

Boletim Técnico da Escola Politécnica da USP
Departamento de Engenharia de Telecomunicações
e Controle

ISSN 1517-3550

BT/PTC/0313

Métodos de Decomposição em
Problemas de Estoque e Roteirização

Patrícia Prado Belfiore
Oswaldo Luiz do Valle Costa

São Paulo – 2003

1376163

O presente trabalho é um resumo da dissertação de mestrado apresentada por Patrícia Prado Belfiore, sob orientação do Prof. Dr. Oswaldo Luiz do Valle Costa: "Métodos de Decomposição em Problemas de Estoque e Roteirização", defendida em 24/10/2003, na Escola Politécnica.

A íntegra da dissertação encontra-se à disposição com o autor e na Biblioteca de Engenharia de Eletricidade da Escola Politécnica/USP.

FICHA CATALOGRÁFICA

Belfiore, Patrícia Prado

Métodos de decomposição em problemas de estoque e roteirização / Patrícia Prado Belfiore, Oswaldo Luiz do Valle Costa. -- São Paulo : EPUSP, 2003.

12 p. -- (Boletim Técnico da Escola Politécnica da USP, Departamento de Engenharia de Telecomunicações e Controle ; BT/PTC/0313)

1. Estoques 2. Logística (Administração de materiais) 3. Algoritmos I. Costa, Oswaldo Luiz do Valle II. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Telecomunicações e Controle III. Título IV. Série
ISSN 1517-3550

CDD 658.787

658.5

518.1

Métodos de Decomposição em Problemas de Estoque e Roteirização

Patrícia Prado Belfiore e Oswaldo Luiz do Valle Costa
Universidade de São Paulo, Departamento de Engenharia de Telecomunicações e
Controle

Resumo: Este trabalho trata do problema de estoque e roteirização, que é uma extensão do problema de roteirização de veículos tradicional. O problema consiste em determinar quando e quanto entregar de mercadoria para cada cliente e quais roteiros de entregas utilizar, com o objetivo de minimizar os custos de estoque e distribuição de modo que as demandas dos clientes sejam atendidas. Quando o número de clientes ou rotas de entrega aumenta significativamente, o problema torna-se complexo, dificultando a obtenção da solução ótima. Propõe-se neste trabalho o algoritmo de decomposição de Benders, que decompõe o problema principal em um subproblema de alocação de estoques e outro subproblema de transportes. Finalmente será feita uma análise do desempenho deste algoritmo através de exemplos numéricos.

Palavras-chave: Algoritmo de decomposição de Benders, Problema de Estoque e Roteirização, Vendor Managed Inventory (Estoque Gerenciado pelo fornecedor).

Setembro – 2003

1. Introdução

A eficiência e competitividade de cada empresa dependem do desempenho da cadeia de abastecimento, fazendo com que o ganho individual esteja diretamente inter-relacionado com o ganho total da cadeia de suprimentos. Uma das técnicas visando elevar os ganhos totais da cadeia é o VMI, que tem como objetivo a redução de custos através da integração dos componentes da cadeia logística.

O VMI é uma técnica no qual o fornecedor controla os níveis de estoques de seus clientes, e decide quando e quanto entregar de mercadoria para cada cliente. Em muitas aplicações, o vendedor, além de controlar os estoques dos clientes, também administra uma frota de veículos para transportar os produtos aos clientes. Este problema é chamado Problema de Estoque e Roteirização (IRP – Inventory Routing Problem). O IRP é resultado das novas formas de modelagem e otimização da cadeia de abastecimento baseada na idéia de integração dos diversos componentes logísticos.

O objetivo deste trabalho é estudar metodologias para resolver o Problema de Estoque e Roteirização. Como o IRP é um problema de grande porte, que envolve inúmeras variáveis inteiras, o objetivo do trabalho foi decompor este problema em subproblemas de alocação de estoques e distribuição, através do método de decomposição de Benders. O algoritmo de decomposição de Benders permite a resolução de problemas de programação inteira mista de alta escala.

2. Definição do Problema

O Problema de Estoque e Roteirização (IRP) trata da distribuição de um único produto, a partir de um único centro de distribuição, que atende N clientes dentro de um

horizonte de planejamento T , possivelmente infinito. O cliente i consome o produto a uma taxa u_i e tem uma capacidade de armazenagem C_i . O nível de estoque do cliente i no instante t é I_i^t . A distribuição dos produtos é feita através de M veículos homogêneos e cada veículo tem uma capacidade C_v . A quantidade entregue ao cliente i pela rota r no instante t é Q_{ir}^t . O número total de rotas de entrega é R . Define-se c_r o custo de executar a rota $r = 1, \dots, R$ e $c_{est,i}$ o custo de armazenagem do cliente i .

O objetivo é minimizar o custo médio diário de distribuição durante o horizonte de planejamento de modo que não haja falta de estoques para os clientes. Pode-se adicionar ao modelo custos de estoque, custos de falta (admitindo que pode ocorrer falta de produtos) e até mesmo a função lucro em função dos produtos entregues ou das vendas.

O Problema engloba três fases:

1. Seleção das rotas

Uma rota representa um grupo de clientes que serão visitados por um único veículo, sem especificar a ordem de entrega dos clientes da rota. A definição dos clientes que farão parte de uma mesma rota depende da localização geográfica dos mesmos, da taxa de consumo e da capacidade de armazenagem de cada um deles.

2. Determinar a cada dia quais rotas irão ocorrer e quanto entregar para cada cliente da rota durante cada visita

Selecione as possíveis rotas pela fase 1, a próxima etapa consiste em determinar para cada dia t , quais dessas rotas irão ocorrer, e conseqüentemente quanto entregar para cada cliente da rota.

3. Roteirização de veículos: qual o melhor roteiro

Na fase de roteirização, especifica-se a ordem de entrega dos clientes da rota, para cada uma das rotas obtidas na fase 2.

3. Modelagem

Apresentaremos a seguir a modelagem de cada uma das fases.

3.1 Fase 1: Seleção das rotas

O modelo de seleção das rotas foi baseado na localização geográfica dos clientes, na taxa de consumo, na capacidade de armazenagem e nos custos de estoque de cada cliente. O objetivo é selecionar as rotas de menor custo.

3.2 Fase 2: Determinar a cada dia quais rotas irão ocorrer e quanto entregar para cada cliente da rota durante cada visita.

a) Modelo de programação inteira mista para um único período de acordo com Campbell, Clarke, Kleywegt e Savelsbergh (1997)

Este modelo decide a frequência em um único período T de cada uma das rotas.

Parâmetros:

$R \rightarrow$ total de rotas de entrega

$c_r \rightarrow$ custo de executar a rota r , $r = 1, \dots, R$

$N \rightarrow$ número de clientes

$u_i \rightarrow$ taxa de consumo do cliente i , $i = 1, \dots, N$

$T \rightarrow$ horizonte de planejamento

$C_i \rightarrow$ capacidade de armazenagem do cliente i , $i = 1, \dots, N$

$C_v \rightarrow$ capacidade do veículo

Variáveis de decisão:

Q_{ir} = volume total entregue ao cliente i na rota r no horizonte de planejamento T

x_r = frequência com que a rota r é executada no período T

Formularemos o problema como:

$$\begin{aligned}
 & \min \sum_r c_r x_r \\
 & \sum_{i \in I_r} Q_{ir} \leq \min(C_v, \sum_{i \in I_r} C_i) x_r \quad r = 1, \dots, R \quad (1) \\
 (3.1) \quad & Q_{ir} \leq \min(C_v, C_i) x_r \quad r = 1, \dots, R, i = 1, \dots, N \quad (2) \\
 & \sum_{r \in R_i} Q_{ir} = T u_i \quad i = 1, \dots, N \quad (3) \\
 & x_r \text{ inteiro}, Q_{i,r} \geq 0.
 \end{aligned}$$

O objetivo é minimizar o custo médio diário de distribuição durante o horizonte de planejamento de modo que não haja falta de estoques para os clientes.

A restrição (1) garante que os volumes totais entregues aos clientes i da rota r no período é menor ou igual o mínimo entre a capacidade do veículo e a capacidade total de armazenagem de todos os clientes, multiplicado pelo número de vezes que a rota r foi executada.

A restrição (2) garante que o volume total entregue ao cliente i que pertence a rota r não ultrapassará o mínimo entre a capacidade do veículo e a capacidade de armazenagem do cliente i , multiplicado pelo número de vezes que a rota r é executada.

A restrição (3) garante que o volume total entregue ao cliente i no período é igual a sua taxa de consumo durante o período.

b) Modelo de programação inteira mista multi-período baseado nas idéias de Campbell, Clarke e Savelsbergh (1999)

Neste modelo, as decisões sobre quais rotas irão ocorrer, quanto entregar para cada cliente da rota e qual o melhor roteiro são tomadas diariamente.

Parâmetros adicionais:

c_{est} → custo de armazenagem (R\$/item dia)

M → número de veículos disponíveis

I_i^0 → estoque inicial do cliente i , $i = 1, \dots, N$

I_i^t → nível de estoque do cliente i no instante t , $i = 1, \dots, N$, $t = 1, \dots, T$

T_r = duração da rota r (fração do dia)

T_d = tempo total disponível por dia

Variáveis de decisão:

Q_{ir}^t = volume total entregue ao cliente i da rota r no dia t

x_r^t = variável binária, indica se a rota r é executada no dia t ($x_r^t = 1$) ou não ($x_r^t = 0$)

O nível de estoque do cliente i no instante t pode ser definido como:

$$(3.2) \quad I_i^t = I_i^{t-1} + \sum_{r=1}^R Q_{ir}^t - u_i$$

A quantidade mínima a ser entregue ao cliente i no final do dia t é:

$$(3.3) \quad d_i^t = \max(0, tu_i - I_i^0)$$

A quantidade máxima a ser entregue ao cliente i no final do dia t é:

$$(3.4) \quad D_i^t = tu_i + C_i - I_i^0$$

O Problema pode ser formulado da seguinte maneira:

$$(3.5) \quad \begin{aligned} \min \quad & \sum_t \sum_r c_r x_r^t + \sum_t \sum_i c_{est} I_i^t \\ & d_{it} \leq \sum_{s=1}^t \sum_{r \in R_i} Q_{ir}^s \leq D_{it} \quad i = 1, \dots, N, t = 1, \dots, T \quad (4) \\ & \sum_{i \in I_r} Q_{ir}^t \leq C_v x_r^t \quad r = 1, \dots, R, t = 1, \dots, T \quad (5) \\ & x_r^t \text{ binary}, 0 \leq Q_{ir}^t \leq \min(C_v, C_i). \end{aligned}$$

O objetivo do modelo é minimizar os custos de transporte e estoque de modo que a demanda de todos os clientes sejam atendidas. O modelo pode minimizar apenas os

custos de distribuição, desconsiderando os custos de estoque, sujeito às mesmas restrições.

A restrição (4) garante que não haverá falta de estoque para o cliente i e que a capacidade de armazenagem do cliente i não será excedida.

A restrição (5) garante que o volume total entregue aos clientes i da rota r não excederá a capacidade do veículo.

Se o tempo total disponível por dia for limitado adicionamos a seguinte restrição:

$$\sum_{r=1}^R T_r x_r^t \leq |T_d| \quad t = 1, \dots, T. \quad (6)$$

A restrição (6) garante que o tempo necessário para executar as rotas não excederá o tempo disponível.

Caso o número de veículos (M) em cada período seja limitado, adiciona-se a seguinte restrição:

$$\sum_{r=1}^R x_r^t \leq M \quad t = 1, \dots, T \quad (7)$$

3.3 Fase 3: Roteirização de veículos

Nesta fase, a partir das soluções obtidas na fase 1 e 2, determinam-se as rotas a serem percorridas em cada dia.

Seja N o número de clientes a serem visitados. Tem-se como variável de decisão:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se } j \text{ é atendido depois de } i \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

A função objetivo do modelo é minimizar a distância total percorrida:

$$(3.6) \quad \min \sum_i \sum_j dist_{ij} x_{ij}$$

As restrições são:

$$\sum_{i \in I_r} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in I_r \quad (8)$$

A restrição (8) garante que o veículo chega a cada cliente j uma única vez.

$$\sum_{j \in I_r} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in I_r \quad (9)$$

A restrição (9) garante que veículo sai de cada cliente i uma única vez.

$$u_i - u_j + Nx_{ij} \leq N - 1 \quad \forall i \neq j; i = 1, 2, \dots, N; j = 2, 3, \dots, N + 1 \quad u_i \geq 0 \quad (10)$$

A restrição (10) garante que todos os clientes sejam visitados.

4. Decomposição de Benders

4.1 Considerações iniciais

À medida que o número de clientes aumenta o número de variáveis inteiras cresce significativamente. Os modelos de programação inteira mista de grande porte tornam-se de difícil solução.

Quando o problema é muito complexo, pode ser subdividido em subproblemas. O algoritmo de decomposição decompõe o problema principal em um subproblema de alocação de estoques e um subproblema de roteirização de veículos.

4.2 Decomposição de Benders para programação mista

Considere o problema de programação mista:

$$(4.1) \quad \begin{aligned} \min_{x,y} \quad & c'x + d'y \\ & Ax + By \geq b \\ & x \in I \\ & y \geq 0 \end{aligned}$$

onde I pode ser, por exemplo, um conjunto de números inteiros, ou um outro conjunto de restrições lineares.

Fixando valores de x sobre o problema (4.1), o restante do modelo a ser resolvido é:

$$(4.2) \quad \begin{aligned} Q(\bar{x}) = \min_y \quad & d'y \\ & By \geq b - A\bar{x} \\ & y \geq 0 \end{aligned}$$

O problema completo de minimização pode ser escrito da seguinte forma:

$$(4.3) \quad \min_{x \in I} \left[c'x + \min_y \{ d'y \mid By \geq b - Ax, y \geq 0 \} \right]$$

Pelo Teorema da Dualidade, o problema (4.2) é semelhante a:

$$(4.4) \quad \begin{aligned} Q(\bar{x}) = \max_u \quad & u'(b - A\bar{x}) \\ \text{s.a.} \quad & u'B \leq d' \\ & u \geq 0 \end{aligned}$$

Pelo Teorema da Dualidade, o problema (4.2) somente é viável se o problema (4.4) tem uma solução ótima finita, ou seja, se existe x que satisfaça a condição:

$$(4.5) \quad (d_j)'(b - Ax) \leq 0, \quad j = 1, \dots, l$$

Dessa forma podemos reescrever o problema (4.3) como:

$$(4.6) \quad \begin{aligned} & \min \left\{ c'x + \max_{j=1, \dots, k} (u_j)'(b - Ax) \right\} \\ & x \in I \\ & \text{s.a. } (d_j)'(b - Ax) \leq 0, \quad j = 1, \dots, l \end{aligned}$$

Dessa forma, adicionando e definindo a variável λ como a maior cota inferior de $Q(x)$, reescreve-se (4.6) como:

$$(4.7) \quad \begin{aligned} & \min_{x, \lambda} c'x + \lambda \\ & x \in I, \lambda \in R \\ & \text{s.a.} \end{aligned}$$

$$(4.8) \quad (\bar{d}_j)'(b - Ax) \leq 0, \quad j = 1, \dots, l,$$

$$(4.9) \quad \begin{aligned} & \lambda \geq (\bar{u}_j)'(b - Ax), \quad j = 1, \dots, k, \\ & x \in I \end{aligned}$$

O método de decomposição de Benders baseia-se na aplicação dos conceitos de Dualidade, Projeção e do relaxamento das restrições (4.8) e (4.9) para a resolução do problema (4.1). Com base nestes conceitos o problema (4.1) é reescrito na forma do problema (4.7) com as restrições (4.8) e (4.9).

Passo 1: Resolve-se o problema (4.7) sem as restrições (4.8) e (4.9), caso estas restrições ainda não tenham sido acrescentadas pelo passo 2, encontrando uma solução ótima $(\hat{x}, \hat{\lambda})$. Caso a solução não seja encontrada, o problema (4.1) não tem solução.

Passo 2: Para testar a viabilidade da solução $(\hat{x}, \hat{\lambda})$, resolve-se o problema linear (4.4). Se o valor de $Q(x)$ é menor ou igual a $\hat{\lambda}$, então a solução $(\hat{x}, \hat{\lambda})$ encontrada é ótima para (4.7) a (4.9) e $\hat{y}$ é obtido por $B\hat{y} = b - A\hat{x}$, terminando a otimização. Caso o valor $Q(x)$ for maior que $\hat{\lambda}$, adiciona-se uma restrição do tipo (4.9) ao problema (4.7) com os valores de u' encontrados em (4.4). Se o problema (4.4), com $\hat{x}$, não possuir solução ótima finita, o que significa que $(d_j)'(b - Ax) \geq 0$, então com os valores encontrados em (4.4) adiciona-se uma restrição do tipo (4.8) ao problema (4.7) e retorna-se ao passo 1.

4.3 Aplicações ao Problema de Estoque e Roteirização

Considerando o problema (3.5), podemos definir os vetores c' , x , d' , y e b , e as matrizes A e B de forma a representar o seguinte problema de programação mista:

$$\begin{aligned} \min & c'x + d'y \\ & Ax + By \geq b \\ & x \text{ binário} \end{aligned}$$

que pode ser resolvido aplicando a decomposição de Benders. O vetor x representa as rotas e o vetor y as quantidades entregues.

5. Exemplo Numérico

Considere uma empresa distribuidora que adquire produtos químicos de um fabricante e distribui o produto para seus clientes. Além da distribuição do produto, a empresa é responsável pelo controle do nível de estoque de seus clientes. A distribuição é feita através de uma frota de veículos homogênea, a partir de um único depósito central que atende $N = 10$ clientes. O número de veículos disponíveis para entrega é $M = 2$. O objetivo da empresa é minimizar os custos de distribuição e estoque.

Foram adotadas as seguintes hipóteses:

- Demanda determinística
- Horizonte de planejamento: 7 dias
- Cada veículo pode fazer uma única viagem por dia
- Um cliente pode pertencer a mais de uma rota
- O custo de estoque é igual para todos os clientes

Os dados de demanda, capacidade e estoque inicial de cada cliente, em toneladas, estão na tabela abaixo:

	dem/sem	dem/dia	Capacidade	Est.inicial
Cliente 1	10	2	15	4
Cliente 2	8	1,6	9	3,2
Cliente 3	12,5	2,5	14	5
Cliente 4	8	1,6	10	3,2
Cliente 5	9	1,8	11	3,6
Cliente 6	10	2	12	4
Cliente 7	5	1	7	2
Cliente 8	15	3	17,5	6
Cliente 9	10	2	12	4
Cliente 10	8	1,6	10	3,2

Tabela 5.1: Dados dos clientes em toneladas

Temos a seguir dados de custos e capacidade do veículo:

$$C_{\text{est}} (\$/t \text{ dia}) = 5/t \text{ dia}$$

$$C_{\text{falta}} (\$/t \text{ dia}) = 10/t \text{ dia}$$

$$\text{Custo de transporte} = \text{custo fixo} + \text{custo variável (distância)}$$

Custo fixo (R\$/dia) = R\$100/dia
 Custo variável = R\$1/km
 Custo do pedido = R\$100
 Capacidade do veículo = 20 toneladas

A tabela abaixo mostra a distância entre o depósito (0) e cada cliente e entre os clientes:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	45	31	47	34	19	30	32	35	20	42
1		21	43	55	58	x	49	x	x	35
2			27	29	38	56	48	x	50	44
3				33	50	x	x	x	x	x
4					19	36	x	x	45	x
5						18	56	50	25	x
6							59	44	17	x
7								30	41	18
8									25	50
9										56
10										x

Tabela 5.2: Distância entre o depósito e cada cliente e entre os clientes

6. Resultados e análise de dados

6.1 Resultados da modelagem

6.1.1 Resultados da fase 1: Seleção das rotas

As rotas selecionadas para a fase seguinte encontram-se na tabela abaixo:

Rotas	Clientes	Rotas	Clientes	Rotas	Clientes	Rotas	Clientes
1	1	8	8	15	2 e 4	22	9 e 7
2	2	9	9	16	3 e 4	23	8 e 7
3	3	10	10	17	4 e 5	24	7 e 10
4	4	11	1 e 2	18	5 e 6	25	5, 6 e 9
5	5	12	2 e 3	19	6 e 9	26	8, 6 e 9
6	6	13	1 e 3	20	5 e 9	27	4, 6 e 9
7	7	14	1 e 4	21	8 e 9	28	7, 6 e 9

Tabela 6.1: Rotas selecionadas

6.1.2 Resultados da fase 2: Determinar a cada dia quais rotas irão ocorrer e quanto entregar de mercadoria para cada cliente da rota

a) Modelo de programação mista para um único período

A tabela abaixo mostra a frequência ótima semanal de cada rota (x_r) e a quantidade de mercadoria entregue ao cliente i pela rota r no horizonte de planejamento T :

Cliente	Rota	x _r	Q _{ir}
1	11	1	14
2	11	1	6
2	12	1	5,2
3	12	1	3,5
3	16	1	14
4	16	1	2,2
4	17	1	9
5	17	1	11
5	25	1	1,6
6	25	1	12
6	26	1	2
7	24	1	7
8	8	1	10,6
8	26	1	10,4
9	25	1	6,4
9	26	1	7,6
10	10	1	1,2
10	24	1	10

Tabela 6.2: Frequência semanal das rotas e quantidades entregues a cada cliente

b) Modelo de programação mista multi-período

Primeiramente buscou-se resolver este modelo em uma única fase sem aplicar o algoritmo de decomposição de Benders. Neste caso, a solução do modelo não convergiu. Aplicando o método de decomposição de Benders foi possível obter a solução ótima.

A tabela 6.3 mostra as rotas obtidas para cada dia e a quantidade entregue a cada cliente da rota.

Cliente	Rota	Dia	Q _{ir}
1	11	Quarta	10
2	11	Quarta	8
3	3	Terça	12,5
4	17	Quarta	8
5	17	Quarta	9
6	26	Terça	4
6	26	Sexta	6
7	24	Segunda	5
8	26	Terça	6
8	26	Sexta	9
9	26	Terça	5
9	26	Sexta	5
10	24	Segunda	8

Tabela 6.3: Rotas ocorridas e quantidades entregues

6.1.3 Comparação dos resultados dos modelos com e sem decomposição de Benders

Para podermos comparar os resultados dos modelos, foram feitos 2 estudos, um deles considerando um único problema, e o outro aplicando o algoritmo de decomposição de Benders. A tabela 6.4 compara os resultados do modelo de um único período e do modelo multi-período, com e sem decomposição de Benders.

	dias	var.inteiras	custo	tempo
Sem decomposição				
único período	7	28	1724	9min 35s
multi-período com estoque	7	196	não convergiu	não convergiu
Com decomposição				
único período	7	28	1724	6min 20s
multi-período com estoque	7	196	2305	1h 53min

Tabela 6.4: Comparação dos resultados dos modelos

7. Conclusões

O Problema de Estoque e Roteirização é resultado das novas formas de modelagem e otimização da cadeia de abastecimento baseada na integração dos diversos componentes da cadeia logística. Visto que o IRP é um problema de programação mista de difícil resolução, o objetivo deste trabalho foi estudar metodologias para resolver o modelo. Assim, o problema foi decomposto em subproblemas de alocação de estoque e distribuição. O algoritmo de decomposição de Benders permite a resolução de problemas de programação mista de alta escala.

Referências Bibliográficas

- Anily, S.; Federgruen, A.; *Two-Echelon Distribution Systems with Vehicle Routing Costs and Central Inventories*, Operations Research 41, 37-47 (1993).
- Bard, J.F.; Huang, L.; Jaillet, P.; Dror, M.; *A Decomposition Approach to the Inventory Routing Problem with Satellite Facilities*, Transportation Science 32, 189-203 (1998).
- Bell, W.; Dalberto, L.; Fisher, M.; Greenfield, A.; Jaikumar, R.; Kedia, P.; Mack, R.; Prutzman, P.; *Improving the Distribution of Industrial Gases with an On-Line Computerized Routing and Scheduling Optimizer*, Interfaces 13, nº 6, 4-23 (1983).
- Benders, J.F.; *Partitioning procedures for solving mixed-variables programming problems*, Numerische Mathematik 4, 238-252 (1962).
- Campbell, A.; Clarke, L.; Kleywegt, A.; Savelsbergh, M.; *The Inventory Routing Problem*, The Logistics Institute School of Industrial and Systems Engineering, GA 30332-0205 (1997).
- Campbell, A.; Clarke, L.; Savelsbergh, M.; *An Inventory Routing Problem*, April 28 (1999).
- Christiansen, M.; *Decomposition of a Combined Inventory and Time Constrained Ship Routing Problem*, Transportation Science 33, 3-16 (1999).
- Federgruen, A.; Zipkin, P.; *A Combined Vehicle Routing and Inventory Allocation Problem*, Operations Research 32, 1019-1037 (1984).

Geoffrion, A.M.; *Generalized Benders decomposition*, Journal of Optimization Theory and Applications 10, nº 4, 237-260 (1972).

Ozeki, F.L.; Ando, F.K.; Lima, A.H.P.; Yoshizaki, H. T.Y.; *O Problema do Milk Run: Aplicação de um Modelo de Estoque-Roteirização em uma Indústria de Alimentos*, In: Encontro Nacional de Engenharia de Produção, 20/International Conference on Industrial Engineering and Operations Management 6, São Paulo (2000). Anais, São Paulo: EPUSP/FCAV (2000).

Winston, W. L.; *Introduction to Mathematical Programming. Applications and Algorithms*, 2a.edição, Belmont, Ca. : Duxbury Press (1995).

BOLETINS TÉCNICOS - TEXTOS PUBLICADOS

- BT/PTC/9901 – Avaliação de Ergoespirômetros Segundo a Norma NBR IEC 601-1- MARIA RUTH C. R. LEITE, JOSÉ CARLOS TEIXEIRA DE B. MORAES
- BT/PTC/9902 – Sistemas de Criptofonia de Voz com Mapas Caóticos e Redes Neurais Artificiais – MIGUEL ANTONIO FERNANDES SOLER, EUVALDO FERREIRA CABRAL JR.
- BT/PTC/9903 – Regulação Sincronizada de Distúrbios Senodais – VAIDYA INÉS CARRILLO SEGURA, PAULO SÉRGIO PEREIRA DA SILVA
- BT/PTC/9904 – Desenvolvimento e Implementação de Algoritmo Computacional para Garantir um Determinado Nível de Letalidade Acumulada para Microorganismos Presentes em Alimentos Industrializados – RUBENS GEDRAITE, CLÁUDIO GARCIA
- BT/PTC/9905 – Modelo Operacional de Gestão de Qualidade em Laboratórios de Ensaio e Calibração de Equipamentos Eletromédicos – MANUEL ANTONIO TAPIA LÓPEZ, JOSÉ CARLOS TEIXEIRA DE BARROS MORAES
- BT/PTC/9906 – Extração de Componentes Principais de Sinais Cerebrais Usando Karhunen – Loève Neural Network – EDUARDO AKIRA KINTO, EUVALDO F. CABRAL JR.
- BT/PTC/9907 – Observador Pseudo-Derivativo de Kalman Numa Coluna de Destilação Binária – JOSÉ HERNANDEZ LÓPEZ, JOSÉ JAIME DA CRUZ, CLAUDIO GARCIA
- BT/PTC/9908 – Reconhecimento Automático do Locutor com Coeficientes Mel-Cepstrais e Redes Neurais Artificiais – ANDRÉ BORDIN MAGNI, EUVALDO F. CABRAL JÚNIOR
- BT/PTC/9909 – Análise de Estabilidade e Síntese de Sistemas Híbridos – DIEGO COLÓN, FELIPE MIGUEL PAIT
- BT/PTC/0001 – Alguns Aspectos de Visão Multiescalas e Multiresolução – JOÃO E. KOGLER JR., MARCIO RILLO
- BT/PTC/0002 – Placa de Sinalização E1: Sinalização de Linha R2 Digital Sinalização entre Registradores MFC- PHILLIP MARK SEYMOUR BURT, FERNANDA CARDOSO DA SILVA
- BT/PTC/0003 – Estudo da Técnica de Comunicação FO-CDMA em Redes de Fibra Óptica de Alta Velocidade – TULIPA PERSO, JOSÉ ROBERTO DE A. AMAZONAS
- BT/PTC/0004 – Avaliação de Modelos Matemáticos para Motoneurônios – DANIEL GUSTAVO GOROSO, ANDRÉ FÁBIO KOHN
- BT/PTC/0005 – Extração e Avaliação de Atributos do Eletrocardiograma para Classificação de Batimentos Cardíacos – ELDER VIEIRA COSTA, JOSÉ CARLOS T. DE BARROS MORAES
- BT/PTC/0006 – Uma Técnica de Imposição de Zeros para Auxílio em Projeto de Sistemas de Controle – PAULO SÉRGIO PIERRI, ROBERTO MOURA SALES
- BT/PTC/0007 – A Connected Multireticated Diagram Viewer – PAULO EDUARDO PILON, EUVALDO F. CABRAL JÚNIOR
- BT/PTC/0008 – Some Geometric Properties of the Dynamic Extension Algorithm – PAULO SÉRGIO PEREIRA DA SILVA
- BT/PTC/0009 – Comparison of Alternatives for Capacity Increase in Multiple-Rate Dual-Class DS/CDMA Systems – CYRO SACARANO HESI, PAUL ETIENNE JESZESKY
- BT/PTC/0010 – Reconhecimento Automático de Ações Faciais usando FACS e Redes Neurais Artificiais – ALEXANDRE TORNICE, EUVALDO F. CABRAL JÚNIOR
- BT/PTC/0011 – Estudo de Caso: Tornando um Projeto Testável Utilizando Ferramentas Synopsys – REINALDO SILVEIRA, JOSÉ ROBERTO A. AMAZONAS
- BT/PTC/0012 – Modelos Probabilísticos para Rastreamento em Carteiras de Investimento – HUGO G. V. DE ASSUNÇÃO, OSWALDO L. V. COSTA
- BT/PTC/0013 – Influência de um Controle Imperfeito de Potência e Monitoramento da Atividade Vocal na Capacidade de Sistemas DS/CDMA – MÁRCIO WAGNER DUARTE ROLIM, PAUL JEAN ETIENNE JESZESKY
- BT/PTC/0014 – Canceladores de Interferência Sucessivo e Paralelo para DS/CDMA – TAUFIK ABRÃO, PAUL JEAN E. JESZESKY
- BT/PTC/0015 – Transmissão de Serviços de Multimídia num Sistema Móvel Celular CDMA de Banda Larga – EDUARDO MEIRELLES MASSAUD, PAUL JEAN ETIENNE JESZESKY
- BT/PTC/0016 – Disseminação do HIV em uma População Homossexual Heterogênea – MARCOS CASADO CASTÑO, JOSÉ ROBERTO CASTILHO PIQUEIRA
- BT/PTC/0017 – Implementação e Avaliação em Laboratório de um Monitor Cardíaco Portátil para Três Derivações – RAISA FERNÁNDEZ NUNEZ, JOSE CARLOS TEIXEIRA DE BAROS MORAES
- BT/PTC/0018 – Projeto de Filtros Recursivos de N-ésima Banda – IRINEU ANTUNES JÚNIOR, MAX GERKEN
- BT/PTC/0019 – Relative Flatness and Flatness of Implicit Systems – PAULO SÉRGIO PEREIRA DA SILVA, CARLOS CORRÊA FILHO
- BT/PTC/0020 – Estimativa de Fluxo Sangüíneo nas Artérias Coronárias Usando Imagens de Cineangiocardiografia – ANA CRISTINA DOS SANTOS, SÉRGIO SHIGUEMI FURUIE
- BT/PTC/0021 – Modelos Populacionais para AIDS e Análise do Equilíbrio sem Epidemia – ELIZABETH FERREIRA SANTOS, JOSÉ ROBERTO CASTILHO PIQUEIRA

- BT/PTC/0101 – Model-Based Soft-Sensor Design for On-Line Estimation of the Biological Activity in Activated Sludge Wastewater Treatment Plants – OSCAR A. Z. SOTOMAYOR, SONG WON PARK, CLAUDIO GARCIA
- BT/PTC/0102 – Reconhecimento Automático do Locutor Utilizando a Rede Neural Artificial *Field Distributed Memory* – FDM – MARCELO BLANCO, EUVALDO F. CABRAL JR.
- BT/PTC/0103 – Algoritmos de Filtragem e Previsão em Modelos de Volatilidade – FERNANDO LOVISOTTO, OSWALDO L. V. COSTA
- BT/PTC/0104 – Método de Diferenças Temporais Aplicado às Equações de Riccati Acopladas entre Si – OSWALDO L. V. COSTA, JULIO C. C. AYA
- BT/PTC/0105 – Método de Diferenças Finitas e de Monte Carlo em Derivativos – ANDRÉ CURY MAIALI, OSWALDO LUIZ DO VALLE COSTA
- BT/PTC/0106 – Resolução de um Problema Inverso de Eletromagnetismo por Meio de Redes Neurais Artificiais – ARNALDO MEGRICH, JORGE MIECZYSLAW JANISZEWSKI
- BT/PTC/0107 – Projeto de Controlador de Temperatura para Perfusão Peritoneal com Hipertermia e Quimioterapia – GIANCARLO ANTONIO BERZACOLA, FUAD KASSAB JÚNIOR
- BT/PTC/0108 – O Papel de Diferentes Grupos Populacionais na Transmissão Sexual do HIV – ELIZABETH FERREIRA SANTOS, JOSÉ ROBERTO CASTILHO PIQUEIRA
- BT/PTC/0109 – Terapias Ótimas Anti-HIV para a Redução da Transmissão Vertical – RENATO BEVILACQUA, LUIZ HENRIQUE ALVES MONTEIRO
- BT/PTC/0110 – Brain Signal Analysis Using Non-Linear ARIMA Models – ERNANE J. X. COSTA, EUVALDO FERREIRA CABRAL JR.
- BT/PTC/0111 – Cancelamento de Eco Acústico Estéreo: Análise de Algoritmos Adaptativos e um novo Método de Redução do Desalinhamento – ROBERTO ROSCHEL BELLI, PHILLIP MARK SEYMOUR BURT
- BT/PTC/0112 – Natural Gas Flow Computer With Open Architecture Using Intelligent Instrumentation And Field Bus – OSMEL REYES VAILLANT, CLAUDIO GARCIA
- BT/PTC/0113 – Aplicação de Métodos de Inteligência Artificial em Inteligência de Negócios – ROGÉRIO GARCIA DUTRA, EUVALDO FERREIRA CABRAL JR.
- BT/PTC/0114 – Detectores Multiusuário para DS/CDMA – Canceladores de Interferência – TAUFIK ABRÃO, PAUL JEAN E. JESZENSKY
- BT/PTC/0115 – Reconhecimento Automático do Locutor Usando Pré-Processamento em Sons Nasalizados com Diversos Classificadores Neurais – ROBERTO AMILTON BERNARDES SÓRIA, EUVALDO FERREIRA CABRAL JR.
- BT/PTC/0116 – Aplicando a Técnica de Times Assíncronos na Otimização de Problemas de Empacotamento Unidimensional – REINALDO DE BERNARDI, TSEN CHUNG KANG
- BT/PTC/0117 – A Simplified Implementation of the Theory of Emotions for Emotots – RODRIGO DE TOLEDO CAROPRESO, RODRIGO DIAS MORGADO, EUVALDO FERREIRA CABRAL JR.
- BT/PTC/0118 – Modelos Dinâmicos Aplicados à Propagação de Vírus em Redes de Computadores – BETYNA FERNÁNDEZ NAVARRO, JOSÉ ROBERTO CASTILHO PIQUEIRA
- BT/PTC/0119 – Técnicas para Melhorar o Desempenho do Método dos Análogos Modificado em Predição de Séries Temporais Caóticas – LUIZ MONZÓN BENITEZ, ADEMAR FERREIRA
- BT/PTC/0120 – Um Modelo Microscópico para a Simulação de uma Intersecção Semaforizada – EDUARDO ULI NELLAR, ADEMAR FERREIRA
- BT/PTC/0121 – Subspace Identification Methods Applied to Activated Sludge Processes: A Performance Comparison Study – OSCAR A. Z. SOTOMAYOR, SONG WON PARK, CLAUDIO GARCIA
- BT/PTC/0122 – Controle Avançado de Temperatura para Perfusão Peritoneal com Hipertermia e Quimioterapia - ARNALDO LAGANARO JUNIOR, FUAD KASSAB JUNIOR
- BT/PTC/0123 – Análise de Sinais Biológicos Utilizando *Wavelets* – FRANCO BELTRAME RUNZA, FUAD KASSAB JUNIOR
- BT/PTC/0123 – Certificação de Estimuladores Neuromusculares no Sistema Brasileiro de Certificação de Equipamentos Médicos – EDUARDO RODRIGUES MANDL, JOSÉ CARLOS TEIXEIRA DE BARROS
- BT/PTC/0201 – Aplicação de Transformadas Tempo – Frequência e de Redes Neurais Artificiais no Processamento Digital de Sinais Cerebrais – MARCOS TEIXEIRA DE FREITAS FILHO, EUVALDO FERREIRA CABRAL JR.
- BT/PTC/0202 – Aspectos de Identificação para Controle de Sistemas NARX usando Redes Neurais RBF – RITA DE Cássia PAVANI LAMAS, ADEMAR FERREIRA
- BT/PTC/0203 – A Equação de Riccati Estacionária na Estimação Linear em Sistemas Lineares Discretos no Tempo com Saltos Markovianos – SUSSET GUERRA JIMENEZ, OSWALDO LUIZ DO VALLE COSTA
- BT/PTC/0204 – Comparação entre Algoritmos de Identificação Não-Assistida de Canais de Comunicação Baseados em Estatísticas de Segunda Ordem – CLÁUDIO JOSÉ BORDIN JUNIOR, LUIZ ANTONIO BACCALA
- BT/PTC/0205 – Desenvolvimento de um Simulador de uma Sub-Rede da Medula Espinhal – ROGÉRIO RODRIGUES LIMA CISI, ANDRÉ FABIO KOHN
- BT/PTC/0206 – Novos Modelos de Motoneurônios de Vertebrados – MARCOS FRAGA VIEIRA, ANDRÉ FABIO KOHN

- BT/PTC/0207 – Modelagem Auto-Regressiva e Memórias Associativas na Classificação de Sinais Eletromiográficos de Agulhas – IARA KAZUYO IKE, CINTHIA ITIKI
- BT/PTC/0208 – Análise da Classificação e da Síntese de Expressões Faciais com Redes Neurais Artificiais – OLIMPO MURILO CAPELI, EUVALDO FERREIRA CABRAL JUNIOR
- BT/PTC/0209 – Guiagem Automática de um Veículo Autônomo Baseada em Sistema de Visão – NICOLÁS CÉSAR LAVINIA, JOSÉ JAIME DA CRUZ
- BT/PTC/0210 – Some Geometric Properties of Differential-Algebraic Equations – PAULO SÉRGIO PEREIRA DA SILVA, CARLOS JUTTI WATANABE
- BT/PTC/0211 – Modelos de Média-Variância de Período Simples e Multi-Períodos na Análise de Carteiras de Investimento – MARGARETH AP. DE SOUZA BUENO, OSWALDO LUIZ DO VALLE COSTA
- BT/PTC/0212 – Avaliação da Utilização de Centrais Públicas de Informações de Crédito num Modelo de Previsão para Risco de Crédito – GUILHERME GONZALEZ C. PARENTE, OSWALDO LUIZ DO VALLE COSTA
- BT/PTC/0213 – Propagação de Erros de Frequência em Redes Mestre Escravo em Estrela Dupla – SANTOS ANDRÉS CASTILHO VARGAS, JOSÉ ROBERTO CASTILHO PIQUEIRA
- BT/PTC/0214 – Avaliação Prática de um Algoritmo de Alta Resolução na Determinação de Frequências de Ressonância em Estruturas de Grande Porte – LUIZ ANTONIO BARBOSA COELHO, LUIZ ANTONIO BACCALÁ
- BT/PTC/0301 – Finite Horizon Quadratic Optimal Control Problem of Markovian Jump Linear Systems With Partial Information – ESTEBAN FERNANDEZ TUESTA, OSWALDO LUIZ DO VALLE COSTA
- BT/PTC/0302 – A Framework for Admission Control Based on Aggregate Traffic Measurements and Network Characterization – ALEXANDRE BARBOSA DE LIMA, JOSE ROBERTO DE ALMEIDA AMAZONAS
- BT/PTC/0303 – Identificação Nebulosa da Concentração de Oxigênio Dissolvido do Tanque de Aeração de uma Estação de Tratamento de Esgotos por Lodos Ativados – ALEXANDRE MAGNO PARENTE DA ROCHA, CLAUDIO GARCIA
- BT/PTC/0304 – Cálculo de Balanço de Potência em Sistemas DWDM com Spans Variáveis e Amplificadores com Curva de Ganho não Plana – WALMARA DE PAULA HERMAN, JOSÉ ROBERTO DE ALMEIDA AMAZONAS
- BT/PTC/0305 – Robust Model Tracking and 2-D Control Design – FABRIZIO LEONARDI, JOSÉ JAIME DA CRUZ
- BT/PTC/0306 – Classificação de Ações do Mercado Financeiro Utilizando Técnicas Fuzzy – RENATO APARECIDO AGUIAR, ROBERTO MOURA SALES
- BT/PTC/0307 – Esquemas de Multitaxa para Sistemas CDMA de Banda Larga – ANDRÉ FAGUNDES DA ROCHA, PAUL JEAN ETIENNE JESZENSKY
- BT/PTC/0308 – A Time-Invariant Flat System Always Admits a Time-Invariant Flat Output – PAULO SERGIO PEREIRA DA SILVA, PIERRE ROUCHON
- BT/PTC/0309 – Otimização Robusta de Carteiras Utilizando Desigualdades Matriciais Lineares – RODRIGO BARROS NABHOLZ, OSWALDO LUIZ DO VALLE COSTA
- BT/PTC/0310 – Desenvolvimento de um Controlador Automático para Sistemas de Guiagem de Tiras de Aço em Linhas de Processos Siderúrgicos – AMAURI DIAS DE CARVALHO, JOSÉ JAIME DA CRUZ
- BT/PTC/0311 – Sincronismo em Redes Mestre-Escravo de Via Única: Estrela Simples, Cadeia Simples e Mista – CARLOS NEHEMY MARMO, JOSÉ ROBERTO CASTILHO PIQUEIRA
- BT/PTC/0312 – Aprendizado por Reforço Aplicado a Sistemas Neuro-Difusos para o Controle de Sinais de Trânsito – LEONCIO ZÁRATE GAMARRA, ADEMAR FERREIRA

