova (fase 2)

Objetivos: promover o avanço conceitual e didático a partir da análise coletiva dos resultados da prova.

Atividades:

- Sistematização pelo docente das principais dificuldades e avanços observados.
- Discussão em grupos das perguntas reflexivas propostas no "mapa de avanço coletivo".
- Elaboração das respostas do grupo, consolidando novas compreensões sobre os métodos resolutivos e sua transposição didática.

Aula 19 – Devolutiva final da prova

Objetivos: socializar os resultados e aprendizagens da atividade avaliativa, promovendo a reflexão sobre o processo formativo.

Atividades:

- Apresentação pelo docente da síntese coletiva dos avanços e dúvidas persistentes.
- Discussão sobre o que as análises revelam acerca da compreensão dos métodos e das estratégias de ensino.
- Encerramento da atividade avaliativa com devolutiva dialógica e registro dos aprendizados individuais.

Aula 20 – Atividade 4: Elaboração de organizador gráfico

Objetivos: sistematizar os conhecimentos construídos sobre os diferentes métodos de resolução de equações e suas conexões históricas e didáticas.

Atividades:

- Formação de grupos (3 a 5 integrantes) e retomada das discussões realizadas ao longo da unidade sobre formas históricas de representar incógnitas e operações, métodos resolutivos e suas conexões com o pensamento algébrico contemporâneo.
- Orientações do docente sobre tipos possíveis de organizadores gráficos (linha do tempo, mapa conceitual, diagrama comparativo, infográfico).
- Produção do organizador, em formato digital ou manual, com base em pesquisa orientada e discussões coletivas.
- Autoavaliação em grupo, com apoio do checklist avaliativo, para revisar completude, coerência conceitual e clareza visual.

Aula 21 - Atividade 4: exposição e devolutiva formativa dos organizadores gráficos

Objetivos: promover a socialização das produções e o diálogo entre grupos sobre os métodos históricos, representações e conexões conceituais da álgebra. Valorizar a comunicação acadêmica e a argumentação visual como formas de explicitação do pensamento matemático.

Atividades:

- Exposição coletiva dos organizadores gráficos:
- Cada grupo apresenta seu trabalho, explica as escolhas de representação e destaca as relações entre aspectos históricos, conceituais e didáticos.
- Troca entre pares: cada grupo formula e registra ao menos duas perguntas dirigidas aos demais para dúvidas, curiosidades ou possibilidades de aprofundamento.
- O formato das perguntas pode variar conforme o contexto (*post-its*, mural físico ou virtual).

Devolutiva docente:

- Comentário coletivo com destaque a boas práticas (organização visual, consistência conceitual, perguntas instigantes) e aspectos a aprofundar.
- Entrega do checklist preenchido com observações formativas.

UNIDADE 3

Obstáculos, práticas e planejamento do ensino de equações

Na terceira unidade, os futuros professores avançam da análise conceitual e histórica para o enfrentamento de desafios concretos do ensino da álgebra. O percurso inicia com o estudo das formas de resolução de equações lineares e a distinção entre raciocínios baseados em inversão e em equivalência, aprofundando a compreensão das operações e de sua função estrutural. Em seguida, por meio de leituras e análises de produções de alunos, os participantes investigam as dificuldades recorrentes na aprendizagem da álgebra. A partir dessas discussões, o foco se desloca para o planejamento de ensino, com a elaboração e análise de planos de aula que evidenciam a articulação entre o conhecimento matemático e o conhecimento pedagógico do conteúdo. O processo formativo privilegia a reflexão colaborativa, a avaliação entre pares e a devolutiva docente, culminando em uma síntese coletiva sobre o que significa ensinar álgebra de modo conceitualmente fundamentado, didaticamente intencional e sensível às dificuldades reais dos estudantes.

Aula 22 – Categorização de soluções de equações lineares: inversão e equivalência

Objetivos: compreender as diferentes categorias de raciocínio envolvidas na resolução de equações lineares e discutir seus fundamentos conceituais.

Atividades:

- Análise e categorização de estratégias de resolução: regra de inversão versus manutenção de equivalência.
- Leitura guiada e discussão do capítulo 9 do livro "As ideias da álgebra" (Coxford e Shulte, 1995).

Foco formativo: aprofundamento conceitual sobre a lógica das operações inversas e o papel das propriedades da igualdade na formação do pensamento algébrico.

Aula 23 – Dificuldades dos estudantes com álgebra: o que dizem as pesquisas

Objetivos: identificar e compreender os principais obstáculos enfrentados pelos estudantes na aprendizagem da álgebra, relacionando-os a aspectos do raciocínio aritmético.

Atividades:

- Leitura e discussão do artigo "*What's so hard about algebra*?" (Hodgen e Foster, 2013).
- Sistematização coletiva das principais dificuldades relatadas.

Foco formativo: reconhecimento de padrões de erro e suas causas epistemológicas, cognitivas e didáticas, com vistas à formação do olhar analítico sobre o aprendizado da álgebra.

Aula 24 – Análise de erros e produções de alunos: equação quadrática

Objetivos: analisar raciocínios e erros típicos em produções de estudantes da educação básica envolvendo equações quadráticas.

Atividades:

- Resolução e análise da atividade "*Interpreting equations*" (Mathematics Assessment Project, 2015)
- Discussão em grupos sobre as estratégias corretas, as concepções implícitas nos erros e as possibilidades de intervenção docente.

Foco formativo: desenvolvimento da competência de leitura e interpretação de produções de alunos, articulando compreensão conceitual e planejamento pedagógico.

Aula 25 – Fechamento da análise de erros e síntese coletiva

Objetivos: retomar e consolidar os aprendizados das aulas anteriores sobre dificuldades e raciocínios dos estudantes.

Atividades:

- Socialização das observações registradas na aula anterior.
- Discussão orientada sobre os tipos de obstáculos identificados (semântico, procedimental, representacional).
- Sistematização final: implicações para o ensino de equações e para o planejamento de intervenções didáticas.

Foco formativo: elaboração de um quadro interpretativo das dificuldades, servindo de base conceitual para a próxima atividade avaliativa (planejamento de ensino).

Aula 26 – Orientações para a "Atividade 5": elaboração de plano de aula

Objetivos: compreender a proposta, os critérios e a rubrica da atividade avaliativa sobre planejamento de ensino.

Atividades:

- Apresentação e discussão da "Atividade 5 – Elaboração de plano de aula" e de sua rubrica de avaliação.
- Análise coletiva de exemplos à luz da rubrica de avaliação proposta.
- Organização das duplas e escolha ou sorteio do método resolutivo (exemplo: isolamento, fatoração, completamento de quadrados, fórmula resolutiva).

Aula 27 – Elaboração do plano de aula ("Atividade 5")

Objetivos: desenvolver, em duplas, uma proposta de ensino que introduza ou ilustre um método resolutivo específico para equações polinomiais.

Atividades:

- Redação colaborativa do plano de aula, contendo objetivos, justificativa didática, progressão curricular, descrição detalhada das tarefas e antecipação de erros e intervenções.

Unidade 3 – Continuação

Aula 28 – Avaliação entre pares e refinamento dos planos de aula

Objetivos: exercitar a leitura crítica de planos de ensino e aprimorar o próprio trabalho a partir de *feedbacks* construtivos.

Atividades:

- Troca de planos entre duplas e avaliação entre pares, com base na rubrica oficial da atividade.
- Discussão dos comentários recebidos e decisão sobre refinamentos.
- Revisão e entrega da versão final para avaliação docente.

Aula 29 – Devolutiva docente dos planos de aula e socialização de aprendizados

Objetivos: promover a devolutiva formativa da "Atividade 5" e compartilhar boas práticas de planejamento.

Atividades:

- Apresentação das principais tendências e destaques observados nas produções.
- Exposição dialogada de exemplos ilustrativos (organização, coerência, criatividade).
- Discussão sobre como o planejamento traduz concepções de ensino e aprendizagem da álgebra.

Aula 30 – Fechamento e avaliação global do curso

Objetivos: realizar o encerramento reflexivo do curso, articulando aprendizagens conceituais, pedagógicas e epistemológicas.

Atividades:

- Discussão avaliativa sobre o alcance dos objetivos formativos e os principais aprendizados consolidados.
- Registro individual de metarreflexão: "O que aprendi sobre ensinar álgebra e sobre aprender a ser professor de matemática?".
- Apresentação pelo docente de uma síntese do percurso formativo coletivo.

Foco formativo: fechamento do ciclo formativo com ênfase na autorregulação, na integração dos saberes e na valorização do processo de aprendizagem docente.

Exemplo de aula detalhado

Unidade 3 - Aula 24

CONTEÚDOS DA AULA

- Resolução de problema com equação quadrática;
- Análise de erros e produções de alunos da educação básica.

OBJETIVOS DA DISCIPLINA ABORDADOS NA AULA

4 Aplicar diferentes métodos resolutivos para equações polinomiais, tais como isolamento da incógnita, fatoração, completamento de quadrados, fórmulas resolutivas, entre outros.

6 Interpretar resoluções de atividades de estudantes da educação básica sobre equações para subsidiar intervenções didáticas adequadas.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS DA AULA

Esta aula foca em um único problema contextualizado no qual a modelagem fornece uma equação quadrática com uma variável. Além de modelar e resolver o problema, os futuros professores deverão:

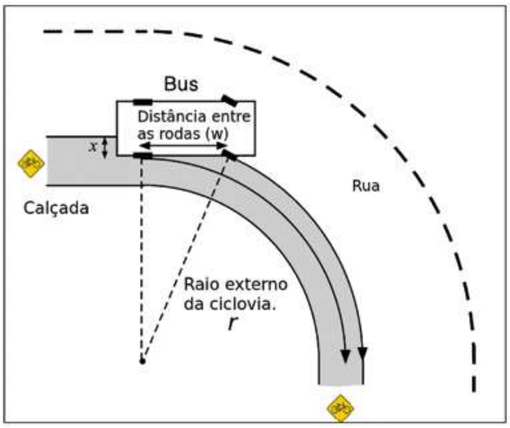
- Compreender e analisar a produção de estudantes na resolução da equação quadrática por meio de extração de raízes quadradas, completamento de quadrados, uso da fórmula quadrática e fatoração.
- Interpretar os resultados no contexto de uma situação real.

Atividade: Invadindo a ciclovia

Parte 1: Conteúdo matemático (CC)

Questão disparadora

Ao fazer uma curva, um ônibus deve virar com cuidado para evitar que sua roda traseira invada a ciclovia. Na imagem fornecida, observa-se que, enquanto a roda dianteira se mantém no limite da faixa, a roda traseira acaba por invadir a área destinada às bicicletas. O diagrama abaixo ilustra uma representação geométrica dessa situação, vista na imagem a seguir.



A distância entre as rodas dianteiras e traseiras (distância entre os eixos do ônibus) é **w**.

Seja **r** o raio da borda externa da ciclovia.

A distância marcada com **x** indica o quanto a roda traseira invade a ciclovia.

1. Use o diagrama para explicar que

$$x^2 - 2xr + w^2 = 0.$$

2. Considere **w = 3 metros** e **r = 5 metros**.

a) Descubra o quanto a roda traseira invade a ciclovia. Explique sua resposta.

b) Descubra a que distância a roda dianteira deve ficar da borda externa da ciclovia para que a roda traseira não invada a ciclovia.

Parte 2: Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (CPC)

Neste trabalho em grupo vocês irão analisar resoluções de estudantes para o item (2a) da questão disparadora resolvida anteriormente. A entrega deverá conter:

c) uma resolução do grupo para a questão original

d) análise da resolução – Ryan;

e) análise da resolução – Dora;

f) análise da resolução – Gui;

g) análise da resolução – Liam.

Suas respostas devem ser completas para evidenciar a compreensão do grupo sobre cada situação apresentada. Ou seja, inclua resoluções matemáticas e texto com explicações sobre suas observações.

ATENÇÃO

As resoluções apresentadas vieram de um material produzido na Inglaterra. Os valores usados nas resoluções dos estudantes estão em pés (e não em metros). Com isso, foram usados r = 17 pés e w = 10 pés e usa-se "." (ponto) em vez de "," (vírgula) para separar a parte inteira da parte decimal de números.

Bom trabalho!

Ryan

$$x^2 - 2xr + w^2 = 0$$

$$r = 17 \quad w = 10$$

$$x^2 - 34x + 100 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-34 \pm \sqrt{34^2 - 4.1.100}}{2}$$

$$= \frac{-34 \pm \sqrt{756}}{2}$$

$$x = -30.75 \quad \text{or} \quad x = -3.25$$

R1) Ryan usou a fórmula para encontrar as raízes da equação quadrática. Ryan cometeu algum erro? Explique.

R2) Cite, pelo menos, uma vantagem e uma desvantagem desse método. Justifique.

Dora

Teste $x = 10$

$10^2 - 34 \times 10 + 100 = -140$

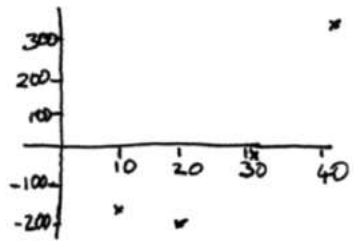
$x = 20$

$20^2 - 34 \times 20 + 100 = -180$

$x = 30$

$30^2 - 34 \times 30 + 100 = -20$

$x = 40$



$40^2 - 34 \times 40 + 100 = 340$

x entre 30 e 40. Teste $x = 35$

$35^2 - 34 \times 35 + 100 = 135$

$x = 32$ $\quad 32^2 - 34 \times 32 + 100 = 36$

$x = 31$ $\quad 31^2 - 34 \times 31 + 100 = 7$ $\quad \underline{x = 31}$

D1) Qual foi o método usado por Dora para obter a solução procurada?

D2) Apresente uma explicação sobre por que Dora deve ter feito o rascunho usando o plano cartesiano.

D3) Comente vantagens e desvantagens da solução de Dora. Justifique.

Gui

D1) Qual foi o método usado por Dora para obter a solução procurada?

D2) Apresente uma explicação sobre por que Dora deve ter feito o rascunho usando o plano cartesiano.

D3) Comente vantagens e desvantagens da solução de Dora. Justifique.

$r = 17 \quad w = 10$

$x^2 - 34x + 100 = 0$

$(x-10)(x-10)$

$(x-20)(x-5)$

$(x-25)(x-4)$

$x^2 - 34x + 100 = 0$

$(x-17)^2 - 289 + 100 = 0$

$(x-17)^2 = 189$

$x - 17 = 13.75$ $\quad \underline{x = 30}$

Liam

$$17^2 = a^2 + 10^2$$

$$a^2 = 289 + 100$$

$$= 389$$

$$a = 19,72$$

L1) Qual foi o método que Liam usou? Explique.

L2) Qual foi o erro cometido? Explique, refazendo a resolução correta (mantendo o método).

L3) Como você explicaria para a turma o método usado por Liam?

Arquivo com as questões em formato editável pode ser acessado aqui.

Referência

MATHEMATICS ASSESSMENT PROJECT (MAP). **Solving Quadratic Equations**. Nottingham: Shell Centre for Mathematical Education, University of Nottingham, 2015. Disponível em: https://www.map.mathshell.org/download.php?fileid=1736. Acesso em: 10 nov. 2025.

SUGESTÕES PARA A AULA

É muito importante que toda a turma tenha tempo para refletir e resolver a questão disparadora, pois as questões seguintes serão análises de estratégias diversas para essa resolução. Uma opção é dar um tempo para que os estudantes pensem individualmente sobre a questão e, apenas depois de conseguirem esboçar alguma ideia, os grupos sejam formados. Na modelagem, os estudantes devem notar que o esquema sugere um triângulo retângulo. Verifique que todos estão de acordo com os ângulos formados pelo eixo do ônibus e pelos raios das circunferências sugeridas.

Como se trata de uma situação real, a solução cujo valor é negativo não precisa ser considerada, mas é importante que a turma perceba isso e seja capaz de interpretar o que seria o significado desse valor.

Incentive os grupos a conversarem sobre cada resolução, em vez de cada um olhar individualmente uma delas. A discussão cria oportunidades de conhecer dificuldades e de notar nuances que, sozinhos, talvez não aparecessem.

A solução de Ryan foi usar a fórmula para obter as raízes de uma equação quadrática. Ela é a primeira a ser apresentada pois é bem provável que seja uma estratégia conhecida por toda a turma, o que ajuda a focar a discussão em aspectos pedagógicos da resolução.

A solução de Dora é diferente, mas apresenta elementos que sugerem a estratégia, como a palavra “teste”. Além disso, o plano cartesiano costuma ser familiar para os estudantes. Incentive-os a descrever o comportamento do gráfico (mesmo que seja apenas apresentado alguns pontos).

As tentativas de fatoração riscadas de Gui sugerem qual valor ele estava usando: multiplicações cujo produto era 100. O método seguinte é o completamento de quadrados puramente algébrico, com a ideia de compensar. É possível que alguns grupos consigam observar que as equações dadas são equivalentes, mas não sejam capazes de reproduzir a estratégia com outros valores. Durante a discussão, certifique-se de que a compreensão geral foi atingida por todos.

Liam, apesar de não obter o valor correto, apresenta uma solução bastante sucinta. Muitos estudantes podem não notar que o “$a = 17 - x$”. Aqui, a ideia de substituição de variáveis se mostra de forma simples e vantajosa em termos de obter a solução procurada.