



Efeito Escala sobre a Resistência à Flexão em Vigas de UHPFRC

Size Effect on the flexural strength of UHPFRC Beams

Felipe Augusto da Silva Barbosa (1); Ramoel Serafini (2); Nathanaell V. de C. Welter (3); Antonio D. de Figueiredo (4); Luís A. G. Bittencourt Jr. (5)

(1) *Doutor em Engenharia Civil - Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica da Universidade de São Paulo (USP)*

(2) *Professor Doutor, Departamento de Engenharia Civil da Universidade São Judas Tadeu (USJT)*

(3) *Mestre em Engenharia Civil - Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica da USP*

(4) *Professor Doutor, Departamento de Engenharia de Construção Civil da USP*

(5) *Professor Doutor, Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica da USP*

Resumo

O UHPFRC – Concreto de Ultra Alto Desempenho Reforçado com Fibras – consiste em um material cimentício avançado que combina elevada durabilidade e resistência mecânica, obtida através da incorporação de fibras de aço em uma matriz de baixa porosidade. Este trabalho investiga o efeito escala sobre a resistência à flexão de vigas de UHPFRC, em função do teor e comprimento das fibras adicionadas ao concreto. O método de equilíbrio de forças e compatibilidade de deformações na seção transversal foi utilizado de maneira a determinar as relações entre resistência à flexão e altura das vigas analisadas. Inicialmente, foram calculadas as curvas associadas aos comprimentos de fibra de 0, 1, 2, 3 e 4%, fixando o comprimento em 13 mm. Posteriormente, as referidas curvas foram determinadas para comprimentos de 13, 25 e 35 mm, mantendo o percentual fixo em 2%. Os resultados mostraram que o UHPFRC sem adição de fibras não apresenta sensibilidade alguma ao efeito escala, assemelhando-se ao concreto de resistência normal. Em contrapartida, à medida que se aumenta o teor de fibras, essa sensibilidade se torna mais pronunciada, com maior declínio da resistência à flexão em função da altura. Constatou-se também que fibras de maior comprimento atenuam o efeito escala. Além disso, as curvas que relacionam tensão de flexão e abertura de fissuras demonstraram que vigas de menor altura apresentam tensões de pico associadas a aberturas menores, o que explica a maior resistência em elementos de menor tamanho. Por fim, sugere-se que as equações constitutivas descritas em normas de dimensionamento incorporem não apenas os parâmetros físicos associados às fibras como também as dimensões seccionais dos elementos estruturais, de maneira a considerar efetivamente o efeito escala no projeto de estruturas de UHPFRC.

Palavras-Chave: UHPFRC; efeito escala; análise seccional; resistência à flexão

Abstract

Ultra-High-Performance Fiber-Reinforced Concrete (UHPFRC) is an advanced cementitious material that combines exceptional durability and mechanical strength, achieved through the incorporation of steel fibers into a low-porosity matrix. This study investigates the size effect on the flexural strength of UHPFRC beams as a function of fiber content and length. The cross-sectional analysis method, based on equilibrium of forces and strain compatibility, was employed to establish the relationship between flexural strength and beam height. Initially, the curves relating flexural strength and height were generated for fiber volume fractions of 0%, 1%, 2%, 3%, and 4%, with a constant fiber length of 13 mm. Subsequently, the same procedure was applied to fiber lengths of 13, 25, and 35 mm, keeping the volume fraction fixed at 2%. The results indicated that UHPFRC with zero fiber volume ratio exhibits no sensitivity to the size effect, behaving similarly to normal-strength concrete. Conversely, as the fiber content increases, the size effect becomes more pronounced, leading to a sharper reduction in flexural strength with increasing member height. It was also found that longer fibers mitigate the size effect. Furthermore, the flexural stress–crack width curves revealed that shorter beams exhibit peak stresses associated with narrower cracks, which explains the higher strength observed in smaller elements. Finally, it is recommended that the constitutive models adopted in design standards incorporate not only the physical parameters of the fibers, but also the cross-sectional dimensions of structural elements, in order to effectively account for the size effect in the design of UHPFRC structures.

Keywords: UHPFRC; size effect; cross-sectional analysis; flexural strength



1 Introdução

O UHPFRC – Concreto de Ultra Alto Desempenho Reforçado com Fibras – é composto por cimento Portland, agregados finos, sílica ativa, aditivos superplastificantes e microfibras de aço, resultando em um material com elevada resistência mecânica e durabilidade (RICHARD e CHEYREZY, 1995). Diante disso, ele pode ser utilizado em substituição ao concreto convencional (CC) de resistência normal que, por muitas vezes, encontra-se vulnerável à ação de agentes comprometedores do desempenho estrutural, dos quais se destacam a ação de cloretos, ataque de sulfatos, ciclos de gelo e degelo, dentre outros (Li *et al.*, 2020).

A elevada resistência mecânica e maior rigidez do UHPFRC estão atreladas ao fato de que esse venha a apresentar ruptura frágil, a qual pode ser evitada através da adição de fibras de aço ao material. De acordo com Fehling *et al.* (2011), as fibras conferem ductilidade, a qual se reflete tanto no comportamento à compressão quanto à tração do material. Desse modo, devido à adição de fibras, componentes estruturais de UHPFRC tendem a exibir grandes deformações antes de romper, o que serve como uma espécie de alerta acerca das condições estruturais desses elementos.

Diferentemente do CC, o comportamento à tração do UHPFRC é definido em três estágios: elástico, de enrijecimento (*hardening*) e de amolecimento (*softening*). A fase elástica compreende o intervalo entre o início do carregamento e a formação da primeira fissura. Posteriormente, inicia-se o estágio *hardening*, no qual ocorre a ativação das fibras, que passam a costurar as fissuras de maneira a evitar que estas se propaguem (BARBOSA, *et al.*, 2025). Quanto maior o teor de fibras, mais pronunciada será a fase *hardening*; logo, o UHPFRC continua absorvendo carga para um intervalo maior de deformações na relação entre tensão e deformação $\sigma - \varepsilon$ (YU *et al.*, 2022).

Com o aumento da solicitação, chega-se ao ponto onde as deformações começam a se concentrar em uma única fissura, caracterizando o início do estágio *softening*. A partir de então, as tensões de tração passam a declinar enquanto as deformações na peça continuam aumentando até que ocorra o arrancamento completo das fibras, caracterizando perda total de resistência do corpo de prova (SADOUKI *et al.*, 2010).

A adição de um mesmo teor de fibras no UHPFRC faz com que o comportamento pós-fissuração de elementos estruturais de diferentes alturas sujeitos à flexão sejam notavelmente distintos (BARBOSA *et al.*, 2025). Segundo Nguyen *et al.* (2013), conforme a seção transversal de um elemento se torna mais robusta, um aumento no espaçamento entre fissuras resulta em aberturas cada vez maiores, o que impacta negativamente na capacidade do UHPFRC em continuar absorvendo tensões após a fissuração.

Consequentemente, elementos estruturais mais robustos tendem a apresentar resistência à flexão inferior àqueles menos robustos. Ainda, uma maior robustez aumentará a probabilidade de que as fibras se distribuam desfavoravelmente no concreto, ou seja, em direções distintas daquelas nas quais estão orientadas as tensões de tração (YOO *et al.*, 2014). Por essa razão, elementos de maior tamanho tendem a apresentar desempenho inferior.

É evidente, por exemplo, que uma viga de UHPFRC com dimensões 300 mm x 750 mm apresente maior momento resistente que uma de dimensões 100 mm x 250 mm. Todavia,



a resistência à flexão – que corresponde à razão entre o momento resistente e o produto da base pelo quadrado da altura, resultando em uma grandeza com unidade de tensão – será maior para a viga de menor robustez, conforme verificado por Peng *et al.* (2022) e Barbosa *et al.* (2025). Esse fenômeno caracteriza o efeito escala sobre a resistência à flexão, e este é tão maior quanto for o teor de fibras no concreto, conforme verificado pelos referidos autores.

2 Justificativa

Diante do exposto, é imprescindível o desenvolvimento de modelos que permitam investigar a influência da variação das dimensões seccionais sobre a resistência à flexão dos elementos estruturais. Além disso, é importante verificar como outros parâmetros como teor de fibras, comprimento e diâmetro influenciam nas curvas que relacionam robustez (ou altura) à resistência à flexão; em outras palavras, investigar como tais variáveis contribuem para o efeito escala.

Um projetista poderá, por exemplo, identificar quais as espessuras de reforço de UHPFRC que conduzem a um maior ganho de resistência à flexão em vigas de concreto convencional que precisam ser reabilitadas. Poderá avaliar também para quais intervalos de altura não ocorre variação significativa deste parâmetro, de maneira que insistir em espessuras mais elevadas resultaria tão somente em desperdício de material, não acompanhado por nenhuma vantagem do ponto de vista estrutural.

O método de equilíbrio de forças e compatibilidade de deformações na seção transversal pode ser implementado em um contexto no qual se deseja simular uma grande quantidade de elementos estruturais, uma vez que esse exige menos recursos computacionais. Além disso, diante da ausência de resultados experimentais que permitam caracterizar o comportamento mecânico do UHPFRC, o referido método permite implementar equações constitutivas sugeridas por práticas recomendadas e normas de dimensionamento, sendo possível gerar diferentes modelos constitutivos em função das variáveis mencionadas.

3 Objetivos

Este trabalho tem como objetivo principal investigar o efeito escala sobre a resistência à flexão μ_r em vigas de UHPFRC, a partir de gráficos que relacionem μ_r à altura h dos elementos avaliados. Dentre os objetivos específicos, desdobram-se:

- Avaliar a influência do teor de fibras V_f sobre o efeito escala, identificando como diferentes percentuais V_f são capazes de gerar diferentes curvas $\mu_r - h$, com declividades variadas;
- Avaliar a influência do comprimento l_f das fibras sobre o efeito escala, a fim de que sejam geradas diferentes curvas $\mu_r - h$ associadas a um percentual de fibras V_f fixo.

4 Metodologia

Esta seção apresenta o passo-a-passo referente ao desenvolvimento dos modelos numéricos utilizados na avaliação do efeito escala em vigas de UHPFRC. Esses foram implementados computacionalmente utilizando linguagem de programação MATLAB.



4.1 Análise seccional

Inicialmente, o método de equilíbrio de forças e compatibilidade de deformações na seção transversal foi utilizado para determinar as relações momento-curvatura $M - \varphi$ de cada uma das vigas simuladas. A Figura 1 ilustra as condições de contorno de uma viga com largura b , altura h , comprimento L e um entalhe de altura h_t , cuja abertura denota-se pela variável w_{cr} .

Põe-se a abertura do entalhe w_{cr} para variar de 0 até o limite correspondente ao arrancamento da fibra, assumido como metade de seu comprimento $l_f/2$, em consonância com Lee *et al.* (2017). Logo, para cada w_{cr} pertencente ao intervalo $]0, l_f/2]$, existe uma deformação no topo da seção transversal $\varepsilon_{c,top}$ obtida a partir das condições de compatibilidade ilustradas na Figura 1, de acordo com a Equação (1).

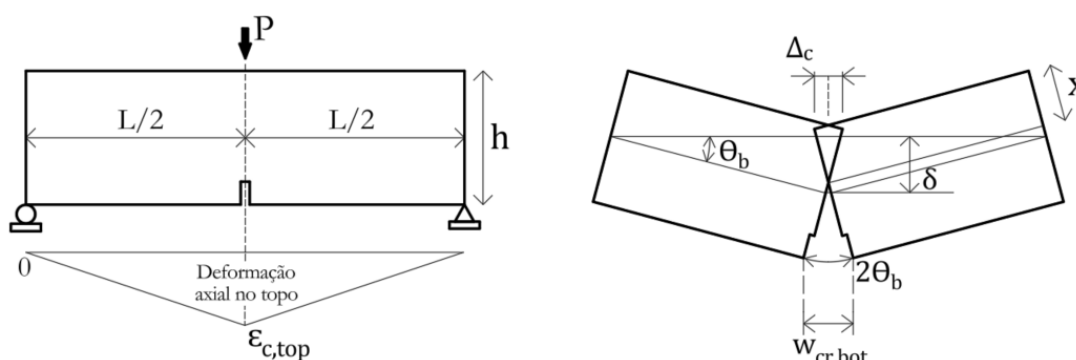


Figura 1 – Ilustração das vigas simuladas via método de análise seccional (LEE *et. al* (2017) – Adaptado)

$$\varepsilon_{c,top} = \frac{2}{L} \left(\frac{x_c}{h - x_c} \right) w_{cr,bot} \quad \text{Equação (1)}$$

No entanto, não se pode determinar $\varepsilon_{c,top}$ a menos que seja arbitrado um valor para a posição da linha neutra x_c , a qual precisa ser calculada iterativamente até que se atinja a condição de equilíbrio estático na seção transversal. A partir de $\varepsilon_{c,top}$ e da profundidade x_c inicialmente arbitrada, obtém-se as deformações em quaisquer pontos da seção transversal através das condições de compatibilidade ilustradas na Figura 2.a.

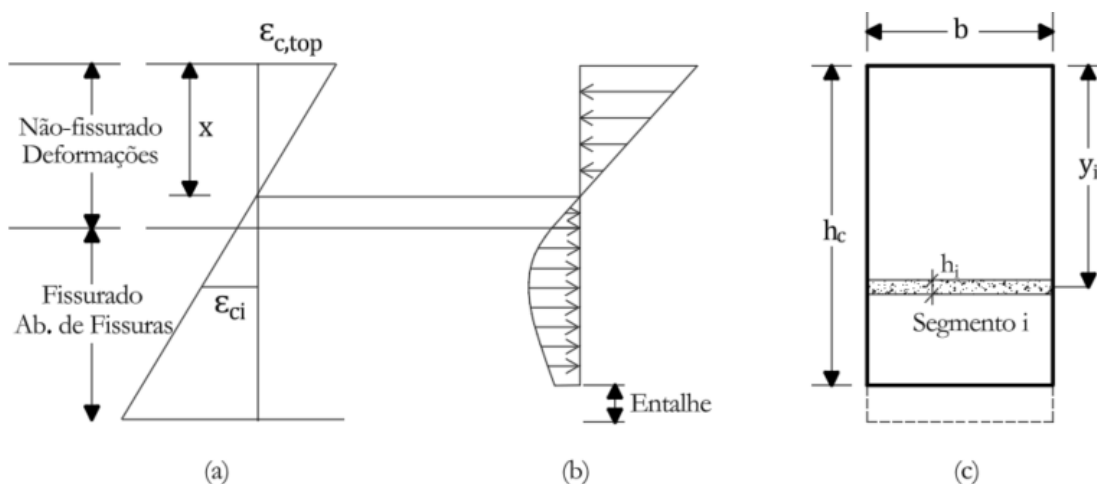


Figura 2 – Ilustração do método de análise seccional: (a) diagrama de deformações; (b) diagrama de tensões; (c) seção transversal (LEE *et al.*, 2017 – Adaptado)



Discretizando a seção transversal em n lamelas de 1 mm cada – suficiente para que se obtenha convergência numérica – as deformações ε_{ci} em cada uma delas são obtidas a partir da Equação (2). Analogamente, obtém-se a abertura w_{cri} que o entalhe apresenta no centro da lamela i , de acordo com a Equação (3).

$$\varepsilon_{ci} = \varepsilon_{c,top} \left(\frac{y_i - x_c}{x_c} \right) \quad \text{Equação (2)}$$

$$w_{cri} = w_{cr} \left(\frac{y_i - x_c}{h - x_c} \right) \quad \text{Equação (3)}$$

Determinadas as deformações ε_{ci} e as aberturas w_{cri} associadas a cada lamela i de discretização, procede-se para a determinação das tensões atuantes no centro de cada uma delas. Na compressão bem como na tração anteriormente à fissuração, foi adotado o regime-linear elástico para o UHPFRC. Em contrapartida, para deformações acima do limite de fissuração ε_{cr} , as tensões nas fibras σ_f e na matriz σ_m foram calculadas separadamente, conforme as Equações (4) e (5), respectivamente.

$$\sigma_{mi} = f_{cr} e^{-c w_{cri}} \quad \text{Equação (4)}$$

$$\sigma_{fi} = \alpha_f V_f K_{sti} \tau_{f,max} \frac{l_f}{d_f} \left(1 - \frac{2 w_{cri}}{l_f} \right) \quad \text{Equação (5)}$$

Na Equação (4), f_{cr} corresponde à resistência de fissuração do UHPFRC ao passo que c é um parâmetro que depende do tipo de agregado utilizado. Uma vez que esse estudo considerou que não há agregado graúdo no UHPFRC, foi adotado o valor de 30, conforme sugerido por Voo e Foster (2003). Na Equação (5), α_f responde pela orientação das fibras, sendo adotado o valor de 0,5 para fibras dispostas na direção das tensões de tração (LEE et al., 2017). Por sua vez, $\tau_{f,max}$ corresponde à resistência ao arrancamento de uma fibra de aço reta com diâmetro d_f .

A tensão de arrancamento é representada pela variável K_{sti} , sendo determinada a partir das Equações (6) e (7) a seguir:

$$K_{sti} = \frac{\beta_f w_{cri}}{3 s_f} \quad \text{Para } w_{cri} < s_f \quad \text{Equação (6)}$$

$$K_{sti} = 1 - \sqrt{\frac{s_f}{w_{cri}}} + \frac{\beta_f}{3} \sqrt{\frac{s_f}{w_{cri}}} \quad \text{Para } w_{cri} \geq s_f \quad \text{Equação (7)}$$

Nas equações acima, β_f associa-se ao efeito de escorregamento da fibra, correspondente a 0,67, enquanto s_f se refere ao próprio deslizamento, adotado como sendo igual a 0,1 (LEE et al., 2017).

Determinadas as tensões em cada elemento de discretização i , multiplicamos σ_{ci} pela área da lamela correspondente, obtendo a força f_{ci} em cada uma dessas. Posteriormente, somam-se todas as componentes f_{ci} , determinando a força resultante F na seção transversal. Esta deve ser igual a zero de maneira que seja satisfeita a condição de equilíbrio estático explicitada na Equação (8) a seguir:



$$F = \sum_{i=1}^n b_i h_i \sigma_{ci} = 0 \quad \text{Equação (8)}$$

A princípio, encontra-se um valor diferente de zero para F , o que indica que a linha neutra x_c inicialmente arbitrada não conduz ao equilíbrio estático da seção. Diante disso, recorre-se ao Método das Bissecções para resolução da Equação (8), de maneira que $F = 0$. Uma vez satisfeita a condição de equilíbrio, procede-se para determinação do momento resultante M na seção, somando as contribuições de todas as lamelas:

$$M = \sum_{i=1}^n f_{ci} (y_i - x_c) \quad \text{Equação (9)}$$

Assim, tem-se que para cada abertura do entalhe w_{cr} pertencente ao intervalo $]0, l_f/2]$ existe um par de momento M e curvatura φ , sendo esta última definida pela razão entre a deformação no topo $\varepsilon_{c,top}$ e a profundidade da linha neutra x_c .

Uma vez que o momento resultante depende não somente das propriedades mecânicas dos materiais, mas também das grandezas geométricas da seção transversal, faz-se necessário normalizá-lo pelas dimensões b e h da seção transversal, de maneira a avaliar adequadamente o efeito escala sobre o comportamento à flexão. Define-se, portanto, a tensão de flexão μ , obtida a partir da Equação (10). A resistência à flexão μ_r , por sua vez, corresponde ao máximo valor observado para μ .

$$\mu = \frac{M}{bh^2} \quad \text{Equação (10)}$$

4.2 Influência do teor de fibras no efeito escala

De maneira a investigar a influência do percentual de fibras V_f no efeito escala, foram determinadas as curvas que relacionam resistência à flexão μ_r e altura h para os teores de 0, 1, 2, 3 e 4%. Foram determinadas as resistências à flexão de doze vigas com alturas entre 100 e 1500 mm, para cada volume de fibras V_f considerado. De maneira a preservar a robustez dos elementos avaliados, a largura da base b foi fixada em 0,3 da altura h , enquanto que o comprimento L foi adotado como dez vezes a altura.

Uma vez que o teor de fibras V_f não influencia significativamente na resistência à compressão f_{cu} e no módulo de elasticidade E_{cu} do UHPFRC (EIDE e HISDAL, 2012), os referidos parâmetros utilizados nesse trabalho correspondem à média daqueles obtidos experimentalmente por Yang *et al.* (2012), associados a diferentes teores de fibras V_f e apresentados na Tabela 1. Portanto, nesta etapa do trabalho, a simulação numérica considerou um concreto com resistência f_{cu} de 182,67 MPa, módulo E_{cu} de 45,5 GPa e resistência ao arrancamento $\tau_{f,max}$ de 39,68 MPa. Além disso, todas as simulações consideraram o mesmo comprimento e diâmetro de fibras referentes aos ensaios de Yang *et al.* (2012), iguais a 13 e 0,6 mm, respectivamente.

As resistências ao arrancamento $\tau_{f,max}$ referem-se aos concretos produzidos por Yang *et al.* (2012) mas foram calculadas por Lee *et al.* (2017) por meio de uma análise inversa. A partir desta, foram obtidas as relações entre tensão e abertura de fissuras tomando como



ponto de partida os resultados do ensaio de flexão em três pontos em corpos de prova prismáticos com entalhe, realizados por Yang *et al.* (2012).

Tabela 1 – Teores de fibras e propriedades mecânicas associadas aos corpos de prova ensaiados por Yang *et al.* (2012)

Corpo de Prova	V_f (%)	f_{cu} (MPa)	E_{cu} (MPa)	$\tau_{f,max}$ (MPa)
S25-F10-P0	1,00	174,5	43,550	44,9
S25-F10-PS	1,00	181,3	45,560	40,4
S25-F15-P0	1,50	188,2	45,930	40,5
S25 -F15-PS	1,50	183,6	45,850	41,0
S25-F20-P0	2,00	185,5	47,780	34,1
S25-F20-PS	2,00	189,8	45,510	37,9
S34-F10-P0	1,00	168,9	43,400	43,5
S34-F10-PS	1,00	167,2	44,050	38,8
S34-F15-P0	1,50	193	46,920	41,0
S34-F15-PS	1,55	189,2	45,280	42,6
S34-F20-P0	2,00	188,5	46,290	35,9
S34-F20-PS	2,00	182,3	45,350	35,6
Média		182,67	45.455,8	39,68

Nesta etapa do trabalho, também foi avaliada a influência do efeito escala sobre as curvas que relacionam tensão de flexão μ e abertura de fissuras w_{cr} . Foram determinadas as curvas $\mu - w_{cr}$ para uma viga de menor tamanho ($h = 200 \text{ mm}$) e outra de maior tamanho ($h = 800 \text{ mm}$) considerando um teor de fibras V_f de 1,0%. Posteriormente, obtiveram-se as mesmas curvas considerando $V_f = 4\%$.

4.3 Influência do comprimento das fibras no efeito escala

Nesta etapa, foi investigada a influência do comprimento l_f das fibras na curva que relaciona resistência à flexão e altura $\mu_r - h$. Foram considerados comprimentos de 13, 25 e 35 mm, associados aos diâmetros de 0,2, 0,4 e 0,6 mm. Quanto ao teor de fibras V_f utilizados nestas simulações, foi fixado o valor de 2% para todas as análises. Além disso, diante da ausência de resultados experimentais que permitissem estimar um valor para a resistência ao arrancamento $\tau_{f,max}$ referentes aos demais tipos de fibras, foi utilizado o mesmo parâmetro adotado na seção anterior, correspondente a 39,68 MPa.

De maneira análoga à Seção 4.2, foram determinadas as relações $\mu - w_{cr}$ para uma viga de menor tamanho ($h = 100 \text{ mm}$) e para uma de maior tamanho ($h = 1500 \text{ mm}$), considerando fibras com 13 mm e 35 mm de comprimento, resultando em quatro gráficos.

5 Resultados e Discussão

A Figura 3 ilustra as curvas que relacionam resistência à flexão μ_r à altura h associadas a diferentes teores de fibras V_f . Os resultados indicam que a utilização de um concreto sem fibras elimina o efeito escala, uma vez que não foram observadas variações do parâmetro μ_r com a altura h . Portanto, a variação do momento resistente M_r depende exclusivamente das propriedades geométricas da seção (área e inércia), não das relações constitutivas do material, fenômeno que ocorre no concreto convencional, no qual também não há adição de fibras.

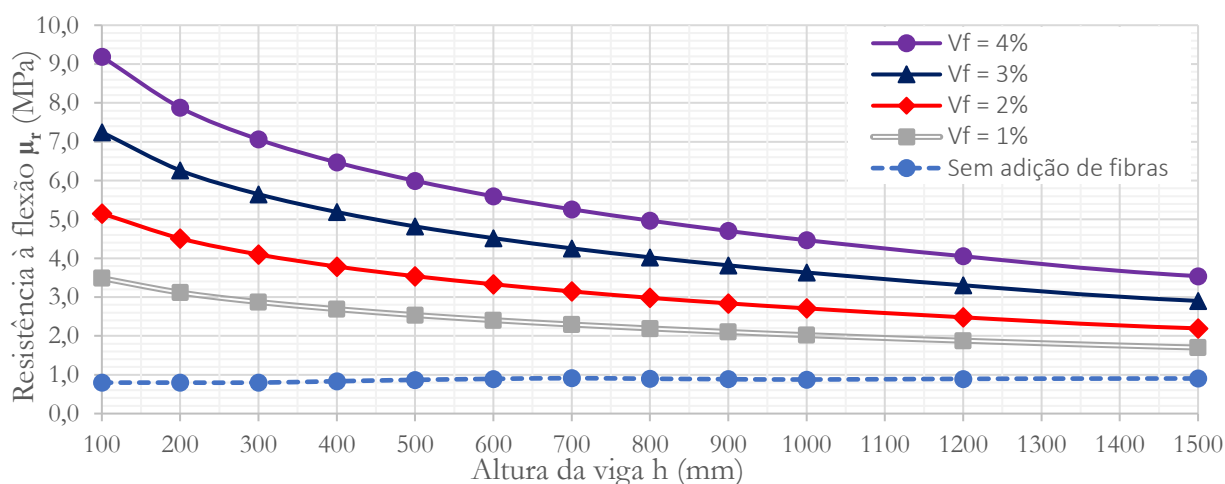
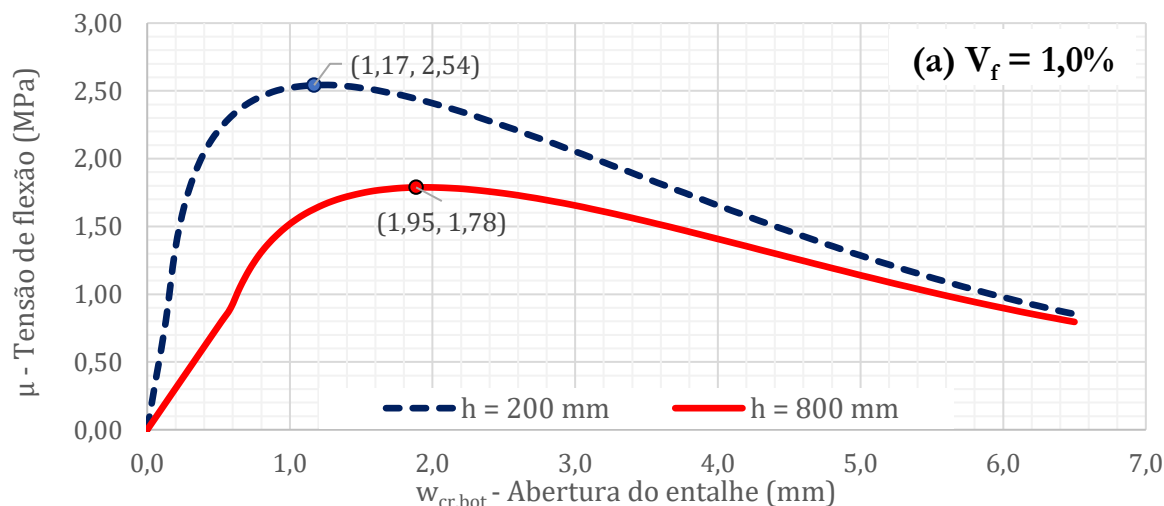


Figura 3 – Curvas de resistência à flexão em função da altura associadas a diferentes teores de fibras no UHPFRC (BARBOSA, 2025)

Em contrapartida, conforme aumenta-se o percentual de fibras V_f , as curvas $\mu_r - h$ apresentam maior declividade, com taxa de variação de μ_r em função de h cada vez maior, evidenciando o efeito escala para percentuais de fibras elevados. Observa-se que a adição de 1% de fibras conduz a incrementos de resistência 337% para a viga com altura igual a 100 mm, e de 88% para aquela com 1500 mm de altura. Por outro lado, considerando uma adição de 4%, a viga de 100 mm tem sua resistência aumentada em 1052% em relação ao concreto sem fibras, ao passo que a resistência à flexão da viga de 1500 mm aumenta apenas em 291%.

Nota-se que a divergência no acréscimo de resistência entre a viga de menor e maior altura se torna mais acentuada à medida que o teor de fibras V_f aumenta, evidenciando a sensibilidade ao efeito escala. Além disso, o comportamento assintótico das curvas $\mu_r - h$ demonstra que o aumento indiscriminado da altura h conduzirá à resistência à flexão de 0,85 MPa, associada ao concreto sem fibras. Esse fenômeno ocorre porque as fissuras em elementos altos se tornam cada vez mais amplas, sobrecarregando as fibras, as quais precisarão absorver níveis mais elevados de tensão.

Por sua vez, a Figura 4 ilustra as relações entre tensão de flexão μ e abertura de fissuras w_{cr} para uma viga de menor ($h = 200$ mm) e maior altura ($h = 800$ mm), considerando os teores V_f de 1,0 e 4,0%.



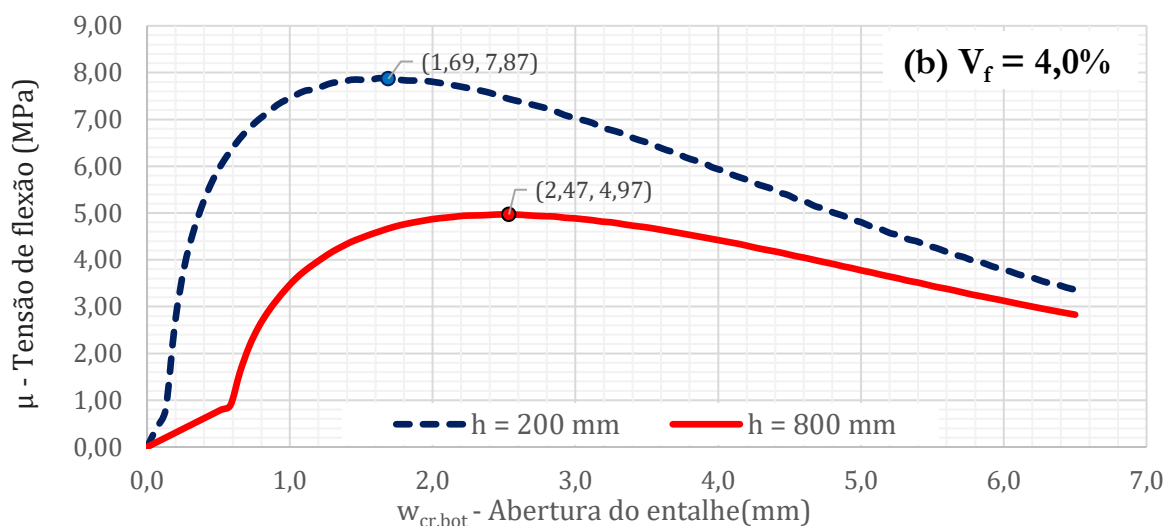


Figura 4 – Relações entre tensão de flexão e abertura do entalhe referentes às vigas com 200 e 800 mm de altura, considerando os percentuais de fibras de (a) 1,0% e (b) 4,0% (BARBOSA, 2025)

Observa-se que o aumento no teor de fibras V_f implica em maiores aberturas w_{cr} associadas às tensões de pico μ_r , tanto para a viga de menor altura quanto para aquela de maior altura. Entretanto, esse aumento é proporcionalmente maior para as vigas com 200 mm de altura; enquanto μ_r aumentou 179% para a viga com 800 mm de altura, este mesmo aumento correspondeu a 210% para aquela com 200 mm de altura. Portanto, à medida que mais fibras são adicionadas ao concreto, mais efetiva será o efeito de costura das fissuras, transferindo níveis mais elevados de tensão.

No tocante à influência do comprimento l_f das fibras no efeito escala, a Figura 5 ilustra as curvas $\mu_r - h$ associadas aos comprimentos de 13, 25 e 35 mm. Os resultados demonstram que fibras de maior comprimento reduzem a sensibilidade ao efeito escala, conforme observado para a curva associada a $l_f = 35$ mm. Enquanto ocorre um decréscimo de 60% na resistência à flexão ao variar a altura de 100 par 1500 mm, considerando $l_f = 13$ mm, este mesmo decréscimo corresponde a 46% quando utilizadas fibras com 35 mm de comprimento.

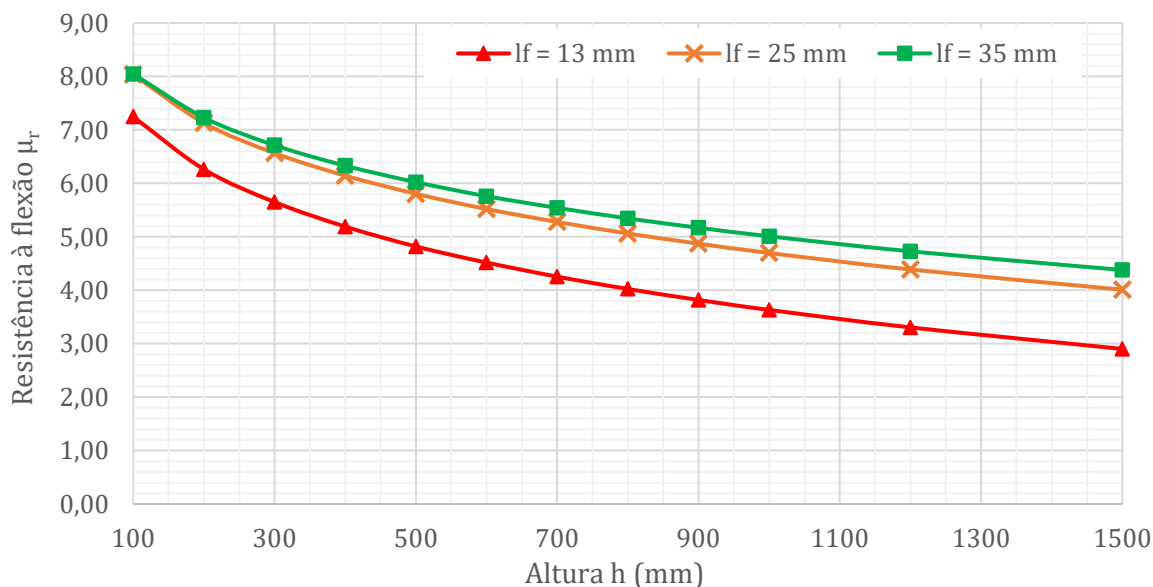


Figura 5 – Relações $\mu_r - h$ associadas a diferentes comprimentos de fibras l_f (BARBOSA, 2025)



Ainda, mantendo fixa a altura h , nota-se que um maior comprimento l_f associado a um maior diâmetro d_f resulta em maiores resistências à flexão μ_r . Este aumento é ainda maior ao se comparar as resistências de vigas de maior tamanho com comprimentos de fibras diferentes. Por exemplo, observa-se um acréscimo de 11% em μ_r ao variar o comprimento l_f de 13 para 35 mm, mantendo a altura fixa em 100 mm. Em contrapartida, ao variar l_f de 13 para 35 mm, considerando h fixo em 1500 mm, o acréscimo na resistência à flexão proporcionado exclusivamente pela variação do comprimento das fibras é de 51%.

O aumento modesto na resistência à flexão associado à altura h de 100 mm se explica pelo fato de que a habilidade das fibras em costurar as fissuras – mais evidente em vigas de menor altura – é compensada por uma maior sensibilidade ao efeito escala associada às fibras de maior comprimento. Caso estas fibras não fossem capazes de transferir níveis de tensões mais elevados, o momento resistente seria inferior por conta da menor sensibilidade ao efeito escala associada a maiores comprimentos.

Por fim, a Figura 6 apresenta as relações entre tensão de flexão μ e abertura do entalhe w_{cr} associadas a uma viga de menor altura ($h = 100 \text{ mm}$) e a outra de maior altura ($h = 1500 \text{ mm}$), considerando os comprimentos de fibras l_f de 13 e 35 mm.

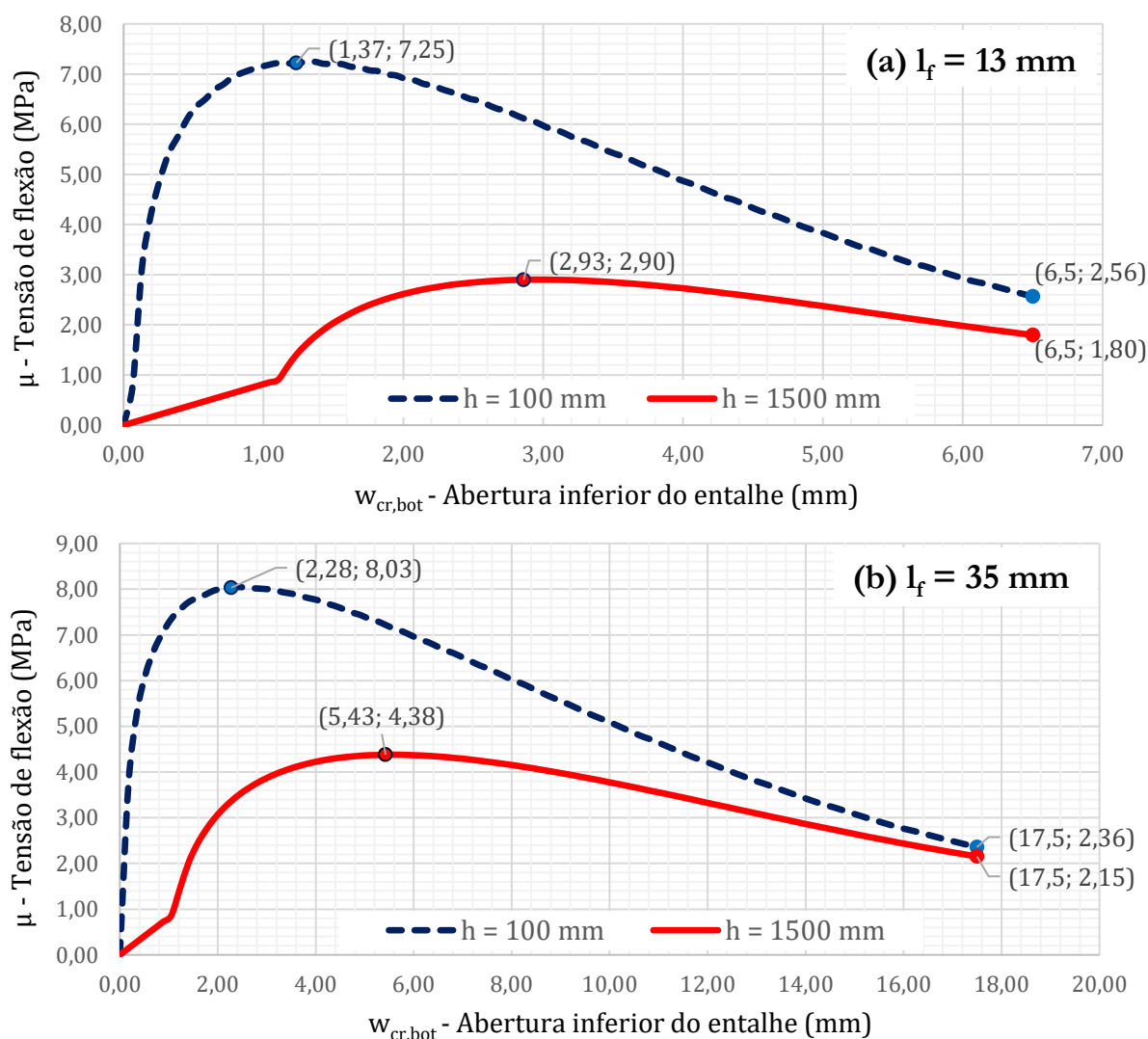


Figura 6 – Relações entre tensão de flexão e abertura do entalhe referentes às vigas com 100 e 1500 mm de altura, considerando os comprimentos de fibras de (a) 13 e (b) 35 mm (BARBOSA, 2025)



Os gráficos apresentados na Figura 6 demonstram que, ao fixar o comprimento das fibras l_f em 35 mm, a abertura do entalhe w_{cr} associada à tensão de pico μ_r , referente à viga com 1500 mm de altura, corresponde a, aproximadamente, 2,5 vezes daquela associada à viga de menor altura ($h = 100 \text{ mm}$). Entretanto, essa diferença não se mostrou tão acentuada em comparação à análise com $l_f = 13 \text{ mm}$, o que corrobora a hipótese de que fibras mais longas efetivamente atenuam a sensibilidade ao efeito escala, uma vez que apresentam maior capacidade de costurar as fissuras e de transferir tensões em vigas com diferentes alturas.

Cabe destacar, ainda, que o trecho descendente da curva $\mu - w_{cr}$ se torna mais inclinado à medida que o comprimento l_f aumenta. A Figura 6.b indica que fibras mais longas, quando utilizada em elementos de menor altura ($h = 100 \text{ mm}$), podem resultar em tensões de flexão últimas μ_{ult} inferiores às obtidas para $l_f = 13 \text{ mm}$. Esse comportamento contrasta com aquele observado para a resistência à flexão μ_r e tensão última μ_{ult} da viga de maior altura ($h = 1500 \text{ mm}$).

Uma hipótese para a menor tensão de flexão última μ_{ult} em elementos de menor altura é que, à medida que o elemento estrutural se aproxima da ruptura, a fissura localizada tende a se tornar cada vez mais ampla, reduzindo a área útil da seção transversal responsável por resistir às tensões de compressão. Nesse estágio, o momento resistente da seção é atribuído, essencialmente, às fibras que atravessam as fissuras e que continuam transferindo tensões de tração, bem como a uma pequena área acima da linha neutra, onde o concreto ainda é capaz de suportar as tensões de compressão.

6 Conclusões

Este trabalho descreveu os procedimentos numéricos utilizados na avaliação do efeito escala em vigas de UHPFRC. As resistências à flexão μ_r bem como as relações entre tensão de flexão e abertura de fissuras $\mu - w_{cr}$ foram determinadas através do método de análise seccional, baseado no equilíbrio de forças e compatibilidade de deformações na seção transversal, de maneira que foram considerados elementos estruturais com dimensões seccionais e comprimentos variados.

Verificou-se que o UHPFRC sem adição de fibras apresenta comportamento semelhante ao de concretos convencionais de resistência normal no que se refere à sensibilidade ao efeito de escala, uma vez que a relação entre resistência à flexão e altura $\mu_r - h$ se manteve constante, configurando-se a uma reta horizontal. Em contrapartida, à medida que se aumenta o teor de fibras V_f , a taxa de variação da resistência em função da altura torna-se progressivamente mais acentuada. Portanto, a sensibilidade ao efeito escala é tão maior quanto for o percentual de fibras adicionado ao UHPFRC.

Ainda, constatou-se que a sensibilidade ao efeito de escala é inversamente proporcional ao comprimento das fibras l_f . Ainda assim, as fibras de maior comprimento demonstraram, em média, proporcionar resistências 34% superiores às obtidas com fibras de 13 mm. Além disso, as relações entre tensão de flexão e abertura de fissuras $\mu - w_{cr}$ mostraram que as tensões de pico em elementos de menor altura estão associadas a abertura de fissuras inferiores às observadas em elementos de maior altura, o que justifica a maior resistência à flexão μ_r das vigas de menor altura h .



No concreto convencional sem fibras, a variação de μ_r com h não é observada. Logo, as dimensões seccionais afetam o momento resistente M_r tão somente porque influenciam na área e na inércia da seção, não alterando o parâmetro de resistência μ_r . Em contrapartida, conforme constatado para o UHPFRC com fibras, diferentes alturas resultam em diferentes resistências μ_r . Portanto, sugere-se, para fins de projeto, que as equações constitutivas que regem o comportamento à tração do UHPFRC sempre incluam as dimensões da seção transversal como parâmetros de entrada, a fim de considerar o efeito escala em projetos de estruturas de UHPFRC ou reforçadas com UHPFRC.

7 Referências

BARBOSA, F. A. S.; **Investigação computacional do comportamento à flexão de vigas de UHPFRC e vigas de concreto armado reforçadas com UHPFRC**; 282 páginas; Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2025

BARBOSA, F. A. S.; SERAFINI, R.; FIGUEIREDO, A. D.; BITENCOURT JR., L. A. G.; **Size Effect on the Flexural Behavior of UHPFRC beams and RC beams strengthened with UHPFRC**; Revista Ibracon de Estruturas e Materiais; Vol. 18, Nº 1; 2025

EIDE, M. B.; HISDAL, J. M.; **Ultra High-Performance Fibre Reinforced Concrete (UHPFRC) – State of art; Coin Project Report 44**; SINTEF Building and Infrastructure; Oslo – Norway; 2012

FEHLING, E.; **Design relevant properties of hardened Ultra High-Performance Concrete**; Proceedings of the international symposium on Ultra-High Performance Concrete - Heft 3; University of Kassel, Germany; Kassel, Germany. pp. 327-338; 2011

LEE, S. C.; KIM, H. B.; JOH, C.; **Inverse Analysis of UHPFRC Beams with a Notch to Evaluate Tensile Behavior**; Advances in Materials Science and Engineering, Vol. 2017, pp. 1-10, 2017, <https://doi.org/10.1155/2017/6543175>

LI, J.; WU, Z.; SHI, C.; YUAN, Q.; ZHANG, Z.; **Durability of ultra-high-performance concrete – A review**; Construction and Building Materials, Vol. 255; 2020

NGUYEN, D. L.; KIM, D. J.; RYU, G. S.; **Size effect on Flexural Behavior of Ultra-High Performance Hybrid Fiber-Reinforced Concrete**; Composites Part B - Engineering, Vol. 45, No. 1, pp. 1104-1116, 2013

PENG, F.; YI, W.; FANG, Z.; **Design Approach for Flexural Strength of Reinforced Ultra-High-Performance Concrete Members Considering Size Effect**; ACI Structural Journal; Vol. 119, Nº 1; pp. 119 – 122; 2022

RICHARD, P.; CHEYREZY, M.; **Composition of reactive powder concretes**; Cement and Concrete Research, Vol. 25, Issue 7, Pages 1501-1511; 1995

SADOUKI, H.; DENARIÉ, E.; BRÜHWILLER, E.; **Validation of FEA model of structural response of RC-cantilever beams strengthened with a (R-) UHPFRC layer**; Construction and Building Materials; Vol. 92; pp. 61-71; 2010