



Escola Politécnica - EPBC



31200053395

BT/PEF-8827

ESFORÇOS RESISTENTES DO CONCRETO
SEÇÃO CIRCULAR

Lauro Modesto dos Santos
Professor Doutor
(recebido em 29/12/88)

EDITOR CHEFE

P.M.Pimenta

COMISSÃO EDITORIAL

- Engenharia de Solos	W.Hachich
- Estruturas de Concreto	P.B.Fusco
- Estruturas Metálicas e de Madeira	P.B.Fusco
- Interação Solo-Estrutura	C.E.M.Maffei
- Mecânica Aplicada	P.M.Pimenta
- Métodos Numéricos	J.C.André
- Pontes e Grandes Estruturas	D.Zagottis
- Teoria das Estruturas	V.M.Souza Lima

ESFORÇOS RESISTENTES DO CONCRETO SEÇÃO CIRCULAR

Lauro Modesto dos Santos

Resumo

Apresenta-se um formulário que permite o cálculo analítico direto da resultante de compressão do concreto e respectivo momento resistente em seções circulares submetidas a flexão composta, não necessariamente no estado limite último. Os esforços resistentes são dados em função da curvatura na seção e do encurtamento específico máximo do concreto.

As fórmulas apresentadas constituem valioso subsídio para a elaboração de programas para computador relativos a problemas de 2^o ordem, simplificando-os e diminuindo o tempo de processamento.

Abstract

A formulary is given for the direct analytical determination of both the resultant of concrete stresses in the compression zone and its resistant moment, in circular cross-sections under compression and bending, not necessarily at the ultimate limit state. The resistant load effects are determined as a function of the curvature and the maximum compressive strain of the concrete.

The presented formulae constitute a valuable help for computer programs on 2nd order problems, simplifying them and reducing their processing time.

1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS E OBJETIVO DO TRABALHO.

Na elaboração dos diagramas de interação força normal - momento fletor - curvatura (usualmente denominados "diagramas momento-curvatura"), é necessário conhecer os esforços resistentes da seção em estudo, correspondentes a cada diagrama de deformações imaginado.

Os esforços resistentes oferecidos pelas barras de aço são de cálculo rápido, mas o mesmo não ocorre com a resultante R_{cc} de compressão no concreto e com a sua posição, que exigem, geralmente, integração numérica para sua determinação. No caso da flexão normal composta, entretanto, e para as seções usuais, é relativamente simples o cálculo analítico de R_{cc} e do respectivo momento resistente. As fórmulas diretas assim obtidas ajudam a compor programas para computador, simplificando-os e diminuindo o tempo de processamento.

O objetivo deste trabalho é a determinação de fórmulas analíticas para o cálculo dos coeficientes η e η' , com os quais se obtém imediatamente os esforços resistentes do concreto, de acordo com as equações gerais explicitadas no item 4 e com as notações do item 3. Os esforços resistentes do concreto serão dados em função do encurtamento máximo ϵ_c e da curvatura θ .

Este artigo ocupar-se-á da seção circular. Trabalhos anteriores [1] [2] abordaram a seção retangular.

2. CONVENÇÃO DE SINAIS.

O momento fletor é suposto sempre positivo. A força normal e as tensões são positivas quando de compressão. Deformações positivas correspondem a encurtamentos.

3. NOTAÇÕES.

a = distância da resultante R_{cc} à borda mais encurtada;

- r = raio do círculo;
 h = diâmetro do círculo (altura da seção transversal) = $2r$;
 c_2 = distância do C.G. O da seção à borda mais encurtada = r ;
 d' = distância do C.G. de uma camada extrema de barras de aço à borda mais próxima;
 d_i = distância do C.G. da camada genérica i de barras de aço à borda mais encurtada;
 f_{cd} = valor de cálculo da resistência do concreto;
 f_{yd} = valor de cálculo da resistência do aço;
 i = camada genérica de barras de aço;
 n = número total de barras de aço;
 n' = "número de linhas", isto é, número de camadas de barras de aço;
 n_i = número de barras de aço da camada i ;
 r_c = raio de curvatura;
 x = profundidade da linha neutra;
 y = distância da "fibra" genérica de concreto à borda mais encurtada;
 v = distância da "fibra" genérica de concreto à linha neutra;
 x' = altura do bloco retangular de tensões no concreto, quando o diagrama de tensões é retangular-parabólico;
 w = altura do trecho parabólico "completo" - isto é, até a linha neutra - no diagrama de tensões retangular-parabólico;
 A_c = área da seção transversal;
 A_{cc} = área de concreto comprimido na seção;
 A_s = área total da seção da armadura;
 A_{si} = área de aço da camada i de barras;
 A, B, C, D = funções de ε_c e θ , definidas no texto;
 E, F, G, H, I, J = funções de φ , definidas no texto;
 $E_1, F_1, G_1, H_1, I_1, J_1$ = funções de α_1 , definidas no texto;
 N = força normal;
 M = momento fletor;

N_d = força normal de cálculo;

M_d = momento fletor de cálculo;

R_{cc} = resultante de compressão no concreto;

α = ângulo definidor da "fibra" genérica de concreto;

φ = ângulo definidor da linha neutra;

α_1 = ângulo definidor da "fibra" de concreto com encurtamento=2‰;

β_a = α / h ;

β_{c2} = c_2 / h ;

β_i = d_i / h ;

ψ_i = ângulo definidor da camada i de barras de aço;

β_x = x / h = profundidade relativa da linha neutra;

$\beta_{x'}$ = x' / h

δ = d' / h ;

ϵ_c = encurtamento relativo máximo do concreto (na borda 2);

ϵ_{ci} = encurtamento relativo da "fibra" genérica de concreto;

ϵ_{c1} = deformação específica da borda 1 (borda tracionada pelo efeito exclusivo do momento M);

η = $R_{cc} / (\sigma_{cd} \cdot A_c)$ = esforço normal resistente do concreto, reduzido adimensional;;

η' = $R_{cc} \cdot \alpha / (\sigma_{cd} \cdot A_c \cdot h)$ = momento resistente do concreto, reduzido adimensional;

ν = $N_d / (\sigma_{cd} \cdot A_c)$ = força normal reduzida adimensional;

μ = $M_d / (\sigma_{cd} \cdot A_c \cdot h)$ = momento fletor reduzido adimensional;

σ_{cd} = $0.85 f_{cd}$;

σ_c = tensão máxima de compressão no concreto;

σ_{ci} = tensão de compressão na "fibra" genérica de concreto;

σ_{si} = tensão na camada genérica i de barras de aço;

θ = $1000 h / r_c$ = curvatura majorada adimensional;

ω = $A_s \cdot f_{yd} / (A_c \cdot \sigma_{cd})$ = taxa mecânica de armadura.

4. EQUAÇÕES GERAIS.

De acordo com o que foi mostrado em [1], para uma seção qualquer, dotada de um eixo de simetria, as equações de equilíbrio, em termos adimensionais, se escrevem:

$$\nu = \eta + \frac{\omega}{n f_{yd}} \sum_{i=1}^{n'} n_i \sigma_{si} \quad (1)$$

$$\mu = \beta_{c2} \cdot \eta - \eta' + \frac{\omega}{n f_{yd}} \sum_{i=1}^{n'} n_i \sigma_{si} (\beta_{c2} - \beta_i) \quad (2)$$

No caso do círculo, $\beta_{c2} = 0.5$.

Usar-se-á também a relação básica:

$$\beta_x = \frac{\varepsilon_c}{\theta} \quad (3)$$

que relaciona a profundidade relativa β_x da linha neutra e o encurtamento máximo ε_c - e, portanto, o diagrama de deformações da seção - com a curvatura θ .

4.1. Coeficientes β_i para a seção circular.

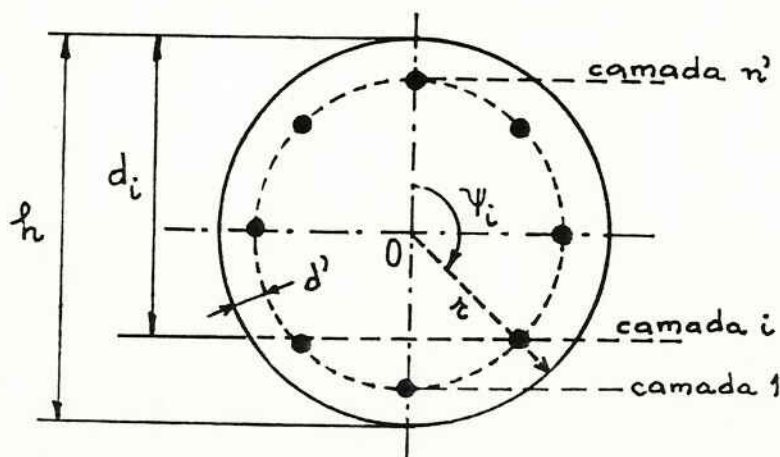


Fig. 1

A fig.1 mostra o "formato circular" de distribuição das barras de aço. Vê-se que $n_i = 1$ para $i = 1$ ou n' , e $n_i = 2$ para os demais valores de i .

Dado o número total n de barras, resulta o número de camadas:

$$n' = \frac{n}{2} + 1 \quad (4)$$

Ângulo definidor da camada i :

$$\psi_i = \frac{2\pi}{n} (n' - i) \quad (5)$$

Sendo $y_i = (r - d') \cos \psi_i$

$$d_i = r - y_i$$

resulta: $d_i = r(1 - \cos \psi_i) + d' \cos \psi_i$;

donde: $\beta_i = 0,5 (1 - \cos \psi_i) + \delta \cos \psi_i \quad (6)$

5. PREPARO DE FÓRMULAS AUXILIARES.

5.1. Integrales definidas.

$$\int_0^\varphi \sin^2 \alpha. d\alpha = \frac{\varphi}{2} - \frac{\sin 2\varphi}{4} \quad (7)$$

$$\int_0^\varphi \sin^3 \alpha. d\alpha = -\cos \varphi + \frac{\cos^3 \varphi}{3} + \frac{2}{3} \quad (8)$$

$$\int_0^\varphi \sin^4 \alpha. d\alpha = \frac{3\varphi}{8} - \frac{\sin 2\varphi}{4} + \frac{\sin 4\varphi}{32} \quad (9)$$

$$\int_0^\varphi \sin^2 \alpha. \cos \alpha. d\alpha = \frac{\sin^3 \varphi}{3} \quad (10)$$

$$\int_0^\varphi \sin^2 \alpha. \cos^2 \alpha. d\alpha = \frac{\varphi}{8} - \frac{\sin 4\varphi}{32} \quad (11)$$

$$\int_0^\varphi \sin^2 \alpha. \cos^3 \alpha. d\alpha = \frac{\sin \varphi}{5} - \frac{\sin^3 \varphi}{15} - \frac{\sin \varphi. \cos^4 \varphi}{5} \quad (12)$$

5.2. Parâmetros básicos.

5.2.1. Definição da "fibra" genérica.

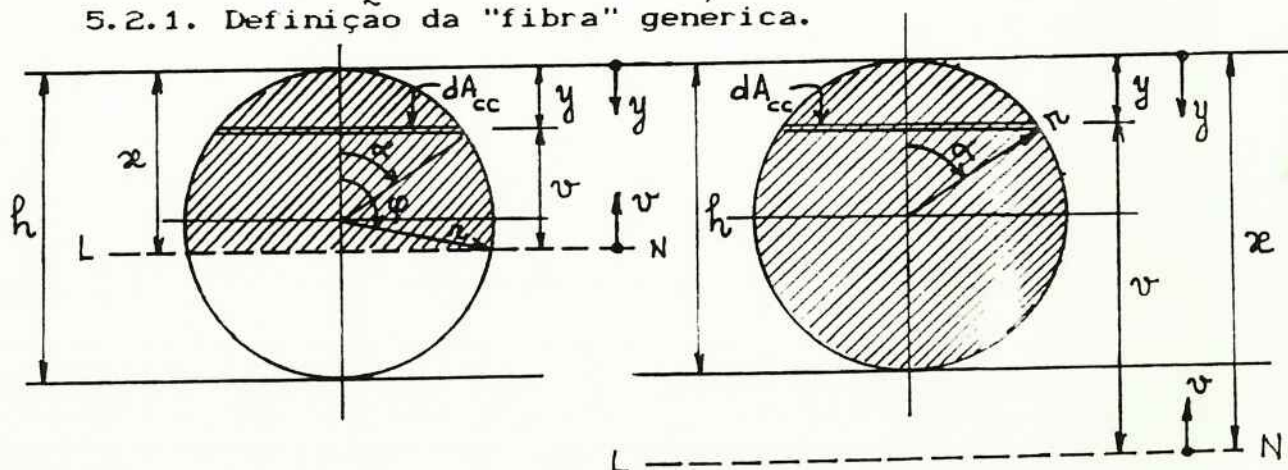


Fig. 2

$$y = r (1 - \cos \alpha) \quad (13)$$

$$\text{ou: } v = x - r (1 - \cos \alpha)$$

y (ou v) define a "fibra" genérica, de área elementar dA_{cc} .

Lembrando que

$$x / h = \beta_x = \varepsilon_c / \theta$$

$$x = \beta_x \cdot h = \frac{\varepsilon_c h}{\theta} \quad (14)$$

$$\text{donde: } v = \frac{\varepsilon_c h}{\theta} - r (1 - \cos \alpha) \quad (15)$$

5.2.2. Área elementar.

$$dA_{cc} = 2r \cdot \sin \alpha \cdot dy; \quad (\text{fig. 2})$$

$$y = r - r \cos \alpha; \quad dy = r \sin \alpha \cdot d\alpha$$

$$dA_{cc} = 2 r^2 \sin^2 \alpha \cdot d\alpha \quad (16)$$

5.2.3. Definição da linha neutra.

Quando a linha neutra está dentro da seção ($x \leq h$), fig.2, ela é definida pelo ângulo φ :

$$\varphi = \arccos \frac{r - x}{r}; \quad \text{lembrando (14) :}$$

$$\varphi = \arccos \frac{\theta - 2\varepsilon_c}{\theta} \quad (17)$$

A (17) vale para os casos 1 e 2 ($x \leq h$).

Nos casos 1 e 2 :

$$x = r (1 - \cos \varphi) \quad (18)$$

Nos casos 3 e 4 :

$$\varphi = \pi \quad (19)$$

e x é dado pela (14), válida em todos os casos.

5.2.4. Deformação $\tilde{\epsilon}_{ci}$ da "fibra" genérica.

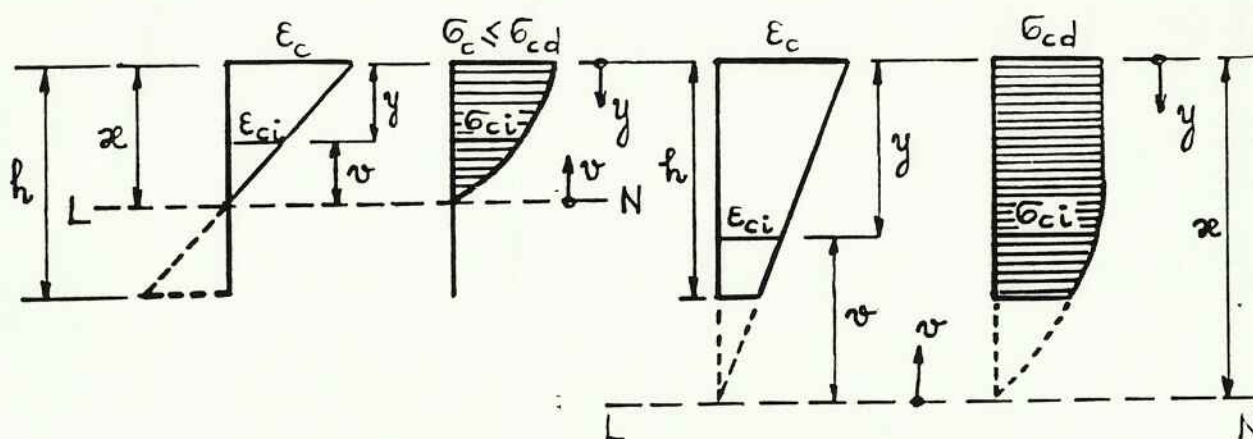


Fig. 3

$$\frac{\epsilon_c}{x} = \frac{\epsilon_{ci}}{v}$$

$$\epsilon_{ci} = \frac{\epsilon_c}{x} \cdot v$$

(20)

A (20) vale em todos os casos.

5.2.5. Tensão σ_{ci} na "fibra" genérica.

$$\sigma_{ci} = \sigma_{cd} \left(\epsilon_{ci} - \frac{\epsilon_{ci}^2}{4} \right) \quad \text{para } \epsilon_{ci} \leq 2 \quad (21)$$

com ϵ_{ci} dado em %

$$\sigma_{ci} = \sigma_{cd} \quad \text{para } \epsilon_{ci} > 2 \quad (22)$$

A (21) pode ser escrita de outra forma, de acordo com (20) :

$$\sigma_{ci} = \sigma_{cd} \left(\frac{\epsilon_c}{x} v - \frac{\epsilon_c^2}{4} \frac{v^2}{x^2} \right) \quad (23)$$

Entrando com as expressões de x e de v , dadas por (14) e (15), respectivamente, chega-se a :

$$\sigma_{ci} = \sigma_{cd} (A + B \cos \alpha + C \cos^2 \alpha) \quad (24)$$

que é a tensão genérica para fibras com $\epsilon_{ci} \leq 2$, tendo-se feito :

$$A = D - \frac{D^2}{4} \quad (25)$$

$$B = \frac{\theta}{2} \left(1 - \frac{D}{2} \right) \quad (26)$$

$$C = -\frac{\theta^2}{16} \quad (27)$$

$$D = \epsilon_c - \frac{\theta}{2} \quad (28)$$

5.2.6. Definição da "fibra" com encurtamento 2%

Segundo a fig. 5 :

$$x' = r - r \cos \alpha_1 = \frac{h}{2} (1 - \cos \alpha_1);$$

$$\beta_{x'} = 0,5 (1 - \cos \alpha_1) ; \text{ donde: } \cos \alpha_1 = 1 - 2 \beta_{x'} ;$$

$$\text{por outro lado: } x' = \frac{x (\epsilon_c - 2)}{\epsilon_c} = \frac{h (\epsilon_c - 2)}{\theta} ; \quad \beta_{x'} = \frac{\epsilon_c - 2}{\theta} ;$$

$$\text{donde: } \cos \alpha_1 = \frac{\theta - 2 \epsilon_c + 4}{\theta} ;$$

$$\alpha_1 = \arccos \frac{\theta - 2 \epsilon_c + 4}{\theta} \quad (29)$$

6. CASOS A CONSIDERAR.

O estudo analítico compreende 4 casos:

$$\text{Caso 1) } \epsilon_c \leq 2 \text{ (em \%)} ; \quad x \leq h$$

$$\text{Caso 2) } \epsilon_c > 2 \text{ (em \%)} ; \quad x \leq h$$

$$\text{Caso 3) } \epsilon_c \leq 2 \text{ (em \%)} ; \quad x > h$$

$$\text{Caso 4) } \epsilon_c > 2 \text{ (em \%)} ; \quad x > h$$

7. CÁLCULO DOS COEFICIENTES η E η' .

7.1. Caso 1.

$$\begin{aligned} R_{cc} &= \int_{A_{cc}} \sigma_{ci} \cdot dA_{cc} = \int_0^{\psi} \sigma_{cd} (A + B \cos \alpha + C \cos^2 \alpha) 2r^2 \sin^2 \alpha \cdot d\alpha = \\ &= R_{cc} = \sigma_{cd} \cdot 2r^2 (AE + BF + CG) \end{aligned} \quad (30)$$

onde :

$$E = \frac{\varphi}{2} - \frac{\sin 2\varphi}{4} \quad (31)$$

$$F = \frac{\sin^3 \varphi}{3} \quad (32)$$

$$G = \frac{\varphi}{8} - \frac{\sin 4\varphi}{32} \quad (33)$$

Façamos também :

$$H = \frac{\sin \varphi}{5} \quad (34)$$

$$I = \frac{\sin \varphi \cdot \cos^4 \varphi}{5} \quad (35)$$

$$J = H - \frac{F}{5} - I$$

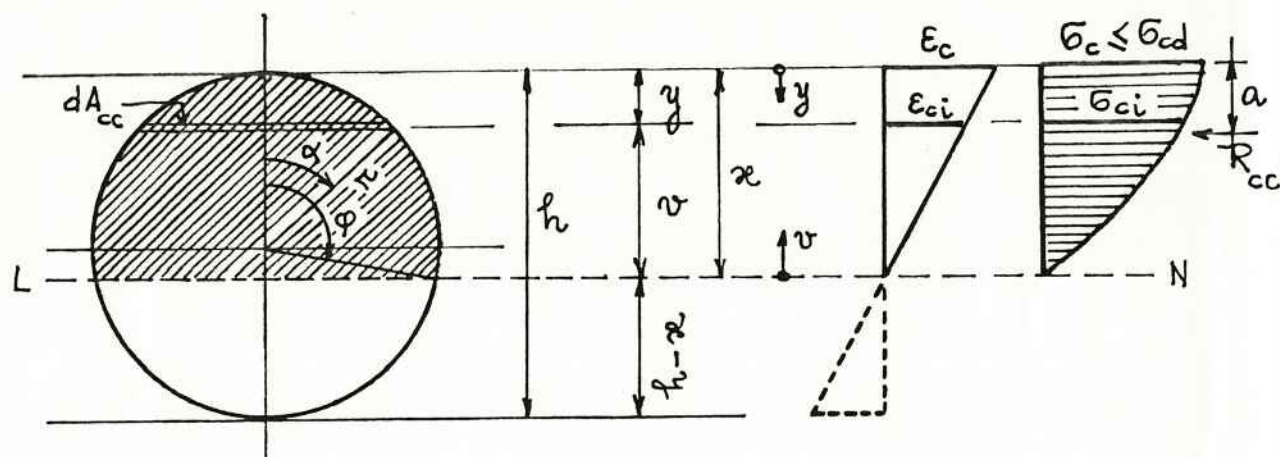


Fig. 4

Sendo, por definição

$$\eta = \frac{R_{cc}}{\sigma_{cd} \cdot A_c} = \frac{R_{cc}}{\sigma_{cd} \cdot \pi r^2},$$

$$\text{vem : } \eta = \frac{2}{\pi} (AE + BF + CG) \quad (36)$$

A posição de R_{cc} é dada por :

$$\begin{aligned} R_{cc} \cdot \alpha &= \int_{A_{cc}} \sigma_{ci} \cdot y \cdot dA_{cc} = \\ &= R_{cc} \cdot \alpha = \int_0^\varphi \sigma_{cd} (A + B \cos \alpha + C \cos^2 \alpha) 2r^3 \sin^2 \alpha (1 - \cos \alpha) d\alpha = \\ &= R_{cc} \cdot \alpha = \sigma_{cd} \cdot 2r^3 \left[A (E - F) + B (F - G) + C (G - J) \right] \end{aligned}$$

Sendo, por definição :

$$\eta' = \frac{R_{cc} \cdot a}{\sigma_{cd} \cdot A_c \cdot h} = \frac{F_{cc} \cdot a}{\sigma_{cd} \cdot 2r^3 \pi}$$

resulta :

$$\eta' = \frac{1}{\pi} \left[A (E - F) + B (F - G) + C (G - J) \right] \quad (37)$$

7.2. Caso 2.

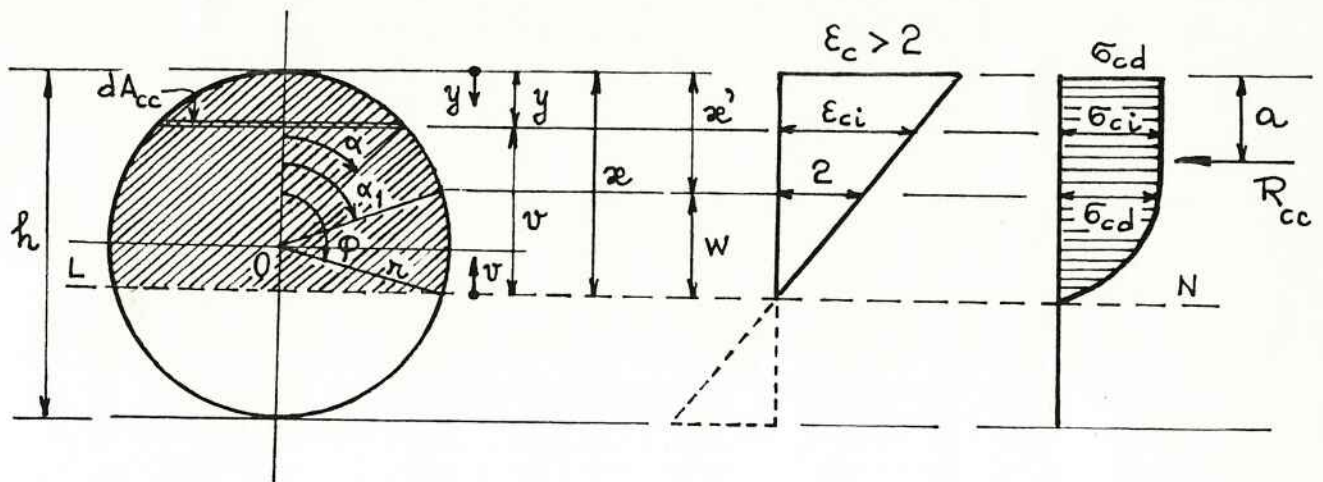


Fig. 5

Na fig. 5 :

α define a "fibra" genérica, de área dA_{cc} ;

φ define a linha neutra ;

α_1 define a "fibra" com encurtamento 2 (°/°°)

$$\begin{aligned} R_{cc} &= \int_{A_{cc}} \sigma_{ci} \cdot dA_{cc} = \int_0^{\alpha_1} \sigma_{cd} \cdot 2r^2 \sin^2 \alpha \cdot d\alpha + \int_{\alpha_1}^{\varphi} \sigma_{ci} \cdot 2r^2 \sin^2 \alpha \cdot d\alpha = \\ &= R_{cc} = \sigma_{cd} \cdot 2r^2 \left[\int_0^{\alpha_1} \sin^2 \alpha \cdot d\alpha + \int_{\alpha_1}^{\varphi} (A + B \cos \alpha + C \cos^2 \alpha) \sin^2 \alpha \cdot d\alpha \right] \end{aligned}$$

Chamando :

$$E_1 = \frac{\alpha_1}{2} - \frac{\sin 2\alpha_1}{4} \quad (38)$$

$$F_1 = \frac{\sin^3 \alpha_1}{3} \quad (39)$$

$$G_1 = \frac{\alpha_1}{8} - \frac{\sin 4\alpha_1}{32} \quad (40)$$

$$H_1 = \frac{\sin \alpha_1}{5} \quad (41)$$

$$I_1 = \frac{\sin^3 \alpha_1 \cdot \cos^4 \alpha_1}{5} \quad (42)$$

$$J_1 = H_1 - \frac{F_1}{5} - I_1$$

resulta :

$$R_{cc} = \sigma_{cd} \cdot 2r^2 \left[E_1 + A (E - E_1) + B (F - F_1) + C (G - G_1) \right] ;$$

donde:

$$\eta = \frac{2}{\pi} \left[E_1 + A (E - E_1) + B (F - F_1) + C (G - G_1) \right] \quad (43)$$

A posição de R_{cc} decorre de :

$$R_{cc} \cdot \alpha = \int_{A_{cc}} \sigma_{ci} \cdot y \cdot dA_{cc} =$$

$$= 2r^3 \cdot \sigma_{cd} \left[\int_0^{\alpha_1} \sin^2 \alpha (1 - \cos \alpha) d\alpha + \int_{\alpha}^{\varphi} (A + B \cos \alpha + C \cos^2 \alpha) \sin^2 \alpha (1 - \cos \alpha) d\alpha \right]$$

$$= 2r^3 \cdot \sigma_{cd} \left[E_1 - F_1 + A(E - E_1 - F + F_1) + B(F - F_1 - G + G_1) + C(G - G_1 - H + \frac{F}{5} + I + H_1 - \frac{F_1}{5} - I_1) \right]$$

donde :

$$\eta' = \frac{1}{\pi} \left[E_1 - F_1 + A(E - E_1 - F + F_1) + B(F - F_1 - G + G_1) + C(G - G_1 - J + J_1) \right] \quad (44)$$

7.3. Caso 3.

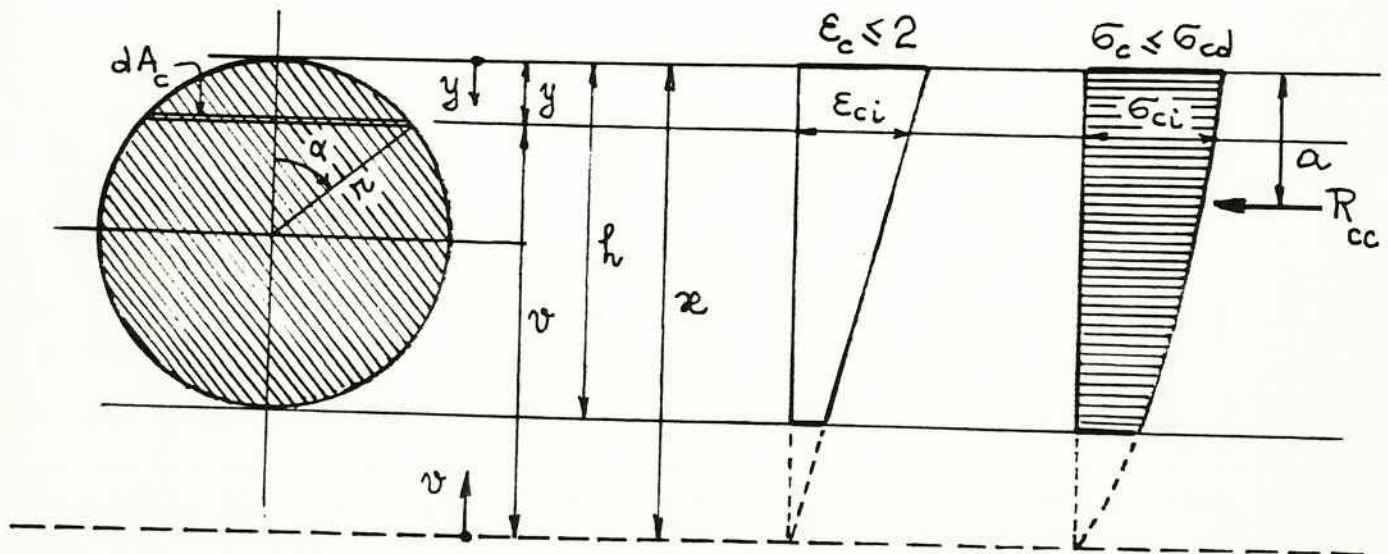


Fig. 6

$$R_{cc} = \int_{A_c} \sigma_{ci} \cdot dA_c = \sigma_{cd} \cdot 2r^2 \int_0^{\pi} (A + B \cos \alpha + C \cos^2 \alpha) \sin^2 \alpha \cdot d\alpha =$$

$$= \sigma_{cd} \cdot \pi r^2 \left(A + \frac{C}{4} \right)$$

$$\eta = A + \frac{C}{4}$$

(45)

$$R_{cc} \cdot a = \int_{A_c} \sigma_{ci} \cdot y \cdot dA_c =$$

$$= \sigma_{cd} \cdot 2r^3 \int_0^\pi (A + B \cos \alpha + C \cos^2 \alpha) (1 - \cos \alpha) \sin^2 \alpha \cdot d\alpha =$$

$$= \sigma_{cd} \cdot \pi r^3 \left(A - \frac{B}{4} + \frac{C}{4} \right) ;$$

$$\text{donde : } \eta' = \frac{4A - B + C}{8}$$

(46)

7.4. Caso 4.

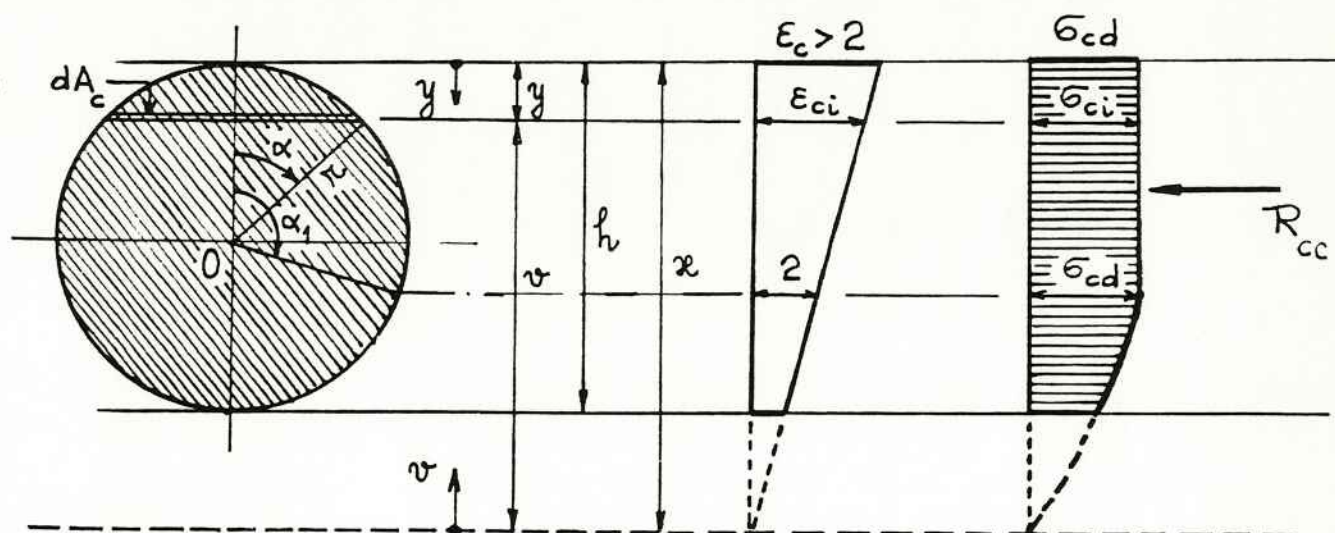


Fig. 7

$$R_{cc} = \int_{A_c} \sigma_{ci} \cdot dA_c =$$

$$= \sigma_{cd} \cdot 2r^2 \left[\int_0^{\alpha_1} \sin^2 \alpha \cdot d\alpha + \int_{\alpha_1}^\pi (A + B \cos \alpha + C \cos^2 \alpha) \sin^2 \alpha \cdot d\alpha \right] =$$

$$= \sigma_{cd} \cdot 2r^2 \left[E_1 + A \left(\frac{\pi}{2} - E_1 \right) - B F_1 + C \left(\frac{\pi}{8} - G_1 \right) \right] ;$$

$$\text{donde : } \eta = \frac{2}{\pi} \left[E_1 + A \left(\frac{\pi}{2} - E_1 \right) - B F_1 + C \left(\frac{\pi}{8} - G_1 \right) \right]$$

(47)

$$R_{cc} \cdot a = \int_{A_c} \sigma_{ci} \cdot y \cdot dA_c =$$

$$= \sigma_{cd} \cdot 2r^3 \left[\int_0^{\alpha_1} \sin^2 \alpha (1 - \cos \alpha) d\alpha + \int_{\alpha_1}^\pi (A + B \cos \alpha + C \cos^2 \alpha) \sin^2 \alpha (1 - \cos \alpha) d\alpha \right] =$$

$$= \sigma_{cd} \cdot 2r^3 \left[E_1 - F_1 + A \left(\frac{\pi}{2} - E_1 + F_1 \right) + B \left(-F_1 - \frac{\pi}{8} + G_1 \right) + C \left(\frac{\pi}{8} - G_1 + H_1 - \frac{F_1 - I_1}{5} \right) \right];$$

$$\text{donde: } \eta' = \left[E_1 - F_1 + A \left(\frac{\pi}{2} - E_1 + F_1 \right) + B \left(-F_1 - \frac{\pi}{8} + G_1 \right) + C \left(\frac{\pi}{8} - G_1 + H_1 \right) \right] \quad (48)$$

8. FORMULÁRIO.

$$D = \varepsilon_c - \frac{\theta}{2}$$

$$A = D - \frac{D^2}{4}$$

$$B = \frac{\theta}{2} \left(1 - \frac{D}{2} \right)$$

$$C = -\frac{\theta^2}{16}$$

$$\varphi = \arccos \frac{\theta - 2\varepsilon_c}{\theta} \quad (\text{p/ casos 1 e 2})$$

$$\alpha_1 = \arccos \frac{\theta - 2\varepsilon_c + 4}{\theta}$$

$$E = \frac{\varphi}{2} - \frac{\sin 2\varphi}{4}$$

$$F = \frac{\sin^3 \varphi}{3}$$

$$G = \frac{\varphi}{8} - \frac{\sin 4\varphi}{32}$$

$$H = \frac{\sin \varphi}{5}$$

$$I = \frac{\sin \varphi \cdot \cos^4 \varphi}{5}$$

$$J = H - \frac{F}{5} - I$$

$$E_1 = \frac{\alpha_1}{2} - \frac{\sin 2\alpha_1}{4} \quad (38)$$

$$F_1 = \frac{\sin^3 \alpha_1}{3} \quad (39)$$

$$G_1 = \frac{\alpha_1}{8} - \frac{\sin 4\alpha_1}{32}$$

$$H_1 = \frac{\sin \alpha_1}{5} \quad (41)$$

$$I_1 = \frac{\sin \alpha_1 \cdot \cos^4 \alpha_1}{5}$$

$$J_1 = H_1 - \frac{F_1}{5} - I_1$$

Caso 1 -

$$\eta = \frac{2}{\pi} (AE + BF + CG)$$

$$\eta' = \frac{1}{\pi} \left[A (E - F) + B (F - G) + C (G - J) \right]$$

Caso 2 -

$$\eta = \frac{2}{\pi} \left[E_1 + A (E - E_1) + B (F - F_1) + C (G - G_1) \right]$$

$$\eta' = \frac{1}{\pi} \left[E_1 - F_1 + A (E - E_1 - F + F_1) + B (F - F_1 - G + G_1) + C (G - G_1 - J + J_1) \right]$$

Caso 3 -

$$\eta = A + \frac{C}{4}$$

$$\eta' = \frac{4A - B + C}{8}$$

Caso 4 -

$$\eta = \frac{2}{\pi} \left[E_1 + A \left(\frac{\pi}{2} - E_1 \right) - BF_1 + C \left(\frac{\pi}{8} - G_1 \right) \right]$$

$$\eta' = \frac{1}{\pi} \left[E_1 - F_1 + A \left(\frac{\pi}{2} - E_1 + F_1 \right) + B \left(-F_1 - \frac{\pi}{8} + G_1 \right) + C \left(\frac{\pi}{8} - G_1 + J_1 \right) \right]$$

No caso 4, é necessário que

$$\varepsilon_c < 2 + \frac{3}{7} \theta$$

para que não haja "ruptura".

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

[1] SANTOS, Lauro Modesto - *Esforços resistentes do concreto - Seção retangular* - Boletim Técnico BT/PEF-8814, Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo - 1988.

[2] SANTOS, Lauro Modesto - *Tabelas momento-curvatura - Seção retangular* - Boletim Técnico BT/PEF-8815, Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo - 1988.

