



SET
04
09
02

XXX JORNADAS SUL-AMERICANAS DE ENGENHARIA ESTRUTURAL

27 a 31 de Maio de 2002

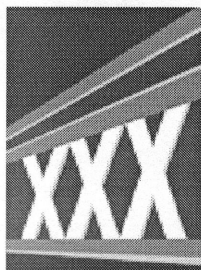
Brasília, DF, Brasil

ANAIS COM OS ARTIGOS COMPLETOS

Editores: Guilherme Sales S. de A. Melo
Luciano Mendes Bezerra

Programa de Pós Graduação em Estruturas e Construção Civil
Departamento de Engenharia Civil e Ambiental
Universidade de Brasília – UnB

Associação Sulamericana de Engenharia Estrutural



27 a 31 de Maio de 2002 – Universidade de Brasília – UnB
Brasília, DF – Brasil

Jornadas Sul-Americanas de Engenharia Estrutural

AVALIAÇÃO DA CAPACIDADE RESISTENTE DE LIGAÇÕES LAJE-PILAR INTERNO DE CONCRETO REFORÇADO COM FIBRAS DE AÇO

Hf22a

HOLANDA, Kristiane Mattar Accetti ⁽¹⁾; HANAI, João Bento de ⁽²⁾

⁽¹⁾ Mestre em Engenharia de Estruturas, Doutoranda, EESC-USP, Brasil.

⁽²⁾ Professor Titular, Departamento de Engenharia de Estruturas, EESC-USP, Brasil.

RESUMO

Investiga-se o comportamento estrutural das ligações laje-pilar de lajes-cogumelo de concreto armado, analisando-se o aumento da sua capacidade resistente à punção pelo reforço com fibras de aço. O estudo abrange os casos de ligações laje-pilar interno sem armadura de punção, empregando-se concretos de baixa e alta resistência. As fibras aumentam a resistência do material, promovendo meios de transferência de tensão através das fissuras. Além disso, elas aumentam a tenacidade do concreto, proporcionando mecanismos de absorção de energia, relacionados com o desligamento e o arrancamento das fibras que formam pontes de ligação nas fissuras. Os diversos trabalhos encontrados na literatura sobre o assunto revelam que as fibras, quando adicionadas em teores adequados, proporcionam aumento da resistência à punção, podendo este aumento chegar a valores da ordem de 30%. Apresenta-se neste trabalho uma análise do efeito do aumento do volume específico de fibras de aço adicionadas na resistência à punção, considerando-se como parâmetro de referência a resistência à tração do concreto. Para isso, considera-se um conjunto de resultados experimentais obtidos por diversos pesquisadores e a equação dada pelo ACI 318/95 para cálculo da resistência à punção de lajes sem armadura de punção. Conclui-se que há uma tendência de aumento linear da resistência à punção com o incremento do volume de fibras de aço, porém o uso de diferentes tipos de fibra dificulta o estabelecimento de formulações de cálculo simples e precisas. Além disso, a complexidade do sistema de reforço, inclusive armadura longitudinal, e os diferentes métodos de ensaio empregados acarretam uma considerável dispersão dos resultados, o que indica que este tipo de análise merece maior aprofundamento. Tal aprofundamento faz parte de uma pesquisa mais abrangente que se encontra em andamento na EESC-USP.

1262076

200902

SYSNO	1262076
PROD	003571
ACervo EESC	



1. INTRODUÇÃO

A ruína por punção em lajes-cogumelo é causada principalmente pela incapacidade do concreto de suportar grandes tensões principais de tração. A resistência à punção dessas lajes pode ser melhorada aumentando-se a resistência do concreto à tração ou colocando-se armadura de punção. Pesquisas recentes têm demonstrado que a adição de fibras de aço à matriz de concreto pode aumentar sua resistência à tração.

Neste trabalho procura-se mostrar quantitativamente a contribuição da adição de fibras de aço na capacidade resistente à punção em ligações laje-pilar de concreto sem armadura de punção. Este tipo de reforço, juntamente com os mecanismos resistentes secundários como o efeito de pino e o engrenamento dos agregados, realça a contribuição do concreto na transferência de forças cortantes.

As fibras aumentam a resistência do material, promovendo meios de transferência de tensão através das fissuras. Além disso, elas aumentam a tenacidade do concreto, proporcionando mecanismos de absorção de energia, relacionados com o desligamento e o arrancamento das fibras que formam pontes de ligação nas fissuras.

Apresenta-se neste trabalho uma análise do efeito do volume de fibras de aço adicionadas na resistência à punção, considerando-se como parâmetro de referência a resistência à tração do concreto. Para isso, considera-se um conjunto de resultados experimentais obtidos por diversos pesquisadores e a equação dada pelo ACI 318/95 [2] para cálculo da resistência à punção de lajes sem armadura de punção.

Com isso pretende-se ilustrar de modo preliminar o efeito de modificações introduzidas na equação do ACI 318/95 [2], no sentido de considerar o efeito da adição de fibras de aço ao concreto. O método utilizado foi adaptado daquele apresentado no artigo de Shaaban & Gesund [9], ampliando-se o conjunto de resultados experimentais, inclusive com aqueles obtidos por estes autores.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Swamy & Ali [10] examinaram o efeito da adição de fibras de aço na resistência à punção de ligações laje-pilar. Eles ensaiaram 19 modelos de laje em escala real (1800 x 1800 x 125 mm), simplesmente apoiados nos quatro bordos e carregados no centro por meio do tramo superior de um pilar (150 x 150 x 250 mm). As principais variáveis estudadas foram: tipo (ondulada, gancho, reta), localização e volume (0 a 1,37%) de fibras, quantidade e localização da armadura de flexão e combinação das fibras com a armadura de cisalhamento. A resistência do concreto à compressão foi mantida constante em todos os modelos, em aproximadamente 45 MPa aos 28 dias.

Comparando os modelos em concreto sem fibras com os modelos em concreto com fibras, eles observaram que as fibras promoveram diminuição dos deslocamentos em todas as etapas de carregamento (1% de fibras diminuiu em 30% os deslocamentos de serviço), aumentaram a força última das ligações (1% de fibras aumentou em 40% a força última), e aumentaram as deformações que se mantiveram até a ruptura. As fibras retardaram o aparecimento da fissura diagonal e proporcionaram a ocorrência de extensiva fissuração na ruptura. As fibras transformaram a ruptura frágil em uma ruptura mais dúctil, deslocando a superfície de ruína para mais longe da face do pilar. As fibras foram muito efetivas controlando a fissuração mesmo depois de atingida a força última, aumentando a resistência residual da ligação, devido ao efeito de membrana após a ruptura. Através da extensiva fissuração múltipla, as fibras promoveram melhoria no comportamento pós-fissuração das lajes, aumentando a ductilidade e a absorção de energia (100 a 300% para $V_f=1\%$). Os autores mostraram que colocando concreto com fibras até uma distância de $1,5 h$ da face do pilar é tão efetivo quanto moldar toda a laje com concreto com fibras. A resistência à punção não se alterou com a redução de 33% da armadura de flexão positiva, quando ela foi concentrada na



vizinhança do pilar. Além disso, a redução de 67% da armadura de flexão positiva pode não influenciar a resistência à punção, desde que se adicione 1,37% de fibras de aço onduladas.

Alexander & Simmonds [1] ensaiaram 6 modelos de ligação laje-pilar, para determinar o efeito da adição de diferentes densidades (0, 30 e 60 kg/m³) de fibras de aço onduladas ($\ell = 50$ mm) à mistura, e o efeito de diferentes cobrimentos da armadura tracionada de flexão (11 e 38 mm) na capacidade resistente à punção de tais ligações. A resistência à compressão do concreto foi mantida constante em todos os modelos em aproximadamente 35 MPa aos 28 dias. Os modelos de lajes tinham dimensões 2750 x 2750 x 150 mm, e os modelos de pilar tinham dimensões 200 x 200 x 200 mm. Os autores observaram que a adição de 0,4% de fibras de aço fez aumentar a resistência à punção das ligações em 20%. A adição de 0,8% de fibras causou um aumento de 30%. Eles também concluíram que as fibras aumentaram a ductilidade das ligações e que a alteração do cobrimento não foi um parâmetro significativo no aumento da resistência à punção.

Theodorakopoulos & Swamy [12] estudaram a contribuição de fibras de aço na resistência das ligações laje-pilar em concreto leve sujeitas à punção. As principais variáveis investigadas nos 20 modelos ensaiados foram: tipo e volume (0 a 1%) de fibra, redução da armadura convencional de flexão da laje, tamanho da área carregada e resistência do concreto à compressão. Os modelos de laje foram feitos em escala reduzida, com dimensões 1800 x 1800 x 125 mm, tendo o tramo superior do pilar altura 250 mm. As dimensões dos modelos de laje foram escolhidas de modo que eles ficassem compreendidos na região de momento negativo em torno do pilar interno, e dentro da linha de contraflecha.

Com relação à geometria da fibra, as fibras onduladas e as de comprimento maior proporcionaram melhores resultados. Eles verificaram que a adição de 1% de fibras na ligação aumentou a força correspondente à primeira fissura, a força correspondente ao escoamento da armadura de flexão e a força última em 30 a 40%. As fibras retardaram o aparecimento da fissura diagonal, proporcionaram a ocorrência de extensiva fissuração na ruptura, transformaram a ruptura frágil em uma ruptura mais dútil, e aumentaram a resistência residual da ligação após a ruptura.

Tan & Paramasivan [11] ensaiaram 14 modelos de ligação laje-pilar interno, para analisar o efeito do concreto reforçado com fibras de aço com ganchos nas extremidades ($\ell = 30$ mm; $D = 0,50$ mm) na resistência à punção das lajes-cogumelo. Os principais parâmetros analisados foram: relação vão efetivo/altura da laje, volume de fibras (0,31 a 2%), espessura da laje, resistência à compressão do concreto (35 a 60 MPa) e largura da área carregada. Os modelos de laje eram simplesmente apoiados nos quatro bordos, sendo que os cantos ficavam livres para se levantar. O carregamento era aplicado por meio de uma placa quadrada, simulando um tramo de pilar. Os resultados mostraram que o aumento do volume de fibras, da espessura da laje, e da área carregada proporcionaram aumento da resistência à punção e da ductilidade da ligação. O perímetro crítico formou-se a uma distância de 4,5 vezes a altura útil da laje, a partir da face do pilar, com a fissura crítica inclinada de 20° a 60° em relação ao plano da laje. A resistência à punção das lajes com fibras foi comparada com valores provenientes de normas para determinação da resistência à punção de lajes de concreto armado. Dentre as normas analisadas, os resultados provenientes da norma britânica foram os mais próximos dos resultados experimentais.

Shaaban & Gesund [9] ensaiaram 13 modelos de ligação laje-pilar interno, variando apenas o volume percentual de fibras (0 a 2%) de aço onduladas ($\ell = 25$ mm). Eles observaram um significativo aumento na resistência das lajes de concreto reforçado com fibras de aço à punção. Baseado nos resultados de seus ensaios, determinaram uma expressão para estimar a resistência de lajes de concreto com fibras de aço à punção, modificando a expressão do ACI 318/89 para concreto comum. Observaram ainda que as superfícies de ruína dos modelos com fibras



permaneceram tronco-cônicas e apresentaram um ângulo de inclinação médio com a horizontal de 20°, contrariando as prescrições do ACI 318/89, de 45°.

Harajli et al. [4] ensaiaram 12 modelos de ligação laje-pilar interno em escala reduzida (650 x 650 mm), com o intuito de investigar o efeito da adição de fibras na resistência à punção de lajes lisas. Os modelos de laje eram simplesmente apoiados nos quatro bordos, sendo que os cantos ficavam livres para se levantar. A força era aplicada por meio de um pilar de seção quadrada (100 x 100 mm) moldado monoliticamente no centro da laje. O carregamento era aplicado controlando-se a velocidade do deslocamento do pistão em 0,5 mm/min. As principais variáveis do estudo foram: tipo de fibras (aço com ganchos nas extremidades e polipropileno), volume de fibras (0 a 2%), relação de aspecto (60 e 100) das fibras e relação vão efetivo/altura das lajes (18 e 26). A resistência à compressão do concreto utilizada foi em torno de 30 MPa.

Os autores observaram que, adicionando volumes de 1% e 2% de fibras de aço com ganchos nas extremidades ao concreto, houve um aumento da resistência das lajes à punção de 22% e 36% respectivamente. Os aumentos na resistência à punção não se mostraram muito sensíveis à variação do vão efetivo/altura das lajes, nem à variação da relação de aspecto das fibras, sendo mais influenciados pelo volume de fibras empregado. A presença de fibras alterou a superfície de ruína das lajes, de quase quadrada, para circular, deslocando a superfície da face tracionada da laje para mais longe da face do pilar. A presença de fibras de aço alterou o modo de ruptura de algumas lajes, passando de punção pura para punção-flexão ou flexão pura. A adição de 1% de fibras de polipropileno promoveu aumento de apenas 15% na resistência à punção, apesar de ter proporcionado expressivo ganho de ductilidade na ruína por punção. A partir dos valores experimentais, os autores determinaram uma equação de reta para determinar a resistência à punção em função do volume de fibras, válida para os seus modelos ensaiados.

Os autores também obtiveram uma equação para se determinar o aumento da resistência à punção de ligações laje-pilar devido ao reforço com fibras de aço, reunindo seus resultados experimentais com os de outros pesquisadores. Eles concluíram que o tipo de concreto (leve ou normal), a área de armadura de flexão da laje, a dimensão do cobrimento da armadura de flexão, e a geometria da fibra de aço (de boa ancoragem mecânica) não causam praticamente nenhum efeito na parcela da resistência à punção das lajes devido à presença das fibras de aço.

Hughes & Xiao [6] ensaiaram 22 modelos de ligação laje-pilar em escala 1:3. As lajes tinham dimensões 860 x 860 mm, com altura variável (80, 65 e 50 mm). A força era aplicada por meio de um pilar de seção quadrada (132 x 132 mm) moldado monoliticamente no centro da laje, tendo altura do tramo superior 250 mm e do tramo inferior 100 mm, a partir das faces da laje. O carregamento era aplicado controlando-se a velocidade do deslocamento do pistão em 0,3 mm/min. As principais variáveis estudadas foram: a relação vão efetivo/altura das lajes, o volume de fibras (0 a 1,5%), o tipo de fibras (aço e polipropileno) e a presença ou não de armadura convencional de punção.

Os autores observaram que a adição de fibras promoveu aumento da rigidez, da resistência à punção e da resistência à fissuração das ligações. Além disso, forneceu maior ductilidade à ligação, alterando o modo de ruptura.

O aumento da rigidez dos modelos com fibras indicou a vantagem das fibras nas condições de utilização da estrutura, diminuindo as flechas das lajes-cogumelo. A adição de fibras promoveu o aumento da resistência à tração por compressão diametral em todos os compósitos, a qual está diretamente relacionada com a resistência à punção das lajes. Nos modelos com mais de 0,5% de fibras de aço houve aumento da resistência à fissuração. Nos modelos com fibras houve aumento significativo da resistência à punção das ligações. Nos modelos com armadura convencional de



punção também houve ganho de resistência à punção das ligações, mas não houve aumento da resistência à fissuração. Esta é uma das vantagens das fibras comparadas com a armadura de punção. O aumento da taxa de armadura de flexão reduziu a abertura das fissuras, entretanto não conseguiu alterar o modo de ruptura da ligação, pois a resistência à punção aumentou menos que a resistência à flexão da laje. O aumento da resistência à punção mostra que ela é influenciada pela taxa de armadura de flexão da laje, devido aos efeitos de membrana e de pino.

Prisco & Felicetti [8] ensaiaram 15 modelos de ligação laje-pilar interno, com o intuito de investigar o efeito da adição de fibras de aço com ganchos nas extremidades ($\ell = 30$ mm; $D = 0,50$ mm) na resistência à punção de lajes sem nenhuma armadura de flexão. Os modelos de laje eram quase circulares (polígono de 16 lados), com diâmetro de 330mm e espessura de 55 mm. O carregamento era aplicado com velocidade de deformação controlada, por meio de um dispositivo metálico de geometria variável, simulando um tramo de pilar. As principais variáveis do estudo foram: volume de fibras (0,25%, 0,4% e 0,8%) e geometria da ponta do dispositivo de aplicação da força (hemisférico ou plano).

As fibras proporcionaram aumento de ductilidade em todos os modelos, e aumento de resistência à punção nos modelos com volumes maiores (0,8%). A geometria do dispositivo de aplicação da carga alterou o tempo de propagação da força, sendo mais rápida no caso do hemisférico. Nos modelos com fibras, a força máxima foi alcançada antes da fissura crítica ter se propagado para a outra face da laje. A fissura crítica de cisalhamento leva à formação do cone de punção, cuja parte comprimida transmitiria força por engrenamento dos agregados, e cuja parte tracionada transmitiria força pelo efeito de “costura” das fissuras pelas fibras.

Zambrana Vargas [13] ensaiou 12 modelos de ligação laje-pilar em escala reduzida. As lajes tinham dimensões 800 x 800 x 60 mm, e o pilar tinha seção quadrada (100 x 100 mm) moldado monoliticamente no centro da laje, tendo altura dos tramos superior e inferior de 100 mm, a partir das faces da laje. As principais variáveis dos ensaios foram: volume (0 a 1,5%) de fibras de aço, utilização de armadura transversal tipo pino (distribuição em cruz), e resistência do concreto à compressão (30 e 85 MPa).

O autor verificou nos ensaios que o número total de fissuras nos modelos aumentou com a adição de fibras, e que alguns modelos, previstos para romperem por punção, tiveram seu modo de ruptura alterado para punção-flexão, quando utilizadas fibras e armadura de combate à punção. O uso de concreto de alta resistência potencializou uma maior contribuição das fibras. As fibras aumentaram a resistência à punção das lajes, sendo este aumento mais efetivo quando utilizadas armaduras transversais de combate à punção (Figura 1). A adição de fibras potencializou um melhor funcionamento da armadura transversal e possivelmente uma maior contribuição de mecanismos secundários de resistência à punção (efeito de “costura” das fissuras, do mecanismo de pino etc.). Com isso, há possibilidade de eventual redução da armadura transversal.

Azevedo [3] ensaiou 12 modelos de ligações laje-pilar em escala reduzida (1160 x 1160 x 100 mm), com o intuito de investigar o efeito de algumas variáveis na resistência e na ductilidade dos modelos. A força era aplicada axialmente por meio de uma placa quadrada (80 x 80 mm) simulando o pilar. O carregamento era aplicado controlando-se a velocidade do deslocamento do pistão. As principais variáveis dos ensaios foram: resistência do concreto à compressão (40 e 80 MPa), volume (0 a 1,5%) de fibras de aço com ganchos nas extremidades ($\ell = 30$ mm; $D = 0,45$ mm), e presença de armadura transversal tipo pino (distribuição radial).

As fibras interferiram sensivelmente na ductilidade das ligações laje-pilar. Alguns modelos, previstos para romperem por punção, tiveram seu modo de ruptura alterado para punção-flexão (caso do concreto convencional) ou para flexão predominante (caso do concreto de alta resistência),



quando utilizadas fibras e armadura de combate à punção, tornando assim menos súbita a ruptura do material (Figura 2).

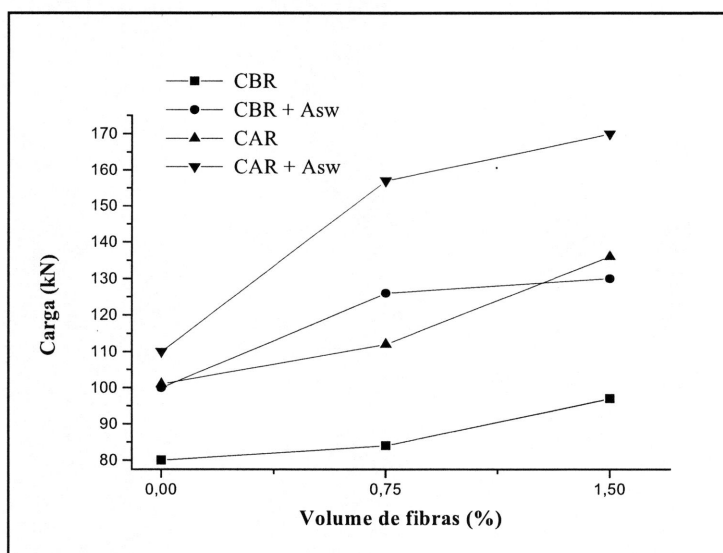


Figura 1 – Valores da força última em função do volume de fibras (ZAMBRANA VARGAS, 1997)

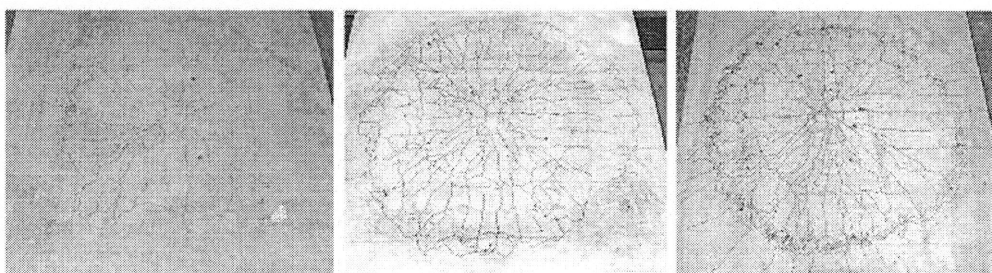


Figura 2 – Tipos de ruína (a) punção pura (b) punção-flexão (c) flexão (AZEVEDO [3])

A presença de fibras influenciou a formação da superfície de ruptura, fazendo com que a ruptura não ocorresse na região adjacente ao pilar. As fibras presentes nesse local inibiram a formação das fissuras, transferindo-as para zonas adjacentes, até encontrarem um local frágil onde pudessem se formar.

A autora também constatou em seus ensaios aumentos na resistência à punção decorrentes da adição de fibras, sendo mais efetivos quando utilizadas armaduras transversais de combate à punção e concreto de alta resistência. Em todos os casos, ou seja, concreto de baixa e de alta resistência, com e sem armadura transversal, ela observou que o comportamento da força de ruptura em função do volume de fibras é crescente.

A autora determinou uma equação linear que relaciona a força última com o volume de fibras, válida para o tipo e geometria das fibras utilizadas em sua pesquisa. Em seguida, compilando seus resultados com os de Zambrana Vargas [13] e de Harajli et al. [4], tentou determinar uma equação linear que relacionasse o acréscimo de resistência à punção em função do volume de fibras adicionado, válida para qualquer modelo de laje. Entretanto, não houve compatibilidade entre os resultados, e isso não foi possível. Alguns valores ficaram próximos da reta de aproximação, assim



como outros ficaram distantes. Portanto, não se pode considerar a equação desta reta como válida para todos os casos, dimensões dos modelos e diferentes tipos de fibras.

McHarg et al. [7] estudaram os benefícios do emprego de elevada taxa de armadura de flexão e da adição de fibras de aço no comportamento de ligações laje-pilar. Para isso, ensaiaram 6 modelos de ligações em escala real (2,3 x 2,3 x 0,15 m), projetadas para romperem por punção. O pilar tinha seção quadrada de 225 x 225 mm. A resistência à compressão do concreto utilizada foi em torno de 30 MPa. O volume de fibras de aço com gancho nas extremidades ($\ell = 30$ mm; $D = 0,50$ mm) utilizado foi 0,5% em volume. Os parâmetros investigados foram: utilização de concreto com fibras na região da ligação e concentração de armadura de flexão da laje ao redor do pilar.

Eles concluíram que 0,5% de fibras de aço localizadas até uma distância de 500 mm (aproximadamente $3,3 h$, sendo h a espessura da laje) da face do pilar proporcionaram aumento da resistência à punção, da ductilidade e da rigidez pós-fissuração das ligações laje-pilar, e diminuição das aberturas de fissuras nas condições de serviço, e das tensões nas armaduras tracionadas de flexão da laje.

Na pesquisa em andamento de Holanda [5] estão sendo estudadas três séries de lajes, cujas resistências do concreto à compressão são em torno de 20, 40 e 60 MPa. Nas séries variou-se o teor de fibras em 0%, 0,75%, 1%, 1,5% e 2% do volume de concreto. Outra variável dos ensaios foi a relação de aspecto das fibras: em duas das séries foram empregadas fibras curtas com gancho nas extremidades ($\ell = 30$ mm; $D = 0,55$ mm) e na outra fibras mais longas com gancho nas extremidades ($\ell = 50$ mm; $D = 1,05$ mm), ambas da DRAMIX.

Os resultados obtidos mostram que as fibras têm maior atuação em matrizes de alta resistência, o que já tinha sido observado por outros pesquisadores. A adição de volumes maiores de fibras, como 2%, pode compensar esse problema, aumentando a resistência à punção de lajes de concreto de baixa resistência. A diminuição da relação de aspecto, apesar do aumento do comprimento das fibras, proporcionou melhores resultados na laje L7 com 0,75% de fibras, do que na laje L8 com 1,5%, comparando-as com as lajes OSC.S2 e OSC. S3 de Azevedo [3]. Os ensaios confirmam que as fibras de aço, além de melhorarem a resistência à punção das lajes, conferem-lhes aumento de ductilidade, característica importante que deve possuir esse tipo de ligação.

Na Tabela 1 apresentam-se as principais características dos trabalhos citados na revisão bibliográfica.

A Equação (1) mostra como foi feita a normalização da resistência à punção. A normalização é um procedimento adotado para uniformizar o efeito de variáveis como a resistência do concreto, a altura útil da laje e o perímetro crítico, de acordo com um determinado critério de influência. Neste caso, considerou-se como critério a forma como estes parâmetros se apresentam na fórmula dada pelo ACI 318/95 para cálculo da resistência à punção de lajes.

$$P_{u,\text{normalizado}} = \frac{P_u}{b_o \cdot d \cdot \sqrt{f_c}} \cdot 10 \quad \text{Eq. (1)}$$



Tabela 1 – Características dos trabalhos compilados

Referência	Modelo	Tipo de fibra	Relação aspecto	Vf (%)	Modo de Ruptura	bo (cm)	d (cm)	fc (MPa)	Pu (kN)	ΔPu (%)	Obs.
Swamy & Ali 1982 (esc. real)	S-1	--		0	Punção	100	10	45	197,7		12#10
	S-2	ondulada	100	0,6	Punção	100	10	45	243,6	23	distrib.
	S-3	ondulada	100	0,9	Punção	100	10	45	262,9	33	uniform.
	S-4	ondulada	100	1,2	Punção	100	10	45	281	42	$\rho\ell=0,63\%$
	S-7	--		0	Punção	100	10	45	221,7		8#10 viz.
	S-11	ondulada	100	0,9	Punção	100	10	45	262	18	pilar
	S-12	c/ gancho	100	0,9	Punção	100	10	45	249	12	4#10
	S-13	reta	83,3	0,9	Punção	100	10	45	236,7	7	laterais
	S-18	ondulada	100	1,37	Punção	100	10	45	265,7	20	da laje
Alexander & Simmonds 1992 (esc. real)	P11F0			0		135,2	13,8	33,2	257		c = 11 cm
	P11F31	ondulada	50 mm	0,4		135,2	13,8	35,8	324	26	$\rho\ell=0,06\%$
	P11F66	ondulada	50 mm	0,8		135,2	13,8	35	345	34	
	P38F0			0		124,4	11,1	35,6	264		c = 38 cm
	P38F34	ondulada	50 mm	0,4		124,4	11,1	38,4	308	17	$\rho\ell=0,07\%$
	P38F69	ondulada	50 mm	0,8		124,4	11,1	38,5	330	25	
Theodorakopoulos & Swamy 1993 (esc. real)	FS-1	--	--	0	Punção	100	10	44,2	173,5		$\rho\ell=0,63\%$
	FS-2	ondulada	100	0,5		100	10	42,5	225	30	
	FS-3	ondulada	100	1		100	10	44,56	247,4	43	comp. FS-1
	FS-4	ondulada	100	1		100	10	46,67	224,4		
	FS-8	--	--	0	Punção	80	10	45,8	150,3		
	FS-9	ondulada	100	1		80	10	44,5	216,6	44	
	FS10	--	--	0	Punção	120	10	45,5	191,4		
	FS-11	ondulada	100	1	Flexão	120	10	42,8	259,8	36	
	FS-12	retangular	60	1		100	10	45,1	217,5	-12	comp. FS-3
	FS-13	c/ gancho	100	1		100	10	41,85	235,5	-5	"
	FS-14	elíptica	70	1		100	10	43,73	239,5	-3	"
	FS-15	ondulada*	90	1		100	10	39,05	238	-4	"
	FS-16	elíptica	70	1		100	10	34,9	227,8	-5	comp. FS-14
	FS-17	elíptica	70	1	Flexão	100	10	58,56	268,4	12	"
	FS-18	elíptica	70	1		100	10	17,75	166	-31	"
Tan & Paramasivan 1994 (esc. real)	SFRC1-2	c/ gancho	60	0,31	Punção	48,8	2,2	45,8	22,6		$\rho\ell=0,87\%$
	SFRC2-1	c/ gancho	60	0,5	Punção	48,8	2,2	40,3	20,9	-8	
	SFRC2-2	c/ gancho	60	1	Punção	48,8	2,2	40,7	23,7	5	
	SFRC2-3	c/ gancho	60	1,5	Punção	48,8	2,2	39,7	24,6	9	
	SFRC2-4	c/ gancho	60	2	Punção	48,8	2,2	47,8	27,4	21	
	SFRC3-1	c/ gancho	60	0,31	Punção	45,6	1,4	46,9	9,4	-58	comp. 1-2
	SFRC3-2	c/ gancho	60	0,31	Punção	54	3,5	46,1	54,9	143	"
	SFRC3-3	c/ gancho	60	0,31	Punção	57,6	4,4	48,4	70,5	212	"
	SFRC4-1	c/ gancho	60	0,31	Punção	48,8	2,2	37,6	19	-16	comp. 1-2
	SFRC4-2	c/ gancho	60	0,31	Punção	48,8	2,2	60,6	20	-12	"
	SFRC5-1	c/ gancho	60	0,31	Punção	88,8	2,2	41,4	26,1	15	"
	SFRC5-2	c/ gancho	60	0,31	Punção	68,8	2,2	39,8	18,7	-17	"
Shaaban & Gesund 1994 (esc. real)	SF0-1			0	Punção	51,4	6,5	33,3	89		$\rho\ell=1,60\%$
	SF2-1	ondulada	25 mm	0,64	Punção	51,4	6,5	34,4	93,4	5	
	SF3-1	ondulada	25 mm	0,99	Punção	51,4	6,5	37,6	106,7	20	
	SF4-2	ondulada	25 mm	1,24	Punção	51,4	6,5	36,5	115,6	30	
	SF6-1	ondulada	25 mm	1,94	Punção	51,4	6,5	22,3	97,9	10	
	SF6-2	ondulada	25 mm	2,04	Punção	51,4	6,5	22,1	102,3	15	



Tabela 2 (continuação) – Características dos trabalhos compilados

Referência	Modelo	Tipo de fibra	Relação aspecto	Vf (%)	Modo de Ruptura	bo (cm)	d (cm)	fc (MPa)	Pu (kN)	ΔPu (%)	ρ_l As
Harajli 1995 (esc. reduz.)	A1	c/ gancho		0	Punção	55,6	3,9		62,53		1,12%
	A2	c/ gancho	100	0,45	Punção	55,6	3,9	30	67,70	8	1,12%
	A3	c/ gancho	100	0,8	Flexão	55,6	3,9	31,4	77,77	24	1,12%
	A4	c/ gancho	60	1	Punç-Flex	55,6	3,9	24,6	68,83	10	1,12%
	A5	c/ gancho	60	2	Flexão	55,6	3,9	20	62,06	-1	1,12%
	B1	c/ gancho		0	Punção	62	5,5		99,36		1,12%
	B2	c/ gancho	100	0,45	Punção	62	5,5	31,4	114,65	15	1,12%
	B3	c/ gancho	100	0,8	Punção	62	5,5	31,8	117,30	18	1,12%
	B4	c/ gancho	60	1	Punção	62	5,5	29,1	117,73	18	1,12%
	B5	c/ gancho	60	2	Punção	62	5,5	29,2	145,57	47	1,12%
Hughes & Xiao 1995 (esc. 1:3)	S4	--	--	0	Punção	73,6	5,2	52	89		1,0%
	S5	reta 1	95	1		73,6	5,2	56	108	21	1,0%
	S6	reta 2	100	1		73,6	5,2	45	106	19	1,0%
	S8	ondulada 1	92,3	1		73,6	5,2	52	121	36	1,0%
	S9	ondulada 2	80	1		73,6	5,2	48	116	30	1,0%
	S12	ondulada 1	92,3	0,5	Punç-Flex	73,6	5,2	39	105	18	1,0%
	S13	ondulada 1	92,3	1,5	Flexão	73,6	5,2	53	127	43	1,0%
	S16	--	--	0		68,8	4	49	66		1,0%
	S18	ondulada 1	92,3	1		68,8	4	37	91	38	1,0%
	S21	--	--	0		73,6	5,2	45	116		1,5%
Prisco & Felicetti 1997 (esc. reduz.)	S22	ondulada 1	92,3	1		73,6	5,2	52	108	-7	0,8%
	P80S			0	Punção	81,68	5,5	51,8	43,944		
	F80S	c/ gancho	60	0,8	Punção	81,68	5,5	50,4	49,253	12	
	P40S			0	Punção	81,68	5,5	51,8	43,317		
	F40S	c/ gancho	60	0,4	Punção	81,68	5,5	53,2	42,777	-1	
	P25F			0	Punção	128,8	5,5	41,6	32,59		
Zambrana Vargas 1997 (esc. reduz.)	F25F	c/ gancho	60	0,25	Punção	128,8	5,5	27,8	31,856	-2	
	L01			0	Punção	56	4	26	80		1,73%
	L02	c/ gancho	36	0,75	Punção	56	4	31,5	84	5	1,73%
	L03	c/ gancho	36	1,5	Punção	56	4	31,6	97	21	1,73%
	L07			0	Punção	56	4	88,7	101		1,73%
	L08	c/ gancho	36	0,75	Punção	56	4	79	112	11	1,73%
Azevedo 1999 (esc. reduz.)	L09	c/ gancho	36	1,5	Punção	56	4	93	136	35	1,73%
	OSC.S1			0	Punção	64	8	43,73	176,48		1,57%
	OSC.S2	c/ gancho	67	0,75	Punção	64	8	46,42	191,96	9	1,57%
	OSC.S3	c/ gancho	67	1,5	Punção	64	8	30,80	197,61	12	1,57%
	HSC.S1			0	Punção	64	8	86,65	190,72		1,57%
	HSC.S2	c/ gancho	67	0,75	Punção	64	8	81,85	206,81	8	1,57%
McHarg et al. 2000 (esc. real)	HSC.S3	c/ gancho	67	1,5	Punção	64	8	79,30	293,93	54	1,57%
	NU	c/ gancho	60	0	Punção	140	12,5	30	306		14#16
	FSU	c/ gancho	60	0,5	Punção	140	12,5	39	422	38	distrib.
	FCU	c/ gancho	60	0,5	Punção	140	12,5	37,5	329	8	uniform
	NB	c/ gancho	60	0	Punção	140	12,5	30	349		14#16
	FSB	c/ gancho	60	0,5	Punção	140	12,5	39	438	26	vizinh.
Holanda 2001 (esc. reduz.)	FCB	c/ gancho	60	0,5	Punção	140	12,5	37,5	361	3	do pilar
	L1			0	Punção	64	8	23,13	137,2		1,57%
	L2	c/ gancho	54,5	1	Punção	64	8	24,4	139,55	2	1,57%
	L3	c/ gancho	54,5	2	Punção	64	8	28,06	163,62	19	1,57%
	L4			0	Punção	64	8	56,98	192,86		1,57%
	L5	c/ gancho	54,5	1	Punção	64	8	59,72	215,14	12	1,57%
	L6	c/ gancho	54,5	2	Punção	64	8	52,38	236,17	22	1,57%
	OSC.S1			0	Punção	64	8	43,73	176,48		1,57%
	L7	c/ gancho	48	0,75	Punção	64	8	36,55	182,85	4	1,57%
	L8	c/ gancho	48	1,5	Punção	64	8	46,08	210,90	20	1,57%



3. RELAÇÃO ENTRE RESISTÊNCIA À TRAÇÃO POR COMPRESSÃO DIAMETRAL E RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO DO CONCRETO COM O VOLUME DE FIBRAS

Um dos parâmetros que têm grande influência na resistência à punção de lajes é a resistência à tração do concreto. No entanto, na maioria das normas técnicas de projeto, ele se apresenta de forma indireta nas expressões de cálculo, as quais incluem a resistência do concreto à compressão.

No ACI 318/95 [2] a resistência do concreto à tração por compressão diametral está relacionada com a raiz quadrada da resistência do concreto à compressão, como mostra a Equação (2).

$$f_{sp} = 0,5563\sqrt{f_c} \quad \text{Eq. (2)}$$

sendo f_c (resistência à compressão simples) e f_{sp} (resistência à tração por compressão diametral) em [MPa].

Para relacionar a resistência à tração por compressão diametral com a resistência à compressão no caso de concreto com fibras, efetuou-se uma regressão linear (Figura 3) dos resultados experimentais obtidos por diversos pesquisadores (Tabela 3). Obteve-se a Equação (3), que relaciona a resistência média à tração com a resistência média à compressão e com o volume percentual de fibras (V_f). Para essa equação assumiu-se uma forma similar à Equação (2).

$$f_{sp} = (0,08 V_f + 0,51)\sqrt{f_c} \quad \text{Eq. (3)}$$

onde f_{sp} e f_c são dados em MPa e V_f é dado em %.

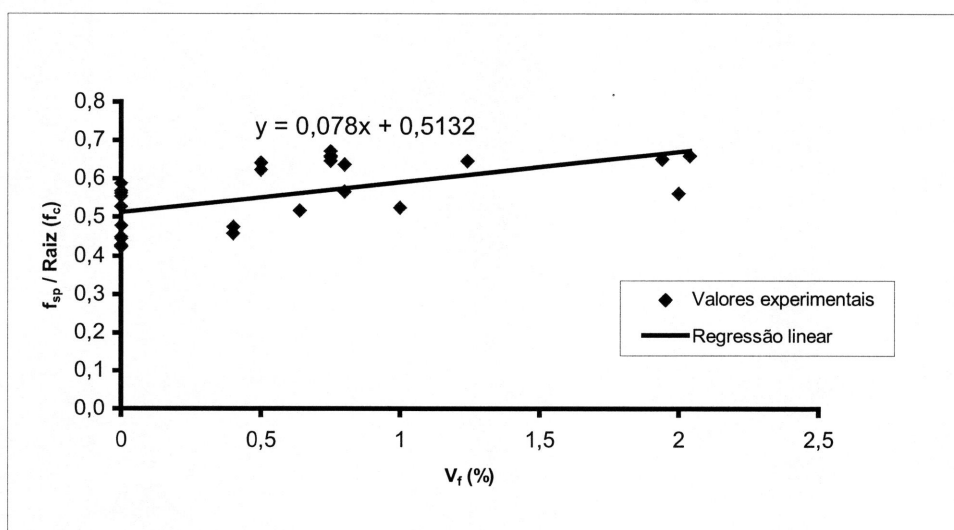


Figura 3 – Relação entre resistência à tração do concreto por compressão diametral e o volume de fibras de aço, conforme dados experimentais obtidos por diversos pesquisadores

Para traçar o gráfico da Figura 3 foi feita uma análise estatística nos resultados da Tabela 3, a fim de descartar resultados muito discrepantes, provavelmente decorrentes de limitações do próprio método de ensaio de compressão diametral. Com a média e o desvio padrão, e utilizando a *curva de distribuição "t" de Student*, estimou-se o intervalo de confiança da média. Fixando um grau de confiança de 90% foi encontrado o intervalo de confiança de 0,61 a 0,67 para os valores de $f_{sp} / \sqrt{f_c}$.

Tabela 3 – Determinação de f_{sp}^* (resistência à tração do concreto) segundo a Equação (3)

Autor	Vf (%)	fc (MPa)	Raiz (fc)	fsp (MPa)	fsp/Raiz(fc)	fsp*(MPa)	Dif. (%)
Holanda	0	23,13	4,81	2,14	0,44	2,45	14,6
Zambrana Vargas	0	26	5,10	3	0,59	2,60	13,3
Harajli	0	29,6	5,44	--		2,77	
McHarg	0	30	5,48	--		2,79	
Harajli	0	31,4	5,60	--		2,86	
Alexander & Simmonds	0	33,2	5,76	2,46	0,43	2,94	19,5
Shaaban&Gesund	0	33,3	5,77	2,76	0,48	2,94	6,6
Alexander & Simmonds	0	35,6	5,97	2,68	0,45	3,04	13,5
Azevedo	0	43,73	6,61	3,76	0,57	3,37	10,3
Theodorakopoulos&Swamy	0	44,2	6,65	2,85	0,43	3,39	19,0
Swamy&Ali	0	45	6,71	--		3,42	
Hughes&Xiao	0	52	7,21	4	0,55	3,68	8,1
Holanda	0	56,98	7,55	3,98	0,53	3,85	3,3
Azevedo	0	86,65	9,31	3,94	0,42	4,75	20,5
Zambrana Vargas	0	88,7	9,42	5,3	0,56	4,80	9,4
Tan&Paramasivan	0,31	45,8	6,77	--		3,62	
Alexander & Simmonds	0,4	35,8	5,98	2,84	0,47	3,24	14,2
Alexander & Simmonds	0,4	38,4	6,20	2,84	0,46	3,36	18,3
Harajli	0,45	30	5,48	--		2,99	
Harajli	0,45	31,4	5,60	--		3,06	
McHarg	0,5	39	6,24	--		3,43	
Hughes&Xiao	0,5	39	6,24	4	0,64	3,43	14,1
Tan&Paramasivan	0,5	40,3	6,35	--		3,49	
Theodorakopoulos&Swamy	0,5	42,5	6,52	4,06	0,62	3,59	11,7
Swamy&Ali	0,6	45	6,71	--		3,74	
Shaaban&Gesund	0,64	34,4	5,87	3,03	0,52	3,29	8,6
Zambrana Vargas	0,75	31,5	5,61	3,7	0,66	3,20	13,5
Holanda	0,75	36,55	6,05	3,97	0,66	3,45	13,2
Azevedo	0,75	46,42	6,81	4,4	0,65	3,88	11,7
Azevedo	0,75	81,85	9,05	6,08	0,67	5,16	15,2
Zambrana Vargas	0,75	79	8,89	6,3	0,71	5,07	19,6
Harajli	0,8	31,4	5,60	--		3,22	
Harajli	0,8	31,8	5,64	--		3,24	
Alexander & Simmonds	0,8	35	5,92	3,77	0,64	3,40	9,9
Alexander & Simmonds	0,8	38,5	6,20	3,52	0,57	3,56	1,2
Swamy&Ali	0,9	45	6,71	--		3,90	
Shaaban&Gesund	0,99	37,6	6,13	4,14	0,68	3,61	12,7
Holanda	1	24,4	4,94	2,59	0,52	2,91	12,5
Harajli	1	24,6	4,96	--		2,93	
Harajli	1	29,1	5,39	--		3,18	
Tan&Paramasivan	1	40,7	6,38	--		3,76	
Theodorakopoulos&Swamy	1	44,56	6,68	6,15	0,92	3,94	36,0
Hughes&Xiao	1	52	7,21	6,6	0,92	4,25	35,5
Holanda	1	59,72	7,73	5,45	0,71	4,56	16,3
Swamy&Ali	1,2	45	6,71	--		4,07	
Shaaban&Gesund	1,24	36,5	6,04	3,9	0,65	3,68	5,6
Swamy&Ali	1,37	45	6,71	--		4,16	
Azevedo	1,5	30,8	5,55	4,89	0,88	3,50	28,5
Zambrana Vargas	1,5	31,6	5,62	4,8	0,85	3,54	26,2
Tan&Paramasivan	1,5	39,7	6,30	--		3,97	
Holanda	1,5	46,08	6,79	5,17	0,76	4,28	17,3
Hughes&Xiao	1,5	53	7,28	6,8	0,93	4,59	32,6
Azevedo	1,5	79,3	8,91	6,85	0,77	5,61	18,1
Zambrana Vargas	1,5	93	9,64	7,6	0,79	6,08	20,1
Shaaban&Gesund	1,94	22,3	4,72	3,07	0,65	3,14	2,3
Harajli	2	20	4,47	--		3,00	
Holanda	2	28,06	5,30	2,98	0,56	3,55	19,1
Harajli	2	29,2	5,40	--		3,62	
Tan&Paramasivan	2	47,8	6,91	--		4,63	
Holanda	2	52,38	7,24	6,59	0,91	4,85	26,4
Shaaban&Gesund	2,04	22,1	4,70	3,1	0,66	3,16	2,1
Média					0,64		15,4
Desvio Padrão					0,15		



4. MODIFICAÇÃO DA EXPRESSÃO DO ACI 318/95 PARA CÁLCULO DA RESISTÊNCIA À PUNÇÃO

O ACI 318/95 [2] fornece a seguinte equação para determinação da resistência à punção de lajes sem armadura de punção e pilares de seção quadrada:

$$P_u = 0,3321\sqrt{f_c}b_0d \quad \text{Eq. (4)}$$

onde:

$b_0 = 4(b+d)$ =perímetro onde ocorre a punção;

d = altura útil da laje;

b = largura do pilar;

sendo f_c em [MPa]; b_0 , d em [cm].

A Equação (4) fornece valores de resistência bem menores do que os registrados em ensaios experimentais, embutindo um coeficiente de segurança elevado, eficaz para o caso de ruínas frágeis.

Para levar em conta o efeito da adição de fibras de aço, introduz-se na Equação (4) o valor de f_{sp} obtido na Equação (3), de modo a obter uma equação modificada do ACI 318/95 [2]. Nesta operação, são efetuadas as devidas adaptações para que não sejam alterados os fatores de ajuste e ponderação da segurança, que se encontram embutidos no coeficiente 0,3321 da Equação (4). Desta forma, considerando um volume percentual de fibras (V_f) igual a zero, a Equação (5) torna-se igual à Equação (4).

$$P_u = \frac{0,3321}{0,51}(0,08 V_f + 0,51)\sqrt{f_c}b_0d = 0,65(0,08 V_f + 0,51)\sqrt{f_c}b_0d \quad \text{Eq. (5)}$$

As resistências à punção das lajes obtidas utilizando-se a equação do ACI 318 modificada (Equação 5) apresentam boas correlações com os resultados experimentais da Tabela 1, conforme mostra o gráfico da Figura 4. Observe-se que a equação testada oferece resposta razoável às tendências experimentais, pois a regressão linear resulta numa reta quase paralela ao eixo das abcissas, com valores em geral a favor da segurança. Nesse gráfico não foram colocados todos os resultados experimentais da Tabela 1, apenas os relativos aos ensaios realizados com o objetivo de estudar a *influência da variável volume percentual de fibras na resistência à punção*. A tabela mostra o efeito de outras variáveis, como relação de aspecto e tipo de fibras, as quais não foram analisadas.

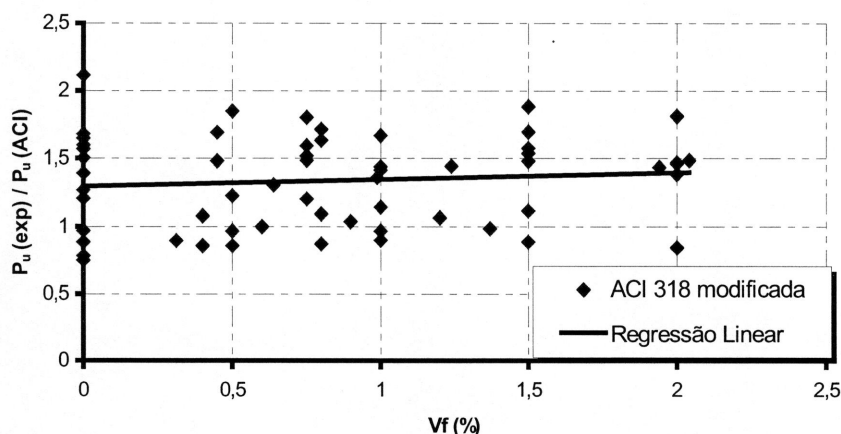


Figura 4 – Aferição da equação do ACI 318 modificada



No gráfico da Figura 5 observa-se a razão entre as resistências à punção da laje com fibras em relação à laje sem fibras, ambas normalizadas com base na equação do ACI 318/95 [2], em função do volume de fibras de aço adicionadas ao concreto. Verifica-se que a reta de regressão linear da equação do ACI modificada ficou bem próxima à reta de regressão dos resultados experimentais encontrados na revisão bibliográfica, e ambas expressam o aumento da resistência à punção com o volume de fibras adicionado.

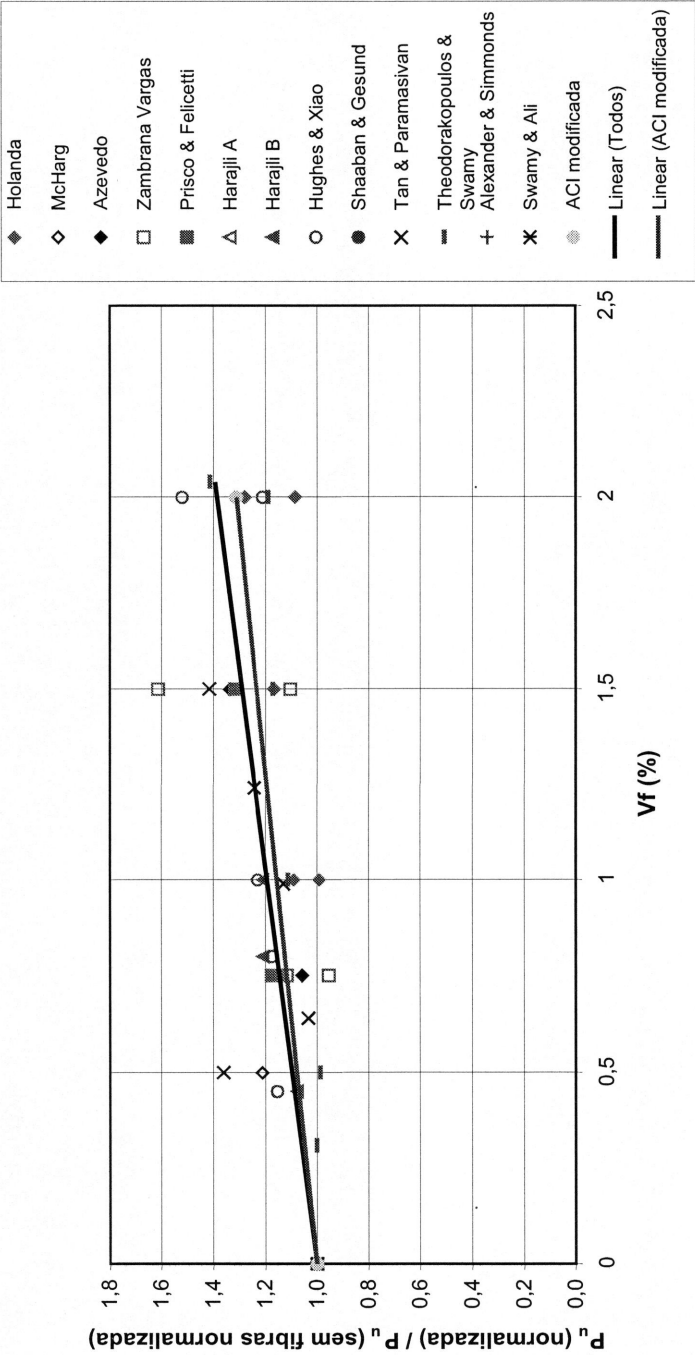


Figura 5 – Comparação de resultados experimentais com resultados calculados com a equação do ACI 318/95 modificada



5. COMENTÁRIOS FINAIS

Neste trabalho reuniram-se dados experimentais produzidos por estes autores com outros dados existentes sobre a resistência de ligações laje-pilar de concreto com fibras de aço sem armadura de punção. A análise aqui apresentada permite relacionar as seguintes conclusões preliminares, que poderão servir como indicativos para estudos mais detalhados e posterior confirmação:

- a) Observa-se uma clara tendência de aumento linear da resistência à punção com o aumento do volume de fibras de aço, que nos casos analisados chegou ao valor máximo de 2%;
- b) A adição de fibras de aço em volume de até 2% possibilita o aumento da resistência à punção da ordem de 30%, além de melhorar a ductilidade da ligação;
- c) A resistência à tração do concreto, representada de forma indireta pela resistência à compressão nas equações sugeridas pelas normas técnicas, é um parâmetro significativo que permite quantificar o efeito da adição de fibras de aço;
- d) O desenvolvimento de formulações teóricas, a exemplo do teste efetuado com a equação do ACI 318/95 modificada, pode resultar num método simples de avaliação da resistência à punção de lajes de concreto com fibras de aço;
- e) Um estudo mais detalhado deve levar em consideração outros efeitos, como os decorrentes do tipo de fibra e suas características geométricas e mecânicas, da taxa e distribuição da armadura longitudinal, dos métodos de ensaio de lajes à punção e dimensões dos modelos, dos métodos de ensaio de corpos-de-prova de concreto com fibras e outros fatores.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] ALEXANDER, S.; SIMMONDS, S., "Punching shear tests of concrete slabs-column joints containing fiber reinforcement". ACI Structural Journal, vol. 89, n. 4, pp. 425-432, Jul/Aug, 1992.
- [2] AMERICAN CONCRETE INSTITUTE - Committee 318. "Building code requirements for structural concrete and Commentary (ACI 318-95/ACI 318-R95)". Farmington Hills: ACI, 1996.
- [3] AZEVEDO, A. P., "Resistência e ductilidade das ligações laje-pilar em lajes de concreto de alta resistência armado com fibras de aço e armadura transversal de pinos". São Carlos. Dissertação (Mestrado) - EESC-USP. 1999.
- [4] HARAJLI, M. H.; MAALOUF, D.; KHATIB, H., "Effect of fibers on the punching shear strength of slab-column connections". Cement & Concrete Composites, vol. 17, n. 2, pp. 161-170. 1995.
- [5] HOLANDA, K. M. A., "Análise prospectiva dos mecanismos resistentes e das similaridades de efeitos da adição de fibras de aço na resistência à punção de lajes-cogumelo e ao cisalhamento de vigas de concreto". São Carlos. Tese (Doutorado) - EESC-USP. 2001. (em andamento)
- [6] HUGHES, B. P.; XIAO, Y., "Flat slabs with fibre or link reinforcement at slab-column connections". In: Institution of Civil Engineers - Structures & Buildings, 110, 1995. Proceedings. pp. 308-21. August. 1995.
- [7] McHARG, P. J. et al., "Benefits of concentrated slab reinforcement and steel fibers on performance of slab-column connections". ACI Structural Journal, vol. 97, n. 2, pp. 225-34, March-April. 2000.
- [8] PRISCO, M.; FELICETTI, R., "Some results on punching shear in plain and fibre-reinforced micro-concrete slabs". Magazine of Concrete Research, vol. 49, n. 180, pp. 201-19, September. 1997.



- [9] SHAABAN, A. M.; GESUND, H., "Punching shear strength of steel fiber reinforced concrete flat plates". ACI Structural Journal, vol. 91, n. 4, pp. 406-14, July-August. 1994.
- [10] SWAMY, R. N.; ALI, S. A. R., "Punching shear behavior of reinforced slab-column connections made with steel fiber concrete". Journal of the American Concrete Institute, vol. 79, n. 5, pp. 392-406, September-October. 1982.
- [11] TAN, K-H.; PARAMASIVAM, P., "Punching shear strength of steel fiber reinforced concrete slabs". Journal of Materials in Civil Engineering, vol. 6, n. 2, pp. 240-53, May. 1994.
- [12] THEODORAKOPOULOS, D. D.; SWAMY, N., "Contributions of steel fibers to the strength characteristics of lightweight concrete slab-column connections failing in punching shear". ACI Structural Journal, vol. 90, n. 4, pp. 342-55, July-August. 1993.
- [13] ZAMBRANA VARGAS, E. N., "Punção em lajes-cogumelo de concreto de alta resistência reforçado com fibras de aço". São Carlos. Dissertação (Mestrado) - EESC-USP. 1997.

AGRADECIMENTOS

Ao CNPq pela bolsa de doutorado, à FAPESP pelo auxílio à pesquisa, e à Belgo Mineira Bekaert Arames S/A, Holdercim Brasil S/A e Jeruel Artefatos Plásticos Ltda. pelo fornecimento sem ônus dos materiais empregados na pesquisa.