

MÉTODO GENERALIZADO PARA A DETERMINAÇÃO DA EFETIVIDADE TÉRMICA DE TROCADORES DE CALOR

OSVALDO GUILLEN LOPES
COMPANHIA SIDERÚRGICA PAULISTA

OTAVIO DE MATOS SILVARES
ESCOLA POLITÉCNICA DA USP

1991
Serviço de Bibliotecas
Biblioteca de Engenharia Mecânica

RESUMO

Foi desenvolvido um método generalizado para avaliar o desempenho térmico de trocadores de calor com diferentes geometrias e fluidos. Pelo método o trocador de calor é discretizado através de três tipos de elementos nodais: corrente paralela, contracorrente e corrente cruzada. A equação do balanço térmico é aplicada para cada nó em termos das variáveis adimensionais, formando um sistema linear de equações algébricas. A solução do sistema de equações fornece a distribuição de temperaturas no trocador de calor e são calculados os parâmetros de desempenho térmico.

ABSTRACT

A generalized method was developed to evaluate the thermal performance of heat exchangers with different geometries and fluids.

By this method the heat exchanger can be decomposed in three types of discrete nodes: parallel current flow, countercurrent flow and cross flow. The thermal energy equation is applied to each node, in terms of non-dimensional variables and forms a linear algebraic equation system. The solution of this system is the temperature distribution within the heat exchanger and the thermal performance parameters for the particular configuration under analysis.

INTRODUÇÃO

A literatura apresenta diversos métodos para a determinação do desempenho térmico de trocadores de calor, particularizados a determinadas configurações.

O método apresentado neste trabalho é aplicável a grande número de configuração geométrica e pares de fluidos sob variadas condições operacionais e para os casos de

propriedades dos fluidos constantes ou variáveis com a temperatura.

A confiabilidade do método é demonstrada através da comparação com resultados obtidos por outros autores que utilizaram outros métodos.

APRESENTAÇÃO DO MÉTODO

O método apresentado a seguir consiste em uma extensão daquele utilizado por Caglayan e Buthod (1).

Discretização de Trocadores de Calor. Um trocador de calor de configuração qualquer pode ser subdividido em três elementos básicos, ou seja, elemento de correntes opostas, paralelas ou cruzadas; associados de acordo com a configuração do trocador de calor.

Os elementos são identificados por índices $(i, j, k, \dots, w)$, onde o primeiro índice pode indicar a fileira de tubos, o segundo a corrente em que foi subdividido o fluxo no casco, o terceiro o espaço em que o elemento está localizado, e assim por diante, dependendo do grau de detalhamento em que o trocador de calor é discretizado.

Observe, no exemplo da Figura 1, que os elementos resultantes da discretização do trocador de calor são identificados apenas pelo índice (i) , sendo i o número do passe dos tubos pelos casos.

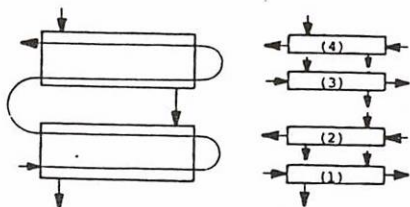


Figura 1. Exemplo de discretização de um trocador de calor.

Outro exemplo é mostrado na Figura 2. Neste, os elementos resultantes da discretização são identificados pelos índices (i,j,k) , sendo i o número da fileira de tubos, j o número da corrente do fluido pelo casco em cada espaço entre a chicana e os espelhos e k o número do espaço entre a chicana e os espelhos.

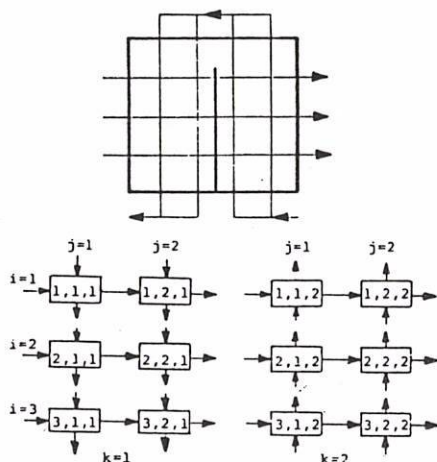


Figura 2. Exemplo de discretização de um trocador de calor

A cada elemento aplicam-se equações da efetividade térmica (P) e da razão entre a capacidade térmica horária (R) em função de suas temperaturas terminais.

Variáveis Adimensionais. Efetividade térmica (P) : definida como a razão entre a quantidade de calor removida de um fluido (q) e a máxima quantidade de calor $(q_{\max})$ termodinamicamente possível de ser trocada nas mesmas condições de vazões e temperaturas de entrada.

$$P = \frac{q}{q_{\max}} = \frac{CT(t_2 - t_1)}{C_{\min}(T_1 - t_1)} = \frac{CC(T_1 - T_2)}{C_{\min}(T_1 - t_1)}$$

onde:

- CT = capacidade térmica do fluido pelo tubo (W/K)
- CC = capacidade térmica do fluido pelo casco (W/K)
- $C_{\min}$ = menor valor entre CT e CC (W/K)
- t_1 = temperatura de entrada do fluido pelo tubo (°C)
- T_1 = temperatura de entrada do fluido pelo casco (°C)
- t_2 = temperatura de saída do fluido pelo tubo (°C)
- T_2 = temperatura de saída do fluido pelo casco (°C)

Razão entre capacidade térmicas horárias (R): definida como a razão entre os valores mínimos e máximo das capacidades térmicas horárias.

$$R = \frac{C_{\min}}{C_{\max}} \quad (2)$$

As variáveis adimensionais P e R podem ser expressas em funções somente das temperaturas terminais, conforme Tabela 1.

Tabela 1. Efetividade Térmica e Razão entre capacidade Térmicas Horárias

	CT = C _{min}	CC = C _{min}
P =	$\frac{t_2 - t_1}{T_1 - t_1}$	$\frac{T_1 - T_2}{T_1 - t_1}$
R =	$\frac{T_1 - T_2}{t_2 - t_1}$	$\frac{t_2 - t_1}{T_1 - T_2}$

Número de Unidades de Transferência (NUT): definida como sendo a razão entre o produto do coeficiente global de transmissão de calor (U) pela área de troca térmica (A) e o menor valor entre as capacidades térmicas horárias CT e CC:

$$NUT = \frac{U.A}{C_{\min}} \quad (3)$$

Para cada configuração de trocador de calor obtém-se uma relação entre as variáveis P, R e NUT a partir das definições destas variáveis e das equações de balanço térmico.

Na Tabela 2 são apresentadas as relações entre P, R e NUT para as configurações de correntes opostas, paralelas e cruzadas.

Tabela 2. Funções $P = P(R, NUT)$

CONFIGURAÇÃO	$P = P(R, NUT)$
OPORTAS	$P = \frac{1 - \exp[-NUT(1-P)]}{1 - \exp[-NUT(1-P)]}$
PARALELAS	$P = \frac{1 - \exp[-NUT(1-P)]}{1 + P}$
CRUZADAS	$P = \frac{1}{\frac{1}{1 - \exp[-NUT]} + \frac{R}{1 - \exp[-R \cdot NUT]} - \frac{1}{NUT}}$

Sistemas de Equações Lineares. Tomando-se como exemplo um elemento genérico (Figura 3), as equações de efetividade térmica e da razão entre capacidades térmicas horárias em função de suas temperaturas terminais são as seguintes:

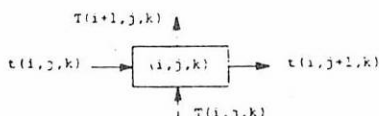


Figura 3. Elemento (i, j, k)

Para $CT(i, j, k) \leq CC(i, j, k)$:

$$t(i, j, k) - t(i, j+1, k) = P(i, j, k) [t(i, j, k) - T(i, j, k)] \quad (4)$$

$$T(i, j, k) - T(i+1, j, k) = R(i, j, k) [t(i, j+1, k) - t(i, j, k)] \quad (5)$$

Para $CT(i, j, k) > CC(i, j, k)$:

$$T(i+1, j, k) - T(i, j, k) = P(i, j, k) [t(i, j, k) - T(i, j, k)] \quad (6)$$

$$t(i, j, k) - t(i, j+1, k) = R(i, j, k) [T(i+1, j, k) - T(i, j, k)] \quad (7)$$

O valor de $P(i, j, k)$ pode ser obtido sem o conhecimento das temperaturas terminais pela relação $P(i, j, k) = f[NUT(i, j, k), R(i, j, k)]$, conforme Tabela 2.

Da mesma forma, o valor de $R(i, j, k)$ pode ser obtido sem o conhecimento das temperaturas terminais, através da Equação (2):

$$R(i, j, k) = \frac{C_{min}(i, j, k)}{C_{máx}(i, j, k)} \quad (2)$$

A aplicação das Equações (4) e (5), ou (6) e (7) a todos os elementos resultantes da discretização do trocador de calor, juntamente com as condições de contorno e de compatibilidade entre os elementos, resulta em um sistema de equações que rege o comportamento térmico do trocador de calor. Com a solução

do sistema de equações obtém-se a distribuição de temperaturas no trocador de calor e, conseqüentemente, a sua efetividade térmica.

O conhecimento das temperaturas dos fluidos ao longo do trocador de calor permite que se considere os valores reais de suas propriedades termofísicas em cada ponto, caso suas variações sejam significativas. Nestes casos, adota-se um processo iterativo para soluções do sistema de equações.

Generalização de Modelos. O sistema de equações obtido pode ser colocado na forma de equação matricial com o seguinte aspecto:

$$C(P,Q) \times T(Q) = S(Q) \quad (8)$$

onde:

$C(P,Q)$ = é a matriz dos coeficientes

$T(Q)$ = é a matriz das incógnitas

$S(Q)$ = é a matriz dos termos independentes

A matriz $C(P,Q)$ apresenta uma distribuição espacial de seus elementos definida pela sequência de colocação das equações e dos termos de matriz $T(Q)$.

Para trocadores de calor cuja discretização permite a identificação dos elementos com os índices $(i, j, k, \dots, w)$, os formatos das matrizes $C(P,Q)$ são semelhantes se for mantido um mesmo critério de colocação das equações e dos termos das matrizes $T(Q)$.

Através da observação desta semelhança, foi elaborado um programa que gera automaticamente os sistemas de equações lineares para diferentes trocadores de calor.

EXEMPLO DE APLICAÇÃO

Toma-se, como exemplo, o trocador de calor mostrado esquematicamente na Figura 1. A identificação dos elementos e suas temperaturas é mostrada na Figura 4.

Considerando-se: $A(i) = A/4$ $CT(i) = CT$
 $U(i) = U$ $CC(i) = CC/2$

Admite-se, por simplicidade, que $CT(i) \leq CC(i)$. Deste modo, $R(i) = 2 CT/CC$ e $NUT(i) = AU/4CT$. Para os nós $i=2$ e 3 , a função $Pi(R, NUT)$ é a da configuração paralela da Tabela 2 e para os nós $i=1$ e 4 a da configuração oposta.

Aplicação numérica:

Considerando-se $A=5 \text{ m}^2$, $U=170 \text{ W/m}^2\text{K}$, $CT=283 \text{ W/K}$, $CC=1.132 \text{ W/K}$, $t_1=200 \text{ }^\circ\text{C}$, $T_1=0 \text{ }^\circ\text{C}$, obtem-se a seguinte distribuição de temperaturas:

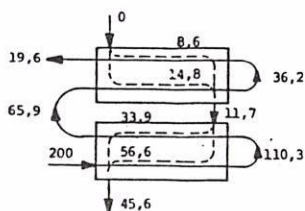


Figura 5. Distribuição de Temperaturas.

Neste caso, a efetividade térmica e o número de unidades de transferência e:

$$P = 0,905$$

$$NUT = 3$$

Generalização do modelo: Observando-se a distribuição dos elementos da matriz $C(P,Q)$, é possível generalizar o modelo para M cascos em série e N passes dos tubos, sendo M um número inteiro positivo e N múltiplo de M .

A equação matricial na forma generalizada tem o seguinte aspecto:

$$\begin{bmatrix} C_1 \\ \vdots \\ C_2 \\ \vdots \\ C_3 \\ \vdots \end{bmatrix}_{(3N+1)} \times \begin{bmatrix} t(1) \\ \vdots \\ t(N+1) \\ T_e(1) \\ \vdots \\ T_e(N) \\ T_s(1) \\ \vdots \\ T_s(N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ t_1 \\ \vdots \\ t_1 \\ T_1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

$\left. \begin{matrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ t_1 \\ \vdots \\ t_1 \\ T_1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{matrix} \right\} 2N$
 $\left. \begin{matrix} T_e(1) \\ \vdots \\ T_e(N) \\ T_s(1) \\ \vdots \\ T_s(N) \end{matrix} \right\} N/H$
 $\left. \begin{matrix} T_1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{matrix} \right\} N - N/H$

Submatriz C_1

$$\begin{matrix}
 & i=1 & i=2 \dots i=N & i=N+1 & i=1 \dots i=N & i=1 \text{ a } N \\
 \begin{bmatrix}
 1-P(1) & -1 & \ddots & 0 & - & P(1) & \vdots & \vdots \\
 & \ddots & \ddots & \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\
 & & -0 & \vdots & & -0 & \vdots & -0 \\
 & & & 1-P(N) & -1 & & P(N) & \vdots
 \end{bmatrix}
 \end{matrix}$$

Submatriz C2

$$\begin{matrix}
 & i=1 & i=2 & \dots & i=N & i=N+1 & i=1 \dots i=N & i=1 \dots i=N \\
 \begin{bmatrix}
 R(1) & -R(1) & & & 0 & - & 1 & 0 & -1 & 0 & - \\
 & R(2) & -R(2) & & & & -0 & \vdots & & -0 & \vdots \\
 & & \ddots & \ddots & & & & \ddots & & & \ddots \\
 & & & R(N) & -R(N) & & & & 1 & & -1
 \end{bmatrix}
 \end{matrix}$$

Submatriz C3

$$C3 = C_{i,j}$$

$$\begin{aligned}
 i &= 1 \text{ a } N+1 \\
 j &= 1 \text{ a } 3N+1
 \end{aligned}$$

Sendo:

$$C(1,j) = 1$$

$$C(i,j) = 1 \quad \text{para } i = 2 \text{ a } N+1$$

$$j = 2N-i+3$$

$$C(i,j) = -M/N \quad \text{para } i = 2 \text{ a } N+1$$

$$j = (3N+2 - \ell \cdot N/M) \text{ a } (3N+1 - (\ell-1)N/M)$$

$$\ell = 1 \quad \text{para } i = N/M + 1 \text{ a } 2N/M + 1$$

$$\ell = 2 \quad \text{para } i = 2N/M + 1 \text{ a } 3N/M + 1$$

.

$$\ell = M-1 \quad \text{para } i = N + 2 - N/M \text{ a } N + 1$$

Mostra-se na Tabela 3 os resultados da efetividade térmica obtidos no presente trabalho para alguns pares (M,N), juntamente com os obtidos por autores que empregaram outros métodos.

Tabela 3. Resultados Obtidos e Comparação com Outros Autores.

Tabela 3 - Resultados Obtidos e Comparação com Outros Autores

ARRANJO		DADOS		RESULTADOS			
				EFETIVIDADE		TÉRMICA	
M	N	NUT	R	Presente Trabalho	Ref. [2]	Ref. [3]	Ref. [4]
1	2	1,0	1,0	0,57	0,46	0,46	0,46
		3,0	0,0	0,95	0,85	0,95	0,95
2	4	1,0	0,25	0,60	0,59	0,60	0,60
			0,75	0,52	0,52	0,52	0,52
		5,0	0,25	0,97	0,96	0,96	0,96
3	6	3,0	0,25	0,91	0,92	0,90	0,91
			0,75	0,80	0,79	0,80	0,80
4	8	3,0	0,25	0,92	0,92	0,92	0,92
			0,75	0,80	0,80	0,80	0,81
		5,0	0,50	0,95	0,94	0,94	0,94
1	3	0,5	0,20	0,38	-	0,38	0,35
			1,00	0,33	-	0,32	0,32
		2,5	0,20	0,86	-	0,86	0,85

CONCLUSÕES

O método é aplicável a qualquer trocador de calor através da subdivisão em elementos de correntes opostas, paralelas ou cruzadas.

Determina-se a distribuição de temperaturas ao longo do trocador de calor.

O método é aplicável ao caso em que as propriedades dos fluidos apresentam significativas variações com a temperatura.

Os resultados obtidos pela aplicação do método mostram ótima concorrência com os de outros autores.

REFERÊNCIAS

1. CAGLAYAN, Al N.; BUTHOD, P. Factors correct air-cooler and S&T exchanger LMTD. *The Oil and Gas Journal*, Tulsa, v.74, n.36, p.91-4, Sept. 1976.
2. KAYS, W.M.; LONDON, A.L. *Compact heat exchangers*. 2.ed. New York, McGraw-Hill, 1964.
3. BOWMAN, R.A. et al. Mean temperature difference in design. *Transactions of the ASME*, New York, v.62, p.283-94, May 1940.
4. MUELLER, A.C. Heat exchangers. In: ROHSENOW, W.M.; HARTNETT, J.P., eds. *Handbook of heat transfer*. New York, McGraw-Hill, 1973. p.18-1/-113.