and cannot be in the last row if $n \neq 2(\ell+1)$.
— *(18 de abril de 1995).*

*Partially supported by grants from CNPq.

SOLUÇÕES PERIÓDICAS DA EQUAÇÃO DE LIENARD

HAMILTON LUIZ GUIDORIZZI

Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, São Paulo, SP.

Com auxílio da família de funções

$$S_{\alpha,k}(x,y) = \int_0^{H(x,y,\alpha,k)} \frac{s}{\alpha s+1}ds + \int_0^x g(u)du$$

onde

$$H(x,y,\alpha,k) = y + F(x) - \alpha G(x) - k,$$

$$F(x) = \int_0^x f(u)du \ \text{ e } \ G(x) = \int_0^x g(u)du,$$

são estabelecidas condições suficientes para existência de soluções periódicas bem como condições suficientes para estabilidade assintótica da origem da equação de Lineard $\ddot{x} + f(x)\dot{x} + g(x) = 0$, onde f e g são funções contínuas de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$, satisfazendo condições que garantam unicidade de soluções, com $xg(x) > 0$ para $x \neq 0$. Um dos resultados obtidos é o seguinte:

Teorema. *Suponha que a origem seja repulsora e que existem constantes $\alpha > 0$, $k \leq 0$, $k_1 \geq 0$ e $a < 0 < b$ tais que:*

i) $F(x) \leq k_1$ *para* $a \leq x \leq 0$ *e* $F(a) \leq k_1 - \left[\left(k - \frac{1}{\alpha} - k_1\right)^2 - 2G(a)\right]^{\frac{1}{2}}$

ii) $F(x) \geq \alpha G(x) + k$ *para* $0 \leq x \leq b$ *e* $F(b) \geq k + \left[\left(\frac{1}{\alpha} + 2k_1 - 2k\right)^2 - 2G(b)\right]^{\frac{1}{2}}$.

Nestas condições a equação admite pelo menos uma solução periódica não trivial.

Exemplo. Consideremos a equação

$$\ddot{x} + \left[x^3 + 4x^2 + 3x - \frac{1}{12}\right]\dot{x} + x = 0.$$

Temos

$$F(x) = \frac{x^4}{4} + \frac{4x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} - \frac{x}{12} \ \text{ e } \ G(x) = \frac{x^2}{2}.$$

Tomando-se

$$k_1 = F(-1), \ \alpha = 3 \ \text{ e } \ k = -\frac{1}{12},$$

existe $-1 < a < 0$ tal que $F(x) \leq k_1$, $a \leq x \leq 0$,

$$F(a) \leq k_1 - \left[\left(k - \frac{1}{\alpha} - k_1\right)^2 - 2G(a)\right]^{\frac{1}{2}}$$

e $F(x) \geq \alpha G(x) + k$ para $x \geq 0$. De

$$\lim_{x\to+\infty} F(x) = +\infty$$

segue existe $b > 0$ tal que

$$F(b) \geq k + \left[\left(\frac{1}{\alpha} + 2k_1 - 2k\right)^2 - 2G(b)\right]^{\frac{1}{2}}$$

A origem é evidentemente repulsora. Pelo teorema a equação admite pelo menos uma solução periódica não trivial. — *(18 de abril de 1995).*

HIPERBOLICIDADE GLOBAL DA RENORMALIZAÇÃO DE TRANSFORMAÇÕES DO CÍRCULO

EDSON DE FARIA E WELINGTON DE MELO

Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, São Paulo, SP.

A noção de renormalização desempenha um importante papel no estudo de propriedades estruturais finas de sistemas dinâmicos unidimensionais. Se $f: S^1 \to S^1$ é um homeomorfismo crítico de classe C^r sem pontos periódicos, definimos sua n-ésima renormalização $\mathcal{R}^n(f)$ como sendo a transformação de primeiro retorno de Poincaré ao intervalo de extremos $f^{q_n}(c)$ e $f^{q_{n+1}}(c)$ que contém o ponto crítico c. Temos desta forma um *operador renormalização* $\mathcal{R}: C^r \to C^r$. A conjectura central nesse contexto diz respeito à hiperbolicidade deste operador, e pode ser enunciada da seguinte forma. Por brevidade, consideramos aqui somente o caso analítico $(r = \omega)$.

Conjectura. (Feigenbaum, Lanford, Rand) O operador renormalização $\mathcal{R}: C^\omega \to C^\omega$ possui um atrator global tipo *horseshoe*, isto é, existe $\mathcal{A} \subseteq C^\omega$ compacto e invariante sob $\mathcal{R}$ tal que: (a) $\mathcal{R}^n(f) \to \mathcal{A}$ para todo $f \in C^\omega$; (b) $\mathcal{R}|\mathcal{A}$ é topologicamente conjugado ao shift bilateral em $(\mathbb{N}^*)^{\mathbb{Z}}$ e (c) $\mathcal{R}|\mathcal{A}$ é hiperbólico.

A existência de $\mathcal{A}$ com as propriedades (a) e (b) foi essencialmente estabelecida em trabalho anterior de um dos autores (E. de Faria, *Proof of universality for critical circle mappings*, Thesis, CUNY, 1992). No que diz respeito à hiperbolicidade, temos até o momento o seguinte resultado parcial.