

SEL



Anais do XIII Congresso Brasileiro de Automática

Universidade Federal de Santa Catarina
Florianópolis - SC
11 a 14 de Setembro de 2000



Sociedade Brasileira
de Automática

FUNÇÃO ENERGIA PARA SISTEMAS DE POTÊNCIA COM PERDAS NA TRANSMISSÃO: EXTENSÃO DO PRINCÍPIO DE INVARIÂNCIA

B 844 f

N.G. BRETAS[†], L.F.C. ALBERTO[†], H. M. RODRIGUES[†]

[†]Escola de Engenharia de São Carlos - USP, São Carlos, SP, Brazil

[†]Instituto de Ciências Matemáticas de São Carlos, USP, São Carlos, SP, Brazil e CDSNS,
GeorgiaTech, Atlanta, U.S.A.

Resumo — Em muitos problemas físicos e de engenharia, é muito difícil encontrar uma função de Liapunov satisfazendo as hipóteses do Princípio de Invariância de LaSalle clássico. Este obstáculo tem sido um grande problema na aplicação de métodos energéticos às análises de estabilidade transitória em sistemas de potência com modelos mais realísticos. Neste trabalho uma extensão do Princípio de Invariância, onde não exige-se que a derivada da Função de Liapunov seja semi-definida negativa, fornece o embasamento teórico necessário à proposição de uma nova função energia para sistemas de potência considerando perdas nas linhas de transmissão.

Abstract — In many engineering and physical problems, it is very hard to find a Liapunov function satisfying the classical version of the LaSalle's Invariance Principle. This obstacle has been a great problem in the application of energetic methods to the stability analysis of power systems with more realistic models. In this work an extension of the Invariance Principle, which does not require the Liapunov function to be negative semi-definite, is used to support theoretically the proposal of a new energy function for power systems with transmission losses.

Key Words — invariance principle, transient stability, direct methods, energetic methods, liapunov function.

1 Introdução

Os métodos diretos têm se mostrado adequados à análise de estabilidade transitória de sistemas de potência em tempo real. Dentre estes métodos, as ideias de Liapunov associadas ao Princípio de Invariância de LaSalle têm sido utilizadas para estimar a região de estabilidade ou área de atração dos sistemas de potência. Para isto utiliza-se uma função auxiliar denominada Função de Liapunov a qual muitas vezes está associada à energia do sistema; daí o nome ao método de energético.

Nas últimas duas décadas, muitos autores abordaram o problema da estimativa da área de atração e estes estudos culminaram com o desenvolvimento do método BCU (Chiang et al., 1994), o qual é considerado, no momento, o método direto mais eficiente ao estudo de estabilidade transitória. Embora estes avanços tenham sido significativos, a aplicação destes métodos à análise de estabilidade em sistemas reais tem encontrando muitos obstáculos. O principal deles é que os métodos energéticos ainda são impróprios para trabalhar com modelos mais realísticos. Em verdade este obstáculo está intimamente relacionado com o problema de encontrar uma Função de Liapunov associada a estes modelos.

A função energia mais utilizada atualmente foi proposta por Athay et al. (1979). Esta é uma Função de Liapunov do tipo energia obtida na formulação do Centro de Ângulo(COA) como referência. Para obter tal função, as cargas são modeladas como impedâncias constantes e a rede é reduzida às barras das forças eletromotrices. Um dos efeitos desta redução é que as

condutâncias de transferência do sistema reduzido não são desprezíveis e consequentemente não é possível demonstrar que esta função é uma Função de Liapunov no sentido usual.

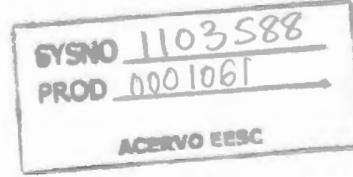
Em geral, para encontrar uma Função de Liapunov, muitas simplificações são feitas no modelo do sistema de potência. As máquinas são usualmente modeladas como uma força eletromotriz constante atrás da reatância transitória, as cargas são modeladas como potências constantes e as perdas nas linhas de transmissão são desprezadas. Além disto, exige-se a existência de um barramento infinito ou alternativamente faz-se uma hipótese de amortecimento uniforme.

Alguns avanços ocorreram no sentido de considerar modelos mais realísticos. Tsolas et al. (1985) exibiu uma Função de Liapunov geral para um sistema de potência com a estrutura da rede preservada e com o modelo de um eixo (one-axis-model) para os geradores, entretanto nenhum avanço ocorreu com relação aos modelos das cargas.

Em um outro artigo Alberto and Bretas (1998) tentaram levar em consideração modelos mais realísticos para as cargas. Estes forneceram uma Função de Liapunov geral para um sistema de potência com a estrutura da rede preservada. Naquele trabalho as cargas foram modeladas com um termo de potência ativa constante mais um termo de potência reativa dependente da tensão e um termo de potência ativa proporcional à variação de freqüência. Apesar destes avanços, as perdas nas linhas continuaram a ser desprezadas e ainda não se consideraram termos de potência ativa dependentes da tensão no mod-

1103588
201100

1438



elo das cargas.

Chiang (1989) estudou a existência de funções energia para sistemas de potência com perdas. Este provou que não existe uma Função de Liapunov geral para sistemas de potência quando as condutâncias de transferência não são desprezadas. No mesmo artigo, estes demonstram a existência de uma Função de Liapunov local que pode ser utilizada para estudos de estabilidade quando as condutâncias de transferência não são elevadas. Entretanto, este resultado é apenas existencial e nenhuma função foi proposta.

Após os estudos de Chiang (1989), encontrar uma Função de Liapunov geral para sistemas de potência, considerando as condutâncias de transferência, parecia ser impossível até que uma extensão do Princípio de Invariância de LaSalle foi proposta por Rodrigues, Alberto e Bretas (1999a). Neste artigo, esta extensão é utilizada como suporte à proposta de uma nova função energia para sistemas de potência em que considera-se a influência de condutâncias de transferência suficientemente pequenas.

Mostrar-se-á que a função energia proposta é uma Função de Liapunov em um senso mais geral. Neste senso mais geral, não exige-se que a derivada da Função de Liapunov seja semi-definida negativa, podendo ser positiva em algumas regiões limitadas. Todos estes conceitos são ilustrados através de sistemas de potência bem simples e ao final do artigo apresenta-se a Função de Liapunov para um sistema multi-máquinas geral.

Este artigo está organizado da seguinte maneira. Na Seção 2, a extensão do Princípio de Invariância é apresentada incluindo um exemplo no qual estima-se o atrator global de um sistema de Lorenz caótico. Na Seção 3, esta extensão é utilizada para estudar-se a estabilidade de sistemas de potência considerando perdas nas linhas de transmissão. Finalmente, as conclusões são apresentadas na Seção 4.

2 O Princípio de Invariância

Esta seção inicia com uma revisão do Princípio de Invariância usual (LaSalle, 1960). Considere a seguinte equação diferencial autônoma:

$$\dot{x} = f(x) \quad (1)$$

Teorema 2.1 : Sejam $V : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ e $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ funções de classe C^1 . Seja L uma constante real tal que $\Omega_L = \{x \in \mathbb{R}^n : V(x) < L\}$ seja limitado. Admita que $\dot{V}(x) \leq 0$ para todo $x \in \Omega_L$, e defina $E := \{x \in \Omega_L : \dot{V}(x) = 0\}$. Seja B o maior conjunto invariante de (1) contido em E . Então, toda solução de (1) iniciando em Ω_L converge para B quando $t \rightarrow \infty$.

A função V utilizada no Teorema 2.1 é conhecida por *Função de Liapunov*. Observe que o

Teorema não diz nada a respeito de como encontrar tal função. Em verdade, não existem métodos sistemáticos para encontrar uma Função de Liapunov e encontrá-la é, sem sombra de dúvida, uma tarefa não trivial.

Outro problema do Teorema 2.1 é que este apresenta uma condição suficiente à garantia da estabilidade, porém, estas condições não são necessárias. Portanto, se as condições do Teorema 2.1 não são satisfeitas, nada pode-se afirmar a respeito do comportamento das soluções de (1).

Neste trabalho, apresentam-se resultados mais gerais do que os até então apresentados. Estes requerem condições menos restritivas possibilitando o tratamento de problemas mais gerais. Basicamente, permite-se que a derivada de V seja positiva em algumas regiões. Com estas condições menos restritivas, torna-se menos complexo encontrar a função V e alguns problemas bastante complicados, tais como sistemas caóticos, podem ser tratados.

Teorema 2.2 : (Extensão do Princípio de Invariância de LaSalle). Sejam $V : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ e $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ funções de classe C^1 . Seja $L \in \mathbb{R}$ uma constante tal que $\Omega_L = \{x \in \mathbb{R}^n : V(x) < L\}$ seja limitado. Seja $C := \{x \in \Omega_L : \dot{V}(x) > 0\}$, e admita que $\sup_{x \in C} V(x) = l < L$. Defina $\bar{\Omega}_l = \{x \in \Omega_L : V(x) \leq l\}$, e $E := \{x \in \Omega_L : \dot{V}(x) = 0\} \cup \bar{\Omega}_l$. Seja B o maior conjunto invariante de (1) contido em E . Então, toda solução de (1) iniciando em Ω_L converge para o conjunto invariante B quando $t \rightarrow \infty$.

Além disto, se $x_o \in \bar{\Omega}_l$, então a solução $\varphi(t, x_o) \in \bar{\Omega}_l$ para todo $t \geq 0$ e $\varphi(t, x_o)$ tende para o maior conjunto invariante de (1) contido em $\bar{\Omega}_l$.

A demonstração e maiores detalhes a respeito deste teorema podem ser encontrados em (Rodrigues, Alberto e Bretas 1999 e 2000).

Observação 2.1 : O $\sup_{x \in C} V(x)$ é atingido na fronteira ∂C de C . Se em particular \bar{C} (o fecho de C) for um conjunto convexo e V uma função convexa, então a técnica de multiplicadores de Lagrange é muito útil para o cálculo deste supremo.

Observação 2.2 Admitindo-se no teorema anterior que $V : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}_+$ é tal que $V(x) \rightarrow \infty$, quando $\|x\| \rightarrow \infty$, então um resultado de estabilidade global pode ser estabelecido.

Exemplo 2.1 Estimativa do Atrator de Lorenz.

Para ilustrar a aplicação da extensão do Princípio de Invariância de LaSalle, seja o seguinte sistema de Lorenz (Lorenz, 1984):

$$\begin{cases} \dot{x} = -\sigma x + \sigma y \\ \dot{y} = -y - xz + rx \\ \dot{z} = -bz + xy \end{cases}$$

onde, $\sigma = 10$, $r = 28$ and $b = 8/3$. Seja

$$V(x, y, z) = rx^2 + 4\sigma y^2 + 4\sigma(z - 5/4r)^2$$

uma Função de Liapunov associada ao sistema de Lorenz. Pode-se verificar que esta função satisfaz as condições da Observação 2.2. Logo utilizar-se-á a extensão do Princípio de Invariância para obter-se uma estimativa do atrator global de Lorenz. A derivada de V é dada por:

$$\dot{V}(x, y, z) = -2\sigma(rx^2 + 4y^2 + 4bz^2 - 5rbz).$$

O conjunto C é dado por $C := \{x \in \mathbb{R}^3 : rx^2 + y^2 + bz^2 - 2rbz < 0\}$ e é fácil verificar que a fronteira de C é um elipsóide centrado em $(x = 0, y = 0, z = 5/8r)$. Como C é um conjunto convexo e a Função de Liapunov V é uma função convexa, o $\sup_{x \in C} V(x)$ ocorre na fronteira do conjunto C . Para calcular o sup de V no conjunto C , a técnica dos multiplicadores de Lagrange será utilizada tendo a equação do elipsóide como uma equação de restrição.

Usando a função Lagrangiana:

$$\mathcal{L}(x, y, z) = rx^2 + 4\sigma y^2 + 4\sigma(z - \frac{5}{4}r)^2 + \lambda(rx^2 + 4y^2 + 4bz^2 - 5rbz)$$

determina-se que o $\sup_{x \in C} V(x)$ ocorre em $x = 0, z = \frac{5r(2-b)}{8(1-b)}$ e $y^2 = \frac{25b^2r^2(b-2)}{64(b-1)^2}$. Substituindo estes valores na expressão de V , obtém-se:

$$l = \sup_{x \in C} V(x) = \frac{25b^2r^2\sigma}{16(b-1)} = \frac{156800}{3} < 52267.$$

O conjunto $\bar{\Omega}_l$ é o elipsóide: $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : rx^2 + 4\sigma y^2 + 4\sigma(z - \frac{5}{4}r)^2 \leq \frac{156800}{3}\}$.

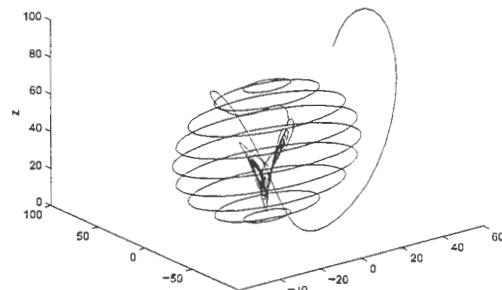
O conjunto no qual $\dot{V} = 0$ está contido em $\bar{\Omega}_l$ e portanto, como consequência da extensão do Princípio de Invariância, toda solução com condição inicial em \mathbb{R}^3 converge para o maior conjunto invariante contido em $\bar{\Omega}_l$. O conjunto $\bar{\Omega}_l$ é uma estimativa do atrator. A Figura 1a mostra esta estimativa. Neste caso, é importante notar que a derivada de V permanece intercambiando de sinal depois que a solução entra em $\bar{\Omega}_l$. Um gráfico de $\dot{V}(x(t), y(t), z(t))$ é mostrado na Figura 1b.

3 Função de Liapunov para Sistemas de Potência com Perdas na Transmissão

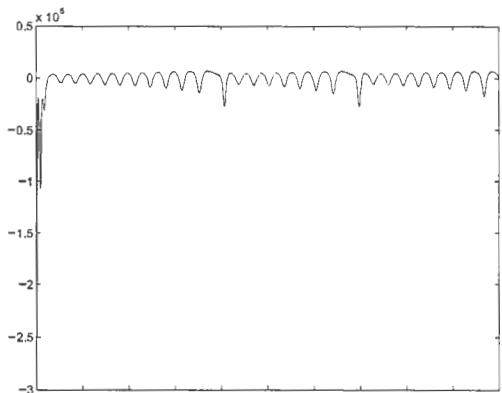
3.1 Sistema de Uma Máquina versus Barramento Infinito

Seja o sistema de uma máquina versus barramento infinito da Figura 2 onde uma máquina síncrona está conectada ao barramento infinito através de uma linha de transmissão com perdas.

Modelando o gerador como uma força eletromotriz constante atrás da reatância transitória,



(a)



(b)

Figura 1. Sistema de Lorenz (a) Estimativa do Atrator
(b) Derivada da Energia

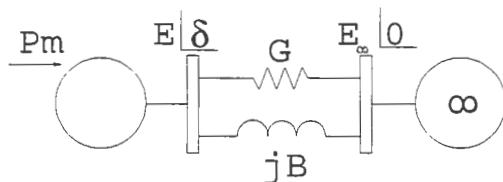


Figura 2. Sistema de Uma Máquina versus Barramento Infinito

pode-se descrever este sistema pelo seguinte par de equações diferenciais:

$$\begin{cases} \dot{\delta} = \omega \\ M\dot{\omega} = P_m - E^2G + EE_\infty B\sin\delta + EE_\infty G\cos\delta - Tw \end{cases}$$

onde δ e ω são respectivamente o ângulo do rotor e o desvio de freqüência do gerador com relação à velocidade síncrona, P_m é a potência mecânica injetada no gerador, E é o módulo da força eletromotriz, E_∞ é o módulo da tensão no barramento infinito, T é o coeficiente de amortecimento e $G + jB$ é a admitância da linha de transmissão equivalente. Por razões de simplicidade, reescrever-se-ão aquelas equações diferenciais co-

mo:

$$\begin{cases} \dot{\delta} = \omega \\ M\dot{\omega} = P - C\sin\delta - D\cos\delta - T\omega \end{cases}$$

onde $P = P_m - E^2G$, $C = -EE_\infty B$ e $D = -EE_\infty G$. Embora este sistema possua perdas na transmissão, este possui uma Função de Liapunov no sentido usual dada por:

$$V(\delta, \omega) := M \frac{\omega^2}{2} - P\delta - C\cos\delta + D\sin\delta + cte$$

É fácil mostrar que a derivada de V ao longo das órbitas é dada por

$$\dot{V} = -T\omega^2$$

a qual é uma função semi-definida negativa. Portanto, a função V satisfaz as exigências do Princípio de Invariância usual e pode ser utilizada para estudar a estabilidade deste sistema com as técnicas usuais. Apesar disto, uma nova função energia será proposta a seguir e a extensão do Princípio de Invariância de LaSalle será utilizada para estudar a estabilidade deste sistema. O objetivo é ilustrar a aplicação da extensão do Princípio de Invariância e preparar as idéias para resolver o problema multi-máquina, o qual não possui uma Função de Liapunov geral, no sentido usual, quando as condutâncias de transferência são consideradas.

Para isto, seja a seguinte função energia:

$$W(\delta, \omega) := M \frac{\omega^2}{2} - P\delta - C\cos\delta - \beta\omega(P - C\sin\delta + D\cos\delta) + k$$

onde β é um parâmetro a ser determinado e k é uma constante. O objetivo é mostrar que esta função satisfaz as hipóteses do Teorema 2.2.

Calculando a derivada de W ao longo das órbitas do sistema obtém-se:

$$\begin{aligned} -\dot{W} &:= \left[\begin{matrix} P_l(\delta) \\ \omega \end{matrix} \right]^T \left[\begin{matrix} -\frac{\beta T}{2} & -\frac{\beta T}{2} \\ -\frac{\beta T}{2} & T - \beta(C\cos\delta - D\sin\delta) \end{matrix} \right] \left[\begin{matrix} P_l(\delta) \\ \omega \end{matrix} \right] \\ &\quad + D\cos(\delta)\omega \end{aligned}$$

onde $P_l(\delta) := P - C\sin\delta - D\cos\delta$. Observe que esta função é composta por um termo quadrático mais o termo $D\cos(\delta)\omega$. Observe que o parâmetro β pode ser escolhido de forma a tornar a parte quadrática definida positiva. Aplicando o Critério de Sylvester pode-se facilmente demonstrar que isto é certamente garantido se

$$\beta < \frac{T}{C + D + \frac{T^2}{4}}$$

Sendo assim, apenas o termo $D\cos(\delta)\omega$ será responsável por gerar regiões nas quais a derivada de W é positiva.

Exemplo 3.1 Seja o Sistema de uma Máquina versus Barramento Infinito da Figura 2 com $P_1 = 1.0$, $C = 2.0$, $D = 0.05$, $T = 0.15$ and $M = 0.05$. As curvas de nível de W estão apresentadas na

Figura 3 para $k = 2.2551$ e $\beta = 0.0146$. Observe que as regiões onde a derivada de W é positiva são pequenos conjuntos limitados. Um deles está próximo ao ponto de equilíbrio instável. O outro está próximo ao ponto de equilíbrio estável e este corresponde ao conjunto C do Teorema 2.2. O valor máximo de W em \bar{C} define o conjunto $\bar{\Omega}_l$ o qual é uma estimativa do atrator, i.e., todas as soluções iniciando dentro da região de estabilidade entrarão neste conjunto em tempo finito. Neste exemplo $l = 0.1051$. Para estimar a região de estabilidade ou área de atração deste atrator, procura-se pelo maior número L tal que as condições do Teorema 2.2 são satisfeitas. Na prática, deve-se garantir que $\bar{\Omega}_l$ não intercepta a região, próxima ao ponto de equilíbrio instável, onde a derivada é positiva. Neste exemplo obteve-se $L = 1.339$. A Figura 3 ilustra as estimativas do atrator e da região de estabilidade.

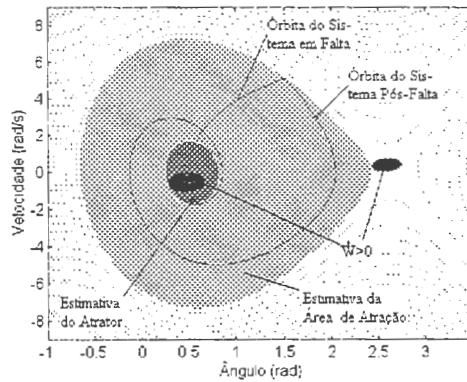


Figura 3. Curvas de Nível da Função W - Sistema de Uma Máquina versus Barramento Infinito

O tempo crítico de abertura obtido por simulação para um curto sólido trifásico na barra do gerador pertence ao intervalo $(0.458; 0.459s)$. A estimativa do tempo crítico de abertura obtida com esta função energia pertence ao intervalo $(0.400; 0.401s)$. Como esperado, esta estimativa é um pouco conservadora porque a estimativa da região de estabilidade está contida dentro da região de estabilidade verdadeira. Entretanto, este tempo não é muito mais conservativo do que o obtido com a Função de Liapunov convencional V o qual pertence ao intervalo $(0.412; 0.413s)$. A Figura 3 mostra as trajetórias do sistema em falta e pós-falta para um tempo de abertura de 0.400s.

3.2 Sistema de Duas Máquinas versus Barramento Infinito

Antes de abordar o caso geral de um sistema multi-máquina, considere o sistema composto por duas máquinas e um barramento infinito da Figura 4.

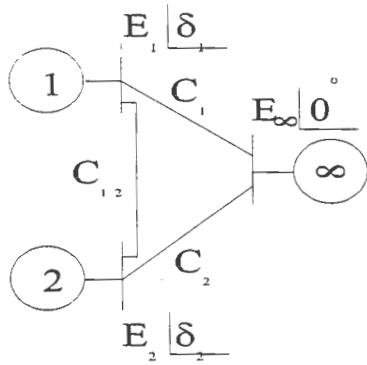


Figura 4. Sistema de Duas Máquinas versus Barramento Infinito

As seguintes equações diferenciais:

$$\begin{cases} \dot{\delta}_1 = \omega_1 \\ M_1 \dot{\omega}_1 = P_1 - C_1 \sin \delta_1 - D_1 \cos \delta_1 - C_{12} \sin(\delta_1 - \delta_2) - D_{12} \cos(\delta_1 - \delta_2) - T_1 \omega_1 \\ \dot{\delta}_2 = \omega_2 \\ M_2 \dot{\omega}_2 = P_2 - C_2 \sin \delta_2 - D_2 \cos \delta_2 - C_{12} \sin(\delta_2 - \delta_1) - D_{12} \cos(\delta_2 - \delta_1) - T_2 \omega_2 \end{cases}$$

descrevem o comportamento dinâmico deste sistema. Quando as condutâncias de transferência são desprezadas ($D_{12} = 0$), existe uma Função de Liapunov geral, no sentido usual, que pode ser utilizada para os estudos de estabilidade deste sistema. Esta função pode ser facilmente obtida por um processo tradicional de integração e é dada por:

$$V(\delta_1, \omega_1, \delta_2, \omega_2) = M_1 \frac{\omega_1^2}{2} - P_1 \delta_1 - C_1 \cos \delta_1 + D_1 \sin \delta_1 + M_2 \frac{\omega_2^2}{2} - P_2 \delta_2 - C_2 \cos \delta_2 + D_2 \sin \delta_2 - C_{12} \cos(\delta_1 - \delta_2) + cte$$

Entretanto quando $D_{12} \neq 0$ o processo de integração gera uma integral dependente do caminho, o que torna impossível demonstrar que sua derivada, ao longo das trajetórias, é semi-definida negativa.

Para resolver este problema uma nova função energia será proposta e a extensão do Princípio de Invariância será utilizado para estudar a estabilidade deste sistema. Será mostrado que esta função energia é uma Função de Liapunov, no sentido mais geral da extensão do Princípio de Invariância, quando as condutâncias de transferência D_{12} são suficientemente pequenas. Para isto, considere a seguinte função energia:

$$\begin{aligned} W(\delta_1, \omega_1, \delta_2, \omega_2) &= M_1 \frac{\omega_1^2}{2} - P_1 \delta_1 - C_1 \cos \delta_1 + D_1 \sin \delta_1 - \beta_1 \omega_1 [P_1 - C_1 \sin \delta_1 - D_1 \cos \delta_1 - C_{12} \sin(\delta_1 - \delta_2) - \\ &D_{12} \cos(\delta_1 - \delta_2)] + M_2 \frac{\omega_2^2}{2} - P_2 \delta_2 - C_2 \cos \delta_2 + D_2 \sin \delta_2 - \beta_2 \omega_2 [P_2 - C_2 \sin \delta_2 - D_2 \cos \delta_2 - C_{12} \sin(\delta_2 - \delta_1) - \\ &D_{12} \cos(\delta_2 - \delta_1)] - C_{12} \cos(\delta_1 - \delta_2) + cte \end{aligned}$$

onde β_1 e β_2 são parâmetros a serem determinados.

Calculando a derivada desta função ao longo das órbitas do sistema encontra-se:

$$\begin{aligned} -\dot{W} &= \begin{bmatrix} P_{l1}(\delta_1, \delta_2) \\ \omega_1 \\ P_{l2}(\delta_1, \delta_2) \\ \omega_2 \end{bmatrix}^T B \begin{bmatrix} P_{l1}(\delta_1, \delta_2) \\ \omega_1 \\ P_{l2}(\delta_1, \delta_2) \\ \omega_2 \end{bmatrix} \\ &+ D_{12} \cos(\delta_1 - \delta_2)(\omega_1 + \omega_2) \end{aligned}$$

onde

$$B = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix}$$

e

$$\begin{aligned} B_{11} &= \begin{bmatrix} \beta_1 & -\frac{\beta_1 T_1}{2} \\ -\frac{\beta_1 T_1}{2} & T_1 + \beta_1 [-C_1 \cos \delta_1 + D_1 \sin \delta_1 - C_{12} \cos(\delta_1 - \delta_2) + D_{12} \sin(\delta_1 - \delta_2)] \end{bmatrix} \\ B_{22} &= \begin{bmatrix} \beta_2 & -\frac{\beta_2 T_2}{2} \\ -\frac{\beta_2 T_2}{2} & T_2 + \beta_2 [-C_2 \cos \delta_2 + D_2 \sin \delta_2 - C_{12} \cos(\delta_2 - \delta_1) + D_{12} \sin(\delta_2 - \delta_1)] \end{bmatrix} \\ B_{12} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{\beta_1}{2} [C_{12} \cos(\delta_1 - \delta_2) - D_{12} \sin(\delta_1 - \delta_2)] + \frac{\beta_2}{2} [C_{12} \cos(\delta_2 - \delta_1) - D_{12} \sin(\delta_2 - \delta_1)] \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Observe novamente que a derivada de W é composta por uma parte quadrática e pelo termo $D_{12} \cos(\delta_1 - \delta_2)(\omega_1 + \omega_2)$. Os parâmetros β_1 e β_2 podem ser escolhidos de forma a tornar a parte quadrática definida positiva. Sendo assim, apenas o termo $D_{12} \cos(\delta_1 - \delta_2)(\omega_1 + \omega_2)$ será responsável por regiões na qual a derivada de W poderia ser positiva.

Exemplo 3.2 Seja o sistema da Figura 4 com $P_1 = 1.25$, $P_2 = 1.5$, $C_1 = 1.7$, $C_2 = 2.0$, $D_1 = D_2 = 0.1$, $C_{12} = 0.5$, $D_{12} = 0.04$, $T_1 = T_2 = 0.1$ e $M_1 = M_2 = 0.05$. As curvas de nível de W estão apresentadas na Figura 5 onde $\beta_1 = 0.0111$ e $\beta_2 = 0.0095$. Estas curvas de nível foram traçadas no plano $\omega_1 = \omega_2 = -0.4$. Observe que a região onde a derivada de W é positiva é uma pequena região limitada próxima ao ponto de equilíbrio estável. Esta região pertence ao conjunto C do Teorema 2.2. Para outros planos, esta região torna-se menor ou até mesmo desaparece o que garante que esta região é um conjunto limitado que está próximo ao ponto de equilíbrio estável. Portanto, esta função pode ser utilizada para o estudo da estabilidade deste sistema. A Figura 5 mostra a projeção da estimativa do atrator no plano $\omega_1 = \omega_2 = -0.4$.

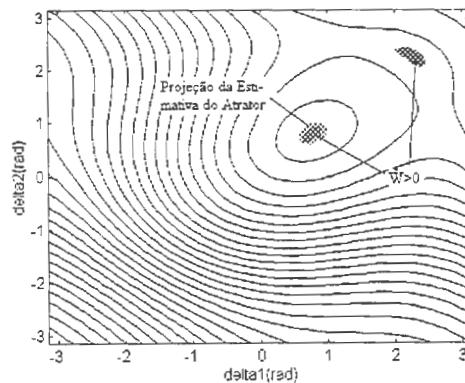


Figura 5. Curvas de nível da Função W - Sistema de Duas Máquinas versus Barramento Infinito

3.3 Sistemas Multimáquinas

Seja o sistema composto por n máquinas onde a n -ésima máquina é um barramento infinito. Pode-se mostrar, similarmente ao caso de duas máquinas, que a seguinte função energia

$$W = \sum_{i=1}^{n-1} \left\{ M_i \frac{\omega_i^2}{2} - P_i \delta_i - C_i \cos \delta_i + D_i \sin \delta_i - \right. \\ \left. - \beta_i \omega_i \left[P_i - C_i \sin \delta_i - D_i \cos \delta_i - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n-1} C_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) - \right. \right. \\ \left. \left. \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n-1} D_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) \right] - \sum_{j=i+1}^{n-1} C_{ij} \cos(\delta_1 - \delta_2) + cte \right\}$$

é uma Função de Liapunov no senso da extensão do Princípio de Invariância se as condutâncias de transferência são suficientemente pequenas. Consequentemente, esta pode ser utilizada para estudos de estabilidade transitória em sistemas de potência.

4 Conclusões

Neste artigo, uma versão mais geral do Princípio de Invariância foi utilizada para estudar a existência de Funções de Liapunov gerais para sistemas de potência com perdas nas linhas de transmissão. Nesta versão, condições menos restritivas do que aquelas exigidas no Princípio de Invariância clássico são empregadas de forma a permitir a aplicação deste a uma classe maior de problemas. Basicamente, permite-se que a derivada da Função de Liapunov seja positiva em algumas regiões limitadas. Sendo assim problemas mais complexos de física e engenharia, tais como sistemas com comportamento caótico, podem ser mais facilmente manipulados. Neste artigo, este teorema foi utilizado com sucesso como base teórica para a proposta de uma nova função energia a qual é uma Função de Liapunov geral para sistemas de potência com perdas na transmissão. Isto no senso mais amplo da extensão do Princípio de Invariância, ou seja, sua derivada podendo ser positiva em algumas regiões.

Neste trabalho, contribuiu-se com a procura por uma Função de Liapunov geral para sistemas de potência considerando perdas na transmissão. Entretanto as possibilidades de aplicações da extensão do Princípio de Invariância são muitas e espera-se que no futuro os pesquisadores consigam resolver outros problemas relacionados. Dentre estes destacaria a incorporação de modelos de geradores mais realísticos assim como efeito de reguladores. Desta forma possibilitar-se-ia a aplicação dos métodos energéticos ao estudo de estabilidade de sistemas de potência onde os componentes são modelados na íntegra.

Agradecimentos

Este trabalho foi financiado pela FAPESP e pelo CNPq.

Referências

- Alberto, L. F. C. and Bretas, N. G. (1998). Função energia para sistemas de potência com cargas dependentes da freqüência, *Anais do XII CBA - Congresso Brasileiro de Automática* pp. 703-707.
- Alberto, L. F. C. and Bretas, N. G. (n.d.). Application of melnikov's method for computing heteroclinic orbits in a classical smib power system model, *aceito para publicação no IEEE Trans. on Circuits and Systems I*.
- Athay, T., Podmore, R. and Virmani, S. (1979). A practical method for direct analysis of transient stability, *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems PAS-98(2)*: 573-584.
- Chiang, H. D. (1989). Study of the existence of energy functions for power systems with losses, *IEEE Transactions on Circuits and Systems CAS-36*: 1423-1429.
- Chiang, H. D., Wu, F. F. and Varaya, P. P. (1988). Foundations of the potential energy boundary surface method for power system transient stability analysis, *IEEE Transactions on Circuits and Systems 35(6)*.
- Chiang, H. D., Wu, F. F. and Varaya, P. P. (1994). A bcu method for direct analysis of power system transient stability. *IEEE Trans. on Power Systems* pp. 1194-1208.
- LaSalle, J. P. (1960). Some extensions of liapunov's second method, *IRE Trans. on Circuit Theory CT-7*: 520-527.
- Lorenz, E. N. (1984). Irregularity: a fundamental property of the atmosphere, *Tellus 36A*: 98-110.
- Pai, M. A. (1981). *Power System Stability - Analysis by the Direct Method of Lyapunov*, North-Holland Publishing Company, Amsterdam-New York-Oxford.
- Rodrigues, H. M., Alberto, L. F. C. and Bretas, N. G. (1999). Uniform invariance principle and synchronization: Robustness with respect to parameter variation, *aceito para publicação no Journal of Differential Equations*.
- Rodrigues, H. M., Alberto, L. F. C. and Bretas, N. G. (2000). On the invariance principle: Generalizations and applications to synchronism, *IEEE Trans. on Circuits and Systems I 47(5)*.
- Tsolas, N., Arapostathis, A. and Varaya, P. (1985). A structure preserving energy function for power system transient stability analysis, *IEEE Trans. on Circuits and Systems CAS-32*, n.10.