



Modelo de transferência de calor conjugada com o método de rede de Boltzmann

Julia Akiko Sassa, EESC - USP, juliasassa@usp.br

Ivan Talão Martins, EESC - USP, ivanmartins@usp.br

Luben Cabezas Gómez, EESC - USP, lubencg@sc.usp.br

RESUMO EXPANDIDO

A transferência de calor conjugada possui ampla aplicação em sistemas térmicos e na engenharia de energia. Este trabalho tem como objetivo implementar um termo fonte no Método de Boltzmann em Rede (MBR) térmico para captar os efeitos das variações de propriedades termofísicas. Sendo essa mudança tanto devido à presença de domínios conjugados (sólido-fluido), ou em decorrência das variações das propriedades induzidas pelas mudanças de temperatura.

Para modelar o escoamento foi utilizado o modelo tradicional do MBR o qual descreve o comportamento das funções de distribuição da probabilidade de densidade (Eq.1), conjuntamente com a abordagem dimensional proposta por (Martins et al., 2024). Para a discretização do espaço de velocidades foi utilizado o esquema D2q9, que considera duas dimensões espaciais e nove direções de velocidade. Na Eq.1 Δt corresponde a discretização no tempo, Δx a discretização no espaço, $\mathbf{c}_i$ as velocidades discretas, Ω_i o operador de colisão e S_{f_i} o termo fonte responsável por considerar a presença de forças no domínio.

$$f_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \Delta t, t + \Delta t) - f_i(\mathbf{x}, t) = \Delta t [\Omega_i(\mathbf{x}, t) + S_{f_i}(\mathbf{x}, t)] \quad (1)$$

Para modelar o termo de colisão Ω_i , foi empregado o modelo do tempo de relaxação múltiplo (MRT), o qual pode ser definido por $\Omega_i^{MRT} = -[\mathbf{M}^{-1} \mathbf{\Lambda} \mathbf{M}]_{ij} (f_i - f_i^{eq})$. Sendo $[\mathbf{M}]$ a matriz de transformação e $[\mathbf{\Lambda}]$ a matriz de colisão. Estes termos são formulados segundo a metodologia apresentada em Martins et al. (2024). f_i^{eq} é a função distribuição de equilíbrio.

Neste trabalho, foi adotado o esquema de forças proposto por Guo et al. (2002) para modelar S_{f_i} , conforme apresentado na Eq.2. Nesse esquema, a velocidade do som na rede é $c_s = c\sqrt{1/3}$, sendo $c = \Delta x / \Delta t$. O termo $\mathbf{F}$ representa as forças externas atuando no domínio, como, por exemplo, a força de empuxo. Para o caso da convecção natural essa força pode ser expressa como $\mathbf{F}_b = -\mathbf{g}\beta\rho(T - T_{ref})$, sendo β o coeficiente de expansão térmica do fluido, $\mathbf{g}$ a aceleração gravitacional, T a temperatura local e T_{ref} a temperatura de referência (na qual a densidade ρ foi calculada).

$$S_{f_i}(\mathbf{x}, t) = \left(1 - \frac{\Delta t}{2\tau}\right) w_i \left[\frac{\mathbf{c}_i - \mathbf{u}}{c_s^2} + \frac{(\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u}) \mathbf{c}_i}{c_s^4} \right]_{(\mathbf{x}, t)} \cdot \mathbf{F}(\mathbf{x}, t) \quad (2)$$

O campo de temperatura foi modelado utilizando o modelo tradicional do MBR para a função de distribuição do escalar temperatura, empregando o novo modelo de termo fonte responsável por capturar os efeitos das variações das propriedades com a temperatura e a abordagem dimensional. A equação do MBR para problemas térmicos, considerando o operador BGK para modelar a colisão, é apresentada na Eq. 3. A mesma descreve o comportamento da função distribuição de temperatura $g_i(\mathbf{x}, t)$, sendo τ_T o tempo de relaxação térmico e S_{g_i} o respectivo termo fonte.

$$g_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \Delta t, t + \Delta t) - g_i(\mathbf{x}, t) = -\frac{\Delta t}{\tau_T} [g_i(\mathbf{x}, t) - g_i^{eq}(\mathbf{x}, t)] + S_{g_i}(\mathbf{x}, t) \Delta t \quad (3)$$

O modelo adotado para o termo fonte foi o proposto por (Guo et al., 2013), conforme apresentado na Eq. 4. Sendo o termo w_i o peso relacionado a cada velocidade discreta e $\dot{Q}_T$ o termo responsável por incorporar as variações locais das propriedades termofísicas, o qual foi modelado através da Eq.5.

$$S_{g_i} = \left(1 - \frac{\Delta t}{2\tau_T}\right) w_i \dot{Q}_T \quad (4)$$

$$\dot{Q}_T(\mathbf{x}, t) = \rho c_p \left\{ \left(1 - \frac{\Delta t}{\tau_T}\right) \sum_{i=0}^{q-1} [g_i(\mathbf{x}, t) - g_i^{eq}(\mathbf{x}, t)] \mathbf{c}_i \right\} \cdot \left[\sum_{i \neq 0} \frac{w_i \mathbf{c}_i}{c_s^2 \Delta t} \left(\frac{1}{\rho c_p} \right)_{(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \Delta t)} \right] + \left(\frac{\dot{q}'''}{\rho c_p} \right)_{(\mathbf{x}, t)} \quad (5)$$

Com o objetivo de validar e analisar a aplicação do modelo, foram investigados numericamente dois problemas de convecção natural conjugada. A primeira configuração consiste em um canal bidimensional no qual as paredes laterais



foram mantidas a temperaturas constantes T_{quente} e T_{fria} , enquanto as paredes superior e inferior foram tratadas como adiabáticas, estabelecendo um gradiente térmico horizontal responsável pela convecção natural. Para representar de forma mais realista o acoplamento térmico entre sólido e fluido, uma camada de cobre de espessura Δx foi inserida nas paredes laterais.

As simulações consideraram o ar, sendo a validação realizada por meio da comparação do número de Nusselt médio em regime permanente com correlações da literatura (Eq. 6), utilizando os números adimensionais de Rayleigh (Ra) e Prandtl (Pr). Observou-se boa concordância apresentando um erro de 8%, indicando uma boa precisão da modelagem.

$$Nu = 0,18 \left(\frac{Pr}{0,2 + Pr} Ra \right)^{0,29} \quad (6)$$

Na segunda configuração analisou-se a convecção natural em uma cavidade quadrada com fluxo de calor imposto na parede inferior. As paredes laterais foram mantidas a uma temperatura constante, a parede superior foi adiabática, e a parede inferior parcialmente aquecida com um fluxo de calor constante. Para avaliar os efeitos da transferência de calor conjugada, compararam-se dois casos: no primeiro, o fluxo foi aplicado diretamente ao fluido; no segundo, foi imposto sobre uma camada sólida de espessura Δx , permitindo o acoplamento térmico.

Analisando as isotermas (Fig.1), vemos que o modelo conseguiu captar a presença do conjugado. No caso sem a presença do conjugado temos a presença de isotermas em formato de cogumelo (Fig.1b). Entretanto na simulação conjugada, as isotermas (Fig.1a) tornam-se mais difusas na interface sólido-fluido devido a condução no conjugado, evidenciando o efeito do acoplamento térmico entre o sólido e o fluido.

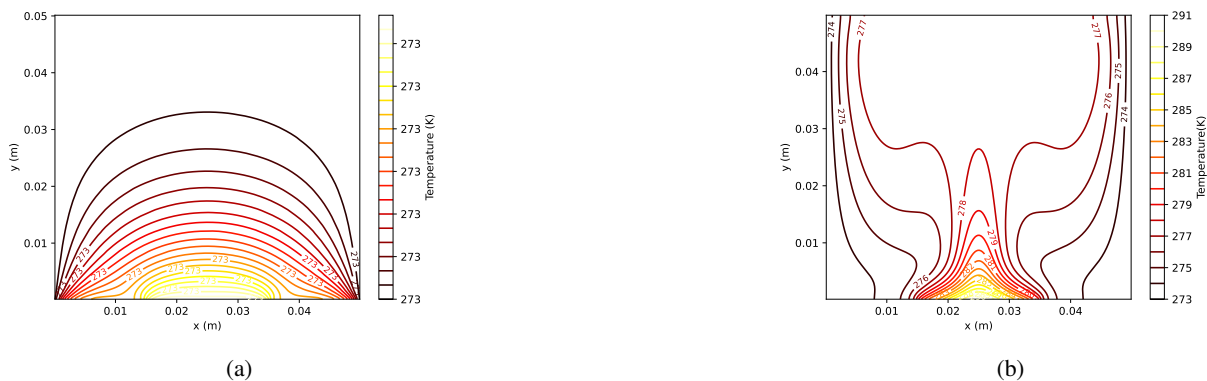


Figura 1: Isotermas no problema de convecção natural 2D com um fluxo de calor aplicado na base com (a) e sem (b) a presença de conjugado.

Com base nos resultados apresentados concluímos que o modelo é capaz de capturar com boa acurácia o processo de transferência de calor conjugada utilizando o MBR, considerando o termo fonte térmico apresentado.

REFERÊNCIAS

- Guo, Z., Zheng, C., and Shi, B. (2002). Discrete lattice effects on the forcing term in the lattice boltzmann method. *Physical Review E*, 65:046308.
- Guo, Z., Zheng, C., and Shi, B. (2013). Implicit temperature correction-based immersed boundary-thermal lattice boltzmann method for the simulation of natural convection. *Physical Review E*, 87:063304.
- Martins, I. T., Alvares, P. F., and Cabezas-Gómez, L. (2024). Lattice boltzmann method for simulating transport phenomena avoiding the use of lattice units. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 46:333.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o auxílio financeiro concedido pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), processos 2023/02383-6, 2022/15765-1 e 2024/12388-8.

RESPONSABILIDADE PELAS INFORMAÇÕES

Os autores são os únicos responsáveis pelas informações incluídas neste trabalho.