

Análise Acústica de um Motor de Relutância Chaveado através de Simulações Multifísicas

Nabeta, S.I.¹; Chabu, I. E.¹; Corrêa, D.A.P.²

¹EPUSP-PEA-GMAcq

²CTM-SP

São Paulo, Brasil

nabeta@pea.usp.br

van der Giet, M.; Lange, E.; Hameyer, K.

IEM-Institut für Elektrische Maschinen

RWTH Aachen

Aachen, Alemanha

mvdg@iem.rwth-aachen.de

Resumo—O trabalho apresenta a simulação multifísica de um motor de relutância chaveado com o propósito de se determinar a radiação acústica do mesmo. A referida simulação é constituída de uma simulação eletromagnética por elementos finitos acoplada a circuitos elétricos, uma simulação modal no domínio da frequência e, por fim, uma simulação acústica pelo método dos elementos de fronteira.

Palavras-Chaves: simulação multifísica, motor de relutância chaveado

I. INTRODUÇÃO

O motor de relutância chaveado (MRC) analisado neste trabalho apresenta uma geometria rotórica assimétrica com o objetivo de aumentar o torque unidirecional de partida. Apesar das vantagens de tal geometria, o fato dos polos serem salientes introduzem ondulações de torque intrínsecas, as quais provocam vibração e ruído acústico.

Em trabalho anterior [1], a ondulação de torque foi minimizada, sem degradação dos torques médio e de partida, através de uma otimização numérica da geometria do rotor em conjunto com o método dos elementos finitos (MEF).

Neste trabalho, o foco é o comportamento acústico do MRC, o qual é abordado utilizando-se simulações multifísicas compostas por simulações magnéticas pelo método dos elementos finitos em regime dinâmico acoplado com circuitos elétricos, simulações estruturais no domínio da frequência e simulações de radiações acústicas pelo método dos elementos de fronteira.

O MRC foi analisado em duas topologias, uma com o rotor original e a outra com o rotor otimizado conforme [1]. Para ambos os casos são apresentados resultados quantitativos dos parâmetros de interesse, como grandezas elétricas, espectro de forças, potência sonora, etc, que permitem analisar a influência da geometria rotórica no ruído acústico irradiado.

Por ser acionado por conversores estáticos, as formas de onda das correntes de alimentação do MRC apresentam uma configuração complexa, o que introduz perfis de força também complexos e que devem ser considerados de forma acurada. Isso é obtido realizando-se simulações pelo MEF acopladas com circuitos elétricos [2] que, embora computacionalmente dispendiosas, provêm resultados mais acurados que os métodos analíticos, como, por exemplo, o circuito magnético [3] e a expansão por série de Fourier do campo no entreferro [4].

O acoplamento MEF com circuitos elétricos pode ser classificado em forte e fraco. No acoplamento forte, combina-se, num mesmo sistema de equações, as equações do eletromagnetismo advindas do MEF e as equações de circuito

elétrico resultantes da análises de rede [5]. Já no acoplamento fraco, cada domínio, eletromagnético pelo MEF e circuito elétrico, é resolvido separadamente e a convergência é testada através de um gerenciador externo a ambos [6], [7]. Posto que as constantes de tempo de cada domínio podem diferir enormemente em ordem de magnitude, por exemplo, as constantes de tempo elétricas em máquinas elétricas ficam em ms, enquanto que aquelas de chaves a semicondutores ficam em μ s, o acoplamento forte é desvantajoso, pois exige a resolução temporal do sistema eletromagnético com um passo de tempo diminuto, atrelado à resolução do circuito a semicondutores. Neste trabalho, em função das constantes de tempo, como exposto anteriormente, e pelo fato do número de incógnitas relativas ao MEF exceder significativamente o número de incógnitas do circuito elétrico, foi utilizado o acoplamento fraco.

Quanto à análise de ruído acústico em máquinas elétricas, os métodos clássicos empregados baseiam-se na identificação de harmônicos temporais e espaciais do campo magnético no entreferro, os quais produzem forças magnéticas radiais [8], [9]. A resposta vibratória da estrutura da máquina, decorrente dessas forças, pode ser estimada através de expressões analíticas [8]. Entretanto, métodos numéricos, como o MEF, são capazes, através da utilização de geometrias verossímeis à máquina real, determinar com maior acurácia o campo no entreferro, as forças magnéticas, as deformações e a radiação sonora [9], [10], [11].

O problema vibro-acústico, quando admitida a hipótese de linearidade, é tratada classicamente no domínio da frequência, por análise modal e superposição, as quais são empregadas neste trabalho. A parte de radiação sonora é abordada pelo método dos elementos de fronteira.

O presente artigo está esquematizado da seguinte forma: primeiramente, os trabalhos prévios de otimização do MRC são apresentados resumidamente; na sequência, as simulações multifísicas, quais sejam, MEF eletromagnético acoplado a equações de circuito elétrico, deformação mecânica, vibração e radiação acústica, são descritas; por fim, os resultados são apresentados e analisados e as conclusões são destacadas.

II. ANÁLISE ACÚSTICA DO MRC

A. MRC com Projeto Especial

Em aplicações de baixa potência, tais como ferramentas manuais e eletrodomésticos, é muito comum a utilização de motores monofásicos como, por exemplo, os motores “shaded poles” (MSP) e os motores universais (MU). Esses motores, apesar da robustez e baixo custo, apresentam alguns inconvenientes como baixo rendimento, baixo torque de partida

(MSP), desgaste do comutador e escovas (MU) e fonte de interferência eletromagnética (MU). O motor de relutância chaveado (MRC) apresenta-se como uma boa alternativa combinando alta confiabilidade, boa característica de torque, alto rendimento e baixo custo [12]. Especialmente para casos onde a rotação é unidirecional, o MRC proposto, do tipo 4:2 (4 polos no estator e 2 polos no rotor) a 2 fases, é a topologia mais simples para tais motores. Para se garantir o torque e partida em qualquer posição angular, os polos rotóricos foram projetados com geometria assimétrica, a qual resulta em entreferro variável. A Fig.1 mostra as geometrias do MRC e dos rotores originalmente proposto e após a otimização [1].

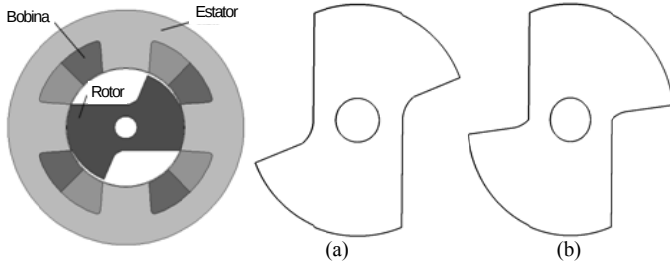


Fig. 1. MRC e rotores de referência (a) e otimizado (b)

Entretanto, os polos salientes, ao girar, também provocam vibração e ruído acústico. O desafio é, portanto, minimizar essas características indesejáveis e, ao mesmo tempo, manter os torque de partida e médio em valores aceitáveis. Alguns trabalhos que também tratam desse problema são [14] e [15].

A Tabela I apresenta as características de torque do MRC com os respectivos rotores da Fig.1.

TABELA I: CARACTERÍSTICAS DE TORQUE DO MRC		
Grandeza	Rotor Referência	Rotor Otimizado
Torque de partida (Nm)	0,10	0,20
Torque médio (Nm)	0,23	0,24
Ondulação de torque (Nm)	0,34	0,23

B. Acoplamento MEF e Circuitos Elétricos

O acoplamento de circuito elétrico é baseado em um modelo a parâmetros concentrados temporário [16] visto dos terminais do MRC e tratado por análise nodal modificada (ANM). O sistema de equações não-lineares é resolvido pelo método de Newton_Raphson. Quando a variável de estado do modelo a parâmetros concentrados é a corrente [17], a expansão de ordem zero da queda de tensão em uma fase do MRC é dada por:

$$\begin{aligned} v_{l,1} - v_{l,2} &= \partial_{t\varphi}(i(t), \theta(t)) \\ &= L_{ls}^{\partial} \delta I_l + (\partial_{\theta\varphi_l}) \delta \theta \end{aligned} \quad (1)$$

Em (1), o primeiro termo após a igualdade representa a tensão induzida variacional e o segundo a tensão induzida mocional. O termo $v_{l,1} - v_{l,2}$ representa a tensão nos terminais do fase l e L_{ls}^{∂} representa a matriz da indutância incremental. As correntes por fase, os fluxos e a posição angular são representadas por I_l, φ_l, θ , respectivamente e as variáveis de estado linearizadas são δI_l e $\delta \theta$.

Sempre que a energia do MRC varia de forma considerável, um novo conjunto de parâmetros concentrados deve ser

extraído do modelo MEF. Essa extração é baseada no balanço de energia, como apresentado em [18].

Seja (2) a equação MEF que descreve o MRC alimentado com corrente de fase.

$$M_{ij}(a) a_j = \int_{\Omega} j \cdot \alpha_i = \sum_l I_l W_{il} \quad (2)$$

Os termos M_{ij} e a_j são as entradas do sistema matricial e os potenciais vetor magnéticos do domínio Ω discretizado, respectivamente. O termo j é a densidade de corrente, α_i são as funções de forma do método de Galerkin e W_{il} podem ser entendidos como funções de forma da corrente da fase l .

Seja, agora, I_l^* a corrente no instante t e $b_i^* = I_l^* W_{il}$ o termo correspondente após a igualdade. Resolvendo (2) com $b_i = b_i^*$ e um valor fixo de posição angular $\delta\theta = 0$, tem-se como resultado a_j^* , cuja linearização de primeira ordem em torno dessa solução particular pode ser expressa por (3).

$$M_{ij}(a_j^* + \delta a_j) = M_{ij}(a_j^*) a_j^* + J_{ij}(a_j^*) \delta a_j = b_i^* + \delta b_i \quad (3)$$

sendo a matriz jacobiana $J_{ij} = \left(\partial_{a_j} M_{ik}(a_j^*) \right) a_k^*$. Lembrando que $M_{ij}(a_j^*) a_j^* = b_i^*$, tem-se:

$$J_{ij}(a_j^*) \delta a_j|_{\delta\theta=0} = \delta b_i \quad (4)$$

Pode-se, então, resolver (4) repetitivamente fazendo $\delta b_i = \delta I_l W_{il}$, cujo segundo termo é obtido por perturbação da corrente I_l das m fases, resultando em m soluções para $\delta a_j|_{\delta\theta=0}$. Posto que (4) é linear, a magnitude das perturbações δI_l é arbitrária. Pode-se, então, definir, por inspeção, a matriz de indutância incremental L_{ls}^{∂} visto pelos terminais do MRC como:

$$\begin{aligned} \delta\varphi_l|_{\delta\theta=0} &= W_{lj} \delta a_j|_{\delta\theta=0} \\ &= W_{lj} J_{ji}^{-1}(a_j^*) W_{is} \delta I_s \equiv L_{ls}^{\partial} \delta I_s \end{aligned} \quad (5)$$

Introduzindo a tensão induzida mocional em (5) para cada fase l , tem-se:

$$\begin{aligned} E_l &= \partial_t \varphi_l = (\partial_{\theta} \varphi_l) \dot{\theta} \\ &= (\partial_{\theta} \delta I_l \Psi_M) \dot{\theta} = (\partial_{I_l} \delta \theta \Psi_M) \dot{\theta} = (\partial_{I_l} T) \dot{\theta} \end{aligned} \quad (6)$$

na qual T é o torque e Ψ_M é a energia magnética armazenada no MRC. Pela conservação de energia em (6), evita-se o penoso cálculo da derivada de θ , ou seja, no método proposto procede-se a um pequeno movimento rotativo do rotor e a determinação dos novos fluxos pela simulação pelo MEF.

Durante a identificação da matriz de indutâncias incrementais, descrita anteriormente, também é fácil calcular adicionalmente o torque correspondente à perturbação $\delta a_j|_{\delta\theta=0}$ e, assim, determinar a tensão mocional E_l de cada fase como a variação do torque em função da perturbação de sua corrente I_l . É necessário, entretanto, levar em consideração que, como o torque é uma função não-linear dos campos, as perturbações devem ser pequenas. Devido à linearidade de (4), pode-se ponderar as correntes de perturbação em (6), o que resulta:

$$E_l = \frac{T(a_j^*) - T(a_j^* + \lambda \delta a_j|_{\delta\theta=0})}{\lambda \delta I_l} \quad (7)$$

com $\lambda = \kappa \frac{\|a_j^*\|_2}{\|\delta a_j\|_2}$ e o fator de escala $0.01 \leq \kappa \leq 0.05$

Neste trabalho, o acoplamento MEF e circuitos elétricos apresentado foi utilizado para a simulação magnética do MRC em duas dimensões (2D). Para a simulação do circuito elétrico, controle e acionamento, foi utilizado o programa Simplorer®. O esquema é apresentado na Fig. 2.

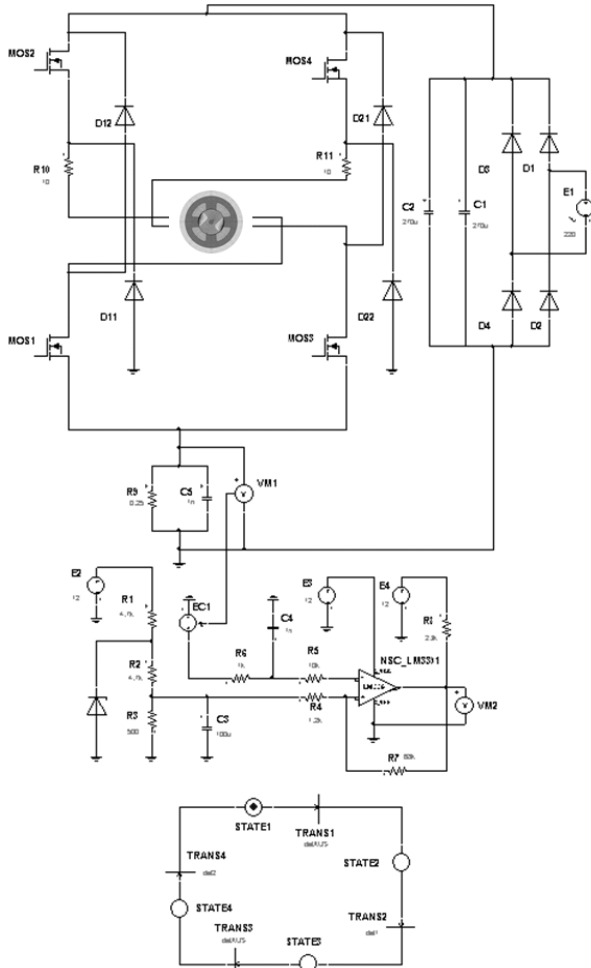


Fig.2. Modelo do circuito utilizado com o MRC

C. Cálculo da Força

A partir da distribuição de campo fornecida pela simulação MEF, o próximo passo é determinar as densidades de forças eletromagnéticas volumétricas e superficiais, as quais são obtidas pelo tensor de Maxwell [19]. Em domínios modelados com materiais com saturação magnética mas não-condutores, a densidade volumétrica de força está, basicamente, relacionada ao gradiente da relutividade magnética e é usualmente desprezível quando comparada com a densidade superficial de força. Esta última, localizada nas discontinuidades de materiais (por exemplo, na superfície estatórica no entreferro da MRC),

só possui componente normal [20], cuja amplitude é expressa por (8).

$$P_r = [B_r(H_{1r} - H_{2r}) - (w'_1 - w'_2)] \quad (8)$$

onde B_r é a densidade de fluxo magnético radial na interface entre o estator e o entreferro; H_{1r} e H_{2r} são as intensidades dos campos magnéticos radiais no ar e no estator, respectivamente. A densidade da co-energia magnética w' está relacionada com a densidade de energia magnética w por (9):

$$w' = H(B) \cdot B - w(B) = H(B) \cdot B - \int_0^{|B|} |H(x)| dx \quad (9)$$

Como a permeabilidade magnética do ar é constante, tem-se:

$$w'_1 = H \cdot B - \frac{1}{2} H \cdot B = \frac{|B|^2}{2\mu_0} \quad (10)$$

sendo μ_0 a permeabilidade magnética no vácuo. Como as chapas de material ferromagnético têm característica magnética não-linear, a densidade de força magnética é calculada integrando-se a densidade de co-energia w'_2 em (8) em relação à densidade de fluxo B .

Caso a permeabilidade do ferro seja considerada constante, a equação (8) fica:

$$P_r = \frac{1}{2} [B_r(H_{1r} - H_{2r}) - H_t(B_{1t} - B_{2t})] \quad (11)$$

D. Análise Vibro-Acústica

Após a simulação eletromagnética e a respectiva obtenção das densidades de forças, foi realizada a simulação dinâmica da estrutura do MRC para a determinação da vibração. A densidade superficial de força nos dentes do estator foi utilizada como a excitação nesta simulação.

A formulação de deformação é construída usando o princípio de Hamilton que, após decomposição da equação da vibração no domínio da frequência, fornece (12).

$$(K + j\omega C - \omega^2 M) \cdot d(\omega) = F(\omega) \quad (12)$$

sendo K , C e M as matrizes de rigidez global, amortecimento e de massa, respectivamente. A velocidade angular é descrita por ω , j é o número complexo imaginário, d é o vetor de deformação nodal e F é o vetor de forças (excitação).

Como as máquinas elétricas podem, usualmente, ser consideradas sistemas de fraco amortecimento [21], o termo $j\omega C$ pode ser retirado de (12).

A densidade superficial de força σ , advinda da simulação eletromagnética, é transformada em força nodal no modelo mecânico para cada frequência a ser analisada. Assim, a força no nó k é dada por:

$$F_k = \sum_{j=1}^{n_e} \sigma_j \int_{\Omega} \omega_j N_k d\Omega_m \quad (13)$$

onde n_e é o número de elementos da malha da simulação eletromagnética, σ_j é a densidade de força superficial no

elemento j , Ω_m é o domínio da simulação mecânica, ω_j e N_k são as funções de forma do elemento e nodal, respectivamente [22].

A simulação estrutural dinâmica pode ser realizada tanto pela solução direta de (12) para cada frequência, ou por análise modal [23], ou seja, pela determinação dos autovalores ω_i^2 e dos autovetores ϕ_i da equação correspondente (14) normalizada pela massa:

$$Kd(\omega) = \omega^2 Md(\omega) \quad (14)$$

em conjunto com a subsequente superposição modal:

$$d(\omega) = \sum_{i=1}^N \frac{\phi_i^T F(\omega) \phi_i}{\omega_i^2 - \omega^2} \quad (15)$$

na qual N é o número de autovalores. Este último método é o utilizado neste trabalho.

O modelo mecânico (Fig.3.) é constituído por todos os elementos da máquina elétrica. O ar que envolve a máquina não é contemplado no modelo, uma vez que, para deformações pequenas (de alguns μm), a influência do ar é desprezível. Assim, o acoplamento entre as simulações estrutural e acústica é considerada, numericamente, como fraca.

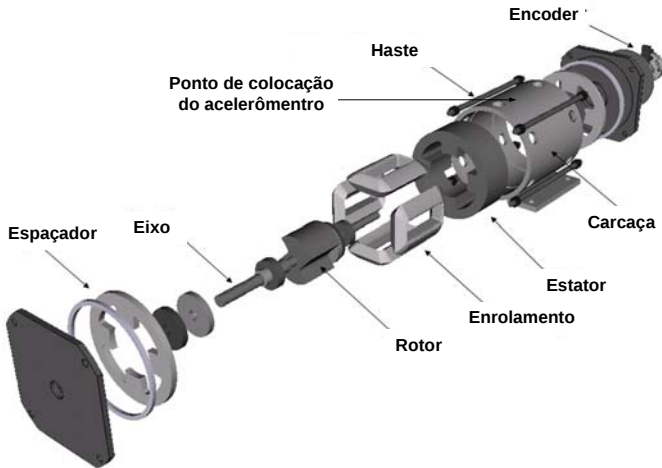


Fig.3. Modelo mecânico do MRC

Para a simulação acústica, a deformação mecânica do MRC é convertido em velocidade. Em princípio, o cálculo do campo acústico pode ser realizado pelo MEF, entretanto, para ruídos que se transmitem via ar, este método é inconveniente em função do tamanho do domínio a ser discretizado. Uma boa alternativa é o Método dos Elementos de Fronteira (BEM), uma vez que apenas a superfície do MRC é discretizada. O princípio básico do BEM baseia-se na solução da equação diferencial de Helmholtz (16):

$$\Delta p + k^2 p = 0 \quad (16)$$

na qual p é a pressão acústica e k é o número de onda $k = \omega/c$ [24], sendo ω a velocidade angular e c a velocidade do som.

A equação diferencial (16), após desenvolvimento matemático pelo método dos elementos de fronteira, toma a seguinte forma matricial:

$$H \cdot p = G \cdot v \quad (17)$$

Na qual H e G são as matrizes do sistema e o vetor de velocidades v é a excitação. A resolução numérica de (17) fornece o vetor de pressão acústica p . Para a utilização do método apresentado, é necessário um modelo para a radiação acústica. O modelo empregado neste trabalho considera apenas as superfícies externas do MRC, desprezando as externas, com o intuito de diminuir o custo computacional. Assim, o modelo adotado é constituído da superfície externa da carcaça do MRC sem as furações. O artigo [10] apresenta maiores detalhes da transferência da velocidade v da carcaça à malha BEM acústica.

A partir da determinação da pressão acústica p pela simulação BEM, outras grandezas, como potência acústica e intensidade sonora, podem ser calculadas.

III. RESULTADOS EXPERIMENTAIS E NUMÉRICOS

A. Resultados Experimentais

Todos os ensaios foram realizados em condições nominais, ou seja, 200 VDC, 1.7 A e 6000 RPM. O motor foi acionado em "Single Pulse Operation".

A Fig.4 apresenta as formas de onda da tensão, da corrente e do sinal do sensor óptico da rotação para o MRC com o rotor otimizado. A vibração foi obtida através de um acelerômetro piezelétrico colocado na superfície da carcaça (ver Fig. 3) e conectado a um analisador de espectro. Cumpre lembrar que apenas a aceleração tangencial foi medida, haja vista que o interesse estava focado na vibração causada pelo torque de relutância cuja componente radial é anulada pela simetria dos polos.

O rendimento do MRC foi determinado para ambos os rotores. Para o rotor de referência, o rendimento ficou em 69,0%, enquanto que para o otimizado ficou em 69,3%. Para esses cálculos, a potência de entrada foi medida no link DC que alimenta o conversor e a potência de saída foi calculada pelo produto do torque pela rotação. Desta forma, o rendimento determinado se refere ao conjunto todo, ou seja, o acionamento mais o motor.

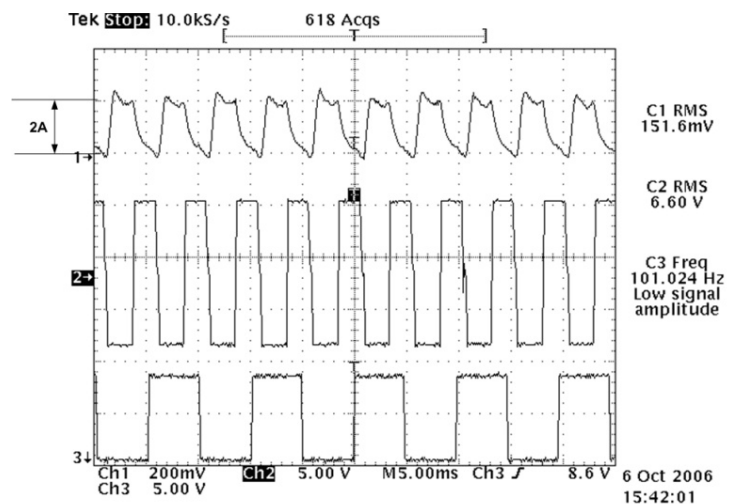


Fig. 4. Medidas de corrente, tensão e sinal do sensor óptico para o rotor otimizado

B. Resultados Numéricos

A simulação MEF eletromagnética com acoplamento com circuitos elétricos foi efetuada no MRC com ambos os rotores. O resultado das corrente nas duas fases pode ser observado nas Figs. 5 e 6 para os rotores otimizado e de referência, respectivamente.

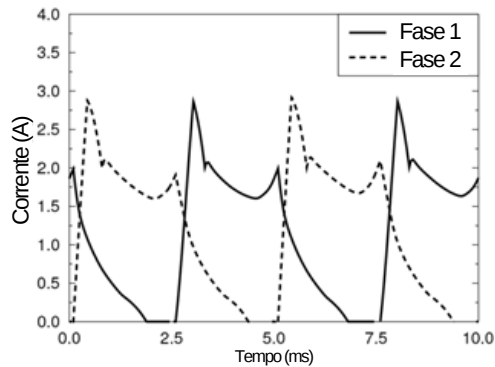


Fig. 5. Resultado de simulação – corrente com rotor otimizado

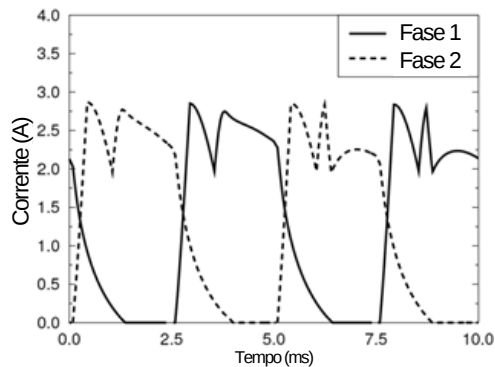


Fig. 6. Resultado de simulação – corrente com rotor de referência

Nota-se que, embora a estratégia de controle seja a mesma para os dois casos, as correntes apresentam gráficos bastante distintos. Comparando as Figs. 4 e 5, observa-se uma boa concordância entre os resultados numérico e experimental.

A partir da distribuição do campo magnético, o torque eletromagnético é calculado pela aplicação do tensor de Maxwell. A Fig. 7 mostra que o rotor otimizado produz um valor significativamente menor de oscilação de torque (ripple) a 6000 RPM, o que é confirmado por medidas apresentadas em [1].

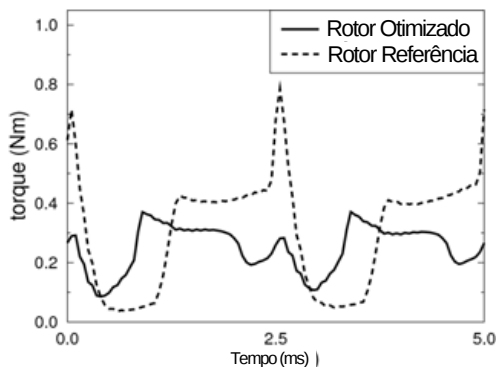


Fig. 7. Resultado de simulação para o torque

Adicionalmente ao cálculo do torque, a densidade superficial de força atuando sobre a superfície do estator também é determinada. O espectro para o modo circumferencial $r=2$, o modo mais significativo, pode ser visualizado na Fig. 8. Observa-se que, na faixa até 4kHz, o rotor otimizado apresenta globalmente uma densidade de força igual ou menor, enquanto que na faixa entre 4kHz e 6kHz, a densidade de força é significativamente superior à apresentada pelo rotor de referência.

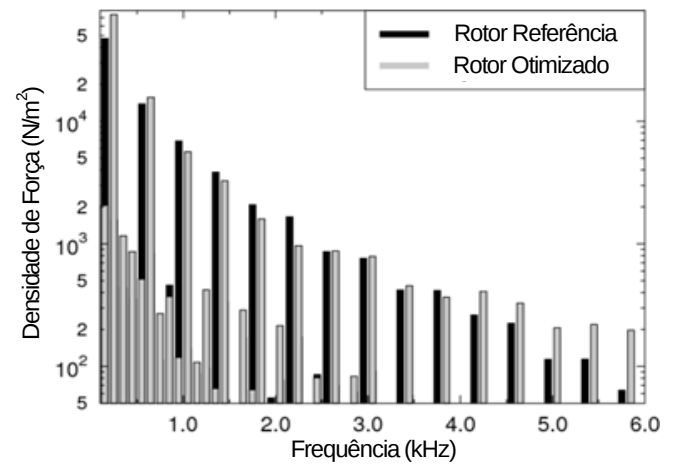


Fig. 8. Resultado de simulação para a densidade de força-modo 2

Para a simulação estrutural dinâmica e a posterior simulação acústica, os seguintes passos são necessários. Primeiramente, uma análise modal numérica é necessária. Dentro da faixa de frequência de interesse, de 0 a 6 kHz, 22 autovalores foram encontrados, os quais podem ser classificados em três categorias: a primeira, até aproximadamente 2 kHz, é devido ao movimento do estator e da carcaça enquanto corpos rígidos em relação às sapatas de fixação. O movimento provoca a deformação nos cordões de solda. A segunda categoria, entre 2 kHz e 2.6 kHz, deve-se à ressonância das 4 hastes de fixação. Finalmente, a terceira categoria, acima de 2.6 kHz, que engloba a ressonância das tampas de fechamento e do corpo cilíndrico (estator e carcaça).

A potência acústica total, calculada pela integral do produto da pressão e da velocidade, é utilizada para fins de comparação na faixa de 0 a 6 kHz. O resultado é mostrado no Fig.9. Observa-se que para frequências até aproximadamente 4 kHz, o rotor de referência irradia maior potência acústica e acima de 4 kHz, o rotor otimizado tem um desempenho pior.

Para se avaliar o desempenho acústico global de ambas configurações rotóricas, foi calculado o nível da potência acústica. Os resultados foram: rotor de referência 46.7 dB e para o rotor otimizado 47.4 dB, o que, de forma geral, mostra que ambos os rotores apresentam desempenho acústico similar.

Lembrando que o objetivo inicial do trabalho, apresentado em [1], foi de minimizar a oscilação de torque (ripple) através de uma otimização da forma do rotor, pode-se dizer que o rotor otimizado apresenta melhores resultados de desempenho em termos de torque e uma igual potência acústica, quando comparado ao rotor de referência.

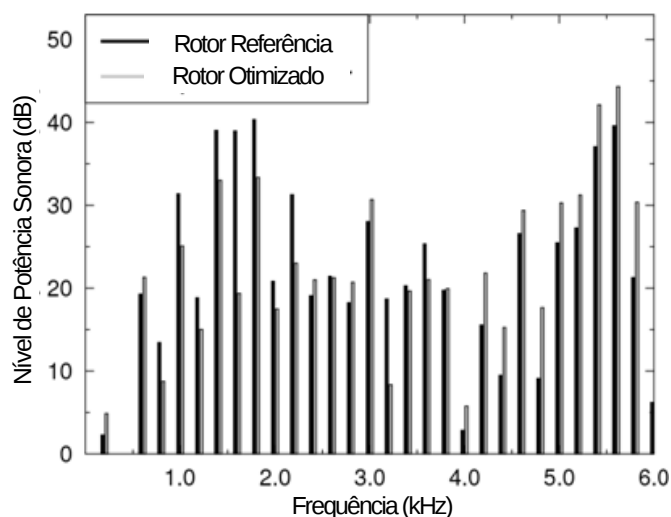


Fig. 9. Resultado de simulação para a potência sonora

IV. CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Este trabalho apresenta o estudo acústico de um MRC, com duas configurações rotóricas, através de simulações multifísicas. A simulação MEF eletromagnética foi realizada com acoplamento fraco com as equações de circuito elétrico e possibilitou o cálculo das forças eletromagnéticas através do tensor de Maxwell. Essas forças foram transferidas para um modelo estrutural, o qual foi resolvido no domínio frequencial através de uma análise modal por elementos finitos. Por fim, a radiação acústica foi determinada por simulações pelo método dos elementos de fronteira.

As simulações MEF eletromagnéticas forneceram resultados de corrente com satisfatória concordância quando comparados aos oscilogramas experimentais.

Quanto à característica acústica, observou-se que ambos os rotores apresentam uma potência acústica similar, sendo que o rotor otimizado apresenta um desempenho melhor em baixas frequências (até 4 kHz) e que para frequências superiores o rotor de referência irradia menos ruído.

Entretanto, quando também se considera o desempenho em termos de torque, o rotor otimizado se mostra vantajoso em relação ao de referência.

Finalmente, como desenvolvimento futuro, é necessário também o estudo de novas estratégias de acionamento, as quais podem reduzir a emissão do ruído através de novos perfis de corrente, sem degradação significativa do desempenho eletromecânico do MRC. Esse estudo é objeto atual de pesquisa dos autores.

REFERÊNCIAS

- [1] S. Nabeta, I. Chabu, L. Lebensztajn, D. Correa, W. da Silva, and K. Hameyer, "Mitigation of the torque ripple of a switched reluctance motor through a multiobjective optimization," *Magnetics, IEEE Transactions on*, vol. 44, no. 6, pp. 1018–1021, June 2008.
- [2] N. Sadowski, Y. Lefevre, C. Neves, and R. Carlson, "Finite elements coupled to electrical circuit equations in the simulation of switched reluctance drives: attention to mechanical behaviour," *Magnetics, IEEE Transactions on*, vol. 32, no. 3, pp. 1086–1089, May 1996.
- [3] M. Hecquet and P. Brochet, "Modeling of a claw-pole alternator using permeance network coupled with electric circuits," *Magnetics, IEEE Transactions on*, vol. 31, no. 3, pp. 2131–2134, May 1995.

- [4] H. Bai, S. Pekarek, J. Techenor, W. Eversman, D. Buening, G. Holbrook, M. Hull, R. Krefta, and S. Shields, "Analytical derivation of a coupled circuit model of a claw-pole alternator with concentrated stator winding," *Power Engineering Review, IEEE*, vol. 21, no. 12, pp. 66–66, Dec. 2001.
- [5] A. Canova, M. Ottella, and D. Rodger, "A coupled field-circuit approach To 3d fem analysis of electromechanical devices," *Electrical Machines and Drives*, 1999. Ninth International Conference on (Conf. Publ. No. 468), pp. 71–75, 1999.
- [6] P. Zhou, D. Lin, W. Fu, B. Ionescu, and Z. Cendes, "A general cosimulation approach for coupled field-circuit problems," *Magnetics, IEEE Transactions on*, vol. 42, no. 4, pp. 1051–1054, April 2006.
- [7] S. Kanerva, S. Seman, and A. Arkkio, "Inductance model for coupling finite element analysis with circuit simulation," *Magnetics, IEEE Transactions on*, vol. 41, no. 5, pp. 1620–1623, May 2005.
- [8] H. Jordan, Ger'aucharme Elektromotoren, H. Franz, Ed. W. Girardet, November 1950.
- [9] J. Gieras, C. Wang, and J. C. Lai, *Noise of Polyphase Electric Motors*. CRC Press Taylor&Francis Group, 2006.
- [10] M. Furlan, A. Cernigoi, and M. Boltezar, "A coupled electromagnetomechanical-acoustic model of a dc electric motor," *COMPEL: The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering*, vol. 22, no. 4, pp. 1155–1165, 2003.
- [11] C. Schlenk, B. Schmuelling, M. van der Giet, and K. Hameyer, "Electromagnetically excited audible noise evaluation and optimization of electrical machines by numerical simulation," *COMPEL: The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering*, vol. 26, pp. 727–742, 2007.
- [12] K. Vijayakumar, R. Karthikeyan, S. Paramasivam, R. Arumugam, and K. Srinivas, "Switched reluctance motor modeling, design, simulation, and analysis: A comprehensive review," *Magnetics, IEEE Transactions on*, vol. 44, no. 12, pp. 4605–4617, Dec. 2008.
- [13] I. Chabu, S. Nabeta, and J. Cardoso, "Design aspects of 4:2 pole-2 phase switched reluctance motors," *Electric Machines and Drives*, 1999. International Conference IEMD '99, pp. 63–65, May 1999.
- [14] T. Miller, "Optimal design of switched reluctance motors," *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, vol. 49, no. 1, pp. 15–27, Feb 2002.
- [15] B. Mirzaei, M. Moallem, V. Tahani, and C. Lucas, "Multiobjective optimization method based on a genetic algorithm for switched reluctance motor design," *Magnetics, IEEE Transactions on*, vol. 38, no. 3, pp. 1524–1527, May 2002.
- [16] E. Lange, F. Henrotte, and K. Hameyer, "A circuit coupling method based on a temporary linearization of the energy balance of the finite element model," *Magnetics, IEEE Transactions on*, vol. 44, no. 6, pp. 838–841, June 2008.
- [17] N. Demerdash and T. Nehl, "Electric machinery parameters and torques by current and energy perturbations from field computations. i. theory and formulation," *Energy conversion, IEEE transactions on*, vol. 14, no. 4, pp. 1507–1513, Dec 1999.
- [18] F. Henrotte and K. Hameyer, "The structure of electromagnetic energy flows in continuous media," *Magnetics, IEEE Transactions on*, vol. 42, no. 4, pp. 903–906, April 2006.
- [19] F. Henrotte and K. Hameyer, "A theory for electromagnetic force formulas in continuous media," *Magnetics, IEEE Transactions on*, vol. 43, no. 4, pp. 1445–1448, April 2007.
- [20] J. Melcher, *Continuum Electromechanics*. MIT Press Cambridge Massachusetts, 1981, iEM-Bib.
- [21] J. Yang, S. Low-noise electrical motors, J. Yang, S, Ed. Clarendon Press Oxford, 1981.
- [22] O. Zienkiewicz and R. Taylor, *The Finite Element Method*, 4th ed. McGraw-Hill Book Company, London, 1991, vol. 2 - Solid and Fluid Mechanics Dynamics and Non-linearity.
- [23] S. Long, Z. Zhu, and D. Howe, "Vibration behaviour of stators of switched reluctance motors," *Electric Power Applications, IEE Proceedings -*, vol. 148, no. 3, pp. 257–264, May 2001.
- [24] R. D. Ciskowski and C. A. Brebbia, *Boundary element methods in acoustics*. Elsevier, 1991.