

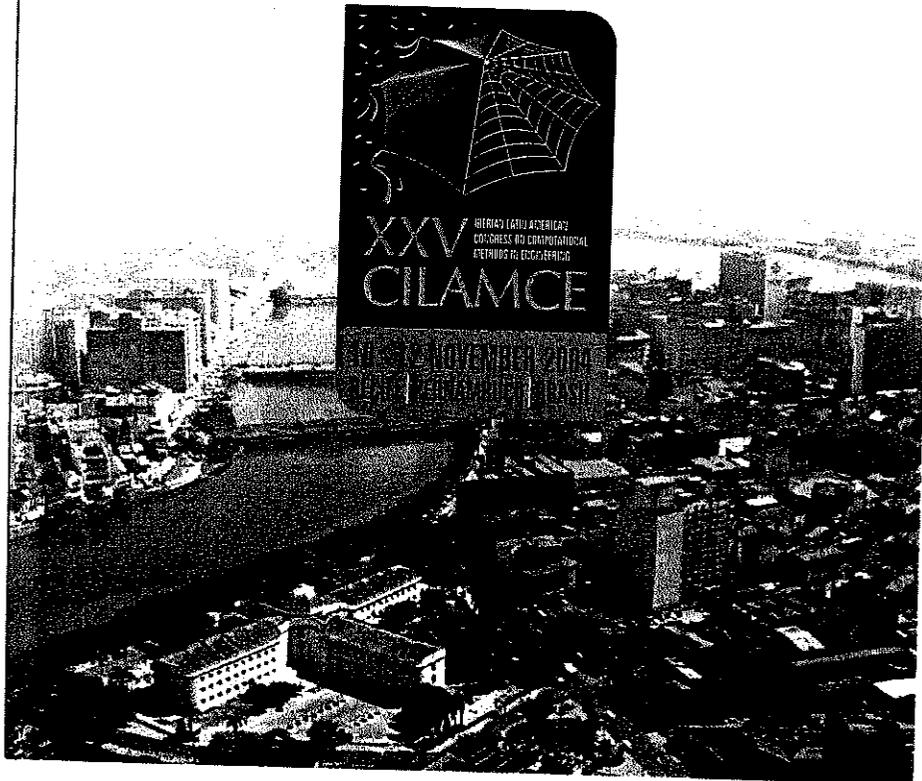
SET

13

01

05

P R O C E E D I N G S



## INFLUÊNCIAS NOS ESFORÇOS E DESLOCAMENTOS EM LAJES NERVURADAS POR DIFERENTES MODELOS DE CÁLCULO UTILIZANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Dias, Ricardo H. (1)  
Paiva, João B. (2)  
Giongo, José S. (3)

D5421

- (1) Professor na Pontifícia Universidade Católica do Paraná - PUCPR, Departamento de Arquitetura e Urbanismo, Mestre em Engenharia de Estruturas pela EESC/USP  
(2) Professor Associado e (3) Professor Doutor na Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, Departamento de Engenharia de Estruturas  
Caixa Postal 359 – 13560-970 – São Carlos, SP, Brasil  
richdias@uol.com.br

**Resumo.** Este artigo mostra a influência de diferentes modelos de cálculo, em Método dos Elementos Finitos, nos esforços e deslocamentos apresentados em lajes nervuradas, promovendo-se análises em lajes com variações na relação espaçamento entre nervuras por comprimento do lado da laje ( $a_1/l$ ), relação citada em diversas bibliografias. Os diversos modelos formulados têm como ênfase a consideração da excentricidade existente entre os eixos das nervuras e o plano médio da capa. Para as análises utilizou-se o software ANSYS 5.5, baseado no Método dos Elementos Finitos, considerando a excentricidade de várias formas: por meio da utilização de elemento finito de viga tridimensional (discretizando as nervuras) que aceita "offsets" rígidos entre o centróide do elemento e o nó que o localiza no plano da capa; por meio de modelagem tridimensional, onde discretizou-se tanto a placa quanto as nervuras com elementos finitos de casca; por meio de modelo simplificado utilizando a Teoria de Placa Ortótropa Equivalente, onde a laje nervurada é substituída por uma laje maciça com equivalência em inércia à flexão e, finalmente, por meio de modelo simplificado de grelha considerando as nervuras concêntricas, porém com seção "T" equivalente (nervura e capa). As lajes nervuradas também foram modeladas desconsiderando-se o efeito da excentricidade, e as diferenças foram avaliadas. Foi considerado o comportamento elástico do concreto armado em todos os modelos. O dimensionamento das peças é avaliado em função das particularidades de cada modelo analisado, sendo enumeradas as decisões que devem ser tomadas.

**Palavras-chaves:** Lajes nervuradas, Enrijecedores excêntricos, Flexão, Concreto Armado, MEF

1421092  
150205

210.

SYSNO	1421092
PROD	002418
ACERVO EESC	

## 1. INTRODUÇÃO

A utilização do Método dos Elementos Finitos na análise estrutural permite o estudo do comportamento da estrutura segundo diversos modelos, dos mais simples aos mais refinados, de acordo com as considerações feitas e os elementos utilizados na simulação.

As normas técnicas permitem a análise de lajes nervuradas segundo modelos elásticos de concepções completamente diferentes: modelo de grelha de vigas e modelo baseado na Teoria da Placa Ortótropa Equivalente, onde a laje nervurada é transformada em uma placa maciça com equivalência em inércia à flexão (alguns autores, como KENNEDY & EL-SEBAKHY (1982) e AJDUKIEWICZ & STAROSOLSKI (1990) indicam a Teoria da Placa Ortótropa sem restrições na simulação do comportamento de lajes nervuradas). A comparação dos resultados apresentados pelas duas possibilidades permite averiguar as vantagens e desvantagens da análise segundo cada um deles. Além disso, um fator extremamente importante, mas quase sempre desconsiderado nas análises com elementos finitos no dia-a-dia dos escritórios de cálculo, e nunca citado explicitamente nas normas técnicas, é a excentricidade existente entre o eixo da nervura e o plano médio da capa. Quase sempre os elementos finitos responsáveis por simular as vigas são localizados no mesmo plano dos elementos de casca que simulam a capa da laje nervurada, desconsiderando a real distância existente entre os mesmos.

De acordo com outros pesquisadores, como DEB & BOOTON (1987), PALANI *et al.* (1992), SHEIKH & MUKHOPADHYAY (1992) e MUKHOPADHYAY (1994), os modelos das normas, sem adequadas considerações quanto a excentricidade, não conseguem evoluir para soluções satisfatórias de todos os problemas, já que, conforme relações de geometria destas estruturas, há variação do comportamento destes simplificados frente a modelos numéricos mais realistas, como o modelo que considera a capa e as nervuras simuladas por elementos de casca, ou modelos em que a capa é discretizada por elementos de casca e as nervuras por elementos de viga tridimensional que consideram a excentricidade em suas formulações, por meio de offsets rígidos, localizando o centróide da nervura fora do plano da capa, e escrevendo os deslocamentos da mesma como escavos dos deslocamentos do plano médio da placa.

Dessa maneira, este artigo apresenta resultados obtidos com a modelagem computacional de lajes nervuradas onde variou-se a relação entre o espaçamento das nervuras e o comprimento da laje,  $a_1/l$ , por meio do aumento ou da diminuição do número de nervuras por lado da laje, segundo diversos modelos mecânicos e com elementos finitos diferentes, levando em consideração e desprezando a excentricidade entre as peças, avaliando-se as diferenças obtidas e enumerando-se as decisões que devem ser tomadas na leitura dos resultados para que seja obtido um correto dimensionamento das peças.

## 2. DESCRIÇÃO DOS MODELOS EM MEF APLICADOS NESTE TRABALHO

Neste trabalho aplicou-se, para comparação com resultados mais precisos, modelo que desconsiderou totalmente a influência da excentricidade entre as peças. Neste modelo, chamado de **Modelo 01**, as nervuras foram discretizadas por elemento finito de viga elástica de dois nós, com seis graus de liberdade por nó, chamado de *BEAM4* e disponível no software ANSYS 5.5, concêntrico ao plano médio da placa. A placa foi modelada utilizando elemento finito de casca elástica de quatro nós, com seis graus de liberdade por nó, chamada de *SHELL63* e disponível no ANSYS 5.5, trabalhando à flexão e tensão.

As modelagens que consideram a excentricidade de maneira mais simplificada foram chamados de Modelos 05, 06, 07 e 08.

O **Modelo 05** tem as nervuras discretizadas pelo elemento BEAM4 com seção transversal tipo “T”, considerando a colaboração da laje na rigidez das vigas de acordo com a norma NBR6118:2003, aplicado de forma concêntrica ao plano médio da placa de acordo com NAVARRA (1995); a laje é discretizada pelo elemento de casca SHELL63, elemento plano com seis graus de liberdade trabalhando à flexão e tensão.

O **Modelo 06** é aquele em que o pavimento em laje nervurada convencional (placa e enrijecedores) é representado pela grelha das nervuras, sendo estas discretizadas pelo elemento BEAM4 com seção transversal tipo “T”, considerando a colaboração da laje na rigidez das vigas, de acordo com a norma NBR6118:2003.

No **Modelo 07** tem-se uma laje maciça equivalente utilizando os conceitos da Teoria da Placa Ortótropa Equivalente, onde a laje nervurada é transformada em uma laje maciça com espessura constante equivalente em inércia à flexão. Para o cálculo da laje maciça de espessura equivalente em inércia utilizou-se a largura colaborante definida pela norma NBR6118:2003. Assim, a laje maciça equivalente é discretizada pelo elemento de casca SHELL63, elemento plano com seis graus de liberdade trabalhando à flexão e tensão. Neste modelo é considerada uma redução do módulo elasticidade transversal do material concreto armado, conforme TAKEYA *et al.* (1985), já que o mesmo é intrinsecamente um modelo rígido.

O **Modelo 08** é semelhante ao Modelo 07, onde para o cálculo da laje maciça de espessura equivalente em inércia utilizou-se a largura colaborante definida pela norma NBR6118:2003. Aplicou-se, contudo, uma diminuição de 20% da espessura equivalente, redução proposta por ABDUL-WAHAB & KHALIL (2000). Para este modelo de laje maciça equivalente não foi aplicada a redução do módulo de deformação transversal.

Neste trabalho as modelagens mais realistas em Método do Elementos Finitos aplicará a excentricidade de duas maneiras:

(a) discretização da placa em elementos finitos de casca elástica *SHELL63* disponível no ANSYS 5.5, aliada a uma modelagem das nervuras utilizando um elemento de viga elástica tridimensional com dois nós, dois graus de liberdade por nó, chamado de *BEAM44*, disponível no ANSYS 5.5 e que permite a criação de *offsets* rígidos para definir a localização do centróide da seção em relação à localização do nó do elemento. Dessa forma, o elemento linear foi lançado no próprio plano dos elementos de casca e, internamente, aceita a excentricidade.

A partir dessa modelagem fez-se duas considerações acerca da excentricidade, criando dois modelos similares: **Modelo 02**, onde a excentricidade é aplicada tomando-se a altura da viga até a face superior da placa, conforme representação esquemática apresentada na Fig. 1 e **Modelo 03**, onde a excentricidade é aplicada tomando-se a altura da viga até a face inferior da placa, modelo que tem sua representação esquemática apresentada na Fig. 2.

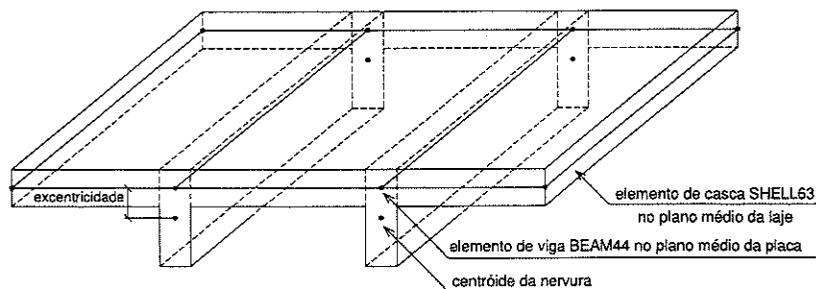


FIGURA 1: Representação esquemática do Modelo 02

(b) modelagem da placa e das nervuras por elemento finito de casca elástica *SHELL63* tendo-se assim o comportamento gerado pela excentricidade entre as peças de forma natural. Neste modelo, chamado de **Modelo 04**, nenhuma simplificação é feita quanto ao comportamento da seção depois de fletida. Este modelo será considerado o modelo mais realista, referência para a comparação com os resultados dos outros modelos [conforme CARRIJO & PAIVA (1997)].

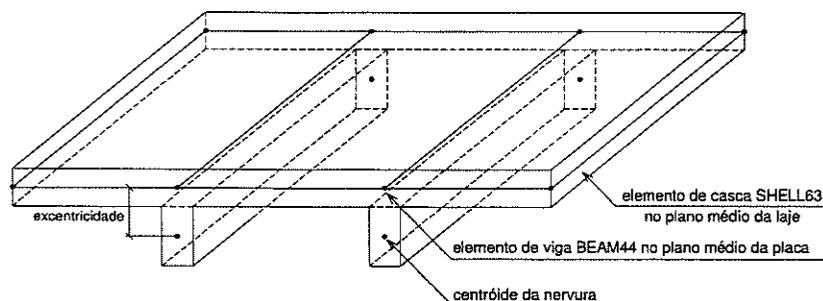


FIGURA 2: Representação esquemática do Modelo 03

### 3. DESCRIÇÃO DA EXPERIMENTAÇÃO NUMÉRICO-PARAMÉTRICA

Para esta experimentação criou-se um pavimento padrão composto de um pano de laje nervurada apoiada em quatro vigas rígidas no contorno, e em cada canto um pilar. Fixou-se como espaçamento entre os eixos das nervuras o valor de 60 cm. A altura da capa foi considerada como  $h_f = 5$  cm e a altura total da laje como  $h = 20$  cm. Dessa maneira, variou-se o número de nervuras, considerando o número de nervuras por lado de 5 a 15.

Nesta experimentação é verificado o comportamento de modelos simplificados frente a modelos mais realistas conforme a relação entre o espaçamento entre os eixos das nervuras ( $a_1$ ) e a medida entre apoios fixos ( $l$ ). Tem-se, então, a seguinte correspondência:

TABELA 1: Correspondência entre o número de nervuras por lado e a relação  $a_1/l$

CORRESPONDÊNCIA ENTRE NÚMERO DE NERVURAS POR LADO E A RELAÇÃO $a_1/l$	
Número de nervuras por lado	Relação $a_1/l$
5	0,1667
6	0,1429
7	0,1250
8	0,1111
9	0,1000
10	0,0910
11	0,0833
12	0,0769
13	0,0714
14	0,0667
15	0,0625

Cada laje foi processada segundo os modelos 01 a 08 descritos anteriormente, resultando nesta experimentação um total de 88 modelos processados. Considerou-se apenas um valor de carga uniformemente distribuída no pavimento, já que são análises elásticas.

Apresenta-se a seguir, na Figura 3, a forma estrutural básica da laje experimentada.

As características do material concreto armado considerado nas análises elásticas com  $f_{ck} = 25$  MPa são apresentadas na Tabela 2.

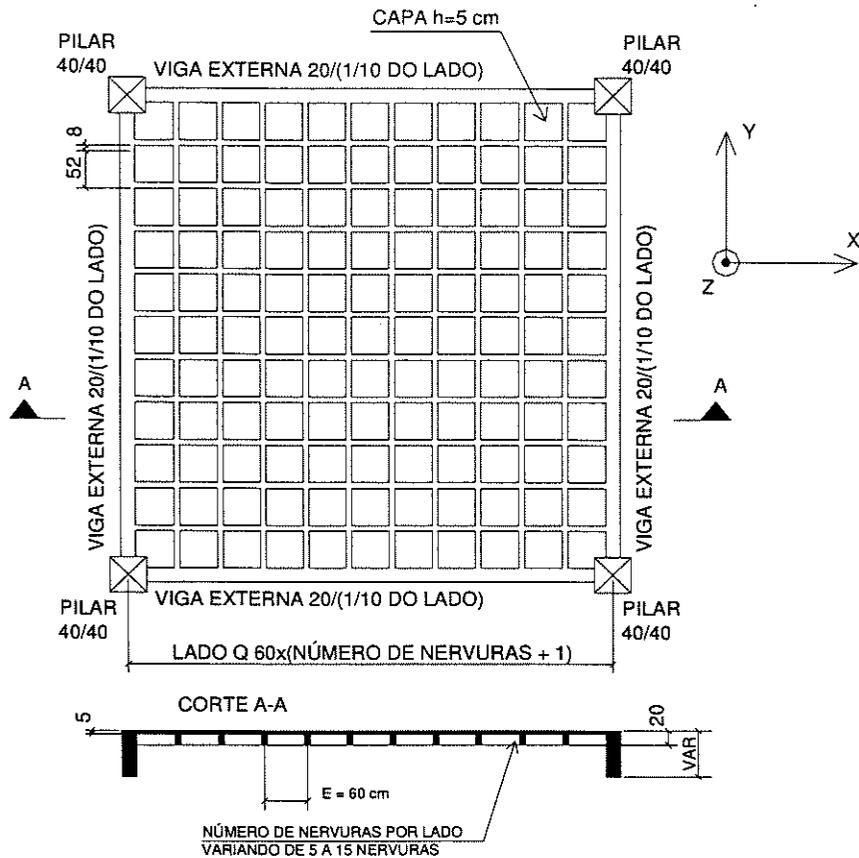


FIGURA 3: Forma estrutural básica dos modelos com variação do número de nervuras por lado

Os carregamentos aplicados aos modelos são mostrados na Tabela 3.

TABELA 2: Propriedades do Concreto Armado utilizado nas modelagens numéricas - Lajes com variação do número de nervuras por lado

CARACTERÍSTICAS DO MATERIAL			
MODELO	PROPRIEDADES DO CONCRETO ARMADO		
	$E_{cs}$ (kN/cm <sup>2</sup> )	Coefficiente de Poisson	$G_c$ (kN/cm <sup>2</sup> )
01 A 07	2380	0,20	357
08	2380	0,20	952

TABELA 3: Carregamentos aplicados nas lajes nervuradas - Lajes com variação do número de nervuras por lado

CARRREGAMENTO APLICADO NAS LAJES NERVURADAS	
MODELOS	DESCRIÇÃO DO CARRREGAMENTO
01 A 08 ( EXCETO 06)	Carregamento uniformemente aplicado sobre a capa de $q = -0,00075$ kN/cm <sup>2</sup>
06	Carregamento linearmente distribuído aplicado sobre os elementos de vigas que simulam as nervuras e vigas, obtido pela parcela do carregamento aplicado sobre a capa de $q = -0,00075$ atuante em cada nervura, por traçado de linhas de ruptura da capa delimitada pelas nervuras.

As características geométricas dos elementos finitos utilizados para simular cada elemento estrutural são apresentadas nas Tabelas 4 a 9. As nomenclaturas R e T apresentadas pelos elementos de viga significam seção retangular e seção T.

TABELA 4: Características dos pilares nos modelos

CARACTERÍSTICAS DOS PILARES - ELEMENTO BEAM4 - SEÇÃO RETANGULAR - MODELOS 01 AO 08								
Nerv/lado	Pilar	hy (cm)	hz (cm)	A (cm <sup>2</sup> )	Izz (cm <sup>4</sup> )	Iyy (cm <sup>4</sup> )	Ixx (cm <sup>4</sup> )	Excent. (cm)
5 A 15	R 40/40	40	40	1600	213333,33	213333,33	42666,67	0,0

TABELA 5: Características das vigas de contorno para os modelos 01 a 08 (exceto modelo 04)

CARACTERÍSTICAS DAS VIGAS DE CONTORNO SIMULADAS PELO ELEMENTO BEAM44 CONSIDERADO ATÉ O TOPO DA CAPA - SEÇÃO RETANGULAR - MODELOS 01 AO 08 (EXCETO MODELO 04)								
Nerv/lado	Vigas	hy (cm)	hz (cm)	A (cm <sup>2</sup> )	Izz (cm <sup>4</sup> )	Iyy (cm <sup>4</sup> )	Ixx (cm <sup>4</sup> )	Excent. (cm)
5	R 20/36	20	36	720	24000	77760	4800	15,5
6	R 20/42	20	42	840	28000	123480	5600	18,5
7	R 20/48	20	48	960	32000	184320	6400	21,5
8	R 20/54	20	54	1080	36000	262440	7200	24,5
9	R 20/60	20	60	1200	40000	360000	8000	24,5
10	R 20/66	20	66	1320	44000	479160	8800	27,5
11	R 20/72	20	72	1440	48000	622080	9600	33,5
12	R 20/78	20	78	1560	52000	790920	10400	36,5
13	R 20/84	20	84	1680	56000	987840	11200	39,5
14	R 20/90	20	90	1800	60000	1215000	12000	42,5
15	R 20/96	20	96	1920	64000	1474560	12800	45,5

TABELA 6: Características das vigas de contorno para o modelo 04

CARACTERÍSTICAS DAS VIGAS DE CONTORNO SIMULADAS PELO ELEMENTO SHELL63 - MODELO 04		
Nerv/lado	VIGA	Espessura (cm)
5	CASCA 20/33,5	20,0
6	CASCA 20/39,5	20,0
7	CASCA 20/45,5	20,0
8	CASCA 20/51,5	20,0
9	CASCA 20/57,5	20,0
10	CASCA 20/63,5	20,0
11	CASCA 20/69,5	20,0
12	CASCA 20/75,5	20,0
13	CASCA 20/81,5	20,0
14	CASCA 20/88,5	20,0
15	CASCA 20/93,5	20,0

TABELA 7: Características das nervuras para os modelos 01, 02, 03, 05 e 06

CARACTERÍSTICAS DAS NERVURAS SIMULADAS POR ELEMENTOS BEAM44 (EXCÊNTRICOS) E BEAM4 (CONCÊNTRICOS) - LAJES COM NÚMERO DE NERVURAS POR LADO DE 05 A 15								
Modelo	Nervura	hy (cm)	hz (cm)	A (cm <sup>2</sup> )	Izz (cm <sup>4</sup> )	Iyy (cm <sup>4</sup> )	Ixx (cm <sup>4</sup> )	Excent. (cm)
01	R 8/20	8	20	160	853,33	5333,33	170,67	0,0
02	R 8/20	8	20	160	853,33	5333,33	170,67	7,5
03	R 8/15	8	15	120	640,00	2250,00	128,00	10,0
05	T 8X20X60	8	20	420	90640	11446	246	0,0
06	T 8X20X60	8	20	420	90640	11446	246	0,0

TABELA 8: Características das nervuras para os modelos 04, 07 e 08

CARACTERÍSTICAS DAS NERVURAS SIMULADAS POR ELEMENTOS SHELL63 - LAJES COM NÚMERO DE NERVURAS POR LADO DE 05 A 15		
Modelo	Nervura	h (cm)
04	CASCA 8/17,5	8,000
07	LAJE MACIÇA EQUIVAL.	13,179
08	LAJE MACIÇA EQUIVAL.	10,543

TABELA 9: Características da capa

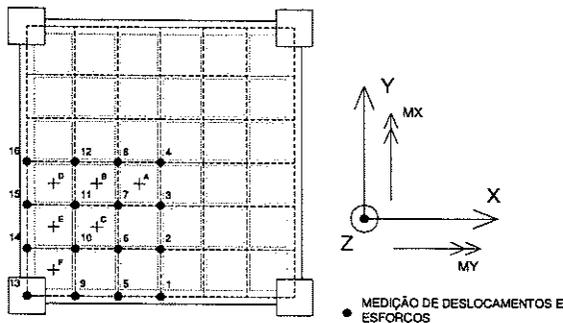
CARACTERÍSTICAS DA CAPA SIMULADA POR ELEMENTOS SHELL63 - LAJES COM NÚMERO DE NERVURAS POR LADO DE 05 A 15		
Modelo	Nervura	h (cm)
01	CASCA	5,0
02	CASCA	5,0
03	CASCA	5,0
04	CASCA	5,0
05	CASCA	5,0

O número de elementos finitos em cada modelo analisado é demonstrado abaixo.

TABELA 10: Número de elementos finitos em cada modelo analisado, para lajes com variação de  $a_1/l$ 

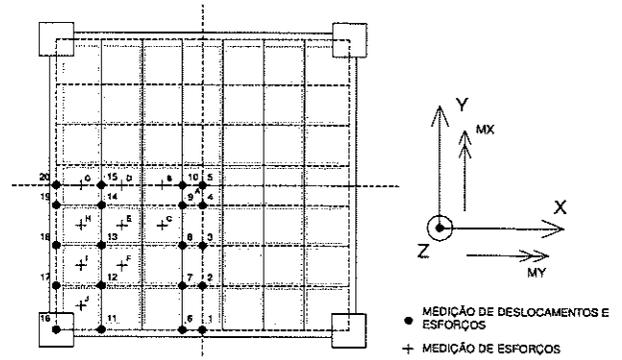
Nerv/lado	Elementos	Modelos numéricos de análise							
		01	02	03	04	05	06	07	08
5	BEAM4	244	4	4	36	244	244	4	4
	BEAM44	96	336	336	0	96	96	96	96
	SHELL63	576	576	576	2544	576	0	576	576
6	BEAM4	340	4	4	40	340	340	4	4
	BEAM44	112	448	448	0	112	112	112	112
	SHELL63	784	784	784	3472	784	0	784	784
7	BEAM4	452	4	4	44	452	452	4	4
	BEAM44	128	576	576	0	128	128	128	128
	SHELL63	1024	1024	1024	4544	1024	0	1024	1024
8	BEAM4	580	4	4	52	580	580	4	4
	BEAM44	144	720	720	0	144	144	144	144
	SHELL63	1296	1296	1296	5904	1296	0	1296	1296
9	BEAM4	724	4	4	56	724	724	4	4
	BEAM44	160	880	880	0	160	160	160	160
	SHELL63	1600	1600	1600	7280	1600	0	1600	1600
10	BEAM4	884	4	4	60	884	884	4	4
	BEAM44	176	1056	1056	0	176	176	176	176
	SHELL63	1936	1936	1936	8800	1936	0	1936	1936
11	BEAM4	1060	4	4	64	1060	1060	4	4
	BEAM44	192	1248	1248	0	192	192	192	192
	SHELL63	2304	2304	2304	10464	2304	0	2304	2304
12	BEAM4	1252	4	4	68	1252	1252	4	4
	BEAM44	208	1456	1456	0	208	208	208	208
	SHELL63	2704	2704	2704	12272	2704	0	2704	2704
13	BEAM4	1460	4	4	76	1460	1460	4	4
	BEAM44	224	1680	1680	0	224	224	224	224
	SHELL63	3136	3136	3136	14448	3136	0	3136	3136
14	BEAM4	1684	4	4	80	1648	1648	4	4
	BEAM44	240	1920	1920	0	240	240	240	240
	SHELL63	3600	3600	3600	16560	360	0	360	360
15	BEAM4	1924	4	4	84	1924	1924	4	4
	BEAM44	256	2176	2176	0	256	256	256	256
	SHELL63	4096	4096	4096	18816	4096	0	4096	4096

Os pontos de medição de deslocamentos e esforços, nos modelos numéricos, são apresentados abaixo nas Figuras 4 a 14:



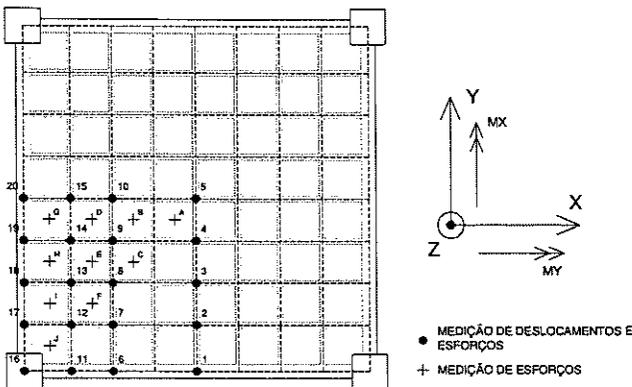
VARIACÃO DO NÚMERO DE NERVURAS POR LADO  
 LAJE N = 5 NERVURAS POR LADO  
 ESPAÇAMENTO ENTRE EIXOS DE NERVURAS = 60 cm  
 VIGAS EXTERNAS 20/36 cm  
 ALTURA TOTAL DA LAJE h = 20 cm  
 CAPA hf = 5 cm  
 PILARES 40/40 cm - ALTURA 280 cm  
 $a_1/l = 0,1667$

FIGURA 4: Pontos de medição - laje  $a_1/l=0,1667$



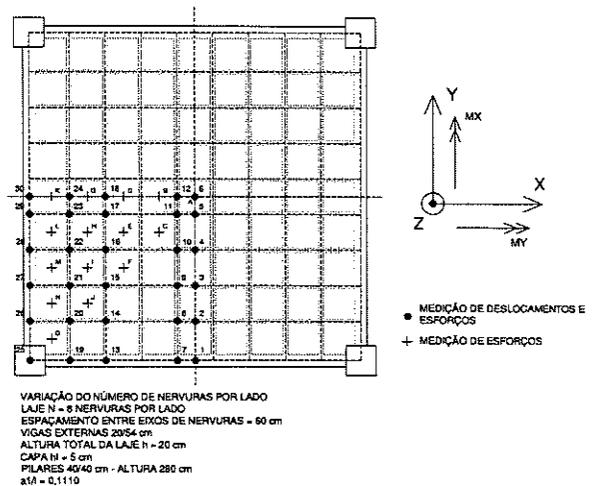
VARIACÃO DO NÚMERO DE NERVURAS POR LADO  
 LAJE N = 5 NERVURAS POR LADO  
 ESPAÇAMENTO ENTRE EIXOS DE NERVURAS = 60 cm  
 VIGAS EXTERNAS 20/42 cm  
 ALTURA TOTAL DA LAJE h = 20 cm  
 CAPA hf = 5 cm  
 PILARES 40/40 cm - ALTURA 280 cm  
 $a_1/l = 0,1429$

FIGURA 5: Pontos de medição - laje  $a_1/l=0,1429$



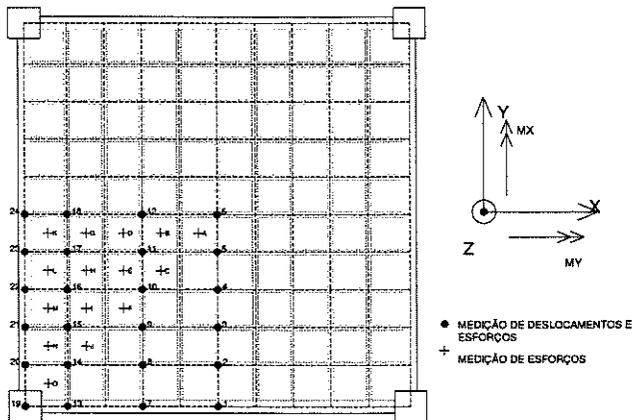
VARIACÃO DO NÚMERO DE NERVURAS POR LADO  
 LAJE N = 7 NERVURAS POR LADO  
 ESPAÇAMENTO ENTRE EIXOS DE NERVURAS = 60 cm  
 VIGAS EXTERNAS 20/48 cm  
 ALTURA TOTAL DA LAJE h = 20 cm  
 CAPA hf = 5 cm  
 PILARES 40/40 cm - ALTURA 280 cm  
 $a_1/l = 0,1250$

FIGURA 6: Pontos de medição - laje  $a_1/l=0,1250$



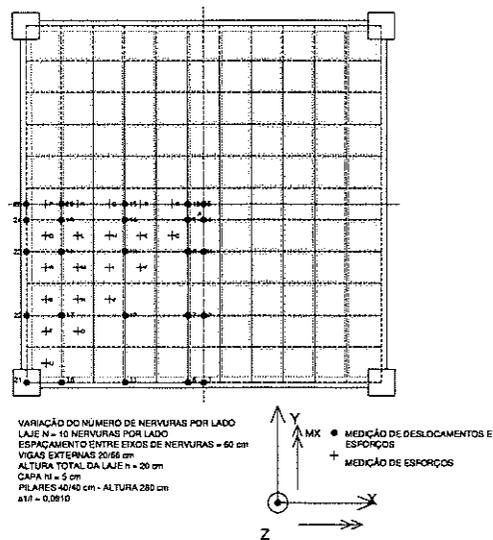
VARIACÃO DO NÚMERO DE NERVURAS POR LADO  
 LAJE N = 8 NERVURAS POR LADO  
 ESPAÇAMENTO ENTRE EIXOS DE NERVURAS = 60 cm  
 VIGAS EXTERNAS 20/54 cm  
 ALTURA TOTAL DA LAJE h = 20 cm  
 CAPA hf = 5 cm  
 PILARES 40/40 cm - ALTURA 280 cm  
 $a_1/l = 0,1110$

FIGURA 7: Pontos de medição - laje  $a_1/l=0,1110$



VARIACÃO DO NÚMERO DE NERVURAS POR LADO  
 LAJE N = 9 NERVURAS POR LADO  
 ESPAÇAMENTO ENTRE EIXOS DE NERVURAS = 60 cm  
 VIGAS EXTERNAS 20/60 cm  
 ALTURA TOTAL DA LAJE h = 20 cm  
 CAPA hf = 5 cm  
 PILARES 40/40 cm - ALTURA 280 cm  
 $a_1/l = 0,1000$

FIGURA 8: Pontos de medição - laje  $a_1/l=0,1000$



VARIACÃO DO NÚMERO DE NERVURAS POR LADO  
 LAJE N = 10 NERVURAS POR LADO  
 ESPAÇAMENTO ENTRE EIXOS DE NERVURAS = 60 cm  
 VIGAS EXTERNAS 20/66 cm  
 ALTURA TOTAL DA LAJE h = 20 cm  
 CAPA hf = 5 cm  
 PILARES 40/40 cm - ALTURA 280 cm  
 $a_1/l = 0,0910$

FIGURA 9: Pontos de medição - laje  $a_1/l=0,0910$

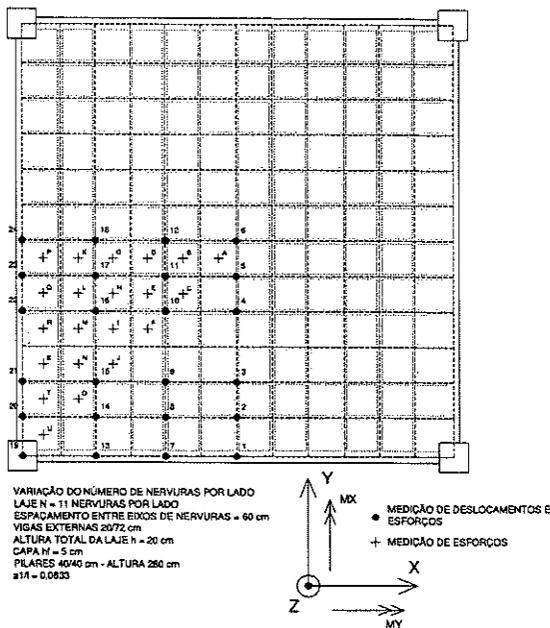


FIGURA 10: Pontos de medição - laje  $a_1/l=0,0833$

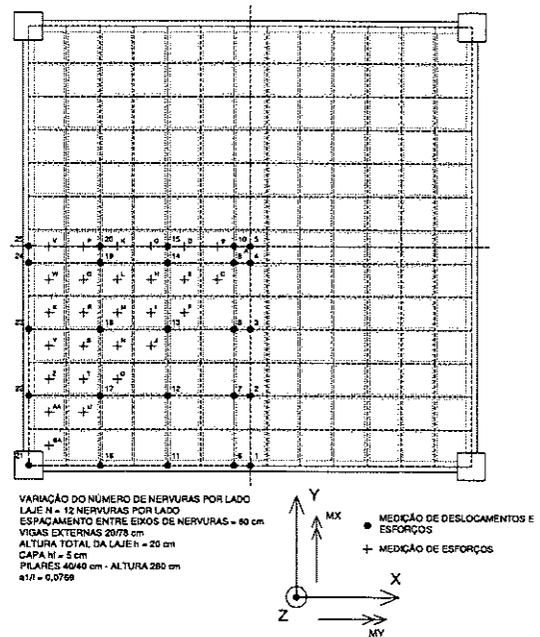


FIGURA 11: Pontos de medição - laje  $a_1/l=0,0769$

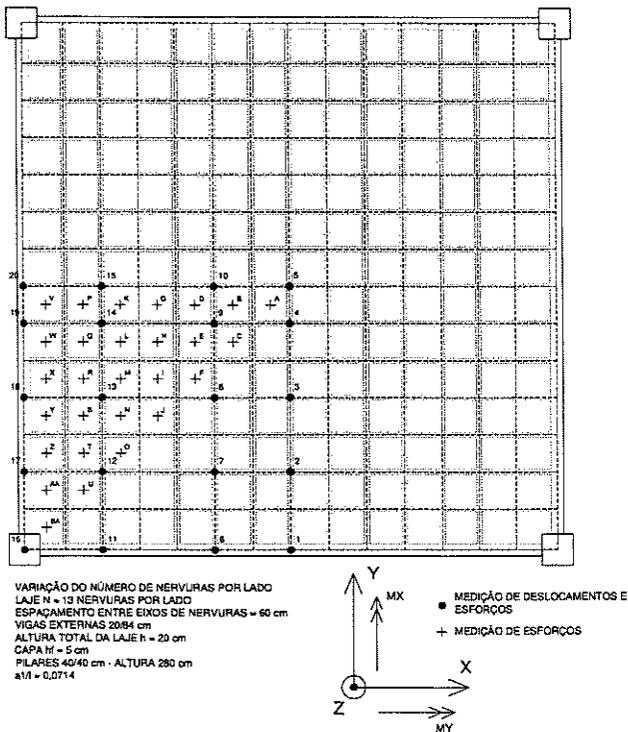


FIGURA 12: Pontos de medição - laje  $a_1/l=0,0714$

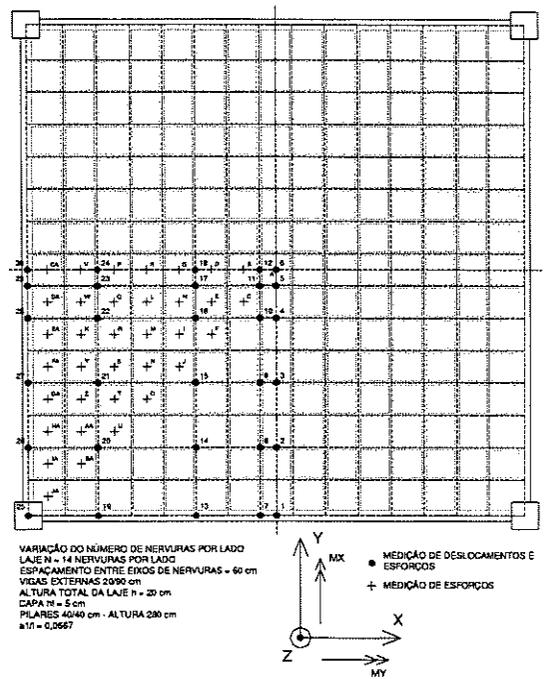


FIGURA 13: Pontos de medição - laje  $a_1/l=0,0667$

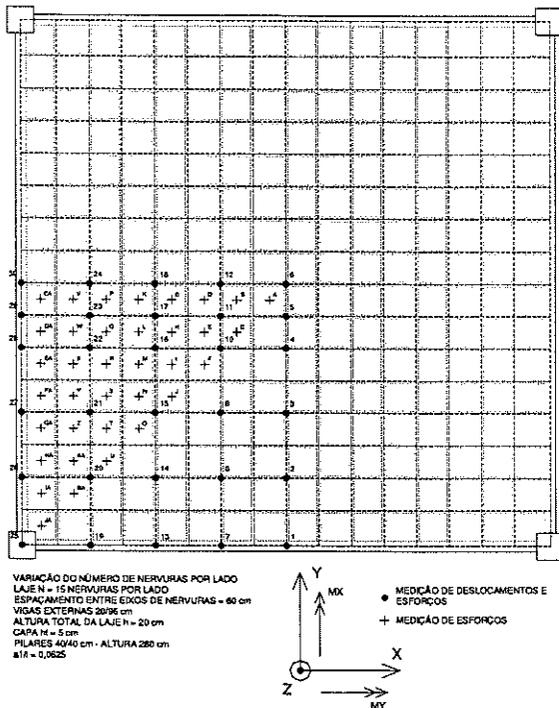


FIGURA 14: Pontos de medição - laje  $a_1/l=0,0625$

#### 4. ANÁLISE DOS RESULTADOS DOS PROCESSAMENTOS

Abaixo tem-se os gráficos de deslocamentos ortogonais ao plano da placa para a nervura central, ou para a linha central, das lajes processadas neste experimento.

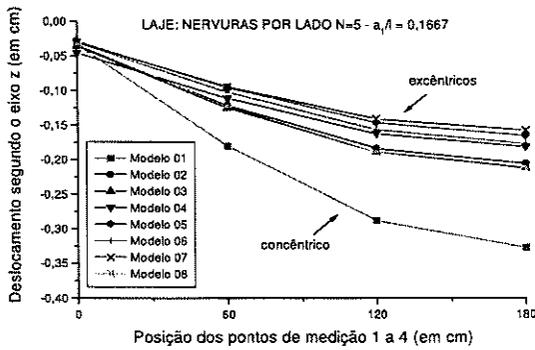


FIGURA 15: Deslocamento em z - laje  $a_1/l=0,1667$

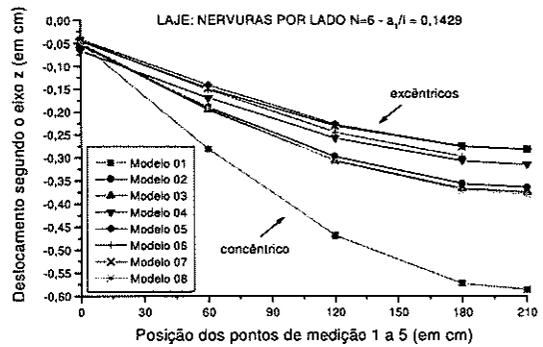


FIGURA 16: Deslocamento em z - laje  $a_1/l=0,1429$

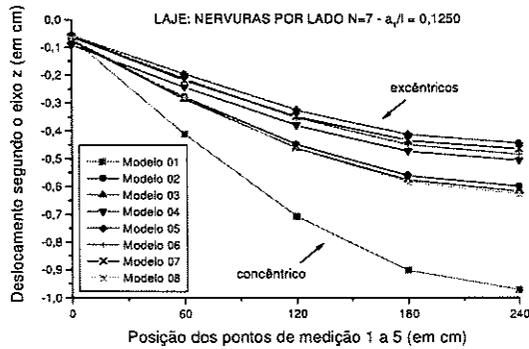


FIGURA 17: Deslocamento em z - laje  $a_1/l=0,1250$

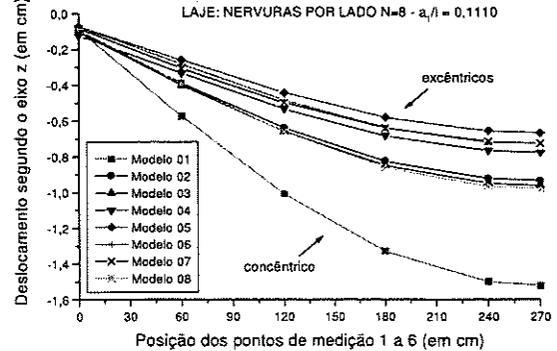


FIGURA 18: Deslocamento em z - laje  $a_1/l=0,1110$

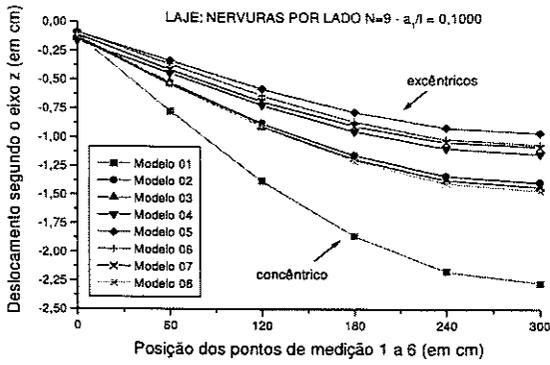


FIGURA 19: Deslocamento em z - laje  $a_1/l=0,1000$

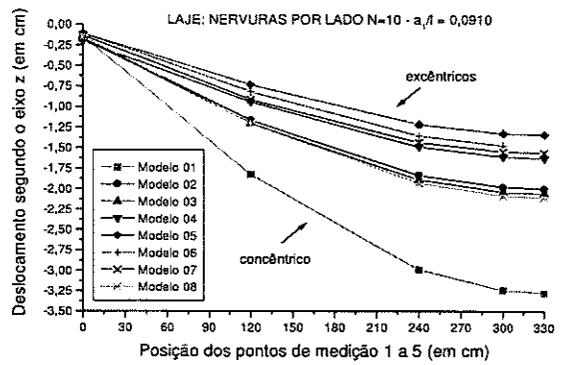


FIGURA 20: Deslocamento em z - laje  $a_1/l=0,0910$

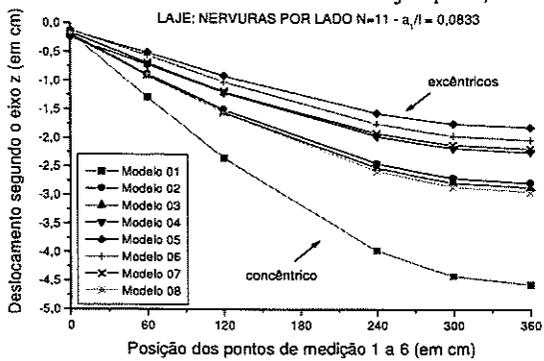


FIGURA 21: Deslocamento em z - laje  $a_1/l=0,0833$

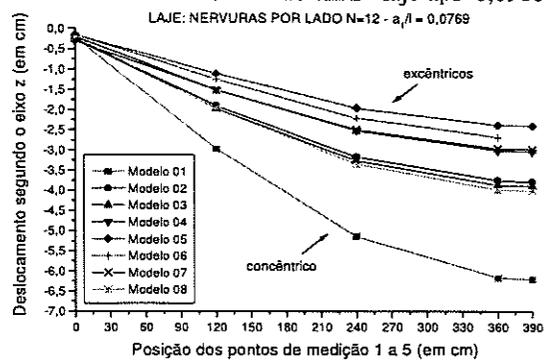


FIGURA 22: Deslocamento em z - laje  $a_1/l=0,0769$

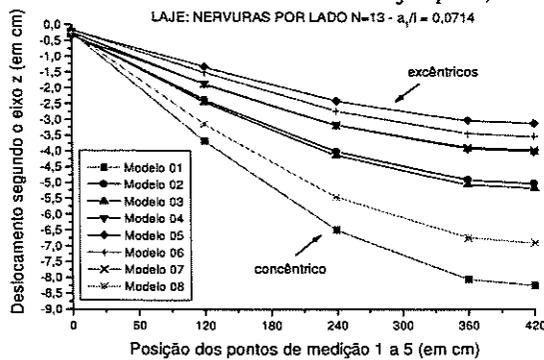


FIGURA 23: Deslocamento em z - laje  $a_1/l=0,0714$

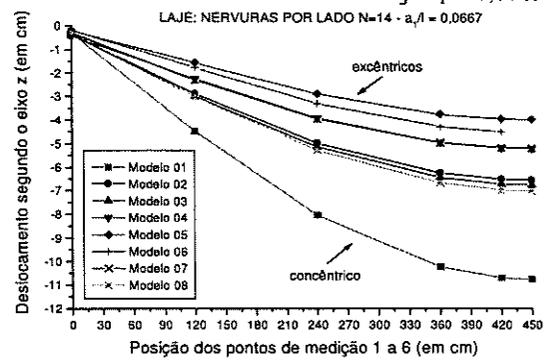


FIGURA 24: Deslocamento em z - laje  $a_1/l=0,0667$

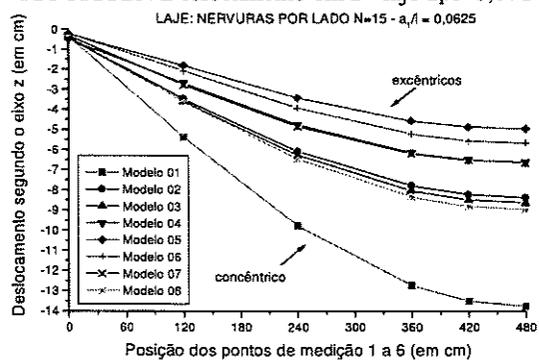


FIGURA 25: Deslocamento em z - laje  $a_1/l=0,0625$

Analisando-se as tabelas de deslocamentos nas nervuras, segundo os modelos 01 a 08, onde variou-se a relação  $a_1/l$ , verificou-se que:

- quanto maior a relação  $a_1/l$  os deslocamentos dados pelo modelo concêntrico vão tornando-se muito maiores que os apresentados nas modelagens excêntricas; para a relação

$a_1/l=0,0625$  o deslocamento máximo na nervura central, pelo modelo concêntrico, é 107,5% maior que o apresentado pelo modelo realista 04;

- como foram processados modelos com altura total da laje  $h=20$  cm, considerando a altura da capa como sendo  $h_f=5$  cm, obtendo-se assim uma relação  $h_f/h=0,25$ , os modelos 02 e 03 apresentaram-se muito flexíveis quando comparados ao Modelo 04. Conforme pode ser visto em DIAS *et al.* (2003) os modelos 02 e 03 comportam-se mais próximos do modelo 04 para baixos valores da relação  $h_f/h$ , ou seja, para maiores valores de excentricidades. Assim, para menores relações  $h_f/h$  poderiam ser encontrados resultados melhores de deslocamentos para estes modelos. Mesmo assim observou-se o seguinte: à medida que diminui-se a relação  $a_1/l$ , ou seja, à medida que tem-se um número maior de nervuras por lado, maiores são as diferenças entre os deslocamentos máximos dados pelos modelos 02 e 03 comparados aos fornecidos pelo Modelo 04; para  $a_1/l=0,1667$  tem-se uma diferença de 17%, a maior para o deslocamento máximo na nervura central do Modelo 02; para  $a_1/l=0,0625$  essa diferença salta para 30%;

- para valores mais altos na relação  $a_1/l$ , ou seja, quanto menor for o número de nervuras por lado, piores serão os resultados de deslocamentos do Modelo 07, ou modelo de laje maciça equivalente com redução do  $G_c$  (módulo de deformação transversal do concreto). É interessante observar que confirmam-se os melhores resultados de deslocamentos nas relações:  $a_1/l=0,0667$ , com uma diferença de apenas 0,462% entre o deslocamento máximo do Modelo 07 em comparação com o resultado do Modelo 04, conforme havia determinado DEB *et al.* (1991) comparando o Modelo 07 com resultados experimentais;  $a_1/l=0,0625$ , com uma diferença de apenas 0,21%, melhor que a relação anterior; e  $a_1/l=0,0714$ , onde essa diferença foi de 1,15%, o que também é uma ótima correlação, confirmando também experimentos de HOPPMANN *et al.* (1956). É importante observar que, nos modelos deste trabalho, chega-se a estes resultados considerando uma redução do módulo de elasticidade transversal para tornar o modelo mais flexível, simulando melhor o comportamento do sistema, haja visto que este é um modelo intrinsecamente mais rígido que os demais excêntricos;

- o Modelo 08, também de laje maciça equivalente, porém com redução de espessura conforme ADBUL-WAHAB & KHALIL (2000), aplicado a estas lajes com relação  $h_f/h=0,25$ , não comportaram-se bem em termos de deslocamentos, apresentando resultados e comportamento próximos aos dos modelos 02 e 03. Melhores resultados seriam obtidos com uma maior excentricidade nas nervuras, para este modelo, conforme DIAS *et al.* (2003);

- à medida que diminui-se a relação  $a_1/l$ , ou seja, que aumentou-se o número de nervuras por lado, mais rígidos os modelos 05 e 06 (modelos de seção "T") apresentaram-se em relação ao Modelo 04, distanciando dos resultados deste, chegando a apresentarem diferenças de 25,2% para o máximo deslocamento da nervura (ou eixo) central, na relação  $a_1/l=0,0625$ . Para  $a_1/l=0,1667$  o erro foi de apenas 8,87% para o Modelo 05, e 2,6% para o Modelo 06, com deslocamentos menores que os apresentados pelo Modelo 04.

Confirma-se, pelos gráficos apresentados, que o Modelo 01, concêntrico, é extremamente mais flexível, mostrando deslocamentos ortogonais ao plano da placa maiores que os outros.

A seguir são apresentados os valores medidos de Momentos Fletores nas nervuras centrais das lajes analisadas, segundo os modelos propostos.

TABELA 11: Momentos Fletores nas nervuras centrais - laje com  $a_1/l=0,1667$

LAJE COM RELAÇÃO $a_1/l=0,1667$								
MOMENTOS FLETORES NA NERVURA CENTRAL (kN.cm)								
Ponto	Modelos numéricos de análise							
	01	02	03	04	05	06	07	08
1	-38,25	-20,37	-23,44	<b>-42,86</b>	-98,94	-109,72	25,18	-8,05
2	144,96	82,20	27,14	<b>42,95</b>	128,61	137,47	201,14	139,98
3	246,54	137,71	55,57	<b>94,00</b>	251,92	270,82	295,49	216,67
4	281,17	159,01	69,08	<b>109,94</b>	289,38	311,32	321,06	236,39

TABELA 12: Momentos Fletores nas nervuras centrais - laje com  $a_1/l=0,1429$ 

LAJE COM RELAÇÃO $a_1/l=0,1429$								
MOMENTOS FLETORES NA NERVURA CENTRAL (kN.cm)								
Ponto	Modelos numéricos de análise							
	01	02	03	04	05	06	07	08
6	-64,51	-29,55	-30,13	<b>-64,67</b>	-158,55	-170,51	22,85	-22,96
7	156,80	92,59	29,50	<b>41,58</b>	118,84	130,74	232,33	255,88
8	293,63	165,37	65,38	<b>110,51</b>	285,29	310,57	360,55	260,49
9	362,79	203,80	86,26	<b>142,18</b>	360,17	391,45	419,71	305,63
10	374,47	213,00	93,34	<b>146,82</b>	372,83	401,58	423,93	308,75

TABELA 13: Momentos Fletores nas nervuras centrais - laje com  $a_1/l=0,1250$ 

LAJE COM RELAÇÃO $a_1/l=0,1250$								
MOMENTOS FLETORES NA NERVURA CENTRAL (kN.cm)								
Ponto	Modelos numéricos de análise							
	01	02	03	04	05	06	07	08
1	-87,48	-39,47	-37,78	<b>-91,17</b>	-238,55	-251,28	29,17	-29,88
2	180,04	109,74	34,72	<b>39,96</b>	98,66	113,64	285,23	184,43
3	352,70	200,73	78,57	<b>128,91</b>	318,61	351,08	448,73	319,72
4	454,19	254,97	106,30	<b>177,66</b>	438,14	480,75	540,74	392,07
5	488,80	276,25	119,81	<b>193,25</b>	475,52	521,25	565,81	411,01

TABELA 14: Momentos Fletores nas nervuras centrais - laje com  $a_1/l=0,1111$ 

LAJE COM RELAÇÃO $a_1/l=0,1111$								
MOMENTOS FLETORES NA NERVURA CENTRAL (kN.cm)								
Ponto	Modelos numéricos de análise							
	01	02	03	04	05	06	07	08
7	-124,55	-52,72	-46,57	<b>-120,78</b>	-328,42	-340,99	25,90	-49,46
8	182,66	117,80	36,08	<b>31,96</b>	60,53	79,05	316,28	196,07
9	392,70	227,47	88,08	<b>139,70</b>	327,68	366,78	514,37	361,07
10	528,70	298,64	123,09	<b>205,35</b>	489,07	541,53	639,78	460,16
11	597,84	336,95	143,93	<b>236,47</b>	563,83	622,41	698,04	503,95
12	609,51	346,12	150,99	<b>241,03</b>	576,48	632,53	702,18	507,01

TABELA 15: Momentos Fletores nas nervuras centrais - laje com  $a_1/l=0,1000$ 

LAJE COM RELAÇÃO $a_1/l=0,1000$								
MOMENTOS FLETORES NA NERVURA CENTRAL (kN.cm)								
Ponto	Modelos numéricos de análise							
	01	02	03	04	05	06	07	08
1	-159,77	-66,59	-56,08	<b>-155,91</b>	-441,54	-453,19	30,71	-61,25
2	194,51	131,53	39,77	<b>20,09</b>	7,72	30,39	368,22	219,89
3	444,55	262,25	101,07	<b>151,50</b>	331,10	377,61	604,26	416,76
4	614,32	349,85	143,23	<b>235,94</b>	542,37	606,21	762,96	544,88
5	716,38	404,10	170,94	<b>283,60</b>	659,70	733,43	853,86	614,88
6	750,99	425,34	184,43	<b>299,03</b>	697,06	773,93	878,70	633,42

TABELA 16: Momentos Fletores nas nervuras centrais - laje com  $a_1/l=0,0910$ 

LAJE COM RELAÇÃO $a_1/l=0,0910$								
MOMENTOS FLETORES NA NERVURA CENTRAL (kN.cm)								
Ponto	Modelos numéricos de análise							
	01	02	03	04	05	06	07	08
6	-209,02	-84,15	-66,92	<b>-193,36</b>	-562,52	-572,80	26,42	-85,51
7	475,43	287,22	109,89	<b>155,74</b>	312,82	366,42	670,32	454,70
8	817,57	463,48	194,59	<b>322,42</b>	727,91	814,92	986,94	707,16
9	886,70	501,68	215,38	<b>353,25</b>	802,62	895,79	1044,72	750,30
10	898,37	510,84	222,44	<b>357,77</b>	815,26	905,92	1048,80	753,30

TABELA 17: Momentos Fletores nas nervuras centrais - laje com  $a_1/l=0,0833$ 

LAJE COM RELAÇÃO $a_1/l=0,0833$								
MOMENTOS FLETORES NA NERVURA CENTRAL (kN.cm)								
Ponto	Modelos numéricos de análise							
	01	02	03	04	05	06	07	08
1	-257,77	-102,29	-78,30	<b>-236,68</b>	-709,10	-717,12	29,94	-102,03
2	184,91	146,23	41,77	<b>-14,76</b>	-146,53	-114,43	449,47	246,10
3	516,88	319,68	121,94	<b>160,45</b>	284,35	345,92	760,68	506,27
4	929,14	530,14	221,49	<b>364,80</b>	799,79	901,85	1114,74	816,90
5	1031,70	584,48	249,23	<b>411,80</b>	915,74	1027,50	1235,10	885,54
6	1066,30	605,67	262,69	<b>427,21</b>	953,09	1068,00	1259,76	903,90

TABELA 18: Momentos Fletores nas nervuras centrais - laje com  $a_1/l=0,0769$ 

LAJE COM RELAÇÃO $a_1/l=0,0769$								
MOMENTOS FLETORES NA NERVURA CENTRAL (kN.cm)								
Ponto	Modelos numéricos de análise							
	01	02	03	04	05	06	07	08
6	-320,50	-124,52	-91,26	<b>-281,87</b>	-861,96	-867,77	24,61	-130,97
7	536,82	342,06	129,71	<b>158,31</b>	236,75	305,81	826,98	540,32
8	1022,10	588,33	244,77	<b>398,69</b>	844,76	960,12	1279,14	907,92
9	1228,00	697,37	300,37	<b>492,86</b>	1075,60	1210,00	1459,74	1044,78
10	1239,60	706,52	307,43	<b>497,26</b>	1088,20	1220,00	1463,88	1047,78

TABELA 19: Momentos Fletores nas nervuras centrais - laje com  $a_1/l=0,0714$ 

LAJE COM RELAÇÃO $a_1/l=0,0714$								
MOMENTOS FLETORES NA NERVURA CENTRAL (kN.cm)								
Ponto	Modelos numéricos de análise							
	01	02	03	04	05	06	07	08
1	-384,00	-147,39	-104,65	<b>-333,12</b>	-1042,40	-1045,00	26,94	-70,39
2	565,50	371,14	140,39	<b>155,79</b>	175,30	252,79	917,10	791,10
3	1125,60	654,21	271,44	<b>436,01</b>	889,07	1019,10	1438,92	1314,96
4	1398,70	795,51	340,94	<b>563,37</b>	1205,60	1361,60	1684,56	1564,20
5	1433,30	816,66	354,38	<b>578,76</b>	1242,90	1402,10	1709,16	1589,10

TABELA 20: Momentos Fletores nas nervuras centrais - laje com  $a_1/l=0,0667$ 

LAJE COM RELAÇÃO $a_1/l=0,0667$								
MOMENTOS FLETORES NA NERVURA CENTRAL (kN.cm)								
Ponto	Modelos numéricos de análise							
	01	02	03	04	05	06	07	08
7	-461,39	-174,68	-119,85	<b>-386,00</b>	-1227,70	-1227,70	20,55	-185,76
8	572,86	390,32	146,89	<b>146,70</b>	97,04	182,21	983,40	617,52
9	1209,10	710,78	294,15	<b>464,74</b>	908,02	1051,20	1574,64	1104,30
10	1551,20	885,42	377,98	<b>624,94</b>	1307,40	1482,70	1885,98	1345,08
11	1620,30	923,45	398,69	<b>655,69</b>	1382,10	1563,60	1943,22	1387,50
12	1632,00	932,60	405,74	<b>660,08</b>	1394,70	1573,70	1947,30	1390,56

TABELA 21: Momentos Fletores nas nervuras centrais - laje com  $a_1/l=0,0625$ 

LAJE COM RELAÇÃO $a_1/l=0,0625$								
MOMENTOS FLETORES NA NERVURA CENTRAL (kN.cm)								
Ponto	Modelos numéricos de análise							
	01	02	03	04	05	06	07	08
1	-540,80	-204,74	-135,43	<b>-445,08</b>	-1442,20	-1438,70	21,73	-211,58
2	587,11	415,40	155,97	<b>136,59</b>	1,97	95,74	1072,74	660,30
3	1302,50	775,07	320,26	<b>495,96</b>	922,37	1079,80	1736,04	1208,82
4	1713,10	982,23	418,12	<b>691,06</b>	1414,10	1610,40	2112,66	1504,08
5	1816,20	1036,70	445,88	<b>737,65</b>	1528,50	1734,30	2202,42	1571,40
6	1850,80	1057,80	459,31	<b>753,00</b>	1565,90	1774,80	2226,96	1589,58

Analisando as tabelas de Momentos Fletores nas nervuras centrais, em modelos com variação da relação  $a_1/l$ , verificou-se que:

- existe claramente uma separação entre dois grupos, onde os componentes de cada grupo têm momentos fletores da mesma ordem de grandeza, para as nervuras: modelos 02 a 04, com valores próximos e mais baixos que os dados pelos modelos 05 a 08. Verifica-se que é necessário a análise das tensões normais nas seções, haja visto que as nervuras dos modelos 02 a 04 deverão apresentar esforços normais de tração, como será posteriormente explicado; as nervuras dos demais modelos deverão apresentar esforços normais de compressão. Somente a consideração da flexo-tração e da flexo-compressão possibilitará a comparação dos resultados entre os modelos.

A seguir apresentam-se os resultados de Esforços Normais medidos nas nervuras centrais das lajes processadas.

TABELA 22: Esforços Normais nas nervuras centrais - laje com  $a_1/l=0,1667$

LAJE COM RELAÇÃO $a_1/l=0,1667$								
ESFORÇOS NORMAIS NA NERVURA CENTRAL (kN)								
Ponto	Modelos numéricos de análise							
	01	02	03	04	05	06	07	08
1	-0,93	2,41	2,52	<b>-3,21</b>	-4,83	-6,62	-0,64	-1,27
2	-0,98	15,28	17,08	<b>7,55</b>	-4,73	-9,80	-3,89	-7,25
3	-1,35	22,41	25,10	<b>16,35</b>	-5,67	-11,38	-4,90	-8,78
4	-1,45	24,22	27,17	<b>19,21</b>	-5,72	-11,38	-5,08	-9,02

TABELA 23: Esforços Normais nas nervuras centrais - laje com  $a_1/l=0,1429$

LAJE COM RELAÇÃO $a_1/l=0,1429$								
ESFORÇOS NORMAIS NA NERVURA CENTRAL (kN)								
Ponto	Modelos numéricos de análise							
	01	02	03	04	05	06	07	08
6	-1,46	2,07	2,13	<b>-5,64</b>	-6,62	-8,70	-0,86	-1,63
7	-1,22	17,76	19,80	<b>7,44</b>	-5,73	-12,16	-4,92	-8,42
8	-1,72	27,53	30,77	<b>19,33</b>	-7,30	-14,75	-6,28	-10,91
9	-1,95	32,00	35,79	<b>25,01</b>	-7,72	-15,48	-6,77	-11,74
10	-1,96	32,28	36,17	<b>25,82</b>	-7,72	-15,48	-6,80	-11,79

TABELA 24: Esforços Normais nas nervuras centrais - laje com  $a_1/l=0,1250$

LAJE COM RELAÇÃO $a_1/l=0,1250$								
ESFORÇOS NORMAIS NA NERVURA CENTRAL (kN)								
Ponto	Modelos numéricos de análise							
	01	02	03	04	05	06	07	08
1	-1,62	2,15	2,20	<b>-9,48</b>	-8,66	-11,09	-0,81	-1,51
2	-1,20	21,41	23,82	<b>7,65</b>	-6,48	-14,31	-5,51	-9,25
3	-1,85	34,02	37,91	<b>22,72</b>	-8,62	-17,64	-7,17	-12,67
4	-2,20	41,08	45,82	<b>31,49</b>	-9,40	-18,97	-7,88	-14,05
5	-2,28	42,90	47,89	<b>34,32</b>	-9,44	-18,97	-8,05	-14,38

TABELA 25: Esforços Normais nas nervuras centrais - laje com  $a_1/l=0,1111$

LAJE COM RELAÇÃO $a_1/l=0,1111$								
ESFORÇOS NORMAIS NA NERVURA CENTRAL (kN)								
Ponto	Modelos numéricos de análise							
	01	02	03	04	05	06	07	08
7	-2,13	1,63	1,54	<b>-13,05</b>	-10,57	-13,28	-0,97	-1,79
8	-1,34	23,70	26,35	<b>6,29</b>	-7,13	-16,27	-6,17	-10,09
9	-2,13	39,06	43,51	<b>24,73</b>	-9,92	-20,59	-8,33	-14,34
10	-2,61	48,78	54,35	<b>36,49</b>	-11,18	-22,70	-9,40	-16,45
11	-2,80	53,26	59,37	<b>42,14</b>	-11,53	-23,31	-9,83	-17,30
12	-2,81	53,55	59,76	<b>42,94</b>	-11,53	-23,31	-9,86	-17,36

TABELA 26: Esforços Normais nas nervuras centrais - laje com  $a_1/l=0,1000$ 

LAJE COM RELAÇÃO $a_1/l=0,1000$								
ESFORÇOS NORMAIS NA NERVURA CENTRAL (kN)								
Ponto	Modelos numéricos de análise							
	01	02	03	04	05	06	07	08
1	-2,38	1,43	1,28	<b>-17,28</b>	-12,75	-15,78	-0,91	-1,69
2	-1,26	27,06	30,07	<b>4,73</b>	-7,56	-18,07	-6,61	-10,58
3	-2,22	45,48	50,61	<b>27,46</b>	-10,92	-23,16	-9,09	-15,60
4	-2,82	57,87	64,39	<b>42,11</b>	-12,63	-25,91	-10,39	-18,34
5	-3,11	64,94	72,29	<b>50,76</b>	-13,28	-27,04	-11,02	-19,69
6	-3,18	66,76	74,36	<b>53,58</b>	-13,36	-27,04	-11,18	-20,04

TABELA 27: Esforços Normais nas nervuras centrais - laje com  $a_1/l=0,0910$ 

LAJE COM RELAÇÃO $a_1/l=0,0910$								
ESFORÇOS NORMAIS NA NERVURA CENTRAL (kN)								
Ponto	Modelos numéricos de análise							
	01	02	03	04	05	06	07	08
6	-2,89	0,67	0,31	<b>-23,31</b>	-14,74	-18,05	-1,03	-1,92
7	-2,41	50,36	56,05	<b>27,89</b>	-11,85	-25,63	-10,03	-16,86
8	-3,54	75,20	83,68	<b>57,81</b>	-15,11	-30,94	-12,59	-22,19
9	-3,70	79,69	88,70	<b>63,43</b>	-15,42	-31,47	-12,98	-23,03
10	-3,71	79,98	89,09	<b>64,23</b>	-15,42	-31,47	-13,01	-23,09

TABELA 28: Esforços Normais nas nervuras centrais - laje com  $a_1/l=0,0833$ 

LAJE COM RELAÇÃO $a_1/l=0,0833$								
ESFORÇOS NORMAIS NA NERVURA CENTRAL (kN)								
Ponto	Modelos numéricos de análise							
	01	02	03	04	05	06	07	08
1	-3,21	0,16	-0,32	<b>-27,32</b>	-16,99	-20,62	-0,97	-1,83
2	-1,15	32,02	35,60	<b>-0,73</b>	-8,13	-21,17	-7,42	-11,51
3	-2,44	56,53	62,93	<b>28,90</b>	-12,53	-27,82	-10,65	-17,74
4	-3,80	86,82	96,54	<b>65,61</b>	-16,62	-34,32	-13,64	-24,14
5	-4,05	93,92	104,46	<b>74,17</b>	-17,19	-35,32	-14,21	-25,43
6	-4,11	95,74	106,53	<b>76,97</b>	-17,23	-35,32	-14,35	-25,78

TABELA 29: Esforços Normais nas nervuras centrais - laje com  $a_1/l=0,0769$ 

LAJE COM RELAÇÃO $a_1/l=0,0769$								
ESFORÇOS NORMAIS NA NERVURA CENTRAL (kN)								
Ponto	Modelos numéricos de análise							
	01	02	03	04	05	06	07	08
6	-3,74	-0,90	-1,64	<b>-34,45</b>	-19,04	-22,96	-1,07	-2,03
7	-2,56	61,13	68,10	<b>29,39</b>	-13,16	-29,89	-11,41	-18,70
8	-4,16	96,94	107,82	<b>73,07</b>	-18,16	-37,78	-14,99	-26,18
9	-4,63	111,21	123,68	<b>90,44</b>	-19,31	-39,77	-16,13	-28,76
10	-4,64	111,49	124,07	<b>91,25</b>	-19,32	-39,77	-16,16	-28,81

TABELA 30: Esforços Normais nas nervuras centrais - laje com  $a_1/l=0,0714$ 

LAJE COM RELAÇÃO $a_1/l=0,0714$								
ESFORÇOS NORMAIS NA NERVURA CENTRAL (kN)								
Ponto	Modelos numéricos de análise							
	01	02	03	04	05	06	07	08
1	-4,12	-1,74	-2,68	<b>-42,06</b>	-21,36	-25,60	-1,01	-2,01
2	-2,53	66,92	74,61	<b>29,83</b>	-13,58	-31,76	-11,90	-12,56
3	-4,38	108,45	120,60	<b>82,78</b>	-19,42	-40,83	-15,88	-16,66
4	-5,01	127,95	142,24	<b>107,07</b>	-21,09	-43,68	-17,38	-18,33
5	-5,05	129,77	144,31	<b>110,02</b>	-21,12	-43,68	-17,51	-18,49

TABELA 31: Esforços Normais nas nervuras centrais - laje com  $a_1/l=0,0667$

LAJE COM RELAÇÃO $a_1/l=0,0667$								
ESFORÇOS NORMAIS NA NERVURA CENTRAL (kN)								
Ponto	Modelos numéricos de análise							
	01	02	03	04	05	06	07	08
7	-4,68	-3,12	-4,39	<b>-49,31</b>	-23,46	-28,01	-1,10	-2,14
8	-2,57	71,15	79,43	<b>28,28</b>	-13,97	-33,51	-12,52	-20,08
9	-4,67	118,38	131,70	<b>88,31</b>	-20,68	-43,90	-17,03	-29,38
10	-5,46	143,22	159,22	<b>118,84</b>	-22,92	-47,71	-18,94	-33,68
11	-5,58	147,73	164,25	<b>124,73</b>	-23,18	-48,13	-19,26	-34,43
12	-5,58	148,02	164,63	<b>125,56</b>	-23,18	-48,13	-19,28	-34,48

TABELA 32: Esforços Normais nas nervuras centrais - laje com  $a_1/l=0,0625$

LAJE COM RELAÇÃO $a_1/l=0,0625$								
ESFORÇOS NORMAIS NA NERVURA CENTRAL (kN)								
Ponto	Modelos numéricos de análise							
	01	02	03	04	05	06	07	08
1	-5,12	-4,34	-5,86	<b>-60,79</b>	-25,81	-30,70	-1,04	-2,08
2	-2,49	76,44	85,46	<b>26,58</b>	-14,20	-35,11	-12,92	-20,55
3	-4,85	129,67	144,31	<b>94,37</b>	-21,71	-46,64	-17,81	-30,62
4	-5,78	159,78	177,62	<b>131,53</b>	-24,48	-51,29	-20,04	-35,69
5	-5,97	166,94	185,56	<b>140,44</b>	-24,95	-52,09	-20,51	-36,82
6	-6,01	168,77	187,64	<b>143,38</b>	-24,98	-52,09	-20,63	-37,12

Analisando-se as tabelas de Esforços Normais nas nervuras centrais verificou-se que:

- as nervuras simuladas nos modelos 02, 03 e 04 apresentaram esforços normais de tração, enquanto as dos modelos 05 a 08 apresentaram compressão, como era de se esperar, já que nos primeiros modelos os elementos finitos que simulam as nervuras são locados fora da capa comprimida, na região tracionada da laje. Os simuladores das nervuras nos modelos 05 a 08 são posicionados no mesmo plano da capa comprimida.

Assim, para que seja possível uma real comparação entre os resultados de todos os modelos, é preciso determinar as Tensões Normais. Os gráficos abaixo mostram as Tensões Normais nas fibras extremas inferiores (tracionadas, na composição das parcelas de Momentos Fletores e Esforços Normais).

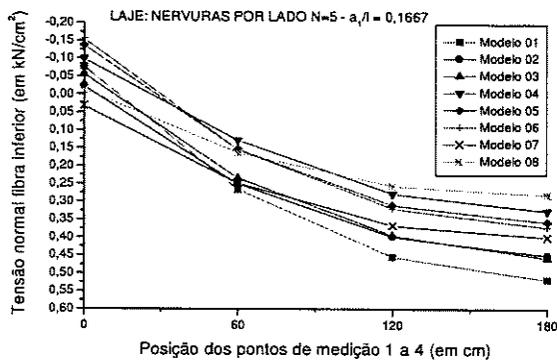


FIGURA 26: Tensões Normais inferiores extremas - nervura central - laje  $a_1/l=0,1667$

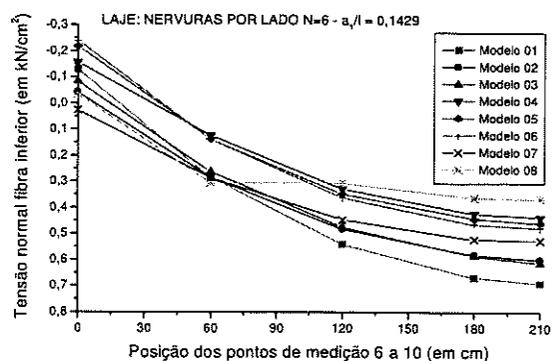


FIGURA 27: Tensões Normais inferiores extremas - nervura central - laje  $a_1/l=0,1429$

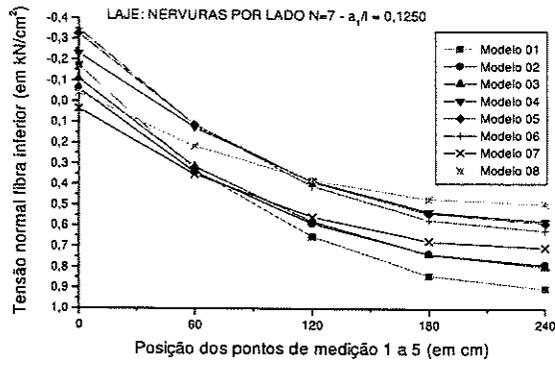


FIGURA 28: Tensões Normais inferiores extremas - nervura central - laje  $a_1/l=0,1250$

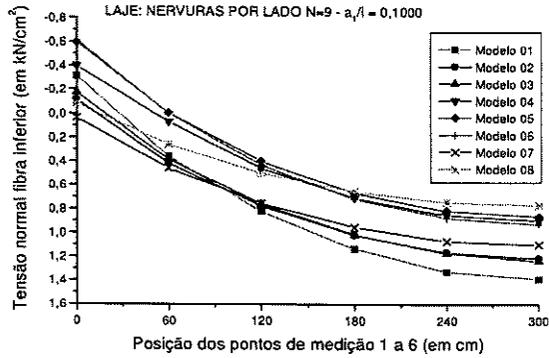


FIGURA 30: Tensões Normais inferiores extremas - nervura central - laje  $a_1/l=0,1000$

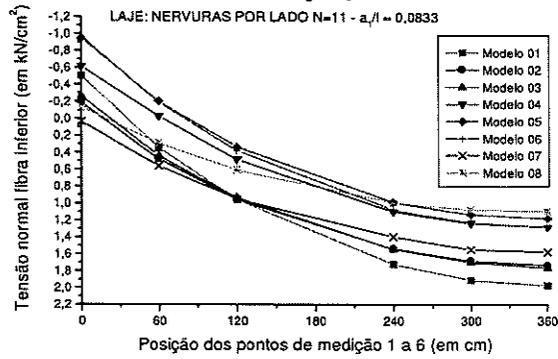


FIGURA 32: Tensões Normais inferiores extremas - nervura central - laje  $a_1/l=0,0833$

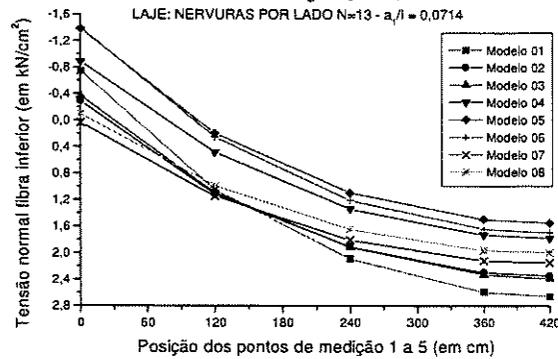


FIGURA 34: Tensões Normais inferiores extremas - nervura central - laje  $a_1/l=0,0714$

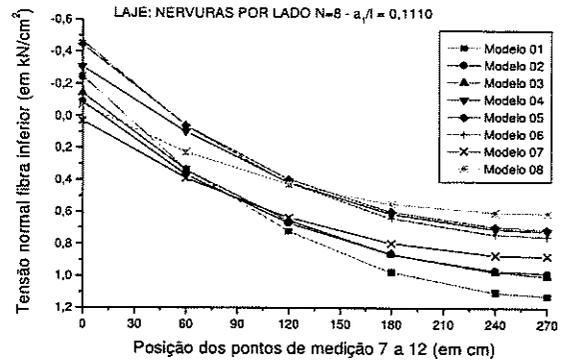


FIGURA 29: Tensões Normais inferiores extremas - nervura central - laje  $a_1/l=0,1110$

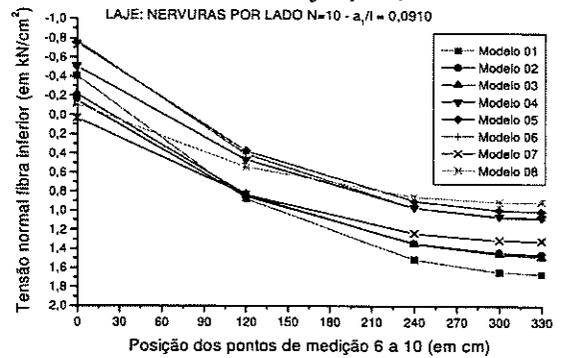


FIGURA 31: Tensões Normais inferiores extremas - nervura central - laje  $a_1/l=0,0910$

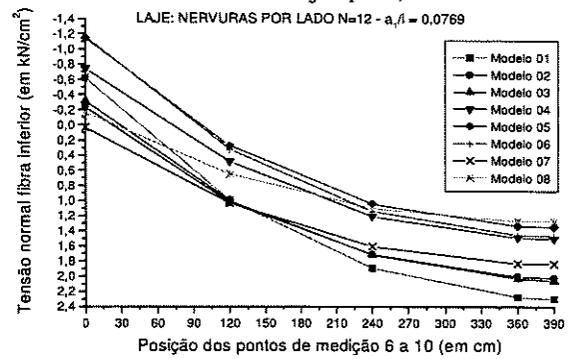


FIGURA 33: Tensões Normais inferiores extremas - nervura central - laje  $a_1/l=0,0769$

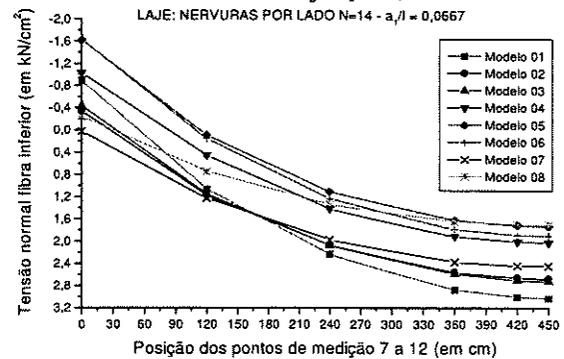


FIGURA 35: Tensões Normais inferiores extremas - nervura central - laje  $a_1/l=0,0667$

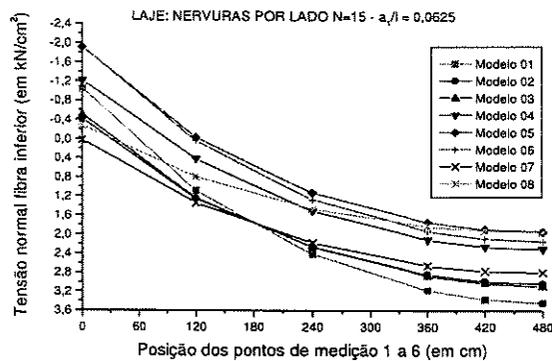


FIGURA 36: Tensões Normais inferiores extremas - nervura central - laje  $a_1/l=0,0625$

De acordo com as tabelas e gráficos de tensões normais extremas inferiores nas seções das nervuras, nos modelos com variação da relação  $a_1/l$ , verificou-se que:

- a modelagem concêntrica apresenta às nervuras valores maiores de tensão de tração, como esperado, da ordem de 50% a mais quando comparado com os resultados apresentados pela modelagem considerada mais realista 04;

- as tensões de tração máximas obtidas para as nervuras nos modelos 02 e 03 são bem maiores que aquelas encontradas com o modelo realista, haja visto que nas lajes com relação  $h_f/h=0,25$ , como pode ser visto em DIAS *et al.* (2003), estes modelos comportam-se com demasiada flexibilidade. Verificou-se, porém, que parecem não variar com a variação da relação  $a_1/l$ , apresentado diferenças quase constantes da ordem de 38% nesse estudo, em função da relação  $h_f/h$  adotada, quando comparados com os resultados do Modelo 04;

- as tensões de tração apresentadas pelo Modelo 08 (ou modelo de laje maciça equivalente com redução da espessura conforme ABDUL-WAHAB & KHALIL (2000)), nestas lajes com relação  $h_f/h=0,25$ , estão sempre mais próximas daquelas obtidas pelo Modelo 04 do que as encontradas pelo Modelo 07 (ou modelo de laje maciça com redução do  $G_c$ ), porém sempre menores. Contudo, estes resultados também estão diretamente ligados ao valor da excentricidade destas lajes, sendo extremamente variáveis conforme a relação  $h_f/h$ , como apresentado em DIAS *et al.* (2003). Verifica-se, por outro lado, que parece não haver alteração do comportamento das tensões de tração destes modelos (Modelos 07 e 08), frente ao Modelo 04, conforme promovem-se variações na relação  $a_1/l$ ;

- os modelos 05 e 06 apresentaram o seguinte comportamento: forneceram tensões de tração maiores nas nervuras para altas relações de  $a_1/l$ , comparadas com as tensões obtidas no modelo realista (para  $a_1/l=0,1667$  tem-se uma diferença de 13,80% a maior para o Modelo 06, na tensão máxima de tração da nervura mais central); à medida que a relação  $a_1/l$  diminui, os valores vão ficando mais próximos entre os dois modelos (para  $a_1/l=0,0833$  essa diferença é nula); porém, para valores ainda mais baixos de  $a_1/l$ , a tensão de tração máxima apresentada pelos modelos 05 e 06 tornam-se menores que aquela dada pelo Modelo 04 (para  $a_1/l=0,0625$  tem-se uma diferença de 7,0%, a menor para o Modelo 06, na tensão máxima de tração da nervura mais central).

## 5. COMENTÁRIOS FINAIS

Pelos resultados apresentados neste trabalho verificaram-se que:

- o modelo concêntrico resultou extremamente flexível quando comparado com os demais modelos, o que levará assim a um superdimensionamento das peças;

- os modelos que aplicam a Teoria da Placa Ortótropa Equivalente apresentaram melhores resultados de deslocamentos em lajes com grande número de nervuras por lado, ou seja, para baixas relações  $a_1/l$ , confirmando autores pesquisados na bibliografia;
- os modelos que simulam a excentricidade de maneira simplificada pelo uso de seções "T" pedem verificação das nervuras à flexo-compressão;
- para os modelos tridimensionais com elementos finitos excêntricos, mais realistas, as nervuras apresentaram momentos fletores mais baixos que os modelos simplificados, porém sofreram elevados valores de esforços normais de tração, já que estão afastados, pela excentricidade dos seus eixos, da capa comprimida, participando então da flexão do sistema inteiramente na região tracionada, sendo então necessárias verificações e dimensionamento à flexo-tração.

## BIBLIOGRAFIA

- ABDUL-WAHAB, H. M. S.; KHALIL, M. H. (2000). *Rigidity and strength of orthotropic reinforced concrete waffle slabs*. Journal of Structural Engineering, v. 126, n. 2, Feb., p. 219-227.
- ADJUKIEWICZ, A. B.; STAROSOLSKI, W. (1990). *Reinforced-concrete slab-column structures*. Elsevier. Amsterdam.
- ANSYS 5.5: REFERENCE MANUAL (1994). Swanson Analysis Systems, Inc.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2003). *NBR61118: Projeto de Estruturas de Concreto*. Rio de Janeiro.
- CARRIJO, E. C.; PAIVA, J. B. (1997). *Estudo numérico e experimental da interação placa-viga*. In: Anais do V Encontro Nacional de Mecânica Computacional, Universidade do Minho – Guimarães, Portugal, v. 1, p. 759-764.
- DEB, A.; BOOTON, M. (1987). *Finite element models for stiffened plates under transverse loading*. Computers and Structures, v. 28, n. 3, p. 361-372.
- DIAS, R. H., GIONGO, J. S., PAIVA, J. B. (2003). *A consideração numérica da excentricidade entre os eixos das nervuras e o plano médio da capa em lajes nervuradas e os efeitos nos esforços dos enrijecedores*. In: Anais do 24 Congresso Ibero Latino-Americano de Métodos Computacionais em Engenharia – CILAMCE 2003, Ouro Preto-MG.
- HOPPMANN, W. H.; HUFFINGTON JR., N. J.; MAGNESS, L. S. (1956). *A study of orthogonally stiffened plates*. Journal of Applied Mechanics, v. 23, n. 3, September, p. 343-350.
- KENNEDY, J. B.; EL-SEBAKHY, I. S. (1982). *Waffle slab concrete bridges: ultimate behavior*. Journal of the Structural Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, ASCE, v. 108, n. ST6, June, p. 1285-1301.
- MUKHOPADHYAY, M. (1994). *Stiffened plates in bending*. Computers and Structures, v. 50, n. 4, p. 541-548.

NAVARRA, E. O. I. (1995). *Cálculo de estructuras por el método de elementos finitos: análisis estático lineal*. 2.ed. Barcelona: Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería.

PALANI, G. S.; IYER, N. R.; APPA RAO, T. V. S. R. (1992). *An efficient finite element model for static and vibration analysis of eccentrically stiffened plates/shells*. Computers and Structures, v.43, n. 4, p. 651-661.

SHEIKH, A. H.; MUKHOPADHYAY, M. (1992). *Analysis of stiffened plate with arbitrary planform by the general spline finite strip method*. Computers and Structures, v. 42, n. 1, p. 53-67.

TAKEYA, T. *et al.* (1985). *Recomendações para o projeto e execução da estrutura em lajes cogumelo pertencentes às unidades básicas de saúde do plano metropolitano de saúde*. São Carlos, EESC-USP. Relatório Técnico.