Trabalho

Título em Português:	Condições de estabilidade do vácuo para o Modelo do Dubleto Inerte
Título em Inglês:	vacuum stability conditions for the inert doublet model
Autor:	João Vítor Brentigani Torezan
Instituição:	Universidade de São Paulo
Unidade:	Instituto de Física de São Carlos
Orientador:	Luiz Vitor de Souza Filho
Área de Pesquisa / SubÁrea:	Física das Partículas Elementares e Campos
Agência Financiadora:	FAPESP - Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo

Condições de estabilidade do vácuo para o Modelo do Dubleto Inerte

João Vitor Brentigani Torezan

Luiz Vitor de Souza Filho

Instituto de Física de São Carlos/Universidade de São Paulo

joao.torezan@usp.br

Objetivos

Devido as limitações do Modelo Padrão da Física de Partículas, em especial para este projeto a sua incapacidade de explicar a Matéria Escura, surge a necessidade do estudo além do Modelo Padrão. Portanto, objetiva-se estudar o Modelo do Dubleto Inerte (IDM), uma extensão do Modelo Padrão com um segundo dubleto escalar e com uma simetria de permutação $\mathbb{Z}_2$, que possui um candidato a uma partícula fracamente interagente (WIMP), sendo essa classe de partículas uma das possíveis soluções para o problema da Matéria Escura. Em específico, este projeto visa determinar as condições de existência do vácuo verdadeiro e estável no Modelo do Dubleto Inerte em termos dos parâmetros da energia potencial do modelo.

Métodos e Procedimentos

Dado o potencial do Modelo do Dubleto Inerte (1), como tem o caráter de função polinomial par, no limite de grandes campos ela diverge a mais ou menos infinito. Ao impor que V > 0 nesse limite, se está assegurado a existência de um mínimo global de potencial, sendo esse o vácuo estável do modelo [1].

$$
\begin{aligned}
V_{\mathrm{IDM}} &= \mu_1^2\Phi_1^\dagger\Phi_1 + \mu_2^2\Phi_2^\dagger\Phi_2 \\
&+ \lambda_1\left(\Phi_1^\dagger\Phi_1\right)^2 + \lambda_2\left(\Phi_2^\dagger\Phi_2\right)^2 \\
&+ \lambda_3\left(\Phi_1^\dagger\Phi_1\right)\left(\Phi_2^\dagger\Phi_2\right) + \lambda_4\left(\Phi_1^\dagger\Phi_2\right)\left(\Phi_2^\dagger\Phi_1\right) \\
&+ \frac{\lambda_5}{2}\left[\left(\Phi_1^\dagger\Phi_2\right)^2 + \left(\Phi_2^\dagger\Phi_1\right)^2\right]
\end{aligned} \tag{1}
$$

No limite de grandes campos, os termos quárticos dominam o potencial. Pode-se interpretar o potencial como o produto escalar de dois vetores (normas quadradas dos campos) por uma matriz (parâmetros do modelo) tal que o resultado seja sempre positivo. Matematicamente essa matriz é copositiva, sendo que para uma matriz ser copositiva seus elementos precisam obedecer condições específicas [2], que delimitam os elementos de matriz, sendo esses a combinação dos parâmetros do modelo.

Resultados

Utilizando de argumentos de minimização do potencial e reescrevendo-o como uma matriz copositiva, ao aplicar as condições de copositividade em termos dos elementos de matriz, pode-se chegar nas equações de estabilidade do vácuo para o Modelo do Dubleto Inerte (2).

$$\lambda_1 \geq 0, \quad \lambda_2 \geq 0$$
$$\lambda_3 + 2\sqrt{\lambda_1 \lambda_2} \geq 0, \text{ se } \lambda_4 - |\lambda_5| \geq 0 \tag{2}$$
$$\lambda_3 + \lambda_4 - |\lambda_5| + 2\sqrt{\lambda_1 \lambda_2} \geq 0, \text{ se } \lambda_4 - |\lambda_5| < 0$$

Tais condições delimitam o espaço de parâmetros dos termos de ordem quártica do potencial. Adicionalmente, pode-se entender tais equações como a delimitação de um polígono no espaço de parâmetros (de cinco dimensões), este que pode ser seccionado em gráficos bidimensionais, tais como a figura 1.

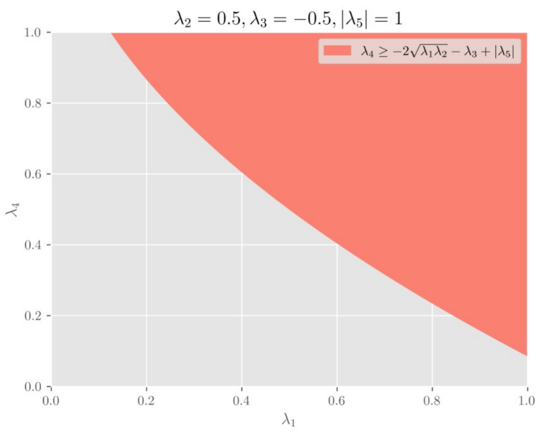

Figura 1: espaço permitido do espaço de parâmetros, para λ_4 e λ_1 variáveis e demais fixos.

A delimitação do espaço de parâmetros acaba, por consequência, delimitando o espaço de massas das novas partículas introduzidas pelo modelo, uma vez que são geradas através da quebra espontânea de simetria ao transladar o sistema de coordenadas do potencial para o vácuo não-trivial estável. Uma dessas novas partículas é o candidato a Matéria Escura.

Conclusões

Conclui-se que o espaço de parâmetros permitidos do Modelo do Dubleto Inerte é restringido ao impor a existência de um vácuo verdadeiro e estável. Tais delimitações são importantes tanto para viabilidade do modelo, quando se considerando outras condições, quanto para o cálculo das massas das novas partículas introduzidas. O cálculo das condições de estabilidade do vácuo pode, ainda, complementar outras condições de forma tal a contribuir para a análise da fenomenologia do modelo [3].

Agradecimentos

Os autores agradecem a FAPESP pelo apoio financeiro.

Referências

[1] KANNIKE, K. Vacuum Stability Conditions From Copositivity Criteria. Eur. Phys. J. C, v. 72, p. 2093, 2012.

[2] HADELER, K. On copositive matrices. Linear Algebra and its Applications, v. 49, p. 79–89, 1983. ISSN 0024-3795. Disponível em: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0024379583900952.

[3] JUSTINO, L. R. Exploring the inert doublet model of dark matter with very high-energy gamma-rays observatories. 2024. Dissertação (Mestrado) — Universidade de São Paulo, 2024. Disponível em: https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/76/76134/tde-12062024-114530/en.php.

Vacuum stability conditions for the Inert Doublet Model

João Vitor Brentigani Torezan

Luiz Vitor de Souza Filho

Instituto de Física de São Carlos/Universidade de São Paulo

joao.torezan@usp.br

Objectives

Due to the limitations of the Standard Model of Particle Physics, specially for this project its inability of explaining Dark Matter, the necessity of studying beyond the Standard Model arises. Therefore, the objective is to study the Inert Doublet Model (IDM), an extension of the Standard Model with a second scalar doublet and $\mathbb{Z}_2$ permutation symmetry, which has a candidate for a weakly interacting massive particle (WIMP), with this class of particles being one of the potential solutions for the Dark Matter Problem. Specifically, this project aims to determine the conditions necessary for the existence of a stable and true vacuum in terms of the parameters related to the potential energy of the model.

Methods and Procedure

Given the Inert Doublet Model potential (1), as it has a polynomial function character and even parity, in the large field limit it diverges into positive or negative infinity. Imposing V > 0 in this limit, it is ensured the existence of a global minimum for the potential function, which is the stable vacuum of the model [1].

$$
\begin{aligned}
V_{\mathrm{IDM}} &= \mu_1^2\Phi_1^\dagger\Phi_1 + \mu_2^2\Phi_2^\dagger\Phi_2 \\
&+ \lambda_1\left(\Phi_1^\dagger\Phi_1\right)^2 + \lambda_2\left(\Phi_2^\dagger\Phi_2\right)^2 \\
&+ \lambda_3\left(\Phi_1^\dagger\Phi_1\right)\left(\Phi_2^\dagger\Phi_2\right) + \lambda_4\left(\Phi_1^\dagger\Phi_2\right)\left(\Phi_2^\dagger\Phi_1\right) \\
&+ \frac{\lambda_5}{2}\left[\left(\Phi_1^\dagger\Phi_2\right)^2 + \left(\Phi_2^\dagger\Phi_1\right)^2\right]
\end{aligned} \tag{1}
$$

In the large field limit, the quartic terms dominate in the potential. The potential can be interpreted as the scalar product between two vectors (the squared norm of the fields) and a matrix (the model parameters) in such a way that the result is always positive. Mathematically, this matrix is considered to be copositive, and for a matrix to be copositive it must obey specific conditions [2], which constrains the matrix elements, these being combinations of the model parameters.

Results

By utilizing minimization arguments in the potential and rewriting it as a copositive matrix, by applying the copositivity conditions in terms of the matrix elements, it is possible to obtain the vacuum stability equations for the Inert Doublet Model (2).

$$
\begin{aligned}
&\lambda_1 \geq 0, \quad \lambda_2 \geq 0 \\
&\lambda_3 + 2\sqrt{\lambda_1\lambda_2} \geq 0, \text{ if } \lambda_4 - |\lambda_5| \geq 0 \\
&\lambda_3 + \lambda_4 - |\lambda_5| + 2\sqrt{\lambda_1\lambda_2} \geq 0, \text{ if } \lambda_4 - |\lambda_5| < 0
\end{aligned} \tag{2}
$$

These conditions constrain the parameter space for the quartic order terms in the potential. Additionally, these equations can be understood as the bound for a polygon in the parameter space (of five dimensions), which can sectioned in bi-dimensional plots, such as figure 1.

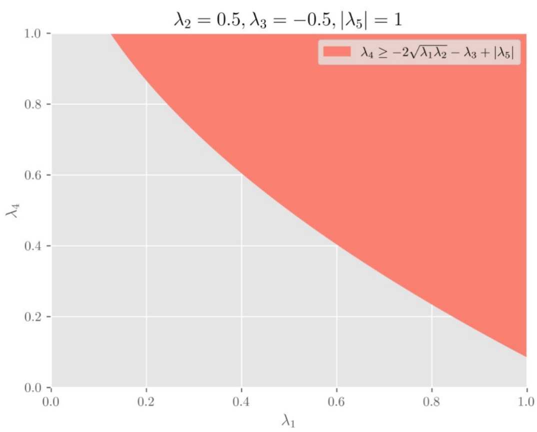

Figure 1: allowed parameter space, for λ_4 and λ_1 variable and the remaining parameters as constants.

The constraining of the parameter space implies, as a consequence, in the constraining of the mass space of the new particles introduced by the model, since they are generated via spontaneous symmetry breaking when shifting the the coordinate system for the potential to a non-trivial stable vacuum. One of these new particles is the Dark Matter candidate.

Conclusions

It is concluded that the allowed parameter space for the Inert Doublet Model is constrained by the existence of a true and stable vacuum. These constraints are important for both the model viability, when also considering other conditions, and for the calculation of the new particles masses. The determination of the vacuum stability conditions can also complement other conditions in a way that contributes for the phenomenology analysis of the model [3].

Acknowledgments

The authors would like to thank FAPESP for the financial support.

References

[1] KANNIKE, K. Vacuum Stability Conditions From Copositivity Criteria. Eur. Phys. J. C, v. 72, p. 2093, 2012.

[2] HADELER, K. On copositive matrices. Linear Algebra and its Applications, v. 49, p. 79–89, 1983. ISSN 0024-3795. Disponível em: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0024379583900952.

[3] JUSTINO, L. R. Exploring the inert doublet model of dark matter with very high-energy gamma-rays observatories. 2024. Dissertação (Mestrado) — Universidade de São Paulo, 2024. Disponível em: https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/76/76134/tde-12062024-114530/en.php.