

INTRODUÇÃO

A flexibilidade estrutural é atribuída a estruturas que, sob a ação de cargas excepcionais, apresentam deformações plásticas, sem perder a capacidade de resistência e sem sofrer danos estruturais graves. Este conceito tem sido amplamente utilizado na prática de projeto de estruturas de concreto armado, especialmente em edifícios de múltiplos andares, onde a capacidade de redistribuição de momentos é uma característica importante para garantir a segurança e a durabilidade da obra.

O presente trabalho tem como objetivo principal estudar os aspectos teóricos e práticos da flexibilidade estrutural, com ênfase no cálculo de estruturas de vigas e pilares. Para isso, foram analisados diversos casos de aplicação, considerando diferentes tipos de carregamento e condições de apoio. Os resultados obtidos são apresentados de forma clara e objetiva, visando facilitar a compreensão do fenômeno e a aplicação prática dos conceitos estudados.

Em um primeiro momento, foram abordados os conceitos básicos de flexibilidade, bem como os métodos utilizados para sua determinação. Em seguida, foram estudados os efeitos da flexibilidade no comportamento das estruturas, especialmente em relação à redistribuição de momentos e à formação de mecanismos de colapso. Por fim, foram apresentados alguns exemplos de aplicação prática, mostrando como a consideração da flexibilidade pode influenciar o projeto de uma estrutura.

A prática atual é utilizar nos cálculos de estruturas de concreto armado, a hipótese de que as deformações são pequenas e que a distribuição de momentos é linear. No entanto, em alguns casos, essas hipóteses não são válidas, especialmente quando se trata de estruturas sujeitas a cargas excepcionais ou a efeitos de segunda ordem. Portanto, é importante conhecer os limites de aplicação dessas hipóteses e ter em mente as alternativas disponíveis para lidar com situações onde elas não são mais válidas.

Eng. ANTONIO RUBENS PORTUGAL MAZZILLI
Mestre em Engenharia
Professor Assistente do Departamento
de Engenharia de Estruturas e
Fundações
Escola Politécnica da USP

São poucas as publicações que abordam o assunto de forma abrangente. A maioria dos livros disponíveis trata apenas de aspectos específicos, como o cálculo de vigas ou o comportamento de pilares. Este trabalho busca preencher essa lacuna, apresentando uma visão geral do fenômeno da flexibilidade estrutural, desde os fundamentos teóricos até as aplicações práticas. Espera-se que este trabalho seja útil para estudantes e profissionais da área de Engenharia de Estruturas.

Referências Bibliográficas
BRASIL. (1978). NBR 880 - Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro: ABNT.
COLEMAN, J. W. (1968). Plasticity in concrete. In: Concrete under stress and strain. London: Chapman and Hall.
HILL, R. (1958). The mathematical theory of plasticity. Oxford: Oxford University Press.
MORFITT, R. (1967). The behavior of reinforced concrete beams under load. London: Butterworths.
SANTO, A. (1975). Análise e projeto de estruturas de concreto armado. São Paulo: McGraw-Hill.

São Paulo, 1989

INTRODUÇÃO

O objetivo deste artigo é sintetizar a análise sobre os critérios empregados na prática profissional corrente, para a determinação das solicitações e deformações das estruturas de concreto armado das construções habitacionais. A Dissertação [1] foi baseada nessa investigação.

O trabalho pretendeu demonstrar que, nos cálculos efetuados com as simplificações sugeridas pela NB-1 [2], podem ocorrer desvios sensíveis com relação aos esforços e deformações reais.

Foram considerados apenas os casos em que as lajes são classificadas como delgadas, isotrópicas, com pequenas deformações, e dentro dos limites da Teoria da Elasticidade.

A prática atual e usual dos escritórios de engenharia, ao se projetar a estrutura de um edifício, no que diz respeito a reações de apoio das lajes, é não levar em conta a flexibilidade desse apoio.

Mais precisamente, considera-se que esses apoios não sofrem deslocamentos verticais, mesmo que eles sejam constituídos de vigas com flexibilidades sensivelmente diferentes entre si.

Não é difícil prever que a flexibilidade das vigas influi tanto nos esforços como nos deslocamentos das lajes; esses valores, portanto, serão diferentes daqueles calculados sob a hipótese de apoios rígidos.

São poucas as publicações que nos dão alguma indicação.

Montoya [7] simplesmente faz uma rápida menção à possibilidade de levar em conta a flexibilidade das vigas de apoio, por meio de cálculo por elementos finitos.

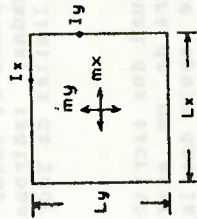
Hoacyr de Freitas [20] e Herzog [21] levam em consideração a flexibilidade das longarinas interligadas por laje, em tabuleiros de pontes. Claro que isso é feito de um ponto de vista diferente do abordado neste trabalho, como se pode perceber pelos títulos das respectivas obras. Além disso, referem-se especificamente a tabuleiros de pontes, cujas características são bem diferentes das de estruturas de edifício, aqui estudadas.

Hahn [6] tece ligeiro comentário sobre a influência da flexibilidade das vigas de apoio no valor dos momentos da laje e das vigas, e menciona uma regra prática de Menasger para lajes retangulares simplesmente apoiadas. Sugere que os momentos máximos (por unidade de largura) nas lajes sejam calculados por:

$$m_x = q \cdot l_x^2 / 16 \text{ e } m_y = q \cdot l_y^2 / 16$$

desde que os momentos de inércia I_x e I_y -- das vigas -- e os momentos de inércia $I(1)$ -- da laje -- mantenham as seguintes relações (medidas em cm e cm⁴):

$$I_x = l_x \cdot I / 2 \text{ e } I_y = l_y \cdot I / 2$$



Para lajes de 5mx5m e 10mx10m, e carga de 10 kN/m², ter-se-ia:

Laje (m)	h (cm)	Viga (cm)	m _x (kN.m)	m _y (kN.m)
5x5	12	12x40	15.62	15.62
10x10	20	12x80	62.50	62.50

Nota: Devido à tabulação do processador, nesta dissertação todas as notações decimais dos quadros são feitas com ponto em vez de vírgula.

Comparam-se esses valores com os das estruturas equivalentes, processadas nos capítulos 7.4 e 7.6 de [1], e ver-se-á que os resultados estão bastantes concordes.

$$1 - 1 = \frac{1}{2} \sqrt{12(1-\nu^2)} \cdot m \cdot l \cdot \nu \text{ é o coeficiente de Poisson.}$$

No entanto, essa é a única menção de Hahn sobre apoios elásticos. Aliás, ele diz que para lajes de edifícios os autores e projetistas não dão maior atenção ao assunto.

Até mesmo a distribuição de reações da laje sobre as vigas que a suportam não é tratada com suficientes detalhes pelos autores. Vejamos alguns exemplos, lembrando que todos eles consideram os apoios indistinguíveis na direção normal às lajes:

- Czerny [2] e Kolmanok [19] indicam os valores da reação no centro e nas extremidades das vigas de apoio;
- Bares [3] na maioria das vezes procede da mesma forma, e em alguns poucos casos indica valores em mais pontos que não esses;
- Moody [4] apresenta a distribuição da reação ao longo dos apoios, mas somente para alguns casos de carregamento e de condições de contorno -- mais precisamente, apenas para os casos mais usuais em obras hidráulicas.

Outras publicações consultadas, [8] a [15], sempre tratam o assunto sob a hipótese de seus apoios não sofrerem deslocamentos transversais.

O fato é que, na maioria dos casos da prática, os quinhões de carga para cálculo das reações de apoio das lajes são obtidos com auxílio de figuras inspiradas na teoria de charneiras plásticas[2].

A essa simplificação acrescentam-se outras. Por exemplo, admite-se que os valores dessas reações assim calculadas, a partir das áreas dos triângulos e trapézios formados pelas charneiras, sejam distribuídos uniformemente ao longo das respectivas vigas de apoio, conforme preconizado pela NB-1/76 [1].

Procura-se aqui apenas estimar, com maior precisão, através do cálculo pelo processo de elementos finitos, a influência dos deslocamentos das vigas de apoio, ainda no regime elástico. Note-se que não se pretende determinar um processo de cálculo, nem pesquisar um algoritmo para ser usado no cálculo pelo processo de elementos finitos.

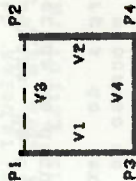
2 - Segundo o Prof. Flávio de Lima [15], em cálculos feitos por esta linha se desvia das resultados, se relação aos resultados que os resultados dos cálculos feitos no regime elástico.

Descreve-se a seguir a linha geral seguida em [1], a fim de chegar aos resultados propostos.

1 - A partir de literatura existente, procurou-se avaliar, ainda que grosseiramente, a influência da flexibilidade das vigas de apoio sobre as reações das lajes.

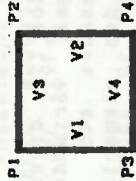
Essa avaliação foi feita a partir da comparação dos resultados obtidos na análise de dois casos extremos de condição de contorno de duas lajes quadradas, com as mesmas dimensões.

Num caso, o lado correspondente a V3 é totalmente livre:



Seria como se a viga de apoio desse lado fosse tão flexível que sua contribuição para a rigidez do conjunto seria considerada inexistente.

No outro, os quatro lados são engastados:



Seria como se as vigas de apoio fossem tão rígidas que todos os seus deslocamentos seriam desprezíveis, em face dos demais deslocamentos sofridos pela laje.

Assim, verificou-se o que acontece com a distribuição da carga nos outros três lados, quando se passa de um caso a outro.

Ainda nesse estudo preliminar, considerou-se necessário estender os cálculos para outras condições de contorno e outras relações de lx/ly .

Foram empregados em [1], processos usuais, desde os mais simplificados e rotineiros até os que exigem maior grau de requinte.

Foram considerados apenas os casos em que as lajes são classificadas como delgadas, com pequenas deformações, e, ainda, limitados à teoria clássica relativa às lajes isotrópicas.

Partindo-se dessas premissas, as seguintes condições serão admitidas no presente trabalho:

Quanto ao material e à forma da laje:

- o material é elástico;
- o material obedece à lei de Hooke;
- o material é homogêneo e isotrópico;
- a espessura da laje é constante;
- a espessura é pequena, em comparação com as outras dimensões.

Quanto ao comportamento sob a ação do carregamento:

- as seções perpendiculares ao plano médio, antes de o carregamento ser efetuado, permanecem perpendiculares após a atuação da carga;
- as tensões perpendiculares ao plano médio da laje são desprezíveis;
- os deslocamentos são tais que a curvatura da laje em uma determinada direção pode ser considerada proporcional à derivada segunda do respectivo deslocamento;
- a superfície média da laje não sofre deformação em seu próprio plano;
- os cantos da laje serão impedidos de levantar-se (vínculos bilaterais).

em que a flexibilidade da viga de apoio poderia intervir nos resultados dos cálculos.

Ressalteemos, no entanto, que a influência da flexibilidade dos apoios das lajes no restante da estrutura pode ser estimada, ainda que grosseiramente, contando apenas com a literatura mencionada na introdução, e lançando mão apenas de procedimentos práticos usuais.

Foi o que se fez, lançando mão do artifício que já descrevemos, por meio das tabelas de Moody [6].

Foi escolhida essa publicação por ser a única, entre as citadas, que indica a distribuição da carga ao longo dos apoios. As condições de contorno foram escolhidas para ficar dentro das condições nela contempladas.

Antes de iniciar os cálculos correspondentes ao mencionado artifício, foram feitas algumas verificações, com a idéia de cotejar as tabelas de Moody [6] com as de Czerny [3] (por ser esta uma obra mais clássica e mais divulgada no ambiente de Engenharia Estrutural).

Para verificar a influência das condições de contorno da laje, foram estudadas lajes com três configurações geométricas diferentes, conforme ilustração 1 adiante. Cada um desses casos foi estudado com quatro diferentes condições de vínculo, com a finalidade de simular a variação da flexibilidade da viga V3:

- I - quatro lados engastados
- II - três lados engastados e borda superior apoiada em V3
- III - três lados engastados e borda superior livre
- IV - borda inferior engastada, laterais apoiadas e borda superior livre.

Na primeira condição de vínculo, a distribuição das cargas foi calculada imaginando-se vigas com índice de flexibilidade nulo, e a laje engastada nos quatro lados.

Na segunda condição de vínculo, a laje está simplesmente apoiada na viga V3, sempre com índice de flexibilidade nulo.

Na terceira condição de vínculo, retirou-se a viga V3 do conjunto, procurando-se com isso simular uma viga tão flexível, que praticamente não influenciasse nessa distribuição.

3- (M)

Os cálculos foram feitos a partir das tabelas de Moody, números 1 e 34, respectivamente, constantes na referência [6]; os resultados indicaram ser sensível a influência da flexibilidade, nesses casos extremos, sugerindo que deviam ser levados adiante os estudos lá propostos.

2 - Tomou-se um conjunto de três lajes contíguas apoiadas em vigas, que, por sua vez, apoiavam-se em pilares, simbolizando o andar-tipo de um edifício. Esse conjunto foi denominado exemplo básico.

Os esforços solicitantes nas lajes e nas vigas, bem como as reações nos pilares, foram determinados a partir de simplificações sugeridas pelas Norma Brasileira. Não se levou em conta a flexibilidade das vigas de apoio.

3 - A precisão do programa de elementos finitos foi constantemente aferida no decurso da investigação.

4 - Os mesmos esforços do exemplo básico foram determinados pelo processo de elementos finitos. Al levou-se em consideração a flexibilidade das vigas.

5 - Compararam-se os resultados obtidos pelo processo de elementos finitos com os do procedimento prático usual, referentes ao exemplo básico.

6 - Da comparação dos resultados assim obtidos, foram tiradas as conclusões adiante apresentadas.

Foram também estudados [1] diversos casos de lajes isoladas, apoiadas em vigas, variando suas condições de contorno, dimensões, espessura etc. Os esforços foram determinados pelo método dos elementos finitos, levando em conta a flexibilidade das vigas de apoio. Esses estudos foram sintetizados em outro artigo do autor, denominado 'Investigação sobre lajes retangulares isoladas'.

ESTIMATIVAS PRELIMINARES

As tabelas disponíveis, para determinação das reações de apoio das lajes, consideram apenas casos em que esses apoios são rígidos, ou então casos em que eles não existem (borda livre). Não há casos intermediários, ou seja: casos

Na quarta condição de vínculo, a laje está engastada na borda inferior (V4), simplesmente apoiada nas laterais e com a borda superior livre.

Das três configurações geométricas e das quatro condições de vínculo resultaram, portanto, doze tipos de laje, para as quais foram obtidos resultados que são resumidos a seguir.

Laje quadrada

Nos pilares P3 e P4 a reação passaria de $0,255pb$ para $0,270pb$ -- da condição I para III.

Mais ainda: se a laje não for engastada nos bordos laterais, como no caso IV, as reações em P2 e P4 passariam a ser $0,294pb$ e $0,206pb$, ou seja, 15,3% maior e 23,8% menor, respectivamente.

O momento fletor na viga V4 passaria de $0,043pb^2$ para $0,076pb^2$, o que significaria um acréscimo de 76,7%, e os momentos fletores nas vigas V1 e V2 sofreriam um decréscimo de 16,2%.

Laje retangular (a=0,4xb)

Para essa configuração geométrica, as alterações das reações nos pilares P1 e P4, quando variam as condições de vínculo, são menores que as do caso anterior. Contudo, o momento fletor em V4 sofre uma variação de 69,6% quando se passa da condição I para IV.

Laje retangular (a=b)

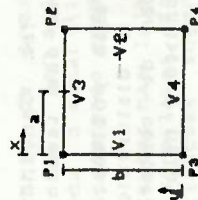
A influência da variação da flexibilidade ora em estudo fica mais contundente neste caso.

Os seguintes acréscimos percentuais podem ser constatados:

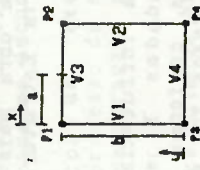
- 79,8% nas reações nos pilares P1 e P2, quando se passa da condição IV para I
- 41,6% nas reações nos pilares P3 e P4, quando se passa da condição I para IV

4 - p é a carga uniformemente distribuída na laje e b é o comprimento de um dos lados, conforme indicado na ilustração.

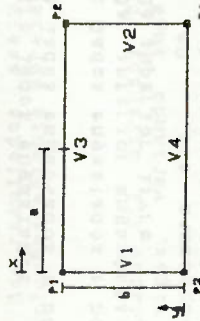
ILUSTRAÇÃO 1



Quadrada:
 $a=b/2$

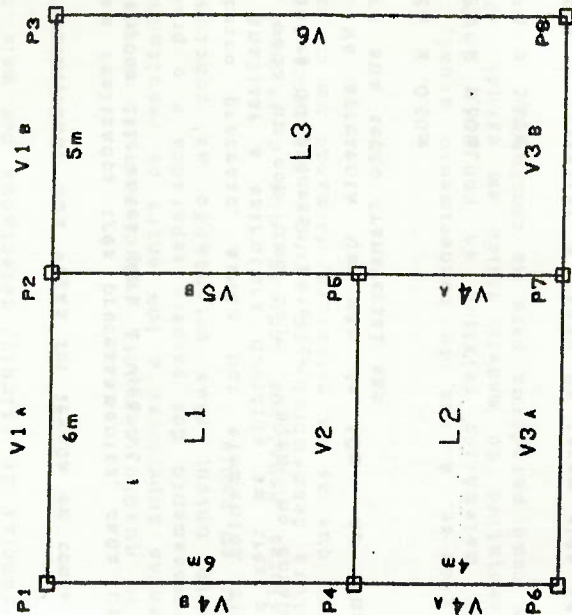


Retangular:
 $a=0,4xb$



Retangular:
 $a=b$

ILUSTRACAO 2



Espeçura das lajes: 10 cm
Seção transversal das vigas (com exceção da V6): 12cm x 50cm

73.1% no momento fletor M4 no centro de V4, quando se passa da condição IV para I

94.8% nos momentos flettores M1 e M2 no centro de V1 e V2, quando se passa da condição I para IV

Claro que foram destacados casos extremos, coisa que raramente ocorreria na prática. Mas a diferença de resultados é tão grande, que induziu a pesquisa mais aprofundada do assunto.

ANÁLISE ESTRUTURAL DE UM EXEMPLO BÁSICO

O exemplo básico analisado está indicado na Ilustração 2 adiante, e simula um andar-tipo de edifício.

Note-se que a estrutura é bastante simples, sem ocorrência de lajes rebaixadas, vãos para escadas etc. Isso foi feito propositalmente, uma vez que a finalidade daquele trabalho não requeria esses detalhes.

A análise foi efetuada por três processos distintos; em seguida, foram feitas comparações entre eles. O controle foi feito pelo método de elementos finitos.

No primeiro processo foram usados procedimentos práticos usuais, dos quais podemos destacar:

divisão da estrutura em três painéis independentes, cada um com uma laje

5 - Elaborado pelo engenheiro Edmundo Brito, Es. elementos retangulares na flutua, com 12 graus de liberdade, foram retirados de Wang, Chai-fu, Computer Methods in Advanced Structural Analysis (2).

determinação dos quinhões da carga nas vigas de apoio, de acordo com a NB-1 [2]. Não se levou em conta a flexibilidade das vigas; porém, foram consideradas as condições de contorno de cada painel

• cálculo estático das seis vigas pelos processos usuais da análise estrutural.

No segundo processo, toda a estrutura foi calculada, por elementos finitos, como um conjunto único. Podemos destacar:

- a flexibilidade das vigas foi levada em conta
- foram realizados três processamentos, cada um com dimensões diferentes para a viga V6

No terceiro processo, ainda por elementos finitos, voltou-se a analisar a estrutura dividida em três painéis independentes, cada um com uma laje. Valem, no entanto, os mesmos destaques do processo anterior.

A viga V6 apresenta um vão de 10m. As dimensões adotadas para sua seção transversal são:

- 0,12m x 0,50m
- 0,22m x 0,80m
- 0,22m x 1,60m

É importante ressaltar a razão de terem sido adotadas essas seções transversais para a viga V6. Claro que ela fica muito flexível com a seção de 0,12m x 0,50m para o vão projetado. Por outro lado, não haveria necessidade estrutural de ser adotada uma seção de 0,22m x 1,60m.

No entanto, foram contemplados esses dois extremos, além da seção intermediária de 0,22m x 0,80m, com o propósito de verificar, no conjunto, a influência de ampla faixa de variação da flexibilidade de V6.

Os principais resultados obtidos foram agrupados em quadros e em gráficos, dos quais podem ser tiradas conclusões de significativo interesse, particularmente sobre a validade do terceiro processo.

Note-se que o desmembramento em partes menores, que é a essência dessa concepção, torna viável o processamento de uma estrutura que for impossível de ser calculada como um todo, levando-se em consideração a flexibilidade das vigas de apoio.

Naturalmente, a assertiva acima está baseada no estágio atual de desenvolvimento dos microcomputadores.

Aquilo que hoje é difícil -- ou pelo menos não comercial -- de ser usado num escritório de cálculo estrutural, amanhã poderá ser procedimento usual.

Dai o interesse de chamar a atenção para as principais discrepâncias de cálculo, detectadas por meio do sistema ora proposto.

No quadro seguinte relacionam-se os percentuais das diferenças superiores a 10% entre os resultados obtidos com o processamento dos painéis separados e o processamento do conjunto único; elas orientarão as conclusões sobre o assunto em pauta.

Os valores negativos indicam que o cálculo feito com a estrutura desmembrada em painéis separados apresenta valores menores que os da estrutura, formando um conjunto único.

Pode-se, à luz do conhecimento atual, considerar o modelo matemático relativo ao conjunto único como mais representativo do modelo físico em estudo. Será, portanto, usado como paradigma para as conclusões.

Para alguns tipos de solicitação, as diferenças negativas indicariam que o cálculo feito com painéis separados estariam contra a segurança, enquanto as positivas indicariam condições a favor da segurança.

No entanto, em muitos casos isso não é verdade.

Exemplo típico é o de solicitação em que há flexo-compressão; um valor da força axial, menor do que a esperada, pode fazer com que se passe do estado de pequena para o de grande excentricidade, o que pode ser suficiente para comprometer a peça, ou mesmo ocasionar seu colapso.

Já para outros tipos de efeito, tais como o de momento fletor simples e o de forças cortantes, entre outros, as

diferenças positivas podem ser consideradas como indicação de maior segurança para os cálculos feitos por painéis separados.

Nota-se que algumas diferenças são suficientemente grandes para abalar a convicção relativa à viabilização do processo de desmembramento da estrutura em painéis independentes entre si.

Claro que para uma estrutura simples, como a do exemplo básico, não é difícil imaginar a influência exercida em cada painel de laje, pelo restante da estrutura.

Não fora a presença da viga V2, poderíamos dizer que o exemplo básico se comportaria como se fosse simétrico em relação à viga V5, em termos de influência de uma de suas peças sobre o restante. A presença de V2 confere maior rigidez à região esquerda da estrutura ou, como se queira, maior flexibilidade à região direita.

As lajes L1 e L2 foram consideradas engastadas nas bordas vizinhas a L3. Da mesma forma, considerou-se L3 engastada na borda contígua às lajes L1 e L2. No entanto, na realidade, devido à maior flexibilidade de L3 em relação às outras lajes, as rotações não ficarão totalmente impedidas.

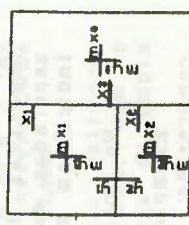
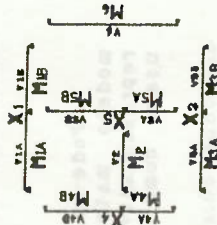
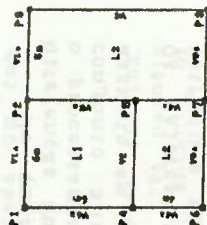
Consequentemente, os momentos fletores negativos por unidade de largura - x_1 e x_2 - serão na realidade menores, em valor absoluto, que os resultantes naqueles processamentos. E os momentos fletores positivos por unidade de largura - m_{x1} e m_{x2} - serão maiores.

Aliás, pode-se dizer, de modo mais amplo, que os momentos fletores positivos das vigas V1A, V2 e V3A, assim como as flechas desses tramos e das lajes da região esquerda, serão, na realidade, maiores que os resultados obtidos nos processamentos com painéis separados; já os momentos fletores negativos, momentos fletores positivos e flechas da região do lado direito serão menores que os resultantes daqueles processamentos.

O mesmo raciocínio pode ser feito com L1 em relação a L2.

PERCENTUAIS DAS DIFERENÇAS MAIS SIGNIFICATIVAS ENTRE RESULTADOS RELATIVOS AO CONJUNTO ÚNICO E PAINÉIS SEPARADOS PROCESSADOS POR ELEMENTOS FINITOS

CARGA NOS PILARES	P1 P4 P6 P7	% -12.7 -11.6 -36.9 -11.4
MOMENTO FLETOR NAS VIGAS	M1A X1 M1B M2 M3A X3 M3B M4A X4 M4B M5A X5 M5B	-12.3 10.5 20.4 -17.6 -7.2 11.5 11.4 101.2 24.3 -16.4 31.9 12.5 -6.3
FLECHA NAS VIGAS	V1A V1B V2 V3B V4A V4B V5A	13.1 -51.6 15.0 -32.2 -76.5 25.8 -82.1
MOMENTO MÁXIMO NAS LAJES	X1 Y1 Mx2 Y2 mx3 X3	44.5 178.2 38.4 47.4 14.7 17.4
FLECHA NA LAJE	L1 L2 L3	9.9 -4.1 2.0



Apesar de, para alguns esforços, o processamento com painéis separados ser contra a segurança, as diferenças entre os resultados dos dois processos, em termos percentuais, não são de porte a causar maiores preocupações, no caso do exemplo básico. No entanto, se elas forem somadas a outros efeitos negativos que podem ocorrer, tais como a introdução de outras simplificações de cálculo ou desconhecimento do real comportamento dos materiais, então as diferenças finais poderão induzir a erros na quantificação do coeficiente de segurança da estrutura.

Acresça-se a isso que, se a estrutura for um pouco mais complexa que a do exemplo básico, será muito difícil ajustar o modelo adotado, de modo a aproximá-lo o mais possível do real.

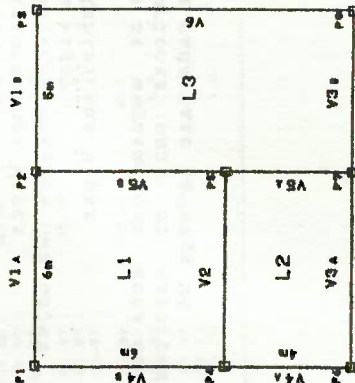
Dessa forma, se não for viável o processamento da estrutura como um conjunto único, a experiência do projetista da estrutura, seu "instinto" (ajudando-o a sentir fisicamente a estrutura deformada) e seu bom senso ainda muito contarão para um adequado desmembramento em painéis menores, e com isso obter sucesso no projeto.

De qualquer modo, nota-se que é importante realizar maiores investigações sobre a influência das condições de contorno em lajes isoladas.

COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS
OBTIDOS PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS
COM OS DO PROCEDIMENTO PRÁTICO
REFERENTES AO EXEMPLO BÁSICO

Comparam-se neste item os resultados referentes ao cálculo do exemplo básico, obtidos por dois processos realizados em itens anteriores:

- o conjunto todo, calculado pelo método dos elementos finitos
- processo prático de cálculo, segundo indicações da Norma Brasileira



Espessura das lajes: 10 cm
Seção transversal das vigas (com exceção da V6): 12cm x 50cm

Na análise do conjunto todo, utilizaram-se os três processamentos LJ1, LJ2 e LJ3 descritos no capítulo 5 (pág. 89) de [1]. Eles se diferenciavam entre si unicamente pela variação das dimensões da seção transversal da viga V6:

- LJ1 - viga V6, com 0,12m x 0,50m
- LJ2 - viga V6, com 0,22m x 0,60m
- LJ3 - viga V6, com 0,22m x 1,60m

Nos procedimentos práticos de cálculo, as flechas das vigas e das lajes são determinadas por cálculos independentes entre si, e seus valores máximos não se encontram nas mesmas seções transversais paralelas aos eixos x e y. Por esse motivo, deixou-se de comparar neste item as flechas das lajes obtidas em cada processo.

No entanto, podem-se comparar as flechas máximas das vigas, determinadas por um e outro processo, pois a única variação dos dados de entrada é a distribuição da carga nas vigas.

A seguir apresentam-se os seguintes quadros comparativos e respectivos gráficos:

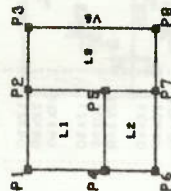
- 1 - Cargas nos Pilares
- 2 - Momentos Fletores nas Vigas
- 3 - Momentos Fletores Máximos nas Lajes
- 4 - Flechas nas Vigas
- 5 - Forças Cortantes nas Vigas

Os quadros que se seguem logo após os gráficos são rearranjos dos anteriores, onde os esforços solicitantes estão agrupados para cada caso da viga V6.

QUADRO 1

CARGAS NOS PILARES

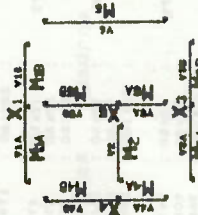
	V6	Conjunto	Procedimentos	Diferença
	(cm)	único	Práticos	em %
		(kN)	(kN)	
P1	12x50	56,44	54,47	4,0
	22x80	56,90		4,5
	22x160	56,81		4,3
P2	12x50	164,40	162,38	9,9
	22x80	175,60		3,7
	22x160	179,60		1,5
P3	12x50	87,67	84,42	3,6
	22x80	91,57		6,5
	22x160	92,53		9,6
P4	12x50	156,20	166,01	7,6
	22x80	169,60		3,2
	22x160	166,80		1,9
P5	12x50	447,00	362,91	16,5
	22x80	401,30		1,6
	22x160	366,80		0,8
P6	12x50	24,97	26,76	12,2
	22x80	24,24		15,6
	22x160	23,67		17,1
P7	12x50	75,38	107,81	30,1
	22x80	94,81		12,2
	22x160	101,10		5,9
P8	12x50	67,72	65,03	3,2
	22x80	92,14		6,4
	22x160	93,20		9,6



QUADRO 2

MOMENTOS FLETORES NAS VIGAS

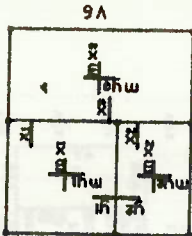
	V6	Conjunto Unico	Procedimentos práticos	Diferença
	(CM)	(KM.M)	(KM.M)	EM.M
M1A	12x50 22x80 22x160	54.36 55.79 55.88	32.45	67.6 71.9 72.2
M1	12x50 22x80 22x160	-62.04 -69.21 -73.10	-40.40	53.6 71.3 80.9
M1B	12x50 22x80 22x160	25.42 33.67 43.61	10.40	144.4 211.8 319.3
M2	12x50 22x80 22x160	103.50 112.30 116.10	159.39	-35.1 -28.9 -27.2
M3A	12x50 22x80 22x160	41.89 42.78 42.73	31.42	33.3 36.2 36.0
M3	12x50 22x80 22x160	-47.45 -55.03 -55.83	-37.33	27.1 47.1 49.6
M3B	12x50 22x80 22x160	23.67 33.86 42.41	12.55	88.6 169.6 238.2
M4A	12x50 22x80 22x160	8.79 9.16 9.28	1.79	391.1 411.7 418.1
M4	12x50 22x80 22x160	-59.65 -61.52 -61.98	-36.00	66.5 70.9 72.2
M4B	12x50 22x80 22x160	56.14 58.55 58.82	24.23	64.0 71.0 71.8
M5A	12x50 22x80 22x160	32.06 27.72 26.63	21.14	51.7 31.1 26.0
M5	12x50 22x80 22x160	-165.20 -147.00 -141.40	-155.53	6.2 -5.5 -9.1
M5B	12x50 22x80 22x160	129.30 116.10 112.10	135.46	-4.5 -14.3 -17.2
M6	12x50 22x80 22x160	160.70 250.80 280.10	175.00	-8.2 43.3 60.1



QUADRO 3

MOMENTOS FLETORES MAXIMOS NAS LAJES

	V6	Conjunto Unico	Procedimentos práticos	Diferença
	(CM)	(KM.M/M)	(KM.M/M)	EM.M
Mx1	12x50 22x80 22x160	11.39 12.28 12.54	9.11	25.0 34.8 37.7
My1	12x50 22x80 22x160	12.06 12.43 12.54	9.11	32.4 36.4 37.7
X1	12x50 22x80 22x160	-13.41 -9.11 -7.86	-24.79	-45.9 -63.3 -68.3
Y1	12x50 22x80 22x160	-5.28 -4.73 -4.55	-24.79	-78.7 -80.9 -81.8
Mx2	12x50 22x80 22x160	6.88 7.47 7.63	3.92	75.6 90.9 91.7
My2	12x50 22x80 22x160	5.32 5.58 5.66	7.31	-27.2 -27.3 -22.6
X2	12x50 22x80 22x160	-11.74 -4.72 -7.85	-12.85	-8.6 -32.1 -38.9
Y2	12x50 22x80 22x160	-5.28 -4.73 -4.55	-16.40	-67.8 -71.2 -72.3
Mx3	12x50 22x80 22x160	13.88 11.86 11.47	14.92	-7.0 -20.5 -23.1
My3	12x50 22x80 22x160	11.96 8.10 7.02	2.92	309.6 177.1 140.1
X3	12x50 22x80 22x160	-22.76 -22.94 -20.59	-33.03	-0.6 -30.5 -38.6



QUADRO 4

FLECHAS NAS VIGAS

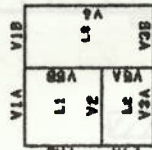
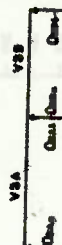
	V6	Conjunto Unico	Procedimentos práticos	Diferença em M
	(CM)	(MM)	(MM)	
V1A	12x50	0.404	0.268	51.5
	22x80	0.414		51.5
	22x160	0.412		51.7
V1B	12x50	0.093	0.037	151.4
	22x80	0.152		310.6
	22x160	0.123		232.4
V2	12x50	0.804	1.588	-49.4
	22x80	0.942		-40.7
	22x160	0.981		-38.2
V3A	12x50	0.305	0.230	32.6
	22x80	0.308		33.9
	22x160	0.303		31.7
V3B	12x50	0.090	0.047	91.5
	22x80	0.155		229.8
	22x160	0.169		302.1
V4A	12x50	0.034	-0.041	182.9
	22x80	0.034		182.9
	22x160	0.034		182.9
V4B	12x50	0.478	0.293	62.5
	22x80	0.485		65.5
	22x160	0.489		66.6
V5A	12x50	0.026	0.002	1300.0
	22x80	0.023		1050.0
	22x160	0.022		1000.0
V5B	12x50	1.091	1.141	-1.4
	22x80	0.977		-14.4
	22x160	0.941		-17.5
V6	12x50	4.425	4.861	-9.0
	22x80	0.921	0.647	42.3
	22x160	0.128	0.081	58.0



QUADRO 5

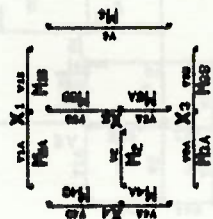
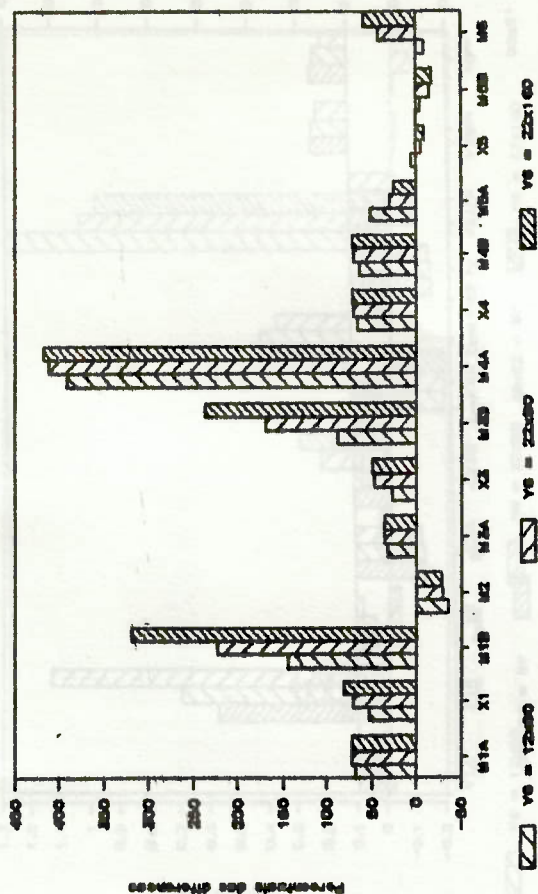
FORÇAS CORTANTES NAS VIGAS

	V6	Conjunto Unico	Procedimentos práticos	Diferença em M
	(CM)	(MM)	(MM)	
Q1Aa	12x50	28.32	27.02	1.6
	22x80	28.62		6.7
	22x160	28.83		6.7
Q1Ab	12x50	46.51	40.48	15.1
	22x80	52.88		28.9
	22x160	52.88		30.6
Q1Ba	12x50	37.74	30.58	23.4
	22x80	46.33		51.5
	22x160	49.53		62.0
Q1Bb	12x50	20.67	14.42	43.3
	22x80	5.96		-58.7
	22x160	-1.22		-108.5
Q2a	12x50	59.27	106.26	-44.2
	22x80	63.29		-40.4
	22x160	64.12		-39.4
Q2B	12x50	67.16	106.26	-36.8
	22x80	69.27		-31.6
	22x160	69.80		-31.3
Q3Aa	12x50	22.66	23.78	-1.7
	22x80	22.87		-3.6
	22x160	22.79		-4.2
Q3Ab	12x50	33.18	37.62	-11.8
	22x80	38.16		1.4
	22x160	39.83		5.9
Q3Ba	12x50	26.28	29.97	-12.3
	22x80	28.29		-21.1
	22x160	40.02		-33.5
Q3Bb	12x50	21.40	15.03	42.4
	22x80	10.35		-31.1
	22x160	3.67		-75.6
Q4Aa	12x50	3.53	5.00	-29.4
	22x80	3.33		-33.4
	22x160	3.26		-34.8
Q4Ab	12x50	34.93	23.00	51.9
	22x80	36.09		56.9
	22x160	36.44		58.4
Q4Ba	12x50	51.04	29.78	28.3
	22x80	52.46		31.9
	22x160	52.91		33.0
Q4Bb	12x50	31.55	27.75	13.7
	22x80	31.83		14.7
	22x160	31.89		14.9
Q5Aa	12x50	19.67	41.22	-62.3
	22x80	19.17		-53.5
	22x160	19.04		-53.8
Q5Ab	12x50	121.10	118.89	1.9
	22x80	107.40		-9.7
	22x160	103.10		-13.3
Q5Ba	12x50	155.60	183.17	-1.6
	22x80	137.10		-16.0
	22x160	131.20		-19.6
Q5Bb	12x50	75.28	111.33	-32.3
	22x80	69.18		-27.9
	22x160	67.37		-39.5
Q6a	12x50	55.68	70.00	-20.5
	22x80	81.72		16.7
	22x160	90.90		29.9
Q6B	12x50	60.04	70.00	-14.2
	22x80	88.32		26.2
	22x160	97.71		39.6



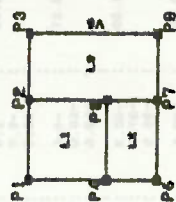
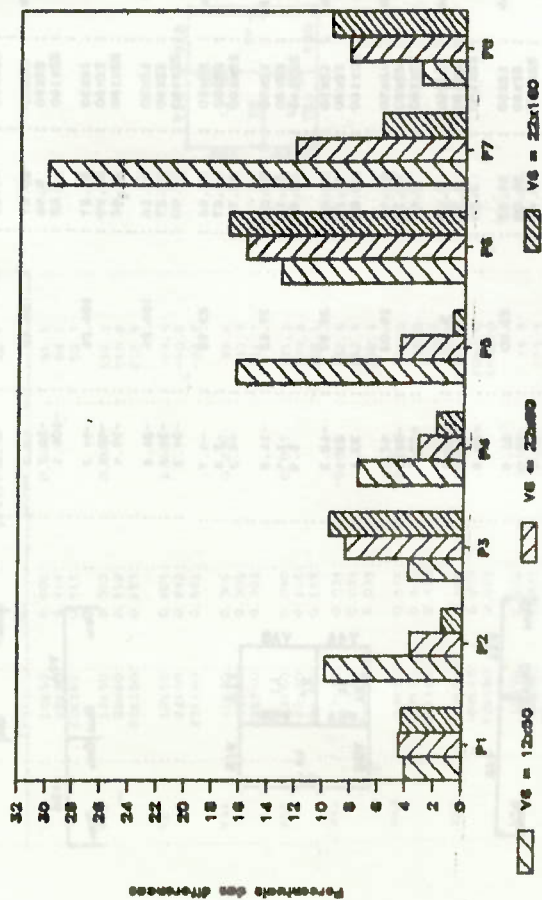
MOMENTOS FLETORES NAS VIGAS

Relação entre Conjunto Único e Procedimentos Práticos



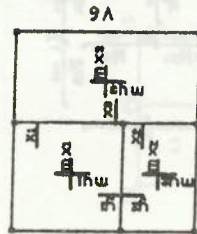
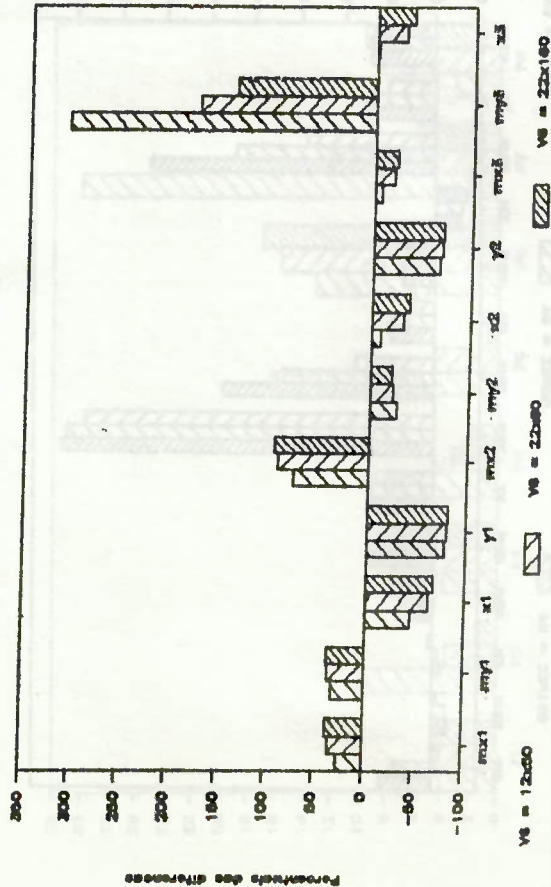
CARGAS NOS PILARES

Relação entre Conjunto Único e Procedimentos Práticos



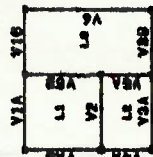
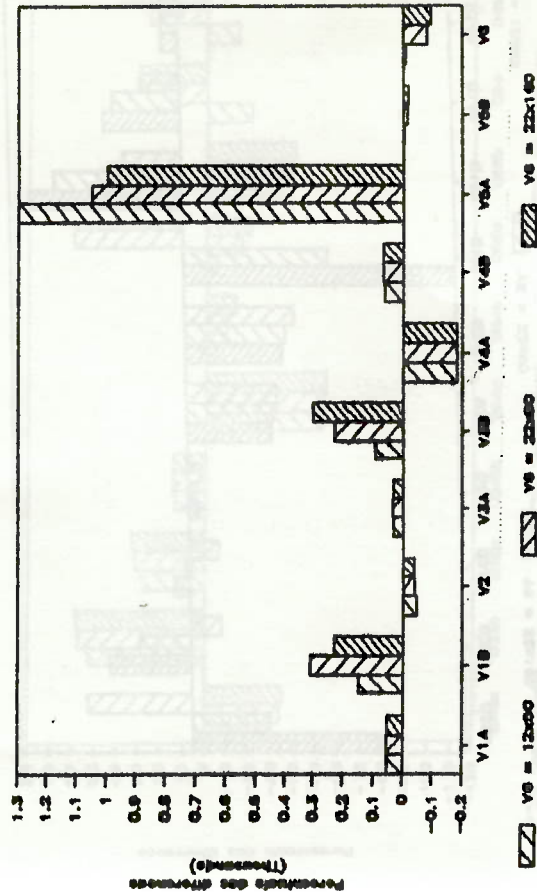
MOMENTOS FLETORES MAXIMOS NAS LAJES

Relação entre Conjunto Único e Procedimentos Práticos



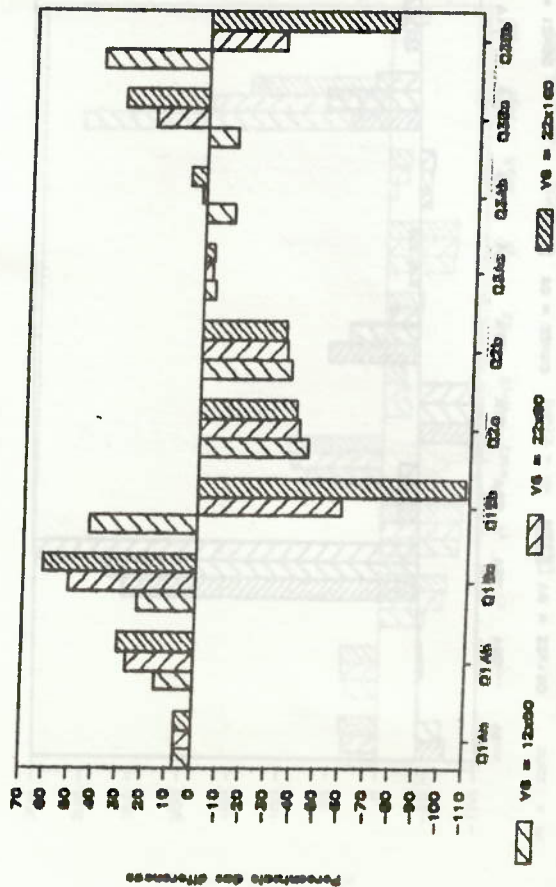
FLECHAS NAS VIGAS

Relação entre Conjunto Único e Procedimentos Práticos



CORTANTE NAS VIGAS V1, V2 E V3

Relação entre Conjunto Único e Procedimentos Práticos



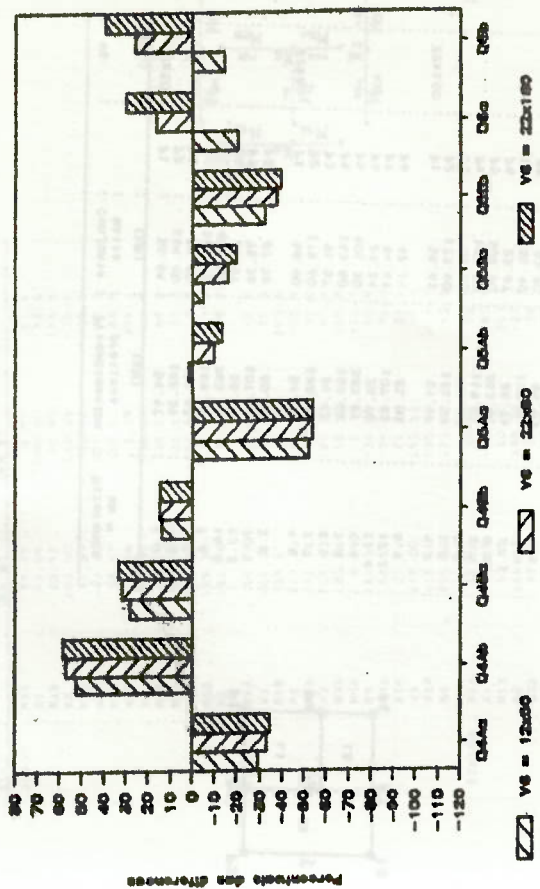
V1A	V1B	V1C	V1D
Q14a	Q14b	Q14c	Q14d
V2	V2A	V2B	V2C
Q14e	Q14f	Q14g	Q14h
V3A	V3B	V3C	V3D
Q14i	Q14j	Q14k	Q14l

V4A	V4B	V4C	V4D
Q14m	Q14n	Q14o	Q14p
V5A	V5B	V5C	V5D
Q14q	Q14r	Q14s	Q14t
V6	V6A	V6B	V6C
Q14u	Q14v	Q14w	Q14x

V1A	V1B	V1C	V1D
Q14a	Q14b	Q14c	Q14d
V2A	V2B	V2C	V2D
Q14e	Q14f	Q14g	Q14h
V3A	V3B	V3C	V3D
Q14i	Q14j	Q14k	Q14l

CORTANTE NAS VIGAS V4, V5 E V6

Relação entre Conjunto Único e Procedimentos Práticos

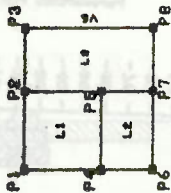


V4A	V4B	V4C	V4D
Q14a	Q14b	Q14c	Q14d
V5A	V5B	V5C	V5D
Q14e	Q14f	Q14g	Q14h
V6	V6A	V6B	V6C
Q14i	Q14j	Q14k	Q14l

V1A	V1B	V1C	V1D
Q14a	Q14b	Q14c	Q14d
V2A	V2B	V2C	V2D
Q14e	Q14f	Q14g	Q14h
V3A	V3B	V3C	V3D
Q14i	Q14j	Q14k	Q14l

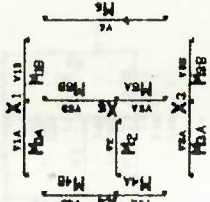
QUADRO 6
CARGAS NOS PILARES

V6	Conjunto único (KN)	Procedimentos práticos (KN)	Diferença em K
12x50	P1	56.61	1.0
	P2	161.10	9.9
	P3	87.67	3.8
	P4	156.20	7.6
	P5	447.00	16.5
	P6	24.77	13.2
	P7	74.77	30.1
	P8	87.72	3.2
22x60	P1	56.90	4.5
	P2	175.60	3.7
	P3	91.57	8.5
	P4	163.60	3.2
	P5	401.30	4.6
	P6	24.24	15.8
	P7	94.67	12.2
	P8	92.11	8.4
22x160	P1	56.81	4.3
	P2	179.60	1.5
	P3	92.53	9.6
	P4	165.60	1.9
	P5	386.81	0.8
	P6	23.87	17.1
	P7	107.81	8.2
	P8	93.20	9.8



QUADRO 7
MOMENTOS FLETORES NAS VIGAS

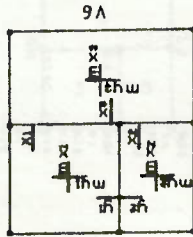
V6	Conjunto único (KN.M)	Procedimentos práticos (KN.M)	Diferença em N
12x50	M1A	54.38	32.15
	M1	-62.04	-40.10
	M1B	25.42	10.10
	M2	103.50	159.39
	M3A	41.89	31.12
	M3	-47.45	-37.33
	M3B	23.67	12.55
	M4A	8.79	1.79
	M4	-59.95	-36.00
	M4B	56.14	34.23
	M5A	32.06	21.11
	M5	-155.20	-132.53
	M5B	129.00	175.00
	M6	166.70	175.00
	M7	55.79	32.15
	M8	-69.21	-40.10
22x60	M1A	55.79	32.15
	M1	-69.21	-40.10
	M1B	33.67	10.10
	M2	113.30	159.39
	M3A	42.78	31.12
	M3	-51.03	-37.33
	M3B	33.66	12.55
	M4A	9.16	1.79
	M4	-61.52	-36.00
	M4B	56.15	34.23
	M5A	15.72	12.11
	M5	-171.00	-132.53
	M5B	129.00	175.00
	M6	166.70	175.00
	M7	55.79	32.15
	M8	-69.21	-40.10
22x160	M1A	55.88	32.15
	M1	-73.10	-40.10
	M1B	43.61	10.10
	M2	116.10	159.39
	M3A	42.73	31.12
	M3	-55.83	-37.33
	M3B	42.41	12.55
	M4A	9.88	1.79
	M4	-61.98	-36.00
	M4B	56.82	34.23
	M5A	26.63	21.11
	M5	-113.70	-132.53
	M5B	112.10	175.00
	M6	280.10	175.00
	M7	55.88	32.15
	M8	-73.10	-40.10



QUADRO 8

MOMENTOS FLETORES MAXIMOS NAS LAJES

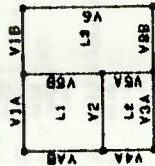
V6		Conjunto Unico (KN.M/M)	Procedimentos Práticos (KN.M/M)	Diferença em %
12x50	mx1	11.39	9.11	25.0
	mx1	12.06	9.11	32.4
	mx1	-13.41	-24.79	-45.9
	y1	-5.28	-24.79	-78.7
	mx2	6.88	3.92	75.6
	mx2	5.32	7.31	-27.2
	x2	-11.74	-12.85	-8.6
	y2	-5.28	-16.40	-67.8
	mx3	13.88	14.92	-7.0
	y3	11.96	12.92	-30.6
	x3	-32.76	-33.03	-0.8
22x80	mx1	12.28	9.11	34.6
	mx1	12.43	9.11	36.4
	x1	-9.11	-24.79	-63.5
	y1	-6.09	-24.79	-75.9
	mx2	7.47	3.92	90.6
	mx2	5.32	7.31	-35.9
	x2	-8.72	-12.85	-32.1
	y2	-4.73	-16.40	-71.2
	mx3	11.86	14.92	-20.5
	y3	8.10	12.92	-37.4
	x3	-22.94	-33.03	-30.5
22x160	mx1	12.54	9.11	37.7
	mx1	12.54	9.11	37.7
	x1	-7.86	-24.79	-68.3
	y1	-4.55	-24.79	-81.6
	mx2	7.63	3.92	94.7
	mx2	5.66	7.31	-22.6
	x2	-7.85	-12.85	-38.9
	y2	-4.55	-16.40	-72.3
	mx3	11.77	14.92	-23.1
	y3	7.06	12.92	-45.4
	x3	-20.19	-33.03	-38.6



QUADRO 9

FLECHAS NAS VIGAS

V6		Conjunto Unico (CM)	Procedimentos Práticos (CM)	Diferença em %
12x50	V1A	0.406	0.266	51.5
	V1B	0.093	0.037	151.4
	V2	0.804	1.586	-32.4
	V3A	0.305	0.230	32.6
	V3B	0.090	-0.011	91.5
	V4A	0.076	-0.011	-182.9
	V4B	0.076	0.293	-62.5
	V5A	0.038	0.002	1300.0
	V5B	1.091	1.141	-4.4
	V6	1.425	1.861	-9.0
22x80	V1A	0.411	0.266	54.5
	V1B	0.152	0.037	310.6
	V2	0.942	1.586	-40.7
	V3A	0.308	0.230	33.9
	V3B	0.155	0.047	229.8
	V4A	0.034	-0.041	-182.9
	V4B	0.485	0.293	65.5
	V5A	0.023	0.002	1050.0
	V5B	0.977	1.141	-14.1
	V6	0.921	1.861	-81.1
22x160	V1A	0.412	0.266	53.7
	V1B	0.152	0.037	232.4
	V2	0.981	1.586	-38.2
	V3A	0.303	0.230	31.7
	V3B	0.189	0.047	302.1
	V4A	0.034	-0.041	-182.9
	V4B	0.488	0.293	66.6
	V5A	0.022	0.002	1000.0
	V5B	0.941	1.141	-17.5
	V6	0.128	1.861	-97.4



Todos esses quadros e gráficos mostram diferenças significativas entre os dois processos em estudo.

A bem da verdade, deve-se salientar que seria pouco comum a adoção da seção de 0,12m x 0,50m para a viga V6 (um projeto bem equilibrado não o faria). Esse caso foi aqui considerado, como já se mencionou, por razões de pesquisa. Seja como for, para o caso, a diferença é de 30,1%, no pilar P7.

Mesmo que se despreze esse dado, notam-se diferenças que variam de 10 a 20% em vários pilares.

No entanto, há situações mais preocupantes.

São as que dizem respeito aos momentos fletores nas lajes e vigas, aos esforços cortantes nas vigas e às deformações.

O gráfico relativo aos momentos fletores nas vigas mostra que pode haver diferenças maiores que 400% (V4A), exatamente para os casos em que V6 possui maior rigidez.

Nas o realmente notório é que mais da metade dos resultados indicam diferenças maiores que 50,0%.

Não se deve perder de vista que todos os cálculos efetuados foram feitos no regime elástico. No caso do concreto armado, principalmente, quando parte da estrutura entrar no estágio II, iniciar-se-á uma redistribuição de ações que poderá influir favoravelmente no resultado final.

Mais ainda: se alguma parte da estrutura passar a trabalhar dentro dos limites do regime plástico, a redistribuição de esforços poderá ser de molde a não haver colapso da peça; é, felizmente, o que acontece em grande parte dos casos reais.

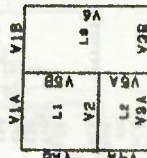
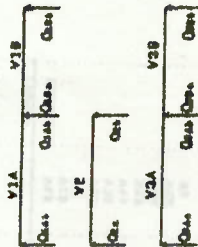
De qualquer maneira, estes estudos não têm a pretensão de ser conclusivos; muito menos querem demonstrar que "o Brasil está entrando em colapso". Eles procuram, isso sim, indicar caminhos que poderão ser trilhados, de modo a verificar o que realmente ocorre com a estrutura quando ela sai do regime elástico, mesmo para cargas de trabalho.

Evidentemente, durante o carregamento, algo se deve passar com uma estrutura como a do exemplo básico, diferente

QUADRO 10

FORÇAS CORTANTES NAS VIGAS

Vc	Conjunto Unico	Procedimentos Práticos	Diferença em %
12x50	(cm)	(kn)	
		G1Aa	27.02
		G1Ab	40.48
		G1Ba	15.1
		G1Bb	30.58
		G2a	44.42
		G2b	43.3
		G3a	106.26
		G3b	-44.2
		G4a	106.26
		G4b	-36.8
		G5a	23.78
		G5b	-1.7
		G6a	37.62
		G6b	-11.8
		G7a	29.97
		G7b	-12.3
		G8a	15.03
		G8b	-42.3
		G9a	25.00
		G9b	-29.4
		G10a	51.9
		G10b	28.3
22x80	(cm)	(kn)	
		G1Aa	27.02
		G1Ab	40.48
		G1Ba	15.1
		G1Bb	30.58
		G2a	44.42
		G2b	43.3
		G3a	106.26
		G3b	-44.2
		G4a	106.26
		G4b	-36.8
		G5a	23.78
		G5b	-1.7
		G6a	37.62
		G6b	-11.8
		G7a	29.97
		G7b	-12.3
		G8a	15.03
		G8b	-42.3
		G9a	25.00
		G9b	-29.4
22x160	(cm)	(kn)	
		G1Aa	27.02
		G1Ab	40.48
		G1Ba	15.1
		G1Bb	30.58
		G2a	44.42
		G2b	43.3
		G3a	106.26
		G3b	-44.2
		G4a	106.26
		G4b	-36.8
		G5a	23.78
		G5b	-1.7
		G6a	37.62
		G6b	-11.8
		G7a	29.97
		G7b	-12.3
		G8a	15.03
		G8b	-42.3
		G9a	25.00
		G9b	-29.4



daquilo a que os resultados finais deste estudo induzem: os momentos nas vigas VB, VB3 e V4A não atingiram os valores indicados nos presentes cálculos, pois momentos dessa ordem poderiam plasticizar as seções mais solicitadas, e até mesmo impedi-las de funcionar como rótulas plásticas.

Se não tão intensamente, algo semelhante se passaria com o momento fletor nas lajes, com as forças cortantes nas vigas e com a deformação da estrutura.

Já se mencionou, e reforça-se aqui, que este estudo não tem outro intuito que investigar e analisar diversos aspectos do problema.

Dessa maneira, procurou-se tão somente mostrar que podem ocorrer desvios significativos nos resultados do cálculo estrutural quando são usados procedimentos práticos, mesmo para estruturas simples.

CONCLUSÕES

A análise estrutural do exemplo básico mostrou que:

- A menos de pequenas imperfeições e casos de exceção, é possível a separação das lajes para a determinação dos esforços nas próprias lajes e respectivas vigas de apoio;
- Os esforços, tanto nas lajes como nas vigas de apoio, podem variar muito em função da flexibilidade das vigas;
- Os esforços nas vigas, devido a cargas uniformes, calculados por processos práticos usuais, podem ser muito diferentes dos esforços obtidos através do processo por elementos finitos, mesmo para vigas com rigidez razoável;
- Com rigidez razoável, os esforços se acertam, desde que a distribuição de carga seja convenientemente ajustada. Alguns exemplos foram sugeridos ao longo da Dissertação [1];
- A rigidez das vigas pode afetar significativamente a distribuição das cargas pelos diversos pilares.

Além dessas conclusões, as investigações sobre lajes retangulares isoladas feitas no capítulo 7 de [1] demonstraram que:

- É importante a relação entre a rigidez a flexão da viga e a da laje. O comportamento de laje apoiada pode ceder lugar ao comportamento de laje-cogumelo;
- O aumento da espessura da laje pode ser até desfavorável para a segurança das vigas e dos pilares. Os valores de ψ_2 e ψ_3 da NB-1 [2] são exagerados perante os limites de 1/300 e 1/500 referentes à relação flecha/vão. Esses valores podem seguramente ser reduzidos;
- Para razoável rigidez a flexão de todas as vigas de apoio, os ângulos propostos pela NB-1 [2] para distribuição dos quinhões de carga são bons. Porém, quando há variação de rigidez entre as vigas, há necessidade de que os valores desses ângulos sejam modificados;
- A rigidez a torção das vigas de apoio é muito importante, não só para as lajes como para as próprias vigas;
- A fissuração e as mudanças de estado de comportamento das vigas influem diretamente na redistribuição das cargas que nelas atuam. Em outras palavras: a fissuração do concreto pode alterar a rigidez a flexão e a torção das vigas, com consequente necessidade de os efeitos estudados serem reavaliados.
- Alerta-se, pois, para o perigo de seguir cegamente as regras facilitárias sugeridas pela NB-1 [2];

De tudo isso, conclui-se que há necessidade de proceder a novas investigações, entre as quais sugerem-se:

- Verificar quais os casos em que os quinhões de carga podem ser considerados uniformemente distribuídos nas vigas, quinhões esses providos da laje (com carga também uniformemente distribuída);
- Em caso diferente, verificar como se deve tratar a distribuição de carga nas vigas;
- Quantificar os ângulos para determinação dos quinhões de carga, em função das condições de contorno e de rigidez;

· Proceder à análise estrutural com outros tipos de carregamento;

· Quantificar a parcela de carga que vai ser transmitida diretamente aos pilares, em função da relação entre a rigidez da laje e a das vigas, quando existirem pilares nos cantos;

· Comparar os resultados analíticos com os de modelos elásticos;

· Proceder à análise estrutural fora do comportamento elástico;

· Determinar a parcela da rigidez a torção que deveser adotada nos cálculos.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Mazzilli, Antonio Rubens Portugal: Influência da Flexibilidade das Vigas de Apoio no Cálculo de Estruturas de Edifícios. Dissertação apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Mestre em Engenharia.
- [2] Associação Brasileira de Normas Técnicas: NB-1/78. Procedimentos para Projeto e Execução de Obras de Concreto Armado.
- [3] Czerny, Fritz: Bautechnik-Archiv, Heft II Tafeln fuer gleichmassig vollbelastete Rechteckplatten. Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, 1955
- [4] Kolmanok, A.S.: Manual para Cálculo de Placas. Editora Inter Ciencia, 1961
- [5] Bares, Richard: Tables for the Analysis of Plates, Slabs and Diaphragms Based on the Elastic Theory. Bauverlag GmbH., Wiesbaden und Berlin - Macdonald and Evans Ltd., Estover, Plymouth, Devon 3rd Edition, 1979
- [6] Moody, W.T.: Moments and Reactions for Rectangular Plates. A Water Resources Technical Publications. Engineering Monograph nr. 27
- [7] Langendonck, Telemaco van: Teoria Elementar das Charnearas Plásticas. Associação Brasileira de Cimento Portland, SP, 1970
- [8] Hahn, V.: Vigas Contínuas, Pórticos y Placas. Editorial Gustavo Gili S.A., Barcelona, 1966
- [9] Montoya, P.J. et alii: Hormigón Armado. Editorial Gustavo Gili S.A., Barcelona, 7a. edição
- [10] Homberg, Hellmut: Dalles d'épaisseur variable. Dunod, Paris, 1972
- [11] Feodosiev, V.: Résistance des Matériaux. Editions de la Paix, Moscou, sd
- [12] Zagottis, Décio de: Pontes e Grandes Estruturas - Introdução à Teoria das Placas e das Cascas. Escola Politécnica da Universidade de S.Paulo, 1976

- [13] Rusch, Hubert: Berechnungstafeln für rechtwinklige Fahrbahnplatten von Strassenbrücken. Wilhem Ernst & Sohn, 6a. ed, Berlin, 1975
- [13a] Rusch, Hubert et alii: Berechnungstafeln für schiefwinklige Fahrbahnplatten von Strassenbrücken. Wilhem Ernst & Sohn, Berlin, 1977
- [14] Leonhardt, F.: Construções de Concreto - Verificação da Capacidade de Utilização, Vol.IV. Editora Inter Ciencia, 1a edição, 1979
- [15] Beton Kalender Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, 1976
- [16] Pucher, Adolf: Einflussfelder elastischer Platten - Influence Surfaces of Elastic Plates. Sprlenger-Verlag/Wien, Austria, 1964
- [17] Harik, Issam E. and Ghassan L. Salamoun: Analytical Strip Solution to Rectangular Plates Journal of Engineering Mechanics, Vol.112, nr. 1 January, 1986
- [18] Timoshenko, S. P. and Woinowsky-Krieger, S.: Theory of Plates and Shells. McGraw-Hill Kogashua, Ltd. Tokyo, Japan, 2nd. Edition
- [19] Herzog, Max: Distribuição de cargas em tabuleiros de pontes com duas vigas interligadas por laje. Aarau, Suíça, Strasse-Brücke-Tunnel, 1/1970, S. 18.
- [20] Cowan, H. J.: Reinforced and Prestressed Concrete in Torsion, London, Edward Arnold Ltd., 1965.
- [21] Wang, Chu-Kia: Computer Methods in Advanced Structural Analysis, NY, Intext Educational Publishers, 1973.

PROGRAMA INTEGRADO PARA CÁLCULO DE EDIFÍCIOS EM CONCRETO ARMADO

Walter A. Nimir
EESC - USP

Maximiliano Malite
EESC - USP

Renato F. Franco
EESC - USP