

SOBRE O PROJETO DE CONTROLADORES PID

H. CUNHA JR. - PROF. DR.

VICTOR BERTUCCI - ENGº

GRUPO DE SISTEMAS DE CONTROLE
ESCOLA DE ENGENHARIA DE S. CARLOS
UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
13560 - SÃO CARLOS - SP - BRASIL



Resumo

Os controladores proporcional integral-derivativo possuem longa tradição industrial. São apresentados tanto em controles analógicos como digitais e possuem diferentes formas de síntese, empregando os métodos freqüenciais e do domínio de tempo. Esta diversidade de técnicas de obtenção dos controladores PID é apresentada neste artigo com intuito de revisão dos desenvolvimentos realizados e discussão comparativa.

Abstract: "ON THE DESIGN OF P.I.D. CONTROLLERS"

The proportional integral-derivative controller has long tradition in industrial process control. Digital and analog control systems present PID controllers. The synthesis methods of PID controller followed the evolution of the control theory and the literature presents different example in frequency and time domain. This paper intends to present a review of the development of PID controllers and to a comparative study of this methods.

PALAVRAS CHAVES: Controladores PID, Otimização, Auto-ajustável, Alocação de pólos, Sistemas de controle, Multivariáveis, Índice de desempenho, Controle digital direto.

1. INTRODUÇÃO

Os controladores do tipo proporcional, integral derivativo (P.I.D.) são de ampla utilização em processos industriais devido às virtudes que apresentam quanto ao desempenho estático e dinâmico do sistema e sobretudo, pela facilidade de aplicação destes em caso de conhecimento precário do modelo dinâmico do processo. Os controladores PID são construídos em sistemas mecânicos, pneumáticos, e eletrônicos analógicos e digitais, e o ajuste dos ganhos destes controladores, K_p , K_i e K_d podem ser realizados com o processo em funcionamento com modelo desconhecido, o que é um caso típico e importante na área da química, petroquímica e outros setores industriais.

As realizações mais recentes dos controladores PID estão selecionadas com controladores robustos, auto-ajustáveis e adaptativos.

Neste artigo revemos as diversas realizações dos controladores PID, fazendo um balanço comparativo da evolução dos mesmos.

2. CONTROLE P.I.D. CLÁSSICO

O controlador PID é representado pela função de transferência:

$$\frac{U(S)}{e(S)} = K_p + \frac{K_i}{S} + K_d S \quad \frac{U(S)}{e(S)} = K_c \left(1 + \frac{1}{T_i S} + T_d S\right)$$

O efeito do termo integral nas equações tende a produzir oscilações transitórias

mais intensas, com um tempo maior de duração, melhorando o erro estacionário. O termo derivativo responde com uma taxa de variação, no tempo, devido a sua característica de filtro passa alta. O termo PD não afeta o erro estacionário.

As condições de otimização (empíricas) propostas por Ziegler-Nichols, 1942, são de longe o mais simples procedimento, divididas em dois métodos: um baseado na resposta degrau de um processo, e outro utiliza o limite de estabilidade assintótica.

O método produz os ganhos do controlador P, PI e PID pela minimização de

$$J = \int_0^{\infty} (e(t)) dt \quad \text{com } e(\infty) \rightarrow 0. \quad (2.1)$$

O primeiro aspecto simplificador está no fato de que o processo vai ser identificado por:

$$G(s) = \frac{a}{s} e^{-SL} \quad (2.2)$$

onde os parâmetros a e L saem da resposta do sistema como na figura 2.1.

Por meio de simulação foram encontrados os seguintes ganhos ótimos:

$$\begin{aligned} \text{Propor. } K_p &= 1/aL \\ \text{P.I. } K_p &= 0,9/aL \quad T_i = 3,3L \\ \text{P.I.D. } K_p &= 1,2/aL \quad T_i = 2L \quad T_d = 0,5L \end{aligned}$$

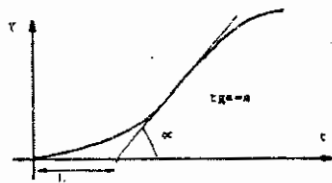


Fig. 2.1 Resposta degrau p/método Ziegler

No caso de limite de estabilidade, para processos onde não é possível obter resposta degrau, eleva-se o ganho do controlador proporcional até $K_p = K_0$, onde obtemos a condição de oscilação com período T_0 . Os valores dos ganhos são:

Prop. $K_p = 0,5 K_0$

P.I. $K_p = 0,45 K_0 \quad T_i = 0,83 T_0$

P.I.D. $K_p = 0,6 K_0 \quad T_i = 0,5 T_0 \quad T_d = 0,125 T_0$

3. CONTROLADOR P.I.D. DIGITAL

De início os controladores PID digitais e ram obtidos por simples transformação da variável de laplace em S para a variável modificada em Z. A figura 3.1 corresponde a um esquema geral do sistema de controle digital com controlador PID.

Para a passagem da variável S a Z é usual utilizar-se uma das seguintes aproximações,

$$S = \frac{Z-1}{T} \quad Z = 1 + ST \quad (a)$$

$$S = \frac{Z-1}{ZT} \quad Z = \frac{1}{1-ST} \quad (b) \quad (3.1)$$

$$S = \frac{Z-1}{Z+1} \quad Z = \frac{1+S \cdot T/2}{1-S \cdot T/2} \quad (c)$$

Desta maneira, tomando-se S igual a uma aproximação

$$G_c(S) = K_p + K_i/S + K_d S \quad S = \frac{Z-1}{T} \quad (3.2)$$

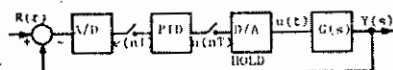


Fig. 3.1 Sistema de controle digital

Krikelis, 1984, utilizando a função de transferência abaixo e a estrutura de blocos da fig. 3.2, chega à equação de diferença (3.4) por aproximação bilinear entre S e Z (equação 3.1.c)

$$G_c(S) = \frac{K_p}{1+T_F S} \left[1 + K_d' + \frac{1}{K_i' S} \right]$$

onde $1/T_F$ é um filtro passa baixa e os termos K_p , K_d' e K_i' são substituídos por:

$$K_p = K \frac{T_1 + T_2}{T_1} \quad K_i' = T_1 + T_2 \quad K_d' = \frac{T_1 T_2}{T_1 + T_2}$$

resultando:

$$G(S) = K_1 \cdot \frac{T_2 S + T_2}{T_F S + 1} \left(1 + \frac{1}{T_1 S} \right) \quad (3.3)$$

Da equação (3.3) se obtém a (3.4):

$$D(n) = \frac{T_F}{T_F + T_S} \cdot D(n-1) + \frac{K_1 (T_2 + T_S)}{T_F + T_S} E(n) - \frac{K_1 T_2}{T_F + T_S} E(n-1) \quad (3.4)$$

$$C(n) = C(n-1) + T_S D(n) / T_1$$

$$U(n) = C(n) + D(n)$$

sendo T_S período de amostragem.

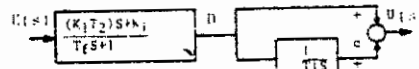


Fig. 3.2 Configuração Krikelis 1984

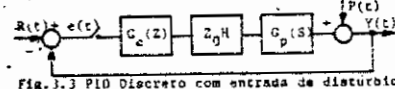


Fig. 3.3 PID Discreto com entrada de distúrbio

Outro caminho simples para obtenção de controlador PID digital é considerarmos a forma discreta da equação (3.5) e tratarmos o problema como um sistema discreto de segunda ordem, do tipo da equação (3.6).

$$G_c(Z) = K_p + \frac{K_i T}{2} \left(\frac{Z+1}{Z-1} \right) + \frac{K_d}{T} \left(\frac{Z-1}{Z} \right) \quad (3.5)$$

fazemos:

$$G_c(Z) = \frac{Z^{-2} a_2 + Z^{-1} a_1 + a_0}{Z^{-2} b_2 + Z^{-1} b_1 + 1} \quad (3.6)$$

$$a_0 = K_p + K_i T/2 + K_d/T \quad a_1 = -K_p + K_i T/2 - 2K_d/T$$

$$a_2 = K_d/T \quad b_1 = -1 \quad b_2 = 0$$

A síntese dos controladores pode ser realizada considerando o plano S ou Z para o sistema como um todo e utilizando as técnicas usuais de compensação.

Seguindo a tradição dos métodos de Ziegler e Nichols, Takahashi et al. (1975) introduzem um método para obtenção do PID visando um compromisso de minimização tanto do erro para entrada de $R(t)$ de referência, como para o sinal de distúrbio $p(t)$, apresentados na figura 3.3.

Tomando $G_c(Z) = K_p + (K_i/1-Z^{-1}) + K_d(1-Z^{-1})$ é minimizado:

$$J = \sum_{t=0}^{\infty} e^2(nT)$$

para entradas $R(t)$ e $p(t)$ em degrau, da mesma forma que Ziegler e Nichols é referido a duas tabelas para ajuste dos controladores.

Tomando (a,L) com o mesmo processo de Ziegler e Nichols, e supondo $L/T \geq 0,5$, temos para resposta degrau:

prop. $K_p = \frac{1}{a(L/T)}$

P.I. $K_p = \frac{0,9}{a(L+0,5T)} - 0,5 K_i$

$$K_i = \frac{0,27 T}{a(L+0,5T)^2}$$

P.I.D. $K_p = \frac{1,2}{a(T+L)} - 0,5 K_i$

$$K_i = \frac{0,6 T}{a(L+0,5T)^2} \quad K_d = 0,5/aT$$

No caso do método das oscilações periódicas com K_0 e T_0 obtidos também como Ziegler e Nichols,

Prop. $K_p = 0,5 K_0$

P.I. $K_p = 0,45 K_0 - 0,5 K_i \quad K_i = 0,54 \frac{K_0}{T_0} \cdot T$

P.I.D. $K_p = 0,6 K_0 - 0,5 K_i$

$$K_i = 1,2 K_0 T / T_0 \quad K_d = 3 K_0 T_0 / 40 T$$

4. TÉCNICAS MODERNAS

Com o avanço considerável na teoria de controle nas últimas décadas, tivemos um certo

distanciamento entre os praticantes e teóricos (Doyle, 1981). Essas novas técnicas aplicadas aos princípios de controladores PID diversificaram suas aplicações, onde registramos em sistemas multivariáveis, otimizados, adaptativos e auto-ajustáveis. À base teórica clássica devemos somar recursos computacionais para domínio no tempo, otimização e sistemas estocásticos.

4.1 - PID em Sistemas Multivariáveis

Os controladores PID são utilizados em sistemas multivariáveis, mantendo um razoável desempenho na resposta a transientes, precisão estática e rejeição a distúrbios. Os trabalhos desenvolvidos (mais na década de 70), propunham a realimentação de estado e/ou saída, onde determinavam-se as matrizes pertinentes ao PID. Uma idéia (Smith, 1972) interessante é a de se introduzir um controle integral na realimentação de estado, possibilitando um sistema seguidor de referência, ao invés de apenas reguladores $R(s) = 0$, quando se usa realimentação de estado proporcional apenas. Vamos considerar as equações dinâmicas representando um sistema linear:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} + \mathbf{Ev} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{Cx} + \mathbf{Hv}\end{aligned}\quad (4.1)$$

onde x - vetor de estado $n \times 1$, u - vetor de controle $p \times 1$, v - vetor de entrada e distúrbio $m \times 1$, y - vetor de saída $q \times 1$.

Levar o estado $x_1(t)$ para a referência $r_1(t)$ equivale:

$$y(t) = v_1 - x_1 \quad (4.2)$$

quando t tende ao infinito, onde $v_1 = r(t) = R = \text{constante}$. O controle integral na realimentação de estado aumenta o tipo do sistema, fazendo a saída seguir a entrada. Utilizando a lei de controle:

$$u = -G_1 x - G_2 \int y dt, \quad (4.3)$$

com G_1 $p \times n$ e G_2 $p \times q$, matrizes de ganho de realimentação com elementos constantes, criamos q estados adicionais com integradores:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} [G_1 G_2] \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E \\ H \end{bmatrix} v \quad (4.4)$$

com o diagrama de blocos da figura

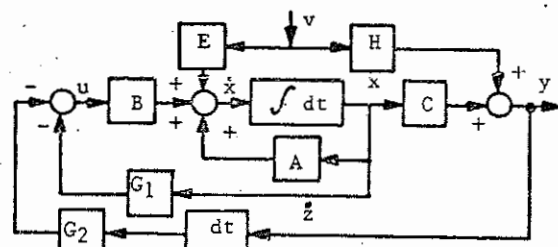


Fig.4.1 Realimentação de estado com controle integral

Assim impomos os pólos na equação característica de malha fechada e obtemos os valores dos elementos de G_1 e G_2 .

No trabalho descrito por Seraji e Tarokh, (1977), é utilizado um método de alocação de

pólos e realimentação de saída apenas, introduzindo uma estrutura conhecida como de posto unitário, reduzindo o número de graus dos parâmetros do controlador e separando a referência da entrada de distúrbios, ou seja, fazendo $H=0$, v =vetor de referência (entrada) e colocando o termo E_d , onde d =vetor de distúrbio $v \times 1$, na equação 4.1.

As variáveis de estado adicionais serão da
das por

$$z = \int^t (R-y) dt, \text{ onde } v \text{ é o vetor de comando.}$$

O sistema aumentado deve garantir que o sistema original (A,B,C) seja controlável e observável, e que a matriz T

$$T = \begin{bmatrix} A & B \\ -c & 0 \end{bmatrix} A_1^* = \begin{bmatrix} A & BQ \\ -c & 0 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

tenha posto $n+q$. Foi utilizada a lei de controle $u = u_c + \tilde{Q}z$, onde $u_c = P + q/s + Ds$ e $\tilde{Q} = qk + \tilde{Q}$ e $D = dk$, ou seja, temos um PID em paralelo com um controle integral $\tilde{Q}s^{-1}$. Para que a matriz do sistema seja cíclica temos que montar a matriz A_1^* . Para proceder a alocação de pólos, o sistema é transformado para o domínio da frequência, onde teremos:

$$\begin{bmatrix} y(s) \\ z(s) \end{bmatrix} = \frac{C^* \text{adj}(SI - A_1^*) B^*}{\det(SI - A_1^*)} u(s) = \frac{W^*(s)}{F^*(s)} u(s) \quad (4.6)$$

onde B^* e C^* são matrizes do sistema aumentado. A matriz função de transferência do controlador deve ter posto unitário e deve ser:

$$K^*(s) = (P + \frac{q}{s} + rS)k \quad (4.7)$$

onde k é um vetor $1 \times q$ arbitrário (especificado pelo projetista) e P , q e r são vetores $m \times 1$ a serem descobertos. Esse método garante ainda que a resposta não seja afetada por perturbações com valor final constante em t tendendo ao infinito, mas apresenta a desvantagem de se passar para o domínio da frequência, aumentando as dificuldades e erros advindos de cálculos computacionais (Bosley, 1972).

Outras variações foram feitas, tais como inclusão do controlador na realimentação com múltiplas malhas (Tarokh, 1977), ou mesmo controle integral em cascata com o processo (Seraji, 1979), utilizando as mesmas técnicas de alocação de pólos.

Paraskevopoulos, em 1980, propõe uma inovação, utilizando PID em cascata, apenas de saída, unitária. Considerando as equações de estado do sistema:

$$\dot{x} = Ax + Bu + Ed \quad (4.8)$$

com a lei de realimentação de saída dada por:

$$\begin{aligned} \mu &= K_1 C \int_0^t x dt + K_p Cx + K_d C \dot{x} + w, \\ w &= -K_1 \int_0^t r dt - K_p r - K_d \dot{r} \end{aligned} \quad (4.9)$$

Substituindo (4.9) em (4.8), temos:

$$\dot{x} = (I_n - BK_d C)^{-1} \left[(A + BK_p C)x + BK_i C \int_0^t x dt + Bw + Ed \right] \quad (4.10)$$

$$y = Cx$$

e reescrevemos equação (4.8) com novas variáveis

veis de estado fazendo $z = \int_0^T y dt$. Assim teremos:

$$A^* = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ (I_n - BK_d C)^{-1} BK_i & (I_n - BK_d C)^{-1} (A + BK_p C) \end{bmatrix}$$

$$B^* = \begin{bmatrix} 0 \\ (I_n - BK_d C)^{-1} B \end{bmatrix}, \quad E^* = \begin{bmatrix} 0 \\ (I_n - BK_d C)^{-1} E \end{bmatrix}$$

$$C^* = [0 \quad C], \quad X^* = \begin{bmatrix} z \\ x \end{bmatrix}$$

onde X^*, A^*, B^* e C^* são de dimensão $(n+q) \times (n+q)$, $(n+q) \times m$, $(n+q) \times v$, $q \times (n+q)$, respectivamente. Precisamos determinar K_p, K_i e K_d tal que a matriz do sistema de malha fechada tenha seus auto-valores pré-designados, ou seja:

$$|S I_{n+1} - A^*| = \prod_{i=1}^{n+q} (S - \lambda_i) \quad (4.11)$$

Assim construímos uma matriz $H(n+q) \times (n+q)$ com auto-valores $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{n+1}$, com a condição suficiente $A^* = H$ repartida como:

$$A^* = \begin{bmatrix} A_1^* \\ A_2^* \end{bmatrix} = H = \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \end{bmatrix}, \quad A_1^* = [0 \quad C]$$

Chega-se à condição $BKM = V$, onde:

$$K = [K_i \quad K_p \quad K_d]_{m \times 3q}, \quad M = \begin{bmatrix} \bar{I} \\ \bar{C} \\ CH_2 \end{bmatrix}_{3q \times (n+1)}$$

$$V = H_2 - \bar{A}$$

$n \times (n+q)$

onde $\bar{I} = [I_m \quad 0]$, $\bar{A} = [0 \quad A]$, $\bar{C} = [0 \quad C]$, com

$$H_2 = [(I_n - BK_d C)^{-1} BK_i \quad (I_n - BK_d C)^{-1} (A + BK_p C)]$$

Teremos $n(n+q)$ equações lineares com $3mq$ incógnitas, que podem ser solucionadas por métodos apresentados por Paraskevopoulos em 1976 e 1978. Neste trabalho, através do teorema do valor final observamos que no regime permanente, para distúrbios de valor final constante, a saída não será afetada e o comportamento do transiente será o designado pelos auto-valores de A^* .

4.2 - Otimização

A otimização de um processo é uma característica básica do controle moderno. O princípio é o de se selecionar um determinado índice de desempenho (ID), obtendo-se assim uma única solução de projeto correspondente. Parker (1972), apresentou um projeto para controladores PID através do uso da teoria da regulação ótima linear, fazendo com que o sistema linear invariante seguisse um degrau na entrada, tendo erro de regime nulo, incorporando um sinal proporcional à integral do erro no controlador.

Considerando um sistema com as equações dadas pela equação (4.1), com $V = 0$, fazemos uma transformação tal que:

$$q = \begin{bmatrix} Y \\ \eta \end{bmatrix}, \quad q = Tx, \quad T = \begin{bmatrix} C \\ L \end{bmatrix}, \quad (4.12)$$

onde q é um vetor de estado transformado, η é um vetor $(n-m) \times 1$, T - matriz não singular

$n \times n$ e L - matriz $(n-m) \times n$ de escolha arbitrária. Se escolhermos:

$$q = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 \\ 0 & I \end{bmatrix}, \quad \eta = \begin{bmatrix} x_{mn} \\ x_{m+1} \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

onde I - matriz identidade $(n-m) \times (n-m)$. Para garantir T singular, $\det T = \det C_1$. Escolhemos L tal que os elementos sejam mais fáceis de se obter (medir). Outra preocupação é a de L afetar a função de custo, ou ID. Assim sob transformação, a eq. (4.1) torna-se:

$$\dot{q} = T A T^{-1} q + T B u = F q + G u \quad (4.14)$$

onde F e G serão repartidos em:

$$F = \begin{bmatrix} m & n-m \\ F_1 & F_2 \\ F_3 & F_4 \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} r \\ G_1 \\ G_2 \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

com a equação C sendo:

$$\dot{y} = F_1 y + F_2 \eta + G_1 u \quad (4.16)$$

$$\dot{\eta} = F_3 y + F_4 \eta + G_2 u$$

com uma nova lista de variáveis, com $\theta = \varepsilon$, $\theta_2 = \dot{\varepsilon}$, $\theta_3 = \ddot{\varepsilon}$, onde $\varepsilon = R(t) - Y(z)$, vetor erro $m \times 1$ e θ_1, θ_2 vetores $m \times 1$ e θ_3 vetor $(n-m) \times 1$. Como definimos $\theta_1 = \theta_2$, $\theta_2 = d(R-Y)/dt$ e $\theta_3 = -\ddot{y}$. (para R degrau), teremos através da eq. 4.14:

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_1 &= \theta_2 \\ \dot{\theta}_2 &= F_1 \theta_2 - F_2 \theta_3 - G_1 v \\ \dot{\theta}_3 &= -F_3 \theta_2 + F_4 \theta_3 + G_2 v \end{aligned} \quad (4.17)$$

onde $v = \dot{u}$, vetor de controle $r \times 1$. Podemos agora reescrever o sistema com a equação matricial.

$$\dot{\theta} = \Phi \theta + \Gamma v \quad (4.18)$$

onde:

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0 & I & 0 \\ 0 & F_1 & -F_2 \\ 0 & -F_3 & F_4 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \Gamma = \begin{bmatrix} 0 \\ -G_1 \\ G_2 \end{bmatrix}$$

Utilizamos agora a função de custo da forma quadrática que está associada à teoria de regulador ótimo linear, ligada aos sistemas realimentados invariantes no tempo, cujo valor deve tender a zero em um intervalo infinito de integração:-

$$J = \int_0^\infty \theta^T Q \theta + v^T S v dt, \quad (4.19)$$

onde Q e S são matrizes positiva-semidefinida e positiva definida, de ordem $(n+m)$ e r respectivamente. $\theta^T Q \theta$ é uma medida do desvio das variáveis de estado e seu valor final (zero) e Q pode ser escolhida tal que $\|\varepsilon\|^2$ (norma do erro ao quadrado). Já o termo $v^T S v$ não interfere explicitamente no resultado do controle, mas limita a taxa na qual o controle u pode mudar, o que na prática é desejável. A solução para as equações (4.18) e (4.19) é:

$$v = S^{-1} \Gamma^T P \theta \quad (4.20)$$

onde P é a matriz positiva-definida que satisfaz a equação algébrica de Riccati:

$$P \Phi + \Phi^T P - P \Gamma S^{-1} \Gamma^T P + Q = 0$$

e a equação (4.20) pode ser reescrita como:

$$v = K_1 \theta_1 + K_2 \theta_2 + K_3 \theta_3,$$

com K_1 , K_2 matrizes $r \times m$ e K_3 , matriz $r \times (n-m)$.

Através das equações (4.16) e (4.17) podemos fazer o seguinte diagrama de blocos (fig. 4.2)

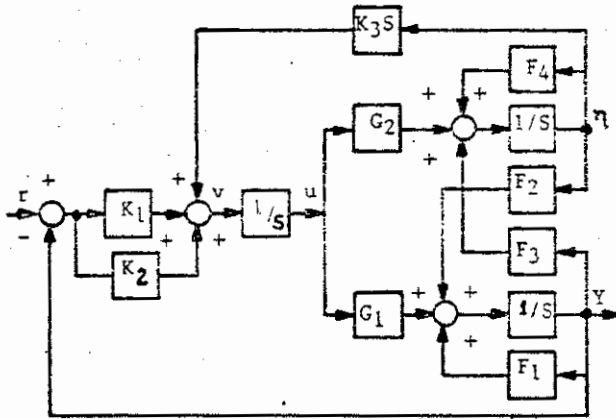


Fig. 4.2 diagrama em blocos do sistema ótimo

O controlador delimitado na fig. 4.3 fica:

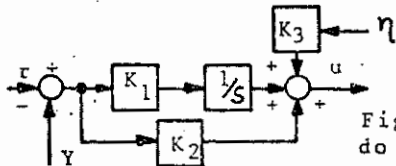


Fig. 4.3 Detalhe do controlador

Em muitos casos os elementos de η podem ser considerados como combinações lineares de derivadas superiores de y , tornando o controlador inteiramente PID. Observamos por este método que o PID é sintetizado através da equação de estado, aumentando o número de variáveis de estado. As variações que permitem o projeto de um PID otimizado vão desde a impossibilidade de acessos aos estados, limitações das condições, introdução de distúrbios e escolha do ID. Assim teremos variações nas formulações dos controladores, como sugerem Rakasius, 1967 e Jameson, 1970. Afimiwala, 1978, propôs um estudo de contornos dos 3 parâmetros PID em duas dimensões utilizando:

$$ID = \int_0^{\infty} t |Y_R - R| dt$$

impondo várias restrições de resposta à planta, ao controlador e aos distúrbios.

4.3- Auto-Ajuste

Os métodos de auto-ajustagem geralmente mostram a resposta do processo para um sinal de entrada de teste, processando os dados para estimar valores característicos desse mesmo processo e ainda calcular valores ótimos dos parâmetros do controlador. Existem procedimentos de malha aberta, onde amostramos na saída do processo, quando aplicamos na entrada um pulso, suficiente para que através do cálculo das áreas (Ohta et al., 1979), tenhamos após a otimização, a ajustagem dos parâmetros. Nishikawa et al., 1984, propõem um procedimento de malha fechada como mostra a fig. 4.4, com um PID em conexão série e as funções de transferência:

$$G_{c1} = K_c \left(1 + \frac{1}{T_i S}\right), \quad PI$$

$$G_{c2} = \frac{1 + T_d S}{1 + T_f S}, \quad PD$$

Vemos na fig. 4.4 que o controlador analisa também a resposta do processo ao distúrbio N .

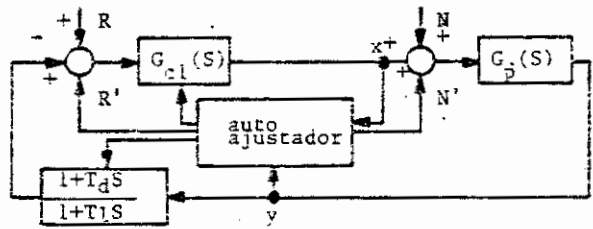


Fig. 4.4 PID auto-ajustável

As áreas referentes à resposta a degrau são calculadas como:

$$S_y = \int_0^{\infty} [Y(\infty) - Y(t)] dt$$

$$S_x = \int_0^{\infty} [X(\infty) - X(t)] dt$$

$$S_{Ax} = \int_0^{\infty} e^{-\alpha t} [x(\infty) - x(t)] dt$$

$$S_{Ay} = \int_0^{\infty} e^{-\alpha t} [Y(\infty) - Y(t)] dt$$

onde $x(\infty)$ e $Y(\infty)$ são valores finais de $x(t)$ e $Y(t)$ respectivamente. Exemplos das áreas S_x e S_y podem ser vistos na fig. 4.5.

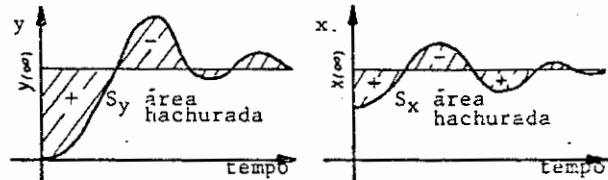


Fig. 4.5 Representação das áreas S_y e S_x

O parâmetro α dá a diferença entre a área e a integral da área e fica entre 0 e 1, sendo escolhido pelo parâmetro T_f que dá a soma das constantes de tempo e do tempo de atraso (dead time). No caso de aplicarmos um degrau unitário na entrada R' , para o sistema da fig. 4.4 para um processo de auto-regulação, obteremos a relação:

$$Y(\infty) = 1, \quad x(\infty) = 1/K_p$$

$$S_y = \frac{T_i + (T_d - T_f) K_p K_c}{K_p K_c}$$

$$S_x = \frac{1}{K_p} \left[\frac{T_i}{K_p K_c} + T_d - T_f - T_T \right]$$

$$S_{Ay} = \frac{1}{\alpha} \left[1 + \frac{1 + \frac{(T_d - T_f)}{1 + T_f \alpha} K_c (1 + \frac{1}{T_i}) K_p F_{\alpha}}{\frac{1 + T_d \alpha}{1 + T_f \alpha} K_c (1 + \frac{1}{T_i \alpha}) K_p F_{\alpha}} \right]$$

$$S_{Ax} = \frac{1}{\alpha} \left[\frac{1}{K_p} - \frac{K_c (1 + \frac{1}{T_i \alpha})}{1 + \frac{1 + T_d \alpha}{1 + T_f \alpha} K_c (1 + \frac{1}{T_i \alpha}) K_p F_{\alpha}} \right]$$

$$\text{onde: } F = \frac{\prod_j e^{-L_j S}}{\prod_j (1 + T_j S)}$$

é a função de transferência do processo quando

do for auto-regulado, por exemplo. Em seguida procede-se a otimização dos parâmetros do PID. Como podemos observar resumidamente, os controladores auto-ajustáveis podem apresentar estruturas diversas e distantes do PID clássico, mas mantêm os mesmos objetivos quanto ao resultado final do PID. Outros estudos sobre auto-ajustáveis com estrutura PID podem ser analisados em trabalhos como de Badr, 1983 (PID digital), Min et al., 1985 (PID digital com dead-time) e Thompson, 1982 (PID para planta desconhecida).

CONCLUSÃO

Os controladores PID cobrem uma grande gama de aplicações industriais e sofreram diversas modificações tecnológicas ao longo do tempo, incorporando os avanços da teoria de controle e os das flexibilidades dos sistemas eletrônicos.

Através deste artigo podemos ter um amplo quadro comparativo dos diversos avanços dos controladores PID e dos diversos recursos incorporados a este.

Em artigo futuro apresentaremos a implementação dos métodos aqui apresentados de maneira breve.

BIBLIOGRAFIA

- Ziegler, J.C.; Nichols, N.B. (1942). "Optimum Setting for Automatic Controllers". *Trans. ASME*, 64, nº 8, november, p. 759.
- Takahashi, Y.; Rakins, M.J.; Auslander, D.M. (1970). "Control and Dynamic Systems". Addison-Wesley Publishing Company.
- Jameson, A. (1970). "Optimization on Linear Systems of Constrained Configuration", *Int. J. Control*, 11, pp. 409-421.
- Afiniwal, K.A.; Mayne, R.W. (1978). "Optimum Design of Control System Compensators". *Trans. of the ASME*, Vol. 100, June, pp. 140-151.
- Thomas, Y. "Automatique de Systemes Lineaires". Tome III: Commande de Larminat, Flammarion Sciences, Paris.
- Nishikawa et al. (1984). "A method for Auto-Tuning of PID Control Parameters". *Automatica*, Vol. 20, nº 3, pp. 31-32.
- Smith, H.W.; Davison, E.J. (1972). "Design of Industrial Regulators". *Proc. IEE (London)*, Vol. 119, pp. 1210-1216, Aug.
- Parker, K.T. (1972). "Design of Proportional-Integral Derivative Controllers by the use of Optimal-Linear-Regulator Theory". *Proc. IEE*, Vol. 119, nº 7, July, pp. 911-914.
- Davison, E.J.; Smith, H.W. (1971). "Pole Assignment in Linear Time Invariant Multivariable Systems with Constant Disturbances", *Automatica*, Vol. 7, pp. 489-498.
- Davison, E.J. (1972). "The Output Control of Linear Time-Invariant Multivariable Systems with Unmeasurable arbitrary Disturbances", *IEEE Trans. Automat.*, Vol. 17, pp. 621-629.
- Ohta, T. et al. (1979). "A New Optimization Method of PID Control Parameters for Automatic Tuning by Process Computer". In: *IFAC, Zurich*, 29-31 Aug., pp. 133-138.
- Seraji, H.; Tarokh, M. (1977). "Design of PID Controllers for Multivariable Systems". *Int. J. Contr.*, Vol. 26, pp. 75-83.
- Krikkelis, N.J.; Fassois, S.D. (1984). "Micro-processor Implementation of PID Controllers and Lead-Lag Compensators". *IEEE Trans. Ind. Electronics*, Vol. IE-31, Nº1, Feb.
- Takahashi, Y., Tonizuka, M., Auslander, D.M., (1975). "Simple Discrete Control of Industrial Process". *Trans. ASME, Series G, J. Dyn. Syst. Means. and Control*, Vol. 97, nº 4, pp. 354, Dec.
- Doyle, J.C.; Stein, G. (1981). "Multivariable Feedback Design: Concepts for a Classical Modern Synthesis", *IEEE Trans. on Automat. Control*, Vol. AC-26, nº 1, Feb.
- Bosley, M.J.; Kropholler, H.W.; Less, F.P. e Neale, R.M. (1972). "The Determination of Transfer Function from State Variable Models". *Automatica*, Vol. 8, pp. 213-216.
- Tarokh, M.; Seraji, H. (1977). "Proportional-Plus-Multiple Derivative Output Feedback. A New Multivariable Controller for pole Placement". *Int. J. Control*, V. 25, nº2, pp. 293-382.
- Seraji, H. (1979). "Design of Proportional-plus Integral Controllers for Multivariable Systems". *Int. J. Control*, V. 29, nº1, pp. 49-63.
- Paraskevopoulos, P.N. (1980). "On the Design of PID Output Feedback Controllers for Linear Multivariable Systems". *IEEE Trans. on Ind. Elect. and Control Instrum.*, V. IECI-27, nº 1.
- Paraskevopoulos, P.N. (1978). "On pole Assignment by Proportional-Plus-Derivative Output Feedback", *Electron. Lett.*, Vol. 14, pp. 34-36.
- Paraskevopoulos, P.N.; King, R.E. (1976). "A Kronecker Product Approach to Pole Assignment by Output Feedback". *Int. J. Control*, Vol. 24, nº 3, pp. 325-334.
- Thompson, S. (1982). "Multivariable PID Controller for unidentified plant". *Trans. ASME*, Vol. 104, sept., pp. 270-274.
- Badr, M.A.L. (1983). "A self-tuning PID voltage regulator for synchronous generator". *Can. J. Eng. Educ.*, Vol. 8, nº 1.
- Min, L.C. et al. (1985). "Tuning of PID controllers for first and second order lag processes with dead time". *Can. J. Eng. Educ.*, Vol. 22, pp. 345-353.
- Rekasius, Z.V. (1967). "Optimal linear regulators with incomplete state-feedback". *IEEE Trans.*, Vol. AC-12, pp. 296-299.
- Hind, E.C.; Dollar, W. (1966). "Analysis of pneumatics controllers", *J. Basic Eng. ASME-Trans.*, June, pp. 287-294.
- D'Azzo, J.J.; Houpis, C.H. (1981). "Análise e Projeto de Sistemas de Controle Lineares" Ed. Guanabara Dois S.A.