

SEL  
04/12/00



**Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo**  
Natal, 19 a 22 de Novembro de 2000



***Promoção:*** Sociedade Brasileira de Eletromagnetismo – SBMag

***Organização:*** Universidade Federal do Rio Grande do Norte - UFRN

**Anais do IV Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo – CBMag  
2000**

**Natal, RN, Brasil**

**19 a 22 de novembro de 2000**

**Publicado pela Sociedade Brasileira de Eletromagnetismo**

**Data de Publicação**

**Novembro de 2000**

**FICHA CATALOGRÁFICA**

Catálogo da publicação. UFRN/Biblioteca Central “Zila Mamede”  
Divisão de Serviços Técnicos

Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo  
(4. : 2000 : Natal, RN).

Anais do IV Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo, CBMag  
2000 / Promoção da Sociedade Brasileira de Eletromagnetismo, SBMag;  
organização e editoração: Maria Rosa M. Lins de Albuquerque, Adaildo  
Gomes d'Assunção. \_ Natal (RN): SBMag, 2000.  
527p.

1. Eletromagnetismo – Congressos. I. Albuquerque, Maria Rosa  
M. Lins de. II. d'Assunção, Adaildo Gomes. III. Universidade Federal do  
Rio Grande do Norte. IV. Sociedade Brasileira de Eletromagnetismo. V.  
Título.

RN/UF/BCZM

CDD 537  
CDU 237.8(061.3)

**Capa:** Praia de Ponta Negra. Foto de Eduardo Maia.

**Contra-capas:** Vista superior – Praia do Meio. Vista central – Morro do Careca. Vista inferior – Vista de Natal. Fotos de Eduardo Maia.

# Análise de Dispositivos Ópticos Não-recíprocos Usando FD-BPM

G635 a

Evandro Assis Costa Gonçalves, Ben-Hur Viana Borges e Amílcar Careli César

Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos, Depto. de Engenharia Elétrica, C.P. 359, CEP 13560-250, São Carlos, SP

**Resumo** — A técnica numérica baseada no método da propagação do feixe (BPM) e em diferenças finitas (FD) é utilizada para analisar a propagação de luz em dispositivos ópticos. A equação de onda é expandida em diferenças finitas utilizando o esquema de Crank-Nicholson. Um dispositivo utilizando material magnetoóptico para aplicações em sistemas de comunicações ópticas é investigado neste trabalho. São consideradas as estruturas planares que exibem efeito não-recíproco, como os isoladores. Resultados numéricos são apresentados e discutidos.

**Palavras-chave** — método de propagação do feixe (BPM-*beam-propagation method*), método das diferenças finitas (FD-*finite-difference method*), esquema de Crank-Nicholson, óptica integrada, material magnetoóptico, dispositivos não-recíprocos.

## I. INTRODUÇÃO

O avanço do setor de telecomunicações produziu nos últimos anos uma grande variedade de inovações tecnológicas que deram origem a novos e revolucionários serviços oferecidos ao mercado consumidor. Por sua vez, estes serviços têm exigido o desenvolvimento e a implantação de redes cada vez mais velozes, cuja implementação só tem sido possível graças aos sistemas ópticos. Nestas redes ópticas as taxas de transmissão dos sinais tendem a romper a barreira dos terahertz por segundo empregando multiplexação em comprimento de onda (WDM), uma das tecnologias mais promissoras. Além disso, a agregação de novas técnicas de comutação e transmissão de sinais digitais que tratam de forma transparente os vários tipos de sinais - voz, vídeo e dados - poderão tornar as redes futuras totalmente ópticas e transparentes.

Para realizar estas redes ópticas de comunicação, um diversificado conjunto de dispositivos ativos e passivos tem sido objeto de pesquisas em todo o mundo. São lasers, fotodetectores, amplificadores ópticos, chaves, moduladores, demoduladores, filtros, e tantos outros. Dentre estes, os que empregam materiais magnetoópticos formam uma importante categoria de dispositivos, na qual os mais utilizados são os isoladores [1]-[4] e os circuladores [5], [6]. Os isoladores são necessários para impedir que a luz refletida pelo sistema seja novamente acoplada dentro das fontes ópticas e estão presentes nos sistemas modernos que empregam amplificação óptica. Os circuladores fazem parte dos derivadores de sinais em sistemas que utilizam multiplexação por divisão em comprimento de onda (WDM). Estes dispositivos têm como base de

operação a diferença entre as constantes de propagação do modo magnético transversal (TM) para as duas direções de propagação [3], o acoplamento não-recíproco entre os modos elétrico transversal (TE) e TM [7], ou as propriedades de modos vazados (*leaky*) [1]. Os dispositivos exploram as características dos materiais magnetoópticos, baseados em estruturas do tipo *yttrium iron garnet-gadolinium gallium garnet* (YIG-GGG).

A operação de estrutura com material magnetoóptico pode ser mais bem compreendida por meio da simulação numérica da propagação de luz. Para tanto, a equação de onda pode ser resolvida por meio de métodos numéricos como o dos elementos finitos [8]-[11] ou das diferenças finitas [3], [7], [12]. Qualquer uma destas técnicas pode ser empregada em conjunto com o método de propagação de feixe para analisar tanto estruturas planares quanto tridimensionais. Além destas técnicas, as estruturas planares também podem ser investigadas por meio da solução analítica [1], [6], e as tridimensionais, como as do tipo *rib*, pela técnica da perturbação [5] ou do índice efetivo [4].

A técnica escolhida neste trabalho para analisar guias com materiais magnetoópticos emprega o método da propagação de feixe em conjunto com a solução da equação de onda por intermédio do método das diferenças finitas. Condições de contorno absorventes [13] são empregadas para evitar reflexões não desejadas para dentro da janela computacional. A técnica FD é simples de ser formulada, bastante eficiente e as simulações não consomem tempo excessivo em computadores. Uma estrutura planar exibindo efeito não-recíproco é investigada e resultados numéricos são apresentados e discutidos.

Este artigo está organizado da seguinte maneira. A teoria da propagação de luz em estruturas baseadas em materiais magnetoópticos é apresentada na Seção II, bem como o método numérico FD-BPM. Por meio deste método, a operação de um tipo de isolador é simulada e discutida na Seção III. Na Seção IV são reunidas as principais conclusões.

## II. TEORIA

Nesta seção são apresentados os materiais magnetoópticos, a natureza do efeito não-recíproco, a propagação da luz em estruturas não-recíprocas, a aplicação da técnica da matriz de transferência à solução da equação de onda, a técnica de simulação BPM usando diferenças finitas e a estrutura analisada.

Evandro A. C. Gonçalves, [assis@sel.eesc.sc.usp.br](mailto:assis@sel.eesc.sc.usp.br), Tel. 16-2739366, r. 225, Fax 16-2739372; Amílcar C. César, [amilcar@sel.eesc.sc.usp.br](mailto:amilcar@sel.eesc.sc.usp.br), Tel. 16-2739356; Ben-Hur V. Borges, [benhur@sel.eesc.sc.usp.br](mailto:benhur@sel.eesc.sc.usp.br), Tel. 16-2739344. Homepage <http://www.sel.eesc.sc.usp.br/tele/>.

Este trabalho foi parcialmente financiado pela CAPES (bolsa de estudos de mestrado), CNPq (proc. 300834/97-7), FAPESP (proc. 97/12996-9) e PRO-NEX (proc. 41/96.0921/00).

1123398  
250161

|             |         |
|-------------|---------|
| SYSNO       | 1123398 |
| PROD        | 003323  |
| ACERVO EESC |         |

## A. Materiais magnetoópticos

Dispositivos ópticos não-recíprocos empregam compostos do tipo YIG-GGG como materiais magnetoópticos. Compostos derivados são obtidos com a adição de outros elementos, como o Lantânio e o Gálio (LaGa:YIG). O Bismuto (Bi) também é utilizado nos compostos com o intuito de ampliar o efeito magnetoóptico.

## B. Natureza do efeito não-recíproco

O dispositivo isolador mais simples de ser construído consiste de uma seção de guia que proporciona uma rotação de Faraday de 45 graus, colocado entre dois polarizadores dispostos de tal maneira que um ângulo de 45 graus seja formado entre eles. Uma das formas de realizar esta rotação de Faraday de 45 graus explora o processo de acoplamento entre modos TE e TM. O acoplamento devido ao efeito Faraday é descrito pela constante de acoplamento, que é aproximadamente igual à taxa de rotação de Faraday [14].

Outra maneira de implementar estas estruturas é explorar a não-reciprocidade da diferença de fase dos modos TM. Neste caso, o comprimento do dispositivo é inversamente proporcional à diferença de fase, permitindo a fabricação de dispositivos de dimensões adequadas [3]. O campo magnético de polarização é aplicado na direção perpendicular à da propagação da luz. Neste esquema não há acoplamento entre os modos TE e TM. Para os modos TE os materiais comportam-se como dielétricos, havendo efeito de não-reciprocidade somente no caso de modos TM.

Modos vazados (*leaky*) também podem ser utilizados para obter efeito não-recíproco. É o caso da estrutura multicamadas recentemente proposta por Priye *et al.* [1]. Cada um dos esquemas apresenta vantagens e desvantagens em termos de desempenho e tamanho das estruturas.

Uma estrutura óptica planar que explora a não-reciprocidade da propagação da luz com base na diferença de fase dos modos TM é analisada neste trabalho.

## C. Propagação de luz em guias com materiais magnetoópticos

Os materiais magnetoópticos são caracterizados na faixa óptica pelo tensor permissividade relativa, dado por:

$$[\epsilon_r] = \begin{bmatrix} n_x^2 & 0 & 0 \\ 0 & n_y^2 & j\delta \\ 0 & -j\delta & n_z^2 \end{bmatrix}$$

onde  $n_x$ ,  $n_y$ ,  $n_z$  são os índices de refração nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ , respectivamente, e  $\delta$  representa o efeito magnetoóptico de primeira ordem responsável pela natureza não-recíproca da propagação.

A propagação de luz é considerada na direção  $z$  e o campo magnético estático de polarização está aplicado na direção  $x$ . Supondo que não há variação de campos nesta direção, então

$\partial/\partial x \equiv 0$ . Sob tais condições, somente guias ópticos planares são considerados neste trabalho.

No caso dos modos TE, o comportamento da estrutura é de dielétrico isotrópico, com propagação recíproca. A equação de onda de Helmholtz para os modos TM é obtida a partir das equações de Maxwell:

$$\frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{1}{\sigma} \left( n_y^2 \frac{\partial H_x}{\partial y} - j\delta \frac{\partial H_x}{\partial z} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{1}{\sigma} \left( n_z^2 \frac{\partial H_x}{\partial z} \right) + j\delta \frac{\partial H_x}{\partial y} \right] + k_0^2 H_x = 0, \quad (1)$$

onde  $H_x$  é a componente na direção  $x$  do campo magnético,  $k_0 = 2\pi/\lambda_0$ ,  $\lambda_0$  é o comprimento de onda no vácuo e  $\sigma = n_y^2 n_z^2 - \delta^2$ . A Eq. (2) é resolvida usando a aproximação de variação lenta da envoltória, segundo a qual a componente de campo  $H_x$  é uma solução do tipo:

$$H_x(y, z) = \phi(y, z) \exp(-j s k_0 n_0 z). \quad (2)$$

Substituindo (2) em (1) resulta em:

$$2j s k_0 n_0 \frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{\sigma}{n_z^2} \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{n_y^2}{\sigma} \frac{\partial \phi}{\partial y} \right] - \frac{s k_0 n_0 \sigma}{n_z^2} \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\delta}{\sigma} \phi \right) + \frac{s k_0 n_0 \delta}{n_z^2} \frac{\partial \phi}{\partial y} + k_0^2 \left( \frac{\sigma}{n_z^2} - n_0^2 \right) \phi, \quad (3)$$

onde  $n_0$  é o índice de refração de referência. Os fatores  $\partial^2/\partial z^2$ ,  $\delta \partial/\partial z$ ,  $\partial(n_z^2/\sigma)/\partial z$  e  $\partial(\delta/\sigma)/\partial z$  são desprezados, e o parâmetro  $s$ , que indica a direção de propagação, é definido como  $s = +1$  para direção  $+z$  e  $s = -1$  para direção  $-z$ .

## D. Aplicação da técnica da matriz de transferência à solução da equação de onda

A implementação da análise adotada neste trabalho inclui adicionalmente a adaptação do formalismo de Matriz de Transferência [15] para aquele compatível com guias de ondas magnetoópticos, para os quais o campo magnético estático de polarização é aplicado na direção  $x$ . Considerando um sistema guia de onda planar genérico com  $N$  camadas, para cada camada  $i$  ( $i=1, 2, 3, \dots, N$ ) pode-se escrever (2) da seguinte forma:

$$\frac{\partial^2 H_i(x)}{\partial y^2} - \frac{n_{z,i}^2}{n_{y,i}^2} \left( \beta - \frac{\sigma_i}{n_{z,i}^2} k_0^2 \right) H_i(x) = 0, \quad (4)$$

onde  $\beta$  é a constante de propagação. A solução geral de (4) é dada por:

$$H_i(x) = A_i e^{y_i(x-t)} + B_i e^{y_i(t-x)},$$



onde  $\gamma_i = \frac{n_{z,i}}{n_{y,i}} \sqrt{\beta^2 - \frac{\sigma_i}{n_{z,i}^2} k_0^2}$  e  $t_i$  refere-se à espessura  $d_i$  da camada  $i$  por meio da relação  $t_i - t_{i-1} = d_i$ . A matriz de transferência é então obtida aplicando-se recursivamente as condições de contorno em cada interface  $t_i$  e combinando as equações resultantes em forma matricial, do tipo:

$$\begin{bmatrix} A_i \\ B_i \end{bmatrix} = \prod_{i=2}^N T_i \begin{bmatrix} A_N \\ B_N \end{bmatrix}$$

onde

$$T_i = \begin{bmatrix} \left( \frac{b_{i-1} - a_i}{b_{i-1} - a_{i-1}} \right) e^{-\theta_i} & \left( \frac{b_{i-1} - a_i}{b_{i-1} - a_{i-1}} \right) e^{\theta_i} \\ \left( 1 - \frac{b_{i-1} - a_i}{b_{i-1} - a_{i-1}} \right) e^{-\theta_i} & \left( 1 - \frac{b_{i-1} - a_i}{b_{i-1} - a_{i-1}} \right) e^{\theta_i} \end{bmatrix}$$

$$a_i = \frac{s\beta\delta_i - n_{y,i}^2\gamma_i}{\sigma_i}; b_i = \frac{s\beta\delta_i + n_{y,i}^2\gamma_i}{\sigma_i}; \theta_i = d_i\gamma_i.$$

A constante de propagação é então encontrada resolvendo-se  $T_{122} = 0$  através de um processo de minimização.

#### E. Método da propagação de feixe usando diferenças finitas

A discretização de (3) é feita por meio da técnica de FD e usando aproximação centrada nos termos dependentes de  $\partial/\partial y$  como em [16]. Aplicando esta técnica em (3) e o esquema de Crank-Nicholson no lado direito resulta em:

$$a_p\varphi_{p+1}^{z+l} + b_p\varphi_{p+1}^{z+l} + c_p\varphi_{p-1}^{z+l} = -d_p\varphi_{p+1}^z - e_p\varphi_p^z - f_p\varphi_{p-1}^z \quad (5)$$

onde

$$a_p = \frac{\eta_{p+1}^{z+l}}{\rho_{p+1}^{z+l} + \rho_p^{z+l}} + \frac{s\kappa_0 n_0 (\chi_p^{z+l} - \eta_p^{z+l} \theta_{p+1}^{z+l}) \Delta y}{4};$$

$$b_p = \frac{\kappa_0^2 (\eta_p^{z+l} - n_0^2) \Delta y^2}{2} - \xi_p^{z+l} - \frac{2js\kappa_0 n_0 \Delta y^2}{\Delta z};$$

$$\xi_p^{z+l} = \frac{\eta_p^{z+l}}{\rho_{p+1}^{z+l} + \rho_p^{z+l}} + \frac{\eta_p^{z+l}}{\rho_{p-1}^{z+l} + \rho_p^{z+l}};$$

$$c_p = \frac{\eta_{p-1}^{z+l}}{\rho_{p+1}^{z+l} + \rho_p^{z+l}} - \frac{s\kappa_0 n_0 (\chi_p^{z+l} - \eta_p^{z+l} \theta_{p-1}^{z+l}) \Delta y}{4};$$

$$d_p = \frac{\eta_{p+1}^z}{\rho_{p+1}^z + \rho_p^z} + \frac{s\kappa_0 n_0 (\chi_p^z - \eta_p^z \theta_{p+1}^z) \Delta y}{4};$$

$$e_p = \frac{\kappa_0^2 (\eta_p^z - n_0^2) \Delta y^2}{2} - \xi_p^z + \frac{2js\kappa_0 n_0 \Delta y^2}{\Delta z};$$

$$\xi_p^z = \frac{\eta_p^z}{\rho_{p+1}^z + \rho_p^z} + \frac{\eta_p^z}{\rho_{p-1}^z + \rho_p^z};$$

$$f_p = \frac{\eta_{p-1}^z}{\rho_{p-1}^z + \rho_p^z} - \frac{s\kappa_0 n_0 (\chi_p^z - \eta_p^z \theta_{p-1}^z) \Delta y}{4};$$

$$\eta = \frac{\sigma}{n_z^2}; \quad \rho = \frac{\sigma}{n_y^2}; \quad \chi = \frac{\delta}{n_z^2}; \quad \theta = \frac{\delta}{\sigma}; \quad \varphi_p^z = \varphi(p\Delta y, z\Delta z).$$

Os índices  $p$  e  $z$  de (5) referem-se, respectivamente, ao número de pontos e de iterações empregados na simulação computacional.  $\Delta y$  é o espaçamento entre os pontos na direção transversal. O método BPM exige que uma condição inicial seja fornecida, e esta é tomada como a distribuição de campo magnético obtida analiticamente como solução da estrutura guiante. Por meio de (5), o campo inicial é propagado iterativamente ao longo da estrutura em passos de comprimento  $\Delta z$ .

#### F. Estrutura analisada

A estrutura analisada neste trabalho é mostrada na Fig. 1. ela é semelhante à sugerida por Tsuji *et al.* [11]. A diferença na geometria está no trecho de comprimento  $L_P$ , que não aparece na estrutura daqueles autores. A colocação deste trecho torna a geometria do dispositivo mais prática.

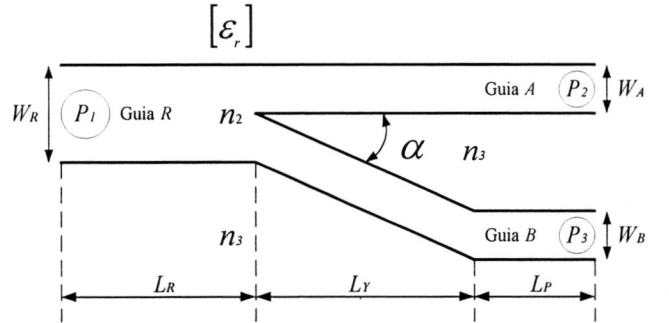


Fig. 1. Estrutura analisada neste trabalho. As dimensões do guia planar são dadas por:  $W_R = 2,48 \mu\text{m}$ ;  $W_A = 1,08 \mu\text{m}$ ;  $W_B = 1,40 \mu\text{m}$ ;  $L_R = 2000 \mu\text{m}$ ;  $L_Y = 2000 \mu\text{m}$ ;  $L_P = 1000 \mu\text{m}$ ;  $\alpha = 0,1^\circ$ . Os índices de refração do filme e da cobertura são  $n_2 = 2,28$  e  $n_3 = 2,18$ , respectivamente. Os elementos do tensor permissividade relativa do substrato são:  $n_x = n_y = n_z = 2,25$  e  $\delta = 0,18$ . O comprimento de onda de operação é  $1,15 \mu\text{m}$ .

A operação do dispositivo como isolador pode ser resumida da seguinte maneira: O sinal aplicado no dispositivo pela porta  $P_3$  emerge pela porta  $P_1$ . O sinal aplicado pela porta  $P_1$  emerge pela  $P_2$  e não pela porta  $P_3$ . A porta  $P_3$  fica, portanto, isolada.

### III. RESULTADOS NUMÉRICOS

Nesta seção são apresentados e discutidos os principais resultados numéricos.

O guia de onda magnetóptico analisado é mostrado na Fig. 1, onde as regiões com índice de refração  $n_2$  e  $n_3$  são materiais isotrópicos. A região representada por  $[\epsilon_r]$  é a que contém material magnetoóptico.

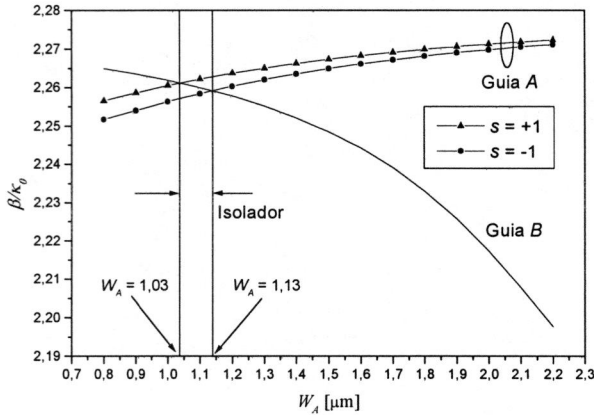


Fig. 2. Índices efetivos dos guias A e B mostrados na Fig. 1.

A espessura do guia de onda R é  $W_R = W_A + W_B$ . No guia de onda A, os índices efetivos nas direções  $+z$  e  $-z$  são diferentes. Os índices efetivos dos guias A e B em função da largura  $W_A$  são apresentados na Fig. 2. A diferença entre os índices efetivos nas direções  $+z$  e  $-z$  do guia A não-recíproco é apresentada na Fig. 3. A espessura escolhida do guia R é  $2,48 \mu\text{m}$ . Adotando  $W_A = 1,08 \mu\text{m}$ , resulta em  $W_B = 1,40 \mu\text{m}$ . Quando a constante de propagação do guia B está entre as constantes de propagação nas direções  $+z$  e  $-z$  do guia A, este dispositivo funciona como um isolador [6].

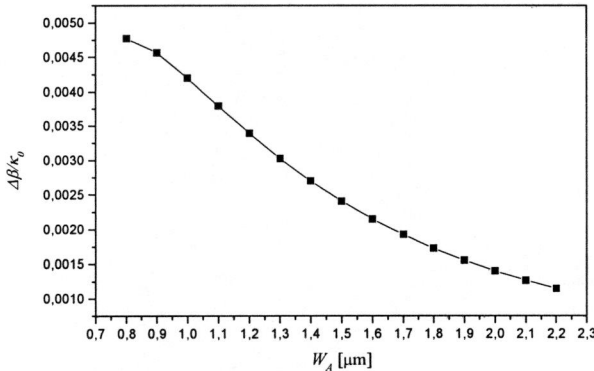


Fig. 3. Diferença entre os índices efetivos nas direções  $+z$  e  $-z$  do guia A mostrado na Fig. 1.

A propagação do modo TM de mais baixa ordem no sentido de propagação direta é mostrada na Fig. 4. No caso de propagação direta o modo fundamental no guia B acopla com o modo fundamental no guia A.

A propagação do modo fundamental TM na direção reversa é mostrada na Fig. 5. Neste caso, o modo fundamental no guia R acopla com o modo fundamental no guia A.

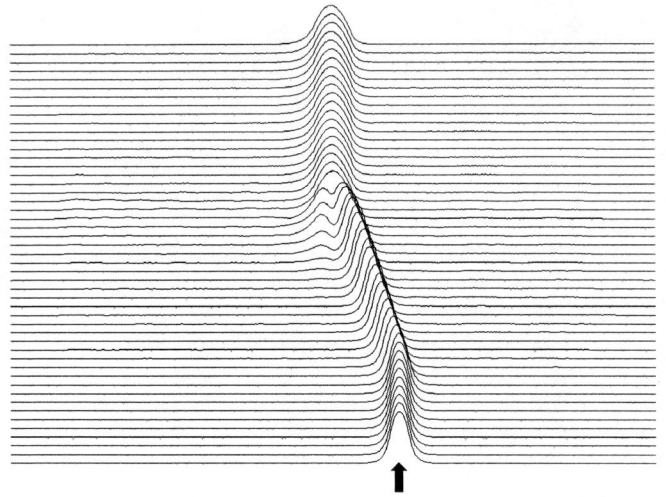


Fig. 4. Propagação direta do modo fundamental aplicado no dispositivo pela porta  $P_3$ .

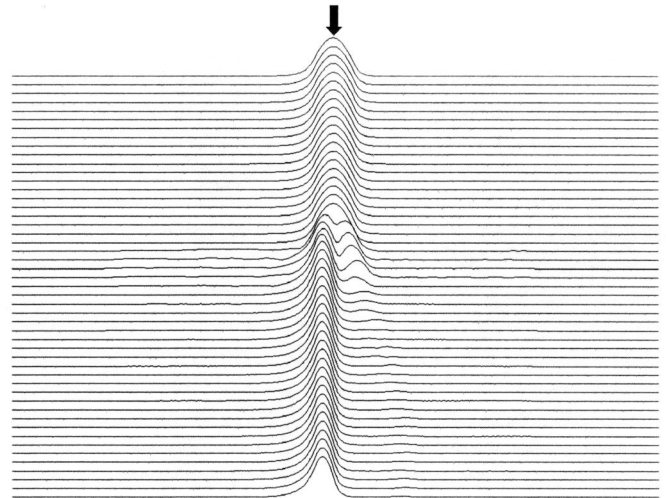


Fig. 5. Propagação reversa do modo fundamental aplicado no dispositivo pela porta  $P_1$ .

O comportamento da propagação da onda TM, apresentada nas Fig. 4 e Fig. 5, comprova que o método adotado simula adequadamente o funcionamento do dispositivo isolador, pois a porta  $P_3$  foi isolada no sentido de propagação reversa e a porta  $P_2$  no sentido de propagação direta. Funcionamento que está de acordo com a geometria do isolador óptico apresentado.

#### IV. CONCLUSÕES

A propagação de luz em estrutura planar empregando material magnetoóptico é analisada neste artigo. A propagação de luz é analisada por simulação numérica baseada no método de propagação do feixe. A equação de onda é resolvida por aproximação paraxial usando técnica de diferenças finitas, enquanto que a equação característica dos modos é obtida pelo uso da técnica da matriz de transferência. Uma estrutura não-recíproca é analisada e discutida, demonstrando a facilidade de formulação do esquema numérico.

## REFERÊNCIAS

- [1] V. Priye, B. P. Pal, K. Thyagarajan, "Analysis and design of a novel leaky YIG film guided wave optical isolator", *IEEE J. Lightwave Technol.*, vol. 16, no. 2, pp. 246-250, fevereiro de 1998.
- [2] Pross, W. Tolksdorf, H. Dammann, "Yttrium iron garnet single-mode buried channel waveguides for waveguide isolators", *Appl. Phys. Lett.*, vol. 52, no. 9, pp. 682-684, 29 de fevereiro de 1988.
- [3] N. Bahlmann *et al.*, "Improved design of magnetooptic rib waveguides for optical isolators", *IEEE J. Lightwave Technol.*, vol. 16, no. 5, pp. 818-823, maio de 1998.
- [4] S. Kaewsuriyathumrong, T. Mizumoto, H. Mak, Y. Naito, "Double-layered magnetooptic channel waveguide for waveguide isolator application", *IEEE J. Lightwave Technol.*, vol. 8, no. 2, pp. 177-182, fevereiro de 1990.
- [5] N. Bahlmann, M. Lohmeyer, O. Zhuromskyy, H. Dötsch, P. Hertel, "Nonreciprocal coupled waveguides for integrated optical isolators and circulators for TM-modes", *Optics Communications*, no. 161, pp. 330-337, 15 de março de 1999.
- [6] K. Matsubara e H. Yajima, "Analysis of Y-branching optical circulator using magnetooptic medium as a substrate", *IEEE J. Lightwave Technol.*, vol. 9, no. 9, pp. 1061-1067, setembro de 1991.
- [7] A. Erdmann e P. Hertel, "Beam-propagation in magnetooptic waveguides", *IEEE J. of Quantum Electronics*, vol. 31, no. 8, pp. 1510-1516, agosto de 1995.
- [8] Y. Tsuji, M. Koshiba e N. Takimoto, "Finite element beam propagation method for anisotropic optical waveguides", *IEEE J. Lightwave Technol.*, vol. 17, no. 4, abril de 1999.
- [9] A.M. Frasson, A.P.L. Barbero, H.F. Pinheiro, e H.E. Hernandez-Figueroa, "Efficient finite-element analysis of magnetooptic waveguides", *Proc. IMOC'99*, pp. 589-592, Rio de Janeiro, Brazil, 9-12 agosto 1999.
- [10] M. Koshiba e Xiu-Ping Zhuang, "An efficient finite-element analysis of magnetooptic channel waveguides", *IEEE J. Lightwave Technol.*, vol. 11, no. 9, setembro de 1993.
- [11] Y. Tsuji e M. Koshiba, "A finite element beam propagation method for strongly guiding and longitudinally varying optical waveguides", *IEEE J. Lightwave Technol.*, vol. 14, no. 2, pp. fevereiro de 1990.
- [12] Y. Chung e N. Dagli, "An assesment of finite difference beam propagation method", *IEEE J. Quantum Electronics*, vol. 26, pp. 1335-1339, agosto de 1990.
- [13] J. Saijoomaa, and D. Yevick, "Beam-propagation analysis of loss in bent optical waveguides and fibers", *J. Optical Society of America*, vol 73, no. 12, pp. 1785-1791, Dezembro 1983.
- [14] H. Dammann, E. Pross, G. Rabe, W. Tolksdorf, "45° waveguide isolator with phase mismatch", *Appl. Phys. Lett.* 56 (14), pp. 1302-1304, 2 de abril de 1990.
- [15] K-H. Schlereth, and M. Tacke, "The complex propagation constant of multilayer waveguide: an algorithm for a personal computer", *IEEE J. Quantum Eletronics*, vol. 26, no. 4, pp. 627-630, abril de 1990.
- [16] A Erdmann, M. Shamonin, P. Hertel, and H. Dötsch, "Finite difference analysis of gyrotropic waveguides" *Optics Communications*, vol. 102, pp. 25-30, setembro de 1993.