

MÉTODOS MULTIVARIADOS PARA AGRUPAMENTO DE BOVINOS HEREFORD EM FUNÇÃO DE SUAS CURVAS DE CRESCIMENTO

Luiz Ricardo NAKAMURA¹

Taciana Villela SAVIAN²

Carlos Tadeu dos Santos DIAS²

Luiz Roberto Martins PINTO³

Ana Rita de Assumpção MAZZINI⁴

■ **RESUMO:** O ajuste de uma única curva média para uma população inteira de animais frequentemente fornece informações equivocadas com super ou subestimação das características de alguns dos animais estudados. Neste artigo, sugere-se que curvas de crescimento distintas sejam ajustadas para grupos de indivíduos que apresentem perfis homogêneos de crescimento. Para isto, sugere-se como método analítico, o ajuste dos perfis por meio de modelos não-lineares, seguido da análise de componentes principais - em que as variáveis são os parâmetros do modelo utilizado - e o agrupamento dos bovinos similares por meio da análise de agrupamento hierárquico, pelo método de Ward, a partir dos escores de cada animal. Este procedimento possibilitou a formação de cinco grupos de animais com características distintas e a identificação e caracterização dos animais que se destacam, positiva ou negativamente, no que tange ao seu peso assintótico e a taxa de crescimento.

■ **PALAVRAS-CHAVE:** Análise biplot; análise de agrupamento; análise de componentes principais; modelo não-linear.

¹Universidade de São Paulo – USP, Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiróz” - ESALQ, Programa de Pós-Graduação em Estatística e Experimentação Agronômica, CEP: 13418-900, Piracicaba, São Paulo, Brasil. E-mail: trnakamura@usp.br

²Universidade de São Paulo – USP, Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiróz” - ESALQ, Departamento de Ciências Exatas, CEP: 13418-900, Piracicaba, São Paulo, Brasil. E-mail: tvsvian@usp.br / ctsdias@usp.br

³Universidade Estadual de Santa Cruz - UESC, Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas, CEP: 45662-900, Ilhéus, Bahia, Brasil, E-mail: luizroberto.uesc@gmail.com

⁴Universidade Federal de Pelotas – UFPEL, Departamento de Matemática e Estatística, CEP: 96010-000, Capão do Leão, Rio Grande do Sul, Brasil. E-mail: arita@via-rs.net

1 Introdução

A avaliação do perfil de crescimento do peso de animais pode ser consistentemente estudada por meio de curvas de crescimento (CC) (Figueiredo Filho *et al.*, 2013; Malhado *et al.*, 2008; Mazzini *et al.*, 2003). Para tal, diferentes tipos de modelos de regressão não-linear são adequados, pois apresentam parâmetros biologicamente interpretáveis, que são importantes para a avaliação do efeito de variações genética e ambiental no crescimento do animal (Silva *et al.*, 2011; Cruz, Costa e Ribeiro, 2009; Freitas, 2005).

O crescimento animal é influenciado pelas condições em que vive e, portanto, sob determinadas situações, apresenta comportamento cíclico. Isto é observado, por exemplo, quando o período de inverno rigoroso proporciona estacionaridade no crescimento, fazendo com que a CC apresente fases significativamente distintas. Nesse caso, é necessária a utilização de modelos multifásicos, que condensam dois ou mais submodelos em um único modelo. Este tipo de modelo explica o crescimento dos animais em cada um dos ciclos de crescimento, uma vez que ele possui parâmetros específicos para cada uma das fases de crescimento (Koops e Grossman, 1991).

Os trabalhos referentes ao estudo de CC em animais frequentemente ajustam perfis individuais e o perfil médio para todos os animais (Lopes *et al.*, 2011; Souza *et al.*, 2010; Carneiro *et al.*, 2009). O problema no ajuste do perfil médio é que os animais com pesos assintóticos e/ou com taxas de crescimento mais, ou menos, favoráveis não são evidenciados. Quanto aos ajustes individuais, tem-se a possibilidade de utilizar as estimativas dos parâmetros do modelo ajustado às CC de cada animal como características de interesse em programas de melhoramento e identificar indivíduos e/ou grupos de indivíduos com diferentes perfis de crescimento, o que pode conduzir a uma otimização do sistema de produção por meio de diferentes sistemas de manejo de acordo com a eficiência do crescimento de cada grupo. Para a identificação desses grupos podem ser utilizadas técnicas multivariadas como, por exemplo, a análise de agrupamento (Souza *et al.*, 2013; Silveira *et al.*, 2011; Maia *et al.*, 2009).

Com base nesse princípio, este trabalho visa identificar e utilizar curvas médias para grupos de bovinos similares, possibilitando o reconhecimento de animais que se destacam, positiva e negativamente, em relação ao seu crescimento, por meio de métodos estatísticos multivariados. Para isto, reproduziu-se os ajustes obtidos em Mendes (2007), que afirma que o modelo Gompertz é o mais adequado a esse tipo de dado. Com a escolha e ajuste do modelo Gompertz aplicaram-se os métodos multivariados: análise de componentes principais, análise biplot e análise de agrupamento, para a criação dos grupos de animais.

2 Material e métodos

Os dados utilizados neste trabalho foram apresentados por Mendes (2007) e referem-se a pesagens de 55 fêmeas da raça Hereford, nascidas nos anos de 1999 a

2001, em Bagé-RS. As pesagens consideradas foram realizadas de 15 em 15 dias, desde o nascimento do animal até, aproximadamente, 675 dias.

Um dos métodos estatísticos multivariados aplicados neste trabalho foi a análise de componentes principais (ACP), que não admite observações faltantes em seu processo. Por isto, as quatro últimas pesagens dos animais não foram consideradas, o que permitiu o ajuste e convergência de um maior número de modelos.

Para o ajuste das curvas de crescimento dos animais, foi utilizado o modelo de regressão não-linear, descrito em Draper e Smith (1998) como: $y_t = f(x_t, \theta) + \varepsilon_t$; em que y_t é a observação da variável dependente, $f(x_t, \theta)$ é a função resposta que possui forma funcional conhecida, x_t representa a variável independente, θ é o vetor de parâmetros e ε_t é o erro experimental suposto independente, normalmente distribuído com média zero e variância constante σ^2 . Como função resposta, neste trabalho foi utilizado o modelo Gompertz difásico, sugerido por Mendes (2007). Para o modelo supracitado foram consideradas algumas modificações em sua parametrização e, em decorrência desse fato, foi adicionada uma estrutura de erros autorregressiva de primeira ordem, uma vez que não foi necessária uma ordem superior de acordo com o teste de Dubin-Watson. Logo, o modelo considerado no estudo é dado por:

$$y_{it} = A_{i1}e^{-\exp(B_{i1}-K_{i1}x_{it})} + A_{i2}e^{-\exp(B_{i2}-K_{i2}x_{it})} + \varepsilon_{it} + \phi_{i1}\varepsilon_{i(t-1)}, \quad (1)$$

em que A_{i1} corresponde ao peso assintótico da primeira fase do modelo do i -ésimo animal, $A_{i1} + A_{i2}$ corresponde ao peso assintótico da segunda fase do modelo do i -ésimo animal, K_{i1} e K_{i2} fazem referência às taxas de crescimento da primeira e segunda fases do i -ésimo animal, respectivamente, B_{i1} e B_{i2} não possuem significado prático e o parâmetro ϕ_{i1} representa a parte autorregressiva do modelo. A estimativa dos parâmetros do modelo foi realizada pelo método dos mínimos quadrados generalizados (Souza, 1998), devido a heterocedasticidade entre animais e a presença de processo autorregressivo nos resíduos. O método numérico para a estimativa dos parâmetros foi o de Marquardt.

Em uma segunda etapa, os parâmetros do modelo apresentado em (1), foram considerados como variáveis em uma análise de componentes principais (ACP). Este método analítico tem como objetivo principal construir novas variáveis aleatórias que são combinações lineares (componentes principais) das p -variáveis originais (Johnson e Wichern, 2007). A partir dessas variáveis é possível construir p componentes principais, retendo-se os k primeiros componentes principais que expliquem uma proporção de variância original satisfatória para o problema em estudo ($k < p$) (Johnson e Wichern, 2007). Para a escolha do número k de componentes principais, utilizou-se os seguintes critérios de seleção: i) Critério de Kaiser, que consiste em reter todos os componentes principais com autovalores maiores ou iguais a um; e ii) Análise da representividade em relação a variância original, retendo-se os k componentes que representam uma percentagem $\gamma \times 100\%$ da variância original dos dados.

Matematicamente, o j -ésimo componente principal amostral da matriz de correlação amostral (\mathbf{R}), de dimensão $p \times p$, é dado por:

$$Y_j = \mathbf{e}'_j \mathbf{Z} = e_{j1} Z_1 + \cdots + e_{jp} Z_p, \quad j = 1, \dots, p, \quad (2)$$

em que $\mathbf{e}_1, \dots, \mathbf{e}_p$ são os autovetores correspondentes aos autovalores $\lambda_1, \dots, \lambda_p$ extraídos da matriz de correlação amostral (\mathbf{R}), Y_j é o j -ésimo componente principal e \mathbf{Z} é a matriz contendo os dados padronizados pela média e desvio padrão. Após o cálculo dos componentes principais, os escores de cada observação são obtidos por meio da equação (2).

Com a estimativa dos componentes principais é possível construir o gráfico biplot (Gabriel, 1971). Este método analítico tem como principal objetivo realizar a representação gráfica de uma matriz \mathbf{X} de dados aproximada para uma matriz \mathbf{A} de menor dimensão (Lavoranti, Dias e Vencovsky, 2002). O biplot é considerado como uma generalização do gráfico de dispersão (Greenacre, 2010). Essa representação gráfica é baseada na decomposição em valores singulares (Eckart e Young, 1939) e pode ser expressa em duas ou três dimensões. Lara, Corrêa e Dias (2005), afirmam que é possível fatorar qualquer matriz \mathbf{X} , de dimensão $n \times m$ com posto r , como:

$$\mathbf{X} = \mathbf{GH}', \quad (3)$$

em que \mathbf{G} é uma matriz de dimensão $n \times r$ e \mathbf{H} é uma matriz de dimensão $m \times r$, ambas necessariamente de posto r , com $r < p$.

O biplot pode ser obtido representando-se cada linha como um ponto G_n com coordenada (g_{i1}, g_{i2}) , $i = 1, \dots, n$, e cada coluna um vetor iniciado na origem até o ponto H_m com coordenadas (h_{j1}, h_{j2}) , $j = 1, \dots, p$, em um gráfico bidimensional, ou seja, os vetores representam as variáveis em estudo e os pontos, os indivíduos. Neste gráfico, quanto mais as variáveis estão relacionadas, menor o ângulo entre os dois vetores que as representam. Quanto maior for a influência de uma variável em determinado eixo, ou componente principal, maior será a norma do vetor que representa esta variável (Greenacre, 2010).

Após a escolha dos componentes principais e a construção e análise do gráfico biplot, foi conduzida a análise de agrupamento (AA), que tem como objetivo dividir os elementos de uma amostra em subgrupos distintos, de forma que cada um deles possua elementos com características similares. O método frequentemente utilizado para agrupar, hierarquicamente, objetos similares é o método de Ward devido ao seu forte apelo estatístico envolvido em seu processo de cálculo, que utiliza a análise de variância para a realização do agrupamento dos indivíduos (animais). Um indivíduo somente é alocado à um grupo se ele vier a contribuir com uma menor variabilidade nesse grupo (Cha-Um, Yooyongwech e Supaibulwatana, 2012; Cunha *et al.*, 2012; Dalkani, Hassani e Darvishzadeh, 2012). Para a aplicação do método de Ward foi utilizada a distância euclidiana generalizada, dada por:

$$d_{ij} = \left\{ \sum_{u=1}^n (w_{iu} - w_{ju})^2 \right\}^{1/2},$$

em que $w_{.u}$ é a u -ésima variável (no caso um parâmetro), com $u = 1, \dots, n$; i é um objeto e j outro.

A AA pode ser realizada utilizando-se os escores obtidos previamente pela ACP, ou seja, ao invés de se utilizar as mensurações das variáveis (neste artigo, as estimativas dos parâmetros), utilizam-se os escores obtidos na ACP, como sugerido em Johnson e Wichern (2007).

3 Resultados e discussão

Dentre as 55 curvas de crescimento ajustadas, observou-se que em seis delas os parâmetros não convergiram, sendo excluídas do restante da análise, uma vez que para a aplicação da ACP, não admite-se observações faltantes. Assim, efetivamente foram avaliadas as curvas de crescimento de 49 animais. O teste de Durbin-Watson revelou a presença de resíduos autocorrelacionados, demonstrando a necessidade da inclusão de um parâmetro autorregressivo de primeira ordem. As estatísticas descritivas dos parâmetros do modelo Gompertz estimado são apresentadas na Tabela 1.

Tabela 1 - Estatísticas descritivas das estimativas dos parâmetros do modelo Gompertz difásico ponderado pelo inverso da variância dos pesos com estrutura de erros autorregressiva ajustados

Parâmetro	Média	Desvio padrão	Assimetria	Curtose
A_1	101,374	15,189	0,283	-0,125
B_1	14,802	2,974	0,333	-0,133
K_1	0,033	0,007	0,251	-0,254
A_2	151,485	19,517	1,080	2,078
B_2	0,489	0,097	0,265	0,045
K_2	0,012	0,002	-0,027	-0,616
ϕ_1	0,843	0,073	0,312	1,441

As médias estimadas dos parâmetros do modelo Gompertz difásico (Tabela 1), no geral, condizem com a interpretação prática de cada um dos parâmetros. Mendes (2007), ao ajustar as curvas individuais, utilizando uma parametrização diferente do modelo Gompertz difásico com estrutura de erros autorregressiva de primeira ordem, encontrou resultados que subestimavam o peso adulto dos animais. Ainda, os desvios padrão não são numericamente grandes. Pode-se verificar que apenas a variável A_2 possui leve assimetria positiva e valor de curtose razoavelmente elevado, o que demonstra que essa variável possui um acúmulo de observações à esquerda de sua distribuição. O teste de Shapiro-Wilk revelou que, de fato, apenas a variável A_2 não possui normalidade (valor $p = 0,015$), porém a confirmação da distribuição gaussiana das variáveis em uma análise de componentes principais não é necessária uma vez que não há necessidade da realização de testes de hipóteses (Johnson e Wichern, 2007).

As estimativas dos sete parâmetros obtidas no ajuste das curvas individuais de crescimento, foram utilizadas como variáveis em uma preliminar análise de componentes principais. Observou-se que os três primeiros autovalores eram maiores do que um (2,399; 2,301; e 1,139, respectivamente) representando 83,5% da variância original dos dados, o que atende o critério estabelecido por Mardia, Kent e Bibby (1992), que afirmam que a retenção de componentes que expliquem mais de 70% da variância original de um conjunto de dados é plenamente satisfatória. Essa margem é refletida em diversas aplicações como, por exemplo, Lima, Silva e Silva (2013), Carneiro *et al.* (2012), Paiva *et al.* (2010), entre outros. Portanto, decidiu-se trabalhar com três componentes principais.

Os escores referentes aos três componentes principais retidos foram utilizados para a elaboração dos gráficos biplot. Por se tratarem de três componentes, um gráfico tridimensional deveria ser o apresentado, porém sua interpretação seria extremamente dificultosa. Em substituição, três gráficos biimensionais são apresentados e devem ser analisados conjuntamente (Figura 1). Constatou-se que a informação contida na variável K_1 é a mesma da variável B_1 , que não possui significado prático no modelo Gompertz ajustado, causando sua retirada da análise. Da mesma maneira, a variável B_2 é redundante em relação a outras variáveis e, portanto, também foi retirada.

Com as cinco variáveis restantes ($A_1, K_1, A_2, K_2, \phi_1$) realizou-se uma nova ACP. Nesta etapa, apenas os dois primeiros autovalores mostraram valores maiores do que um (2,017 e 1,323, respectivamente) explicando 66,9% da variância total. No entanto, com a inclusão do terceiro componente principal (com autovalor igual a 0,907), o sistema passou a explicar 85% da variação total, o que determinou a adoção de três componentes principais como pré-estabelecido em Mardia, Kent e Bibby, 1992.

Os três componentes principais a serem utilizados são dados por:

$$Y_1 = 0,562A_1 - 0,179K_1 + 0,570A_2 - 0,192K_2 + 0,538\phi_1 \quad (4)$$

$$Y_2 = 0,199A_1 + 0,746K_1 + 0,400A_2 + 0,455K_2 + 0,195\phi_1 \quad (5)$$

$$Y_3 = 0,406A_1 - 0,326K_1 + 0,010A_2 + 0,814K_2 - 0,255\phi_1 \quad (6)$$

Pela equação (4), observa-se que no primeiro componente principal se destacaram as variáveis A_1 e A_2 (coeficientes iguais a 0,562 e 0,570, respectivamente), que referem-se às assíntotas de cada uma das fases do modelo, bem como a variável referente ao processo autorregressivo do modelo ajustado ϕ_1 (coeficiente igual a 0,538). Dessa forma, rotulou-se este componente principal como: “peso assintótico”.

No segundo componente principal (equação 5), a variável mais importante foi K_1 (coeficiente igual a 0,746). No modelo Gompertz difásico este parâmetro revela a “taxa de crescimento do animal na primeira fase”, o que sugere o rótulo para este componente.

O terceiro e último componente principal retido (equação 6), tem como principal variável influente K_2 (coeficiente igual a 0,814). Por isto sugere-se que

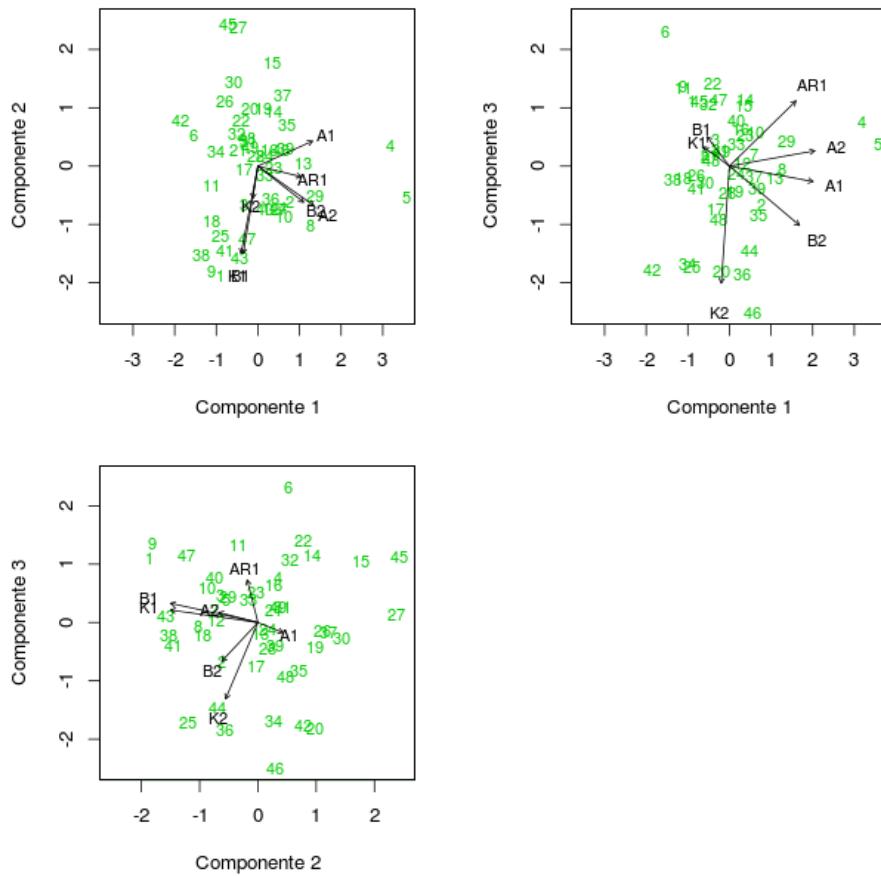


Figura 1 - Biplots bidimensionais dos três primeiros componentes principais.

este componente seja rotulado como “taxa de crescimento do animal na segunda fase”.

Com os novos escores obtidos por meio da ACP, o agrupamento dos animais foi realizado conforme o dendrograma apresentado na Figura 2.

A análise de agrupamento possibilitou agrupar os 49 animais em cinco grupos distintos (Figura 2): i) Grupo 1: oito animais com baixo peso assintótico, alta taxa de crescimento na primeira fase e crescimento moderado na segunda parte do modelo - animais identificados pelos números 1, 9, 11, 18, 25, 38, 41 e 43; ii) Grupo 2: 17 animais com peso assintótico e taxas de crescimento da primeira e segunda

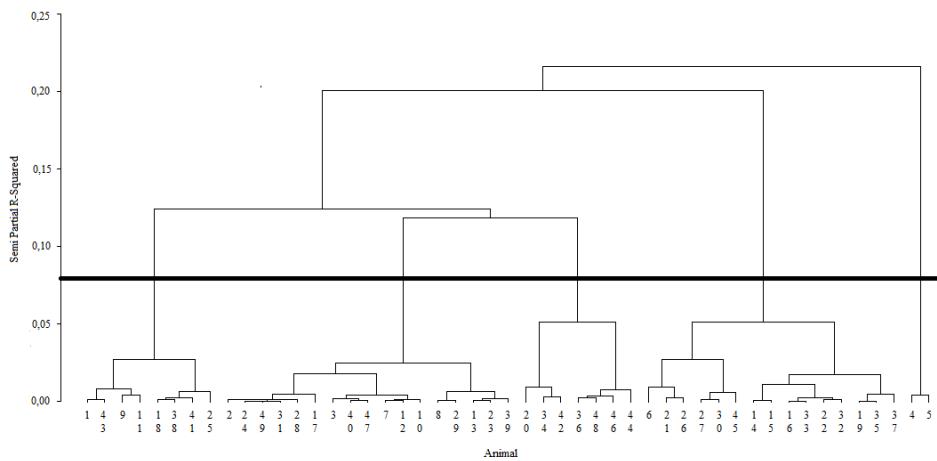


Figura 2 - Dendrograma obtido por meio do procedimento hierárquico de Ward, utilizando a distância euclidiana generalizada, dos animais em estudo.

fases moderados - animais identificados pelos números 2, 3, 7, 8, 10, 12, 13, 17, 23, 24, 28, 29, 31, 39, 40, 47 e 49; iii) Grupo 3: sete animais com moderado peso assintótico, taxa de crescimento da primeira fase do modelo moderada e alta taxa de crescimento na segunda fase do modelo - animais identificados pelos número 20, 34, 36, 42, 44, 46 e 48; iv) Grupo 4: 15 animais com moderado peso assintótico e taxas de crescimento em ambas as fases baixos - animais identificados pelos números 6, 14, 15, 16, 19, 21, 22, 26, 27, 30, 32, 33, 35, 37 e 45; v) Grupo 5: formado por apenas dois animais que possuem alto peso assintótico e taxas de crescimento baixas nas duas fases do modelo - animais identificados pelos número 4 e 5. As médias e desvios-padrão das estimativas de cada parâmetro do modelo para cada um dos cinco grupos identificados estão apresentados na Tabela 2, bem como suas curvas médias estão traçadas na Figura 3, ratificando os agrupamentos formados e os diferentes perfis de crescimento.

Pode-se notar que, de um modo geral, os grupos 2, 3 e 4 são compostos por animais com perfil de crescimento intermediário (Tabela 2 e Figura 3). Os animais do primeiro grupo são os menos interessantes do ponto de vista econômico, pois possuem perfil de crescimento ruim quando comparado aos demais e, finalmente, o grupo de número 5, composto por apenas dois animais, é o que possui melhor perfil de crescimento.

O grupo de maior destaque no que se refere ao peso assintótico dos animais é o de número 5. Com relação à taxa de crescimento animal, os grupos que mais se destacam são os de números 1 e 3.

Tabela 2 - Médias e desvios-padrão (em parênteses) das estimativas de cada parâmetro do modelo para cada um dos cinco grupos identificados

Parâmetro	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	Grupo 4	Grupo 5
A_1	83,41(6,019)	103,41(11,219)	103,62(13,237)	103,27(14,092)	134,49(1,640)
B_1	19,25(1,735)	15,52(1,870)	13,42(1,443)	12,53(2,199)	12,82(1,358)
K_1	0,043(0,003)	0,034(0,004)	0,031(0,003)	0,028(0,005)	0,028(0,003)
A_2	143,50(8,931)	162,29(12,696)	143,51(18,691)	139,94(11,086)	206,11(20,591)
B_2	0,47(0,051)	0,51(0,078)	0,52(0,089)	0,48(0,093)	0,72(0,014)
K_2	0,012(0,002)	0,011(0,001)	0,014(0,001)	0,010(0,001)	0,010(0,0007)
ϕ_1	0,83(0,047)	0,87(0,035)	0,78(0,044)	0,83(0,060)	1,04(0,021)
$A_1 + A_2$	226,91(9,926)	265,62(20,804)	247,13(29,835)	243,21(20,535)	340,60(22,231)

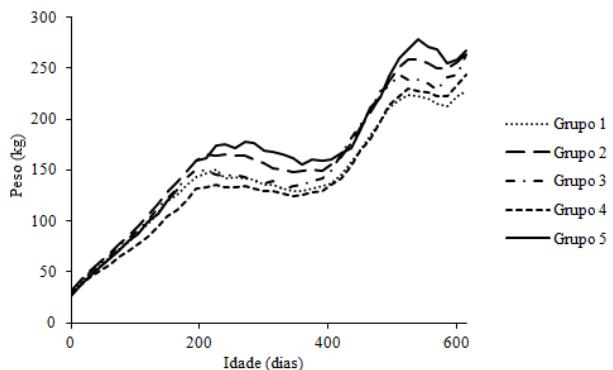


Figura 3 - Curvas médias dos cinco grupos de animais formados por meio do agrupamento hierárquico de Ward.

Conclusões

A metodologia proposta por este trabalho evidenciou a necessidade da utilização de curvas de crescimento distintas para diferentes grupos de animais da raça Hereford, ao invés de uma única curva média para todos eles. A utilização da análise de agrupamento, por meio da análise de componentes principais e do gráfico biplot, tendo como variáveis os parâmetros de interpretação biológica do modelo Gompertz difásico com estrutura de erros autorregressiva, foi viável para a identificação de similaridades entre os animais. Assim, as fêmeas da raça Hereford foram agrupadas em cinco grupos distintos, possibilitando a identificação dos animais com interesse econômico (maiores e/ou menores pesos assintóticos e taxas de crescimento).

Agradecimentos

Os autores agradecem à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e ao Conselho Nacional de Pesquisa (CNPq), pela concessão de bolsas de estudo e de produtividade.

NAKAMURA, L. R.; SAVIAN, T. V.; DIAS, C. T. S.; PINTO, L. R. M.; MAZZINI, A. R. A. Multivariate methods for grouping Hereford cattle according to their growth curves. *Rev. Bras. Biom.*, São Paulo, v.31, n.1, p.104-115, 2013.

- **ABSTRACT:** The fit of a single average curve for an entire population of animals often provides misinformation with super or underestimation of the characteristics of some of the animals in study. In this paper, we suggest that distinct growth curves may be adjusted for different groups of individuals presenting homogeneous growth profiles. For this purpose, we suggest as analytical method, the fit of nonlinear models for the profiles, followed by principal component analysis - where the variables are the parameters of the model fitted before - and finally the grouping of similar cattle through hierarchical cluster analysis by the Ward's method using the scores of each animal. This procedure allowed the formation of five groups of animals with distinct characteristics and the identification and characterization of those that stood out, positively or negatively, in terms of their asymptotic weight and growth rate.
- **KEYWORDS:** Biplot analysis; cluster analysis; principal component analysis; nonlinear model.

Referências

- CARNEIRO, P. L. S.; MALHADO, C. H. M.; AFFONSO, P. R. A. M.; PEREIRA, D. G.; SUZART, J. C.; RIBEIRO JUNIOR, M.; SARMENTO, J. L. R. Curva de crescimento em caprinos, da raça Mambrina, criados na caatinga. *Rev. Bras. Saúde Prod. Anim.*, Salvador, v.10, n.3, p.536-545, 2009.
- CARNEIRO, R. F. V.; CARDOZO JUNIOR, F. M.; PEREIRA, L. F.; ARAÚJO, A. S. F.; SILVA, G. A. Fungos micorrízicos arbusculares como indicadores da recuperação de áreas degradadas no Nordeste do Brasil. *Rev. Ciênc. Agron.*, Fortaleza, v.43, n.4, p.648-657, 2012.
- CHA-UM, S.; YOYONGWECH, S.; SUPAIBULWATANA, K. Water-deficit tolerant classification in mutant lines of indica rice. *Sci. Agric.*, Piracicaba, v.69, n.2, p.135-141, 2012.
- CRUZ, G. R. B.; COSTA, R. G.; RIBEIRO, M. N. Curva de crescimento de caprinos mestiços no Estado da Paraíba. *Rev. Bras. Ciênc. Agrár.*, Recife, v.4, n.2, p.204-210, 2009.

- CUNHA, E. Q.; STONE, L. F.; FERREIRA, E. P. B.; DIDONET, A. D.; MOREIRA, J. A. Atributos físicos, químicos e biológicos de solo sob produção orgânica impactados por sistema de cultivo. *Rev. Bras. Eng. Agríc. Ambient.*, Campina Grande, v.16, n.1, p.56-63, 2012.
- DALKANI, M.; HASSANI, A.; DARVISHZADEH, R. Determination of the genetic variation in Ajowan (*Carum Copticum L.*) populations using multivariate statistical techniques. *Rev. Ciênc. Agron.*, Fortaleza, v.43, n.4, p.698-705, 2012.
- DRAPER, N. R.; SMITH, H. *Applied regression analysis*. 3.ed. New York: John Wiley & Sons, 1998. 706p.
- ECKART, C.; YOUNG, G. A. A principal axis transformation for non-hermitian matrices. *Bull. Am. Math. Soc.*, Providence, v.45, n.2, p.118-121, 1939.
- FIGUEIREDO FILHO, L. A. S.; SARMENTO, J. L. R.; CAMPELO, J. E. G.; SANTOS, N. P. S.; SOUSA, J. E. R.; BIAGIOTTI, D. Fatores ambientais e genéticos sobre a curva de crescimento de caprinos mestiços. *Comun. Sci.*, Bom Jesus, v.3, n.3, p.154-161, 2012.
- FREITAS, A. R. Curvas de crescimento na produção animal. *Rev. Bras. Zoot.*, Viçosa, v.34, n.3, p.786-795, 2005.
- GABRIEL, K. R. The biplot graphic display of matrices with application to principal component analysis. *Biometrika*, Oxford, v.58, n.3, p.453-467, 1971.
- GREENACRE, M. *Biplots in practice*. Bilbao: Fundación BBCA, 2010. 219p.
- JOHNSON, R. A.; WICHERN, D. W. *Applied multivariate statistical analysis*. 6.ed. New Jersey: Prentice Hall, 2007. 773p.
- KOOPS, W. J.; GROSSMAN, M. Multiphasic growth and allometry. *Growth Dev. Aging*, Lakeland, v.55, n.3, p.203-212, 1991.
- LARA, I. A. R.; CORRÊA, A. M. C. J.; DIAS, C. T. S. Perfil da desigualdade entre as pessoas ocupadas na agricultura brasileira: uma abordagem multivariada. *Cadernos da FACECA*, Campinas, v.14, n.3, p.149-155, 2005.
- LAVORANTI, O. J.; DIAS, C. T. S.; VENCOVSKY, R. Estudo da adaptabilidade e estabilidade fenotípica de progênies de *Eucalyptus grandis* via metodologia AMMI. *Bol. Pesq. Flor.*, Colombo, v.44, n.44, p.107-124, 2002.
- LIMA, J. S. S.; SILVA, S. A.; SILVA, J. M. Variabilidade espacial de atributos químicos de um Latossolo Vermelho-Amarelo cultivado em plantio direto. *Rev. Ciênc. Agron.*, Fortaleza, v.44, n.1, p.16-23, 2013.
- LOPES, F. B.; SILVA, M. C.; MARQUES, E. G.; FERREIRA, J. L. Ajuste de curvas de crescimento em bovinos Nelore da região Norte do Brasil. *Rev. Bras. Saúde Prod. Anim.*, Salvador, v.12, n.3, p.607-617, 2011.
- MAIA, E.; SIQUEIRA, D. L.; SILVA, F. F.; PETERNELLI, L. A.; SALOMÃO, L. C. C. Método de comparação de modelos de regressão não-lineares em bananeiras. *Ciência Rural*, v.39, n.5, p. 1380-1386, 2009.

- MALHADO, C. H. M.; CARNEIRO, P. L. S.; SANTOS, P. F.; AZEVEDO, D. M. M.; SOUZA, J. C.; AFFONSO, P. R. M. Curva de crescimento em ovinos mestiços Santa Inês x Texel criados no Sudoeste do Estado da Bahia. *Rev. Bras. Saúde Prod. Anim.*, Salvador, v.9, n.2, p.210-218, 2008.
- MARDIA, K. V.; KENT, J. T.; BIBBY, J. M. *Multivariate analysis*. London: Academic Press, 1992. 518p.
- MAZZINI, A. R. A.; MUNIZ, J. A.; AQUINO, L. H.; SILVA, F. F. Análise da curva de crescimento de machos Hereford. *Ciênc. Agrotecnol.*, Lavras, v.27, n.5, p.1105-1112, 2003.
- MENDES, P. N. *Curvas de crescimento difásicos de fêmeas Hereford com erros autorregressivos e heterogeneidade de variâncias*, 2007. 84p. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2007.
- PAIVA, A. L. C.; TEIXEIRA, R. B.; YAMAKI, M.; MENEZES, G. R. O.; LEITE, C. D. S.; TORRES, R. A. Análise de componentes principais em características de produção de aves de postura. *Rev. Bras. Zoot.*, Viçosa, v.39, n.2, p 285-288, 2010.
- SILVA, F. L.; ALENCAR, M. M.; FREITAS, A. R.; PACKER, I. U.; MOURÃO, G. B. Curvas de crescimento em vacas de corte de diferentes tipos biológicos. *Pesq. Agropec. Bras.*, Brasília, v.46, n.3, p.262-271, 2011.
- SILVEIRA, F. G.; SILVA, F. F.; CARNEIRO, P. L. S.; MALHADO, C. H. M.; MUNIZ, J. A. Análise de agrupamento na seleção de modelos de regressão não-lineares para curvas de crescimento de ovinos cruzados. *Ciência Rural*, v.41, n.4, p.692-698, 2011.
- SOUZA, G. S. *Introdução aos modelos de regressão linear e não-linear*. Brasília: Embrapa, 1998. 505p.
- SOUZA, L. A.; CAIRES, D. N.; CARNEIRO, P. L. S.; MALHADO, C. H. M.; MARTINS FILHO, R. Curvas de crescimento em bovinos da raça Indubrasil criados no Estado do Sergipe. *Rev. Ciênc. Agron.*, Fortaleza, v.41, n.4, p.671-676, 2010.
- SOUZA, L. A.; CARNEIRO, P. L. S.; MALHADO, C. H. M.; SILVA, F. F.; SILVEIRA, F. G. Traditional and alternative nonlinear models for estimating the growth of Morada Nova sheep. *Rev. Bras. Zoot.*, Viçosa, v.42, n.9, p.651-655, 2013.

Recebido em 29.07.2013.

Aprovado após revisão em 09.09.2013.