

PERCOLAÇÃO EM MODELOS DE COMPETIÇÃO POR ESPAÇO NO PLANO

Eduardo Jordão Neves

Departamento de Estatística da Universidade de São Paulo

Apresentamos alguns resultados recentes sobre percolação (Grimmett, G. (1989). *Percolation*, Springer-Verlag, New York) em modelos que descrevem, ao longo do tempo, competição por espaço no plano. Especificamente consideramos aqui, para uma classe diferente de condições iniciais, o modelo já estudado em ([KNS]-E. Kira, E. Neves e R. Schonmann; *A Note on Percolation in a Voronoi Competition-Growth Model*; Submetido para publicação no J. Stat. Phys) que pode ser descrito informalmente como segue. Suponha que no instante inicial colônias (pontuais) de dois tipos de insetos estão dispostos ao acaso numa plantação que cobre o plano. Os insetos de cada colônia começam a devorar a plantação ao seu redor com uma velocidade que depende do tipo de inseto. A evolução do sistema é determinística, sendo que a aleatoriedade aparece apenas nas condições iniciais. No caso no qual as velocidades são iguais as regiões eventualmente destruídas por cada colônia formam uma partição do plano conhecida como *Poisson Voronoi Tessellation* (Møller, J. (1994). *Lectures on Random Voronoi Tessellations*, Vol. 87 of *Lectures Notes in Statistics*, Springer-Verlag, Gravner, J. e Griffeath, D. (1997); *Multitype threshold growth: Convergence to Poisson-Voronoi tessellations*, *The Annals of Applied Probability*. (To appear)).

Uma questão probabilística natural é a de procurar determinar para que valores dos parâmetros a região destruída por uma das espécies irá, eventualmente, conter um aglomerado infinito, isto é, *percola*. A análise do diagrama de fases desse sistema é bastante complicada e apenas resultados parciais existem ([KNS], Benjamini, I. e Schramm, O.; *Conformal invariance of Voronoi percolation*, (preprint, 1996), Zvavitch, A. (1996). *The critical probability for Voronoi percolation*, Master's thesis, The Weizman Institute of Science, Israel).

No presente trabalho consideramos esse modelo com condições iniciais modificadas que colocam as colônias iniciais, ao acaso, sobre os sítios de um reticulado imerso no plano (mas com a evolução continuando a ocorrer sobre o plano). No caso no qual todo sítio tem, inicialmente, um dos tipos de colônias, determinamos exatamente a forma da *linha crítica* separando os regimes de percolação e não-percolação de cada uma das espécies. Mostramos que, surpreendentemente, essa linha é constante por partes, o que não se espera no caso de condições iniciais aleatórias sobre o plano. O próximo passo é entender o efeito, nesse diagrama, de se admitir *diluição* nos sítios da rede, isto é, que alguns sítios estejam inicialmente vazios, uma vez que o modelo original ([KNS]), com espaço e tempo devidamente reescalados, corresponde ao caso no qual a probabilidade de um sítio estar vazio vai a 1.

Endereço para correspondência: Eduardo Jordão Neves, Departamento de Estatística da Universidade de São Paulo Caixa Postal 66281, CEP 05315-970, neves@ime.usp.br,