

Para o desempenho de bombas

HANS GEORGE ARENS

Doutor, Professor Assistente no Departamento de Hidráulica e Saneamento da Escola de Engenharia de São Carlos-USP

RODRIGO DE MELO PORTO

Professor Assistente no Departamento de Hidráulica e Saneamento da Escola de Engenharia de São Carlos-USP

 Os autores entendem que a aplicação dos modernos métodos numéricos nos projetos de estações elevatórias exige geralmente que as curvas características das bombas sejam expressas de forma algébrica e, para isso, apresentam uma metodologia alternativa — fácil e rápida, segundo eles —, a partir de dados de catálogos de fabricantes.

A aplicação dos modernos métodos numéricos nos projetos de estações elevatórias exige geralmente que as curvas características das bombas sejam expressas de forma algébrica. É conveniente, também, que estas expressões sejam compostas por funções simples, não só para evitar um tempo de computação muito longo, como também para não gerar grandes desvios devido aos erros de truncamento.

Muitos são os programas já existentes, próprios para a obtenção e o ajuste de curvas, a partir de uma série de pontos obtidos experimentalmente. Entre estes métodos, destaca-se principalmente o método polinomial, que se baseia na determinação do polinômio, que melhor se ajusta à série de pontos especificada, através do método dos mínimos quadrados.

Entretanto, se a série de pontos é tomada diretamente de curvas já traçadas, como as dos catálogos dos fabricantes, o critério dos mínimos quadrados pode ser dispensado. Por outro lado, o ajuste aceitável muitas vezes só é obtido com polinômios de grau elevado, que geram desvios consideráveis devido aos erros de truncamento. Por esta razão, o método polinomial nem sempre é a melhor opção para o projetista.

Este artigo apresenta uma metodologia alternativa, fácil e rápida, para colocar sob forma algébrica as curvas características de uma bomba centrífuga, a partir de dados de catálogos.

Apresenta a formulação que possibilita a obtenção não só das curvas características dimensionais, como também as curvas adimensionais propostas por Marchall *et alii* (2), cujo uso é indicado especialmente quando se tratar de escoamentos não permanentes.

EXPRESSÃO ALGÉBRICA DAS CURVAS DE DESEMPENHO DE UMA BOMBA CENTRÍFUGA

O desempenho de uma bomba centrífuga geralmente é descrito pelas curvas $H = H(Q)$, $P = P(Q)$ e $\eta = \eta(Q)$ onde H , P , η e Q são respectivamente a altura manométrica, a potência no eixo da bomba, o rendimento e a sua vazão.

Essas curvas, válidas para uma determinada rotação da máquina, são apresentadas nos catálogos dos fabricantes em forma dimensional. Geralmente apresentam uma forma parabólica, o que justifica o uso da parábola como função interpoladora.

É usual exprimir a curva de desempenho $H = H(Q)$ através de uma única parábola $H = a.Q^2 + b.Q + c$, ou através da interligação de dois ou mais arcos parabólicos diferentes. Neste caso é conveniente que a reta tangente nos pontos de ligação seja comum aos dois arcos.

Um método que tem mostrado bons resultados é o método parabólico na sua versão mais simples. Trata-se da interligação de uma série de pontos tomados sobre a curva característica $H = H(Q)$, através de arcos parabólicos, determinados da seguinte forma: a) a parábola geradora passa por dois pontos consecutivos; b) a reta tangente em cada ponto é calculada pela expressão do arco anterior.

Esta metodologia, apresentada a seguir, também é indicada para descrever a curva da potência $P = P(Q)$. Entretanto, se os resultados não forem satisfatórios (ocorrência de curvas sinuosas), pode-se aplicar o método parabólico numa versão mais elaborada, com a pré-fixação de todas as tangentes nos pontos de ligação.

Sejam (1), (2), ..., (n) n pontos tomados sobre a curva característica $H = H(Q)$ (ou $P = P(Q)$) de uma bomba. Um ponto auxiliar (O) na vizinhança de (1) permite determinar o valor m_1 da tangente à curva no ponto (1)

$$m_1 = (H_1 - H_2)/(Q_2 - Q_1) \quad (2.1)$$

A passagem da parábola $H = a.Q^2 + b.Q + c$ pelos pontos vizinhos (1) e (2) implica em:

$$H_1 = a_1.Q_1^2 + b_1.Q_1 + c_1 \quad (2.2)$$

$$H_2 = a_1.Q_2^2 + b_1.Q_2 + c_1 \quad (2.3)$$

que acarreta para o arco 1-2

$$a_1 = 1/(Q_2 - Q_1) \cdot \{(H_2 - H_1)/(Q_2 - Q_1) - m_1\} \quad (2.4)$$

$$b_1 = m_1 - 2.a_1.Q_1 \quad (2.5)$$

$$c_1 = H_1 - Q_1(a_1.Q_1 + b_1) \quad (2.6)$$

O valor da tangente m_2 no ponto (2) será então:

$$m_2 = 2.a_1.Q_2 + b_1 \quad (2.7)$$

Trocando-se os índices 1 e 2 por 2 e 3, pode-se determinar os coeficientes a_2 , b_2 e c_2 do arco 2-3, através das mesmas expressões (2.4) (2.5) e (2.6) o que resulta em:

$$a_2 = 1/(Q_3 - Q_2) \cdot \{(H_3 - H_2)/(Q_3 - Q_2) - m_2\} \quad (2.8)$$

$$b_2 = m_2 - 2.a_2.Q_2 \quad (2.9)$$

$$c_2 = H_2 - Q_2(a_2.Q_2 + b_2) \quad (2.10)$$

A metodologia se repete para os demais arcos com a determinação de todos os coeficientes a_i , b_i e c_i com $i = 1, 2, \dots, n$.

SYSNO 794379

PROD 0000477

ACERVO EESC

DAE

VOL 49 - Nº 154 - JAN/MAR 89



Os coeficientes a_i' , b_i' e c_i' da curva da potência $P = P(Q)$ podem ser obtidos da mesma forma, e dessa maneira, os valores de H e de P ficam determinados em cada intervalo $Q_i \leq Q \leq Q_{i+1}$, $i = 1, 2, \dots, n$ através das parábolas

$$H = a_1 \cdot Q^2 + b_1 \cdot Q + c_1 \quad (2.11)$$

$$P = a_1' \cdot Q^2 + b_1' \cdot Q + c_1' \quad (2.12)$$

O rendimento η é calculado através de:

$$\eta = (H \cdot Q) / 75 P \quad (2.13)$$

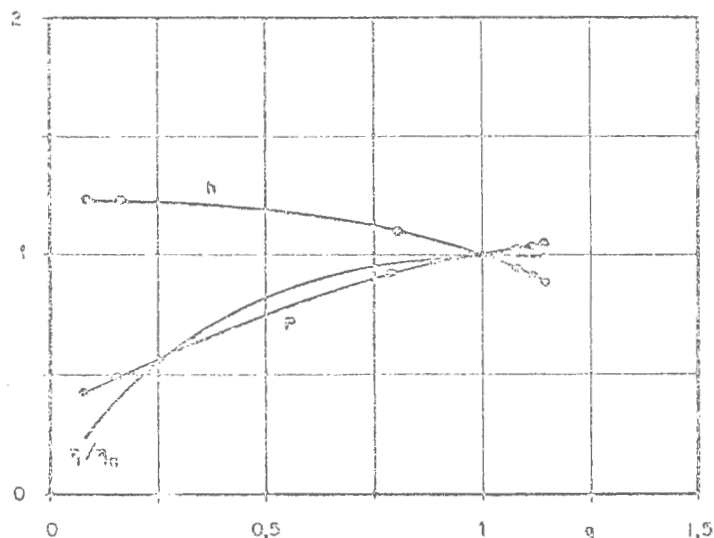
que geralmente admite um máximo η_n , denominado de rendimento ótimo ou nominal. Neste ponto $Q = Q_n$, $H = H_n$, $P = P_n$ e $M = M_n$, onde M é o torque no eixo da bomba e n o índice que caracteriza as condições nominais.

As expressões (2.11), (2.12) e (2.13) permitem, além das curvas dimensionais $H = H(Q)$ e $P = P(Q)$, descrever as curvas adimensionais $h = h(q)$, $p = p(q)$ e $\eta/\eta_n = f(q)$, onde q e h e p são definidos por $q = Q/Q_n$, $p = P/P_n$ e $h = H/H_n$.

A figura 1 exemplifica as curvas $h = h(q)$, $p = p(q)$ e $\eta/\eta_n = f(q)$ referentes a bomba EQ-65-16 (rotor 158,5 - 3500rpm) da Equipe Indústria Mecânica Ltda., obtida a partir de 7 pontos escolhidos sobre a curva do catálogo do fabricante.

FIG.1

Curvas $h = h(q)$, $p = p(q)$ e $\eta/\eta_n = f(q)$ de uma bomba
 $Q_n = 62,5 \text{ m}^3/\text{h}$ $H_n = 60 \text{ m}$ 3500 rpm $n_s = 19,47$



As curvas adimensionais

As curvas características $H = H(Q)$ e $P = P(Q)$ são obtidas através de ensaios, realizados em condições normais, e apresentadas geralmente sob forma dimensional.

Entende-se como condição normal a condição usual de funcionamento da bomba (1.º quadrante), na qual a vazão, a altura manométrica e a rotação são positivas.

A interrupção do fornecimento de energia elétrica, ou a quebra brusca do acoplamento motor-bomba, são alguns dos fatores acidentais que podem colocar a bomba em situações diferentes da condição normal. Muitas vezes a avaliação do comportamento da máquina nestas situações também é importante.

Poucos são os fabricantes que fornecem as curvas nos 4 quadrantes, onde a vazão, a altura manométrica, a rotação e o torque no eixo da bomba podem assumir valores negativos. Para estes casos, a metodologia apresentada no presente artigo deve ser modificada.

A análise dimensional mostra que o desempenho de uma família de bombas geometricamente semelhantes, trabalhando com rotações e com fluidos diversos, pode ser descrito por uma única curva que relaciona entre si os coeficientes de vazão e de pressão, como mostra a fig. 2.

Esses coeficientes adimensionais são definidos por:

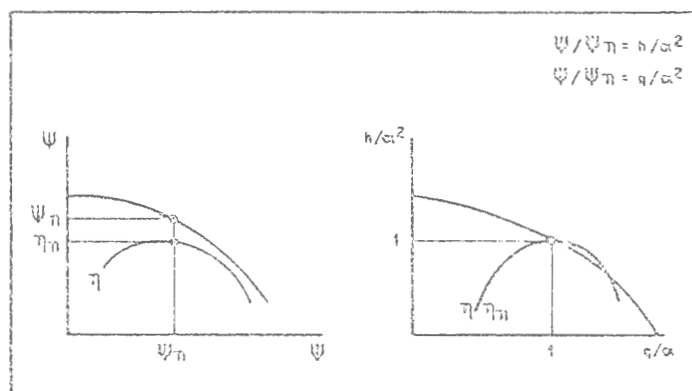
$$\psi = gH/(wR)^2 \text{ coeficiente de pressão}$$

$$\varphi = Q/wR^3 \text{ coeficiente de vazão}$$

onde as grandezas dimensionais são:

FIG.2

Curvas características adimensionais de uma bomba centrífuga



w	velocidade angular da bomba	rd/s
H	altura manométrica	m
Q	vazão da bomba	m^3/s
g	aceleração da gravidade	m/s^2
w	velocidade angular da bomba	rd/s
R	raio do rotor	m

Esta curva, válida apenas para o regime permanente, é também usada pelos projetistas para descrever o comportamento da bomba em regime não permanente. Isto equivale a admitir que o ponto de funcionamento da bomba continue a se mover sobre a curva adimensional, mesmo durante a parada gradativa da máquina, após uma interrupção no fornecimento de energia elétrica.

Em muitas situações podem ocorrer instantes nos quais $w = 0$, o que inviabiliza o uso da curva adimensional na sua forma usual. Marshall *et alii* (2) superaram esta dificuldade, colocando a curva sob uma forma mais conveniente.

$$\text{De fato, seja: } \psi_n = gH_n/(w_n R)^2 \text{ e } \varphi_n = Q_n/w_n R^3$$

$$\text{Fazendo: } \psi/\psi_n = (H/H_n)/(w/w_n)^2 = h/\alpha^2 \quad (3.1)$$

$$\varphi/\varphi_n = (Q/Q_n)/(w/w_n) = q/\alpha \quad (3.2)$$

obtem-se a curva $h/\alpha^2 = f(q/\alpha)$ (fig. 2).

Seja $m = M/M_n$ onde M é o torque no eixo da bomba e M_n o torque nas condições nominais. Marshall *et alii* definiram os coeficientes

$$f_h = h/(\alpha^2 + q^2) \text{ e } f_m = m/(\alpha^2 + q^2)$$

e os colocaram não em função q/α , mas sim de um coeficiente χ definido por $\chi = \pi + \arctg(q/\alpha)$.

As curvas $f_h = f_h^{(x)}$ e $f_m = f_m^{(x)}$ normalmente são usadas pelo projetista, como condição de contorno na resolução dos sistemas de equações diferenciais que descrevem os transientes hidráulicos que ocorrem nas estações elevatórias. A dificuldade numérica que pode surgir com a ocorrência simultânea de $\alpha = 0$ e $q = 0$, é pouco frequente.

METODOLOGIA PARA A DETERMINAÇÃO DE $f_h = f_h(x)$ e $f_m = f_m(x)$

As curvas $f_h^{(x)}$ e $f_m^{(x)}$ são determinadas a partir das curvas $(h/\chi^2) \times (q/\chi)$ e $(\eta/\eta_n) \times (q/\chi)$ da fig. 2.

Quando a rotação de ensaio é igual à rotação nominal, $\chi = 1$, e a curva $(h/\chi^2) \times (q/\chi)$ coincide com a curva $h \times q$ (fig. 1). Lembrando que:

$$P = M.w = \gamma.H.Q/\eta \quad (4.1)$$

$$\text{segue que: } m = M/M_n = q.h/(\chi.\eta/\eta_n) \quad (4.2)$$

e dessa forma $f_h(x)$ e $f_m(x)$ podem ser determinadas diretamente da curva $h \times q$ através das expressões

$$f_h = h/(1 + q^2) \quad (4.3)$$

$$f_m = h.q/(\eta/\eta_n).(1 + q^2) \quad (4.4)$$

$$\chi = \pi + \arctg(q) \quad (4.5)$$

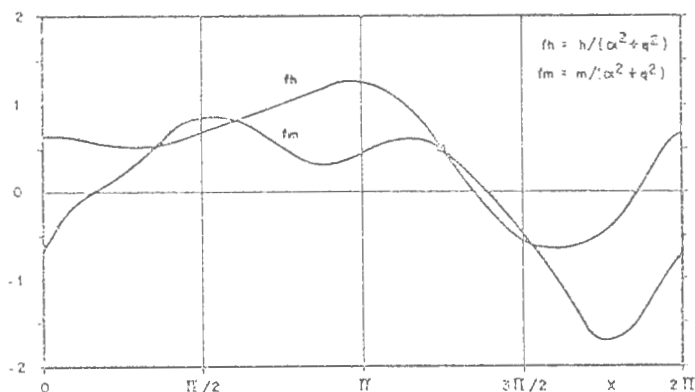
AS CURVAS $f_h = f_h^{(x)}$ e $f_m = f_m^{(x)}$

Hollander's determinou as curvas $f_h^{(x)} = f_m^{(x)}$ para bombas com coeficiente de rotação específica unitária ($n_s = \text{rpm}.Q^{1/2}/H^{3/4}$) igual a $n_s = 25$, $n_s = 147$ e $n_s = 261$. Estas curvas são usadas com frequência na maioria dos exemplos numéricos apresentados pela bibliografia na área de transientes hidráulicos.

A figura 3 reproduz as curvas $f_h^{(x)}$ e $f_m^{(x)}$ referentes a $n_s = 25$ obtidas por Hollander's através de ensaios completos (4 quadrantes).

FIG.3

Curvas $f_h^{(x)}$ e $f_m^{(x)}$ obtidas por
Hollander's para $n_s = 25$.



O primeiro quadrante, onde a bomba trabalha em condições normais ($h > 0$ e $\chi > 0$) é definido pelo intervalo $\pi < \chi < 3\pi/2$, como o ponto de funcionamento caracterizado por $\chi = 5\pi/4$. Neste ponto $f_h = f_m = 0,5$.

A COMPARAÇÃO ENTRE AS CURVAS DE HOLLANDER'S COM ALGUMAS CURVAS DE CATALOGO

As figuras 4 e 5 mostram a comparação dos valores de f_h e f_m obtidos por Hollander's para $n_s = 25$, com valores de 4 bombas centrífugas distintas, caracterizadas por $n_s = 11/19$, $47/68$, $39/78$, 26 .

FIG.4

Comparação entre as curvas de Hollander's $n_s = 25$
com duas bombas respectivamente de $n_s = 11$ e $n_s = 19,47$

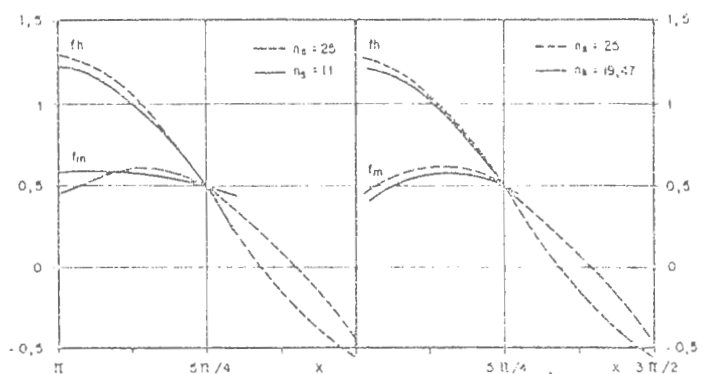
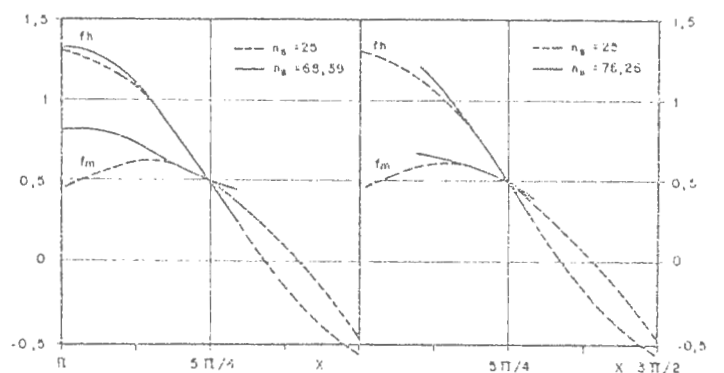


FIG.5

Comparação entre as curvas de Hollander's $n_s = 25$
com duas bombas respectivamente
de $n_s = 68,39$ e $n_s = 78,26$



Estas curvas foram obtidas através das expressões (2.11), (2.12), (4.3), (4.4) e (4.5), a partir de 7 pontos escolhidos convenientemente sobre as curvas de desempenho $H = H(Q)$ e $P = P(Q)$. As figuras 1 e 4b do texto, se referem a uma mesma bomba, e foram elaboradas com a metodologia apresentada neste artigo.

Nota-se que as curvas $f_h(x)$ são quase coincidentes, mostrando que a influência do parâmetro n_s não é muito acentuada. Entretanto nas curvas $f_m(x)$ essa influência é marcante, evidenciando a importância da determinação correta destes valores

na elaboração dos anteprojetos de estações elevatórias. Apenas no intervalo $19.\pi/16 < \chi < 5.\pi/4$ pode-se desprezar a influência da rotação específica n , sem que haja desvios significativos.

CONCLUSÃO

Os resultados obtidos admitindo a parábola como função interpoladora apresentam ótimos resultados, principalmente quando se trata de descrever as curvas características de bombas centrífugas, quer na forma dimensional, quer nas formas adimensionais. A metodologia apresentada permite que o engenheiro determine e use as curvas reais de desempenho, evitando os inevitáveis desvios que ocorrem quando, independente do n , da bomba, se lança mão das curvas de Hollander's.

SIMBOLOGIA

$a_i, b_i, c_i, \dots$ coeficientes da parábola (altura manométrica)
 $a'_i, b'_i, c'_i, \dots$ coeficientes da parábola (potência)
 $f_h, \dots, f_h = h/(\alpha^2 + q^2)$
 $f_m, \dots, f_m = m/(\alpha^2 + q^2)$
 $g, \dots, g$ aceleração da gravidade (m/s^2)
 $h, \dots, h/H_n$
 $H, \dots, H$ altura manométrica (m)
 $H_n, \dots, H_n$ altura manométrica nominal (m)
 $M, \dots, M$ torque no eixo da bomba (kgf.m)

$M_n, \dots, M_n$ torque nominal no eixo da bomba (kgf.m)
 $m, \dots, m$ M/M_n
 $P, \dots, P$ Potência no eixo da bomba (CV)
 $P_n, \dots, P_n$ Potência nominal (CV)
 $p, \dots, p$ P/P_n
 $Q, \dots, Q$ vazão (m^3/s)
 $Q_n, \dots, Q_n$ vazão nominal (m^3/s)
 $q, \dots, q$ Q/Q_n
 $R, \dots, R$ raio do rotor (m)
 $w, \dots, w$ velocidade angular (rd/s)
 $w_n, \dots, w_n$ velocidade angular nominal (rd/s)
 $\chi, \dots, \chi = \pi + \arctg(q/\alpha)$
 $\alpha, \dots, \alpha$ w/w_n
 $\gamma, \dots, \gamma$ peso específico (kgf/m^3)
 $\eta, \dots, \eta$ rendimento da bomba
 $\varphi, \dots, \varphi$ coeficiente de vazão $\varphi = Q/wR^3$
 $\Psi, \dots, \Psi$ coeficiente de pressão $\Psi = gH/(wR)^2$
 $\varphi_n, \dots, \varphi_n = Q_n/w_n R^3$
 $\Psi_n, \dots, \Psi_n = gH_n/(w_n R)^2$

BIBLIOGRAFIA

- 1 — Chaudhru, M. Hanif; *Applied Hydraulic Transients*. Von Nostrand Reinhold Company 1979 (503 p.)
- 2 — Wylie, E.B.; Streeter V.L.; *Fluid Transients*; McGraw-Hill Inc. 1978 (384 p.)

ASSINE

CADERNOS DE DIREITO CONSTITUCIONAL E ELEITORAL

Cadernos de Direito Constitucional e Eleitoral oferecem ao leitor matérias do Boletim Eleitoral, órgão oficial do TSE, matérias constitucionais, além de artigos assinados por juristas de renome internacional. Divididos em Doutrina, Legislação, Pareceres, Jurisprudência e

Comentários, os Cadernos são hoje publicação obrigatória para estudantes, professores, juristas e a todos aqueles que tenham contato com o assunto. Com a assinatura, você receberá os quatro próximos números em casa com rapidez e conforto.

DOBRE E COLE AQUI. NÃO USE GRAMPO

ISR-40 4336/83
U.P. AG. CENTRAL
DR/SÃO PAULO

CARTA RESPOSTA COMERCIAL

NÃO É NECESSÁRIO SELAR

O Selo será pago por
Imprensa Oficial do Estado S.A. - IMESP

01098 — São Paulo — SP

DOBRE E COLE AQUI. NÃO USE GRAMPO

QUERO receber CADERNOS DE DIREITO
CONSTITUCIONAL E ELEITORAL em meu endereço
durante um ano.

Nome _____
 Profissão _____
 Endereço _____ Telefone _____
 Bairro _____ CEP _____
 Cidade _____ Estado _____
 ASSINATURA _____
 Pagamento único no valor de NCz\$ 7,00 (4 edições)
 Cheque Nominal n.º _____ Banco _____

IMPRESSA OFICIAL DO ESTADO DE SÃO PAULO
Rua da Ilhéus, 1.221 - Cep 01102 - São Paulo

DAE

VOL 49 - Nº 154 - JAN/MAR 89