

Minicurso: Funções e Modelagem

Profa. Claudia Cueva Cândido (IME USP)

Profa. Roseli Fernandez (IME-USP)

**SEMANA DA LICENCIATURA
DO IME USP**

de 4 a 8 de outubro de 2004

**Instituto de Matemática
e Estatística da USP**

Funções e Modelagem

Prof^a Dr^a Cláudia Cueva Cândido

Prof^a Dr^a Roseli Fernandez

Departamento de Matemática

Instituto de Matemática e Estatística

Universidade de São Paulo

base 1

1441286

Funções e Modelagem

A idéia de função está presente em diversas situações do cotidiano.

O custo da tarifa postal depende do peso; o rendimento anual de suas economias depende da taxa de juros oferecida pelo banco; o combustível gasto numa viagem depende da distância percorrida; o crescimento de uma planta depende da quantidade de sol que ela recebe.

Em todos esses exemplos, temos uma quantidade dependendo da outra. Dizemos, por exemplo, que o gasto G de combustível de um carro é função da distância d percorrida e escrevemos $G = G(d)$.

Neste texto formalizaremos o conceito de função e estudaremos algumas de suas propriedades.

Definição. Uma função é uma lei que associa a cada elemento de um conjunto A um único elemento de um conjunto B . Escrevemos

$$\begin{aligned} f: A &\longrightarrow B \\ a &\longmapsto b = f(a) \end{aligned}$$

O conjunto A é chamado domínio de f e o conjunto B é seu contra-domínio. Além disso, a letra a é chamada variável independente e $b = f(a)$ (imagem de a por f) é chamada variável dependente.

É possível representar uma função de quatro maneiras: verbalmente (descrevendo-a com palavras); numericamente (por meio de tabelas de valores); visualmente (através de gráficos); algebricamente (utilizando-se uma fórmula explícita).

Aqui trabalharemos com funções em que o contra-domínio é o conjunto dos números reais $\mathbb{R}$ e o seu domínio é um subconjunto de $\mathbb{R}$.

Atividade I: 1) Um carro roda 15 km com um litro de combustível. A tabela abaixo é compatível

com a função descrita? Em caso negativo, qual deveria ser a tabela compatível?

distância	gasto
15	1
30	2
36	2,5

2) A cada 2 horas foi medida a altura de uma vela acesa e os dados foram lançados na tabela abaixo. Qual a representação algébrica compatível com a função $h(t)$, sendo $h(t)$ a altura da vela?

tempo	altura da vela
0	12
2	11
4	10
6	9
8	8

3) Considere as duas figuras abaixo:

figura (a)

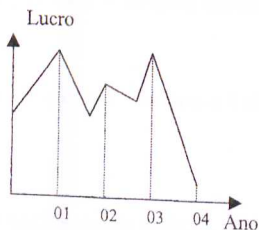
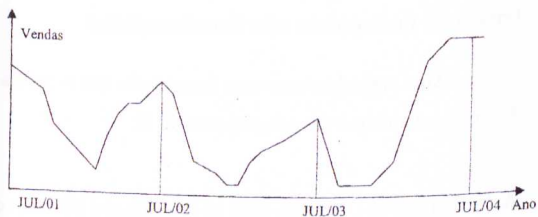


figura (b)



Observando a figura (a) que representa o lucro de uma empresa nos últimos 4 anos, o que se pode dizer sobre a situação desta empresa no período de 2003 a 2004?

Na figura (b) temos a representação da venda de cobertores a partir de 2000. Que informações você pode obter a partir desta figura?

A expressão algébrica da função venda de cobertores do exemplo 3 da atividade anterior não é a das mais simples mas o seu gráfico (figura (b)) nos dá relevantes informações sobre o comportamento das vendas.

Definição. O gráfico da função $f : A \rightarrow B$ é o conjunto $\{(x, f(x)) \mid x \in A\}$.

Observe que o gráfico de f é um subconjunto do produto cartesiano $A \times B$. Quando A e B são subconjuntos de $\mathbb{R}$ representamos os pontos do gráfico no plano cartesiano Oxy . Neste caso, o gráfico de uma função tem a seguinte propriedade: toda reta paralela ao eixo y intercepta o gráfico no máximo uma vez.

Exemplos. Somente as figuras (a) e (c) representam gráficos de funções cuja variável independente é x .

figura (a)

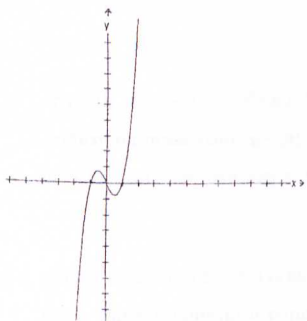


figura (b)

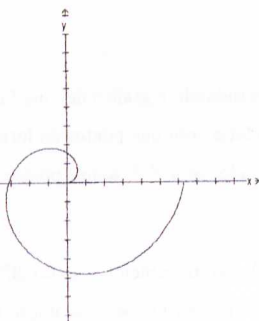
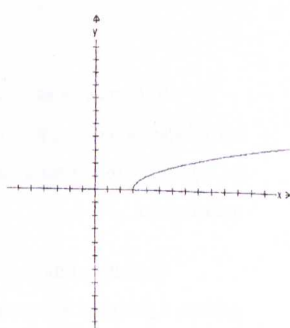


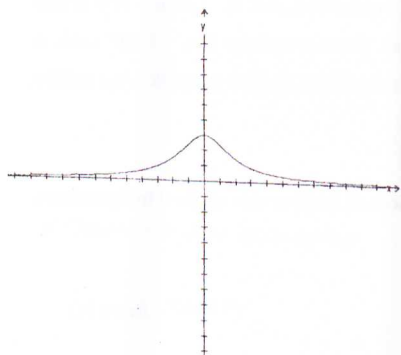
figura (c)



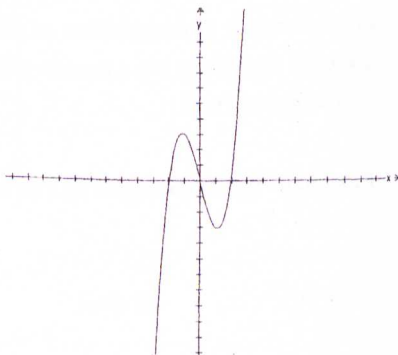
Ao analisar o gráfico de uma função procuramos algum tipo de simetria. Aqui destacamos dois tipos de simetrias: (a) *simetria em relação ao eixo y* , isto é, se o ponto (x, y) pertence ao gráfico, então o ponto $(-x, y)$ também pertence a ele; (b) *simetria em relação à origem*, ou seja, se o ponto (x, y) pertence ao gráfico, então o ponto $(-x, -y)$ também está no gráfico. Observe que, nestes casos, se $]a, b[$ está contido no domínio da função, então $] -b, -a[$ também está contido nele.

Quando ocorre (a) dizemos que a função é uma *função par*, e quando ocorre (b) dizemos que a função é uma *função ímpar*.

situação (a)



situação (b)



Note que, se estamos estudando o gráfico de uma função não-nula ele não pode ter simetria em relação ao eixo x , pois isto faria com que pontos da forma (c, y) e $(c, -y)$ estivessem no gráfico, ou seja o ponto c estaria associado, se $y \neq 0$, a dois pontos diferentes, e isto não pode ocorrer com uma função.

Quando a função é dada algebricamente é muito difícil, na maioria dos casos, construir o seu gráfico, e portanto é conveniente decidirmos se uma função é par ou ímpar utilizando somente a sua forma algébrica. Para isto observemos que, se os pontos (x, y) e $(-x, y)$ estão no gráfico de f , então

$y = f(x)$ e $y = f(-x)$, e assim $f(x) = f(-x)$; e que se (x, y) e $(-x, -y)$ estão no gráfico de f , então $y = f(x)$ e $-y = f(-x)$, e portanto $f(x) = -f(-x)$. Esta análise sugere a seguinte definição.

Definição. Dizemos que uma função f é uma função par se $f(x) = f(-x)$ para todo ponto x no seu domínio, e dizemos que ela é uma função ímpar se $f(x) = -f(-x)$ para todo ponto x no seu domínio.

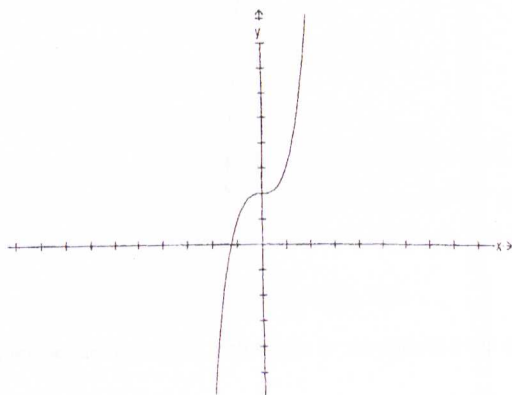
Observe que, se 0 pertence ao domínio da função f e ela é uma função ímpar, então $f(0) = 0$.

Exemplos. A função $f(x) = x^4 + 3x^2 - 1$ é par pois $f(-x) = (-x)^4 + 3(-x)^2 - 1 = x^4 + 3x^2 - 1 = f(x)$, para todo $x \in \mathbb{R}$; a função $g(x) = x^3 + x$ é ímpar pois $g(-x) = (-x)^3 + (-x) = -x^3 - x = -g(x)$, para todo $x \in \mathbb{R}$; a função $h(x) = x^3 + 1$ não é par (pois $h(1) = 2 \neq h(-1) = 0$) e nem ímpar (pois $h(2) = 9 \neq -h(-2) = 7$).

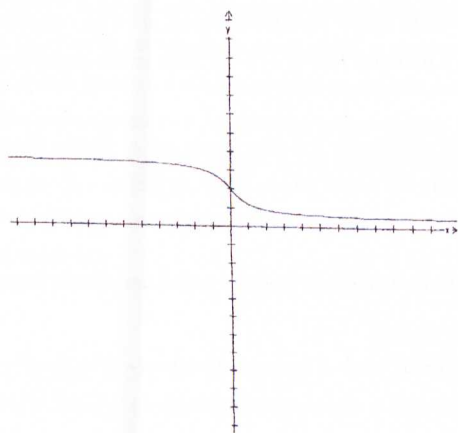
Atividade II. Dê dois exemplos de funções pares, três de funções ímpares e dois de funções que não são nem pares e nem ímpares. Utilizando um programa gráfico como o Winplot ou o Mathematica faça o gráfico das funções que você exibiu e verifique se seus exemplos estão de acordo com as simetrias que os gráficos devem ou não ter.

Observe os gráficos abaixo:

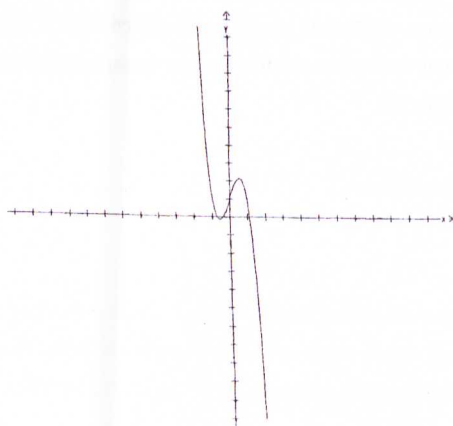
(1):



(II):



(III):

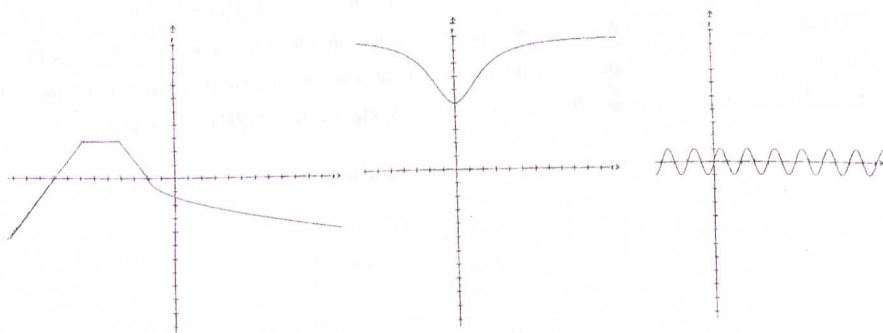


Pode-se notar que a medida que os valores de x aumentam tem-se: em (I) os valores de $f(x)$

também aumentam; em (II) os valores de $f(x)$ diminuem; em (III) há intervalos onde os valores de $f(x)$ aumentam e onde os valores de $f(x)$ diminuem. A partir desta idéia intuitiva temos a seguinte definição.

Definição. Dizemos que uma função f é uma função crescente em I se para quaisquer $x_1, x_2 \in I$ com $x_1 < x_2$ tem-se $f(x_1) \leq f(x_2)$; que f é uma função decrescente em I se para quaisquer $x_1, x_2 \in I$ com $x_1 < x_2$ tem-se $f(x_1) \geq f(x_2)$; que f é uma função constante em I se f for uma função crescente e decrescente em I , sendo I um intervalo contido no domínio de f .

Atividade III. 1) Determine para cada função abaixo os intervalos nos quais ela é crescente, decrescente e constante.



2) Sabe-se que f é uma função par e que f é uma função crescente em $]-\infty, 0]$. Podemos afirmar que f é uma função crescente ou decrescente em $[0, +\infty[$? (Dica: faça o gráfico de uma tal função para ter um palpite da resposta, e depois faça uma prova, usando a definição acima, de sua afirmação.)

3) Repita a atividade 2) substituindo função par por função ímpar.

Dado o gráfico de uma função f podemos transladá-lo para a direita, para a esquerda, para cima ou para abaixo, a fim de obter novas funções a partir da expressão de f .

Fixe um ponto arbitrário $A = (a, b)$ no gráfico de f e observe que:

- (I) ao transladar o gráfico de f para cima, por exemplo de 5 unidades, o ponto A se move de modo a manter a mesma abscissa anterior mas a sua ordenada aumenta 5 unidades em relação à anterior, gerando assim o ponto $B = (a, b + 5) = (a, f(a) + 5)$;
- (II) ao transladar o gráfico de f para baixo, por exemplo de 5 unidades, o ponto A se move de modo a manter a mesma abscissa anterior mas a sua ordenada diminui 5 unidades em relação à anterior, gerando assim o ponto $B = (a, b - 5) = (a, f(a) - 5)$;
- (III) ao transladar o gráfico de f para a direita, por exemplo de 5 unidades, o ponto A se move de modo a manter a mesma ordenada anterior mas a sua abscissa aumenta 5 unidades em relação à anterior, gerando assim o ponto $B = (a + 5, b) = (a + 5, f(a)) = (a + 5, f((a + 5) - 5))$;
- (IV) ao transladar o gráfico de f para a esquerda, por exemplo de 5 unidades, o ponto A se move de modo a manter a mesma ordenada anterior mas a sua abscissa diminui 5 unidades em relação à anterior, gerando assim o ponto $B = (a - 5, b) = (a - 5, f(a)) = (a - 5, f((a - 5) + 5))$.

Analisando as informações acima obtemos a seguinte tabela:

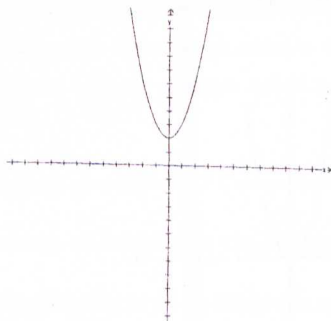
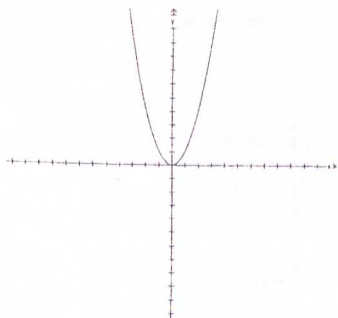
situação	nova função
(I)	$h(x) = f(x) + 5$
(II)	$h(x) = f(x) - 5$
(III)	$h(x) = f(x - 5)$
(IV)	$h(x) = f(x + 5)$

De modo geral temos:

- (I) Se transladarmos de c unidades para cima o gráfico de f obteremos o gráfico da função $h(x) = f(x) + c$.

$$f(x) = x^2$$

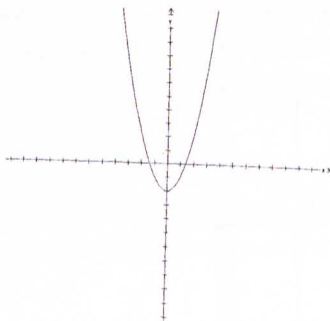
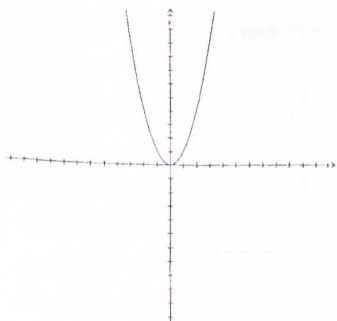
$$h(x) = x^2 + c, \text{ com } c > 0$$



(II) Se trasladarmos de c unidades para baixo o gráfico de f obteremos o gráfico da função $h(x) = f(x) - c$.

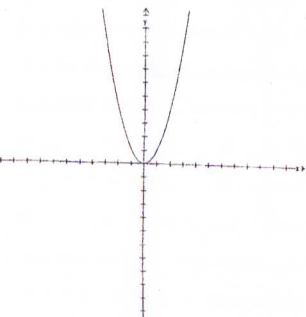
$$f(x) = x^2$$

$$h(x) = x^2 - c, \text{ com } c > 0$$

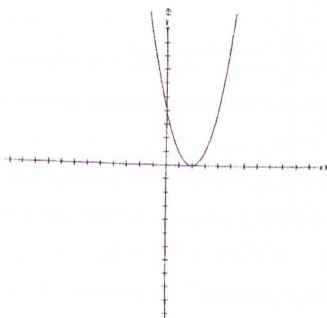


(III) Se trasladarmos de c unidades para a direita o gráfico de f obteremos o gráfico da função $h(x) = f(x - c)$.

$$f(x) = x^2$$

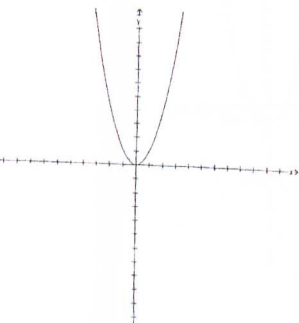


$$h(x) = (x - c)^2, \text{ com } c > 0$$

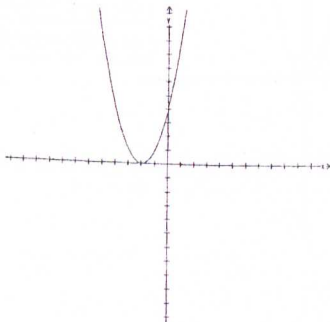


(IV) Se trasladarmos de c unidades para a esquerda o gráfico de f obteremos o gráfico da função $h(x) = f(x + c)$.

$$f(x) = x^2$$



$$h(x) = (x + c)^2, \text{ com } c > 0$$



Atividade IV. A partir do gráfico de $f(x) = x^2$ esboce o gráfico da função $h(x) = x^2 - 4x + 1$. (Dica: observe que $x^2 - 4x + 1 = (x - 2)^2 - 3$.)

Usando o fato que o contra-domínio das funções aqui estudadas é o conjunto dos números reais, e que dados dois números reais pode-se criar, a partir desses, novos números através das operações de soma, subtração, produto e divisão desses números, podemos definir as seguintes operações entre duas funções f e g :

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x), \text{ para todo } x \text{ pertencente ao domínio de } f \text{ e ao domínio de } g;$$

$$(f - g)(x) = f(x) - g(x), \text{ para todo } x \text{ pertencente ao domínio de } f \text{ e ao domínio de } g;$$

$$(fg)(x) = f(x)g(x), \text{ para todo } x \text{ pertencente ao domínio de } f \text{ e ao domínio de } g;$$

$$(f/g)(x) = f(x)/g(x), \text{ para todo } x \text{ pertencente ao domínio de } f \text{ e ao domínio de } g \text{ e tal que } g(x) \neq 0.$$

Por exemplo a função $h_1(x) = x^3 + x^2$ é obtida pela soma das funções $f(x) = x^3$ e $g(x) = x^2$.

Além das quatro operações definidas acima podemos usar a composição de duas funções para construir uma nova função. Por exemplo dadas as funções $f(x) = \sqrt{x}$ e $g(x) = x + 1$ podemos construir a função que a cada ponto x associa o ponto associado pela f ao ponto $g(x)$ quando este pertencer ao domínio de f , isto é, dado x calculamos $g(x)$ e depois, se este estiver no domínio de f , calculamos f em $g(x)$. Sendo assim a função h é dada pela expressão $h(x) = \sqrt{x+1}$ e seu domínio é o conjunto $[-1, +\infty[$ (pois $g(x)$ pertence ao domínio de f somente se $x \geq -1$). A função h é chamada função composta de f e g , e é denotada por $f \circ g$. De modo geral temos a seguinte definição.

Definição. Dadas as funções f e g definimos a função composta de f e g , denotada por $f \circ g$ pela expressão $(f \circ g)(x) = f(g(x))$, para os valores de x para os quais a expressão faz sentido, isto é, o domínio de $f \circ g$ é o conjunto dos x pertencentes ao domínio de g e para os quais $g(x)$ pertence ao domínio de f .

Exemplo. Sejam $f(x) = \frac{1}{2+x}$ e $g(x) = \sqrt[3]{x}$. Então $f \circ g$ é a função dada por $(f \circ g)(x) = \frac{1}{2 + \sqrt[3]{x}}$,

para $x \neq -8$; e $g \circ f$ é a função dada por $(g \circ f)(x) = \sqrt[3]{\frac{1}{2+x}}$, para $x \neq -2$. Observe que $f \circ g$ e $g \circ f$ são funções diferentes, e portanto a ordem na qual é feita a composição é importante.

Atividade V. 1) Determine duas funções f e g tais que a função $h(x) = \frac{3}{5 + \cos x}$ seja dada por $f \circ g$.

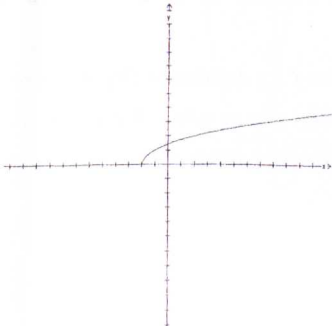
2) Complete a tabela abaixo informando se $f \circ g$ é uma função par ou ímpar, e demonstre cada uma das suas afirmações:

f	g	$f \circ g$
par	par	
par	ímpar	
ímpar	par	
ímpar	ímpar	

3) Complete a tabela abaixo informando se $f \circ g$ é uma função crescente ou decrescente, e demonstre cada uma das suas afirmações:

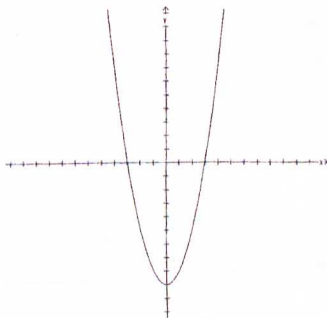
f	g	$f \circ g$
crescente	crescente	
crescente	decrescente	
decrescente	crescente	
decrescente	decrescente	

4) Dado o gráfico da função f abaixo, obtenha o gráfico da função composta $f \circ g$, sendo $g(x) = -x$.



5) Dado o gráfico de uma função f como podemos obter o gráfico da função composta $f \circ g$, sendo $g(x) = -x$?

6) Dado o gráfico da função f abaixo, obtenha os gráficos das funções $g \circ f$, $l \circ f$ e $j \circ f$, sendo $g(x) = 5x$, $l(x) = -5x$ e $j(x) = \frac{1}{2}x$.



7) Dado o gráfico de uma função f diga como obter o gráfico da função composta $g \circ f$, sendo $g(x) = cx$ e $c \in \mathbb{R}$.

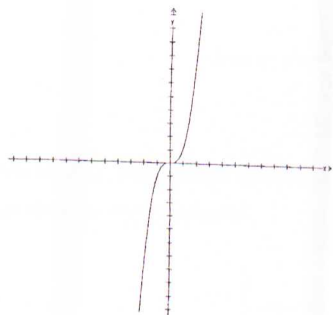
Introduziremos, a seguir, o conceito de função inversa.

É razoável pensar na inversa de uma função f como sendo uma função g que “desfaz” a associação feita pela f , isto é, se o ponto a foi associado pela f ao ponto b , então a função g deve associar o ponto b ao ponto a . Esta idéia é boa mas temos que fazer alguns “ajustes” (ou hipóteses) na função f para podermos “desfazer” a associação feita por ela. Por exemplo: se $f(x) = x^2$ temos que os pontos 1 e -1 foram associados pela f ao ponto 1 e assim não sabemos como “desfazer” a associação feita pela f , pois g é uma função e portanto a cada elemento de seu domínio ela só pode associar um único elemento do seu contra-domínio. Fazer estes “ajustes” é trabalhar com funções que chamamos de injetoras e que definiremos abaixo.

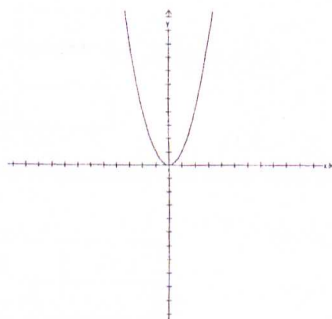
Definição. Dizemos que uma função f é uma função injetora se não existem pontos diferentes do seu domínio associados a um mesmo valor, isto é, não existem x_1 e x_2 pertencentes ao domínio de f , com $x_1 \neq x_2$, tais que $f(x_1) = f(x_2)$.

Exemplo. A função $f(x) = x^3$ é uma função injetora mas a função $f(x) = x^2$ não é uma função injetora.

$$f(x) = x^3$$



$$f(x) = x^2$$



Observe que o gráfico de uma função injetora tem a seguinte propriedade: Toda reta paralela ao eixo x intercepta o gráfico no máximo uma vez.

Se trabalharmos com uma função injetora f é possível definir uma função g que “desfaça” a associação feita pela f . É claro que, neste caso, o domínio de g será o conjunto imagem de f e o conjunto imagem de g será o domínio de f . Além disso é razoável esperar que $(g \circ f)(a) = a$, para todo a no domínio de f , e que $(f \circ g)(b) = b$, para todo b no domínio de g . Isto nos leva à seguinte definição.

Definição. Se f é uma função injetora definimos sua função inversa como sendo a função g que tem a seguinte propriedade: para todo x no conjunto imagem de f tem-se que $g(x) = a$ somente se $f(a) = x$.

Note que g é uma função injetora, que g é a função inversa de f , que $(f \circ g)(x) = x$, para todo x no domínio de g e que $(g \circ f)(a) = a$, para todo a no domínio de f .

Exemplos. (I) Seja $f(x) = x^3$, para $x \in \mathbb{R}$. Já vimos que f é uma função injetora. Para determinarmos a função inversa de f fazemos, para todo a no conjunto imagem de f , o seguinte:

$$g(x) = a \iff f(a) = x \iff a^3 = x \iff a = \sqrt[3]{x}.$$

Portanto $g(x) = \sqrt[3]{x}$, para todo $x \in \mathbb{R}$ (pois o conjunto imagem de f é $\mathbb{R}$).

(II) Seja $f(x) = \sqrt{x+1}$, para $x \geq -1$. A função f é injetora (pois $\sqrt{x_1+1} = \sqrt{x_2+1}$ somente se $x_1+1 = x_2+1$, e portanto $x_1 = x_2$) e assim admite função inversa g cujo domínio é o conjunto $[0, +\infty[$. Para determinarmos g basta, para $a \geq 0$, observarmos que:

$$g(x) = a \iff f(a) = x \iff \sqrt{a+1} = x \iff a = x^2 - 1.$$

Portanto $g(x) = x^2 - 1$, para todo $x \in [0, +\infty[$.

Atividade VI. 1) Verifique que as funções abaixo são injetoras e calcule a sua função inversa.

a) $f(x) = x^2$, para $x \geq 0$ b) $f(x) = \frac{x+3}{x-2}$, para $x \neq 2$

2) Uma função par admite função inversa? Justifique.

3) Uma função ímpar admite função inversa? Justifique.

Suponha dado o gráfico de uma função injetora f e que a partir dele você quer esboçar o gráfico de sua função inversa g . Para isto observe que, se (a, b) pertence ao gráfico de f , então o ponto (b, a) pertence ao gráfico de g . Note que os pontos (a, b) e (b, a) são dois dos vértices do quadrado $ABCD$, sendo $A = (a, a)$, $B = (a, b)$, $C = (b, b)$ e $D = (b, a)$, e como as diagonais de um quadrado se interceptam no ponto médio temos que os pontos (a, b) e (b, a) são simétricos em relação à reta $y = x$. Portanto o gráfico de g é simétrico ao gráfico de f , em relação à reta $y = x$.

Atividade VII. Se f é uma função cujo gráfico é dado abaixo, esboce o gráfico de sua função inversa.

figura (a)

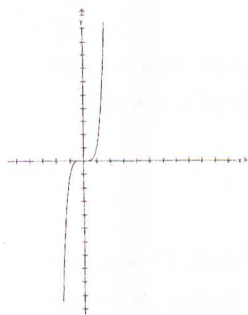


figura (b)

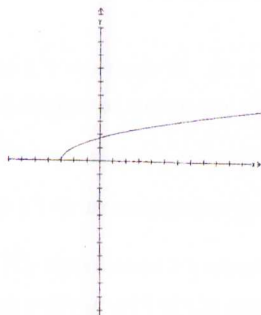
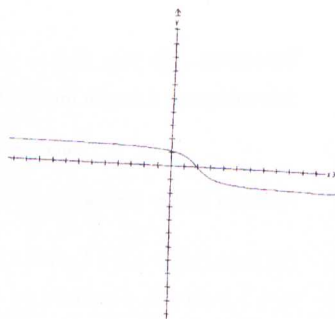


figura (c)



Para finalizar a primeira parte deste texto, cujo objetivo é apresentar algumas propriedades das funções, faça a seguinte atividade.

Atividade VIII

Associe os gráficos abaixo às seguintes expressões:

a) $f(x) = \sqrt{2-x}$

b) $f(x) = \frac{x^3}{200} + \sin x$

c) $f(x) = \frac{3}{1+x^2}$

d) $f(x) = x^3 + 2$

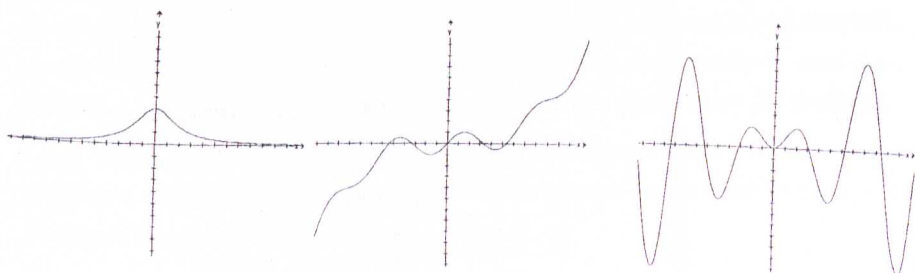
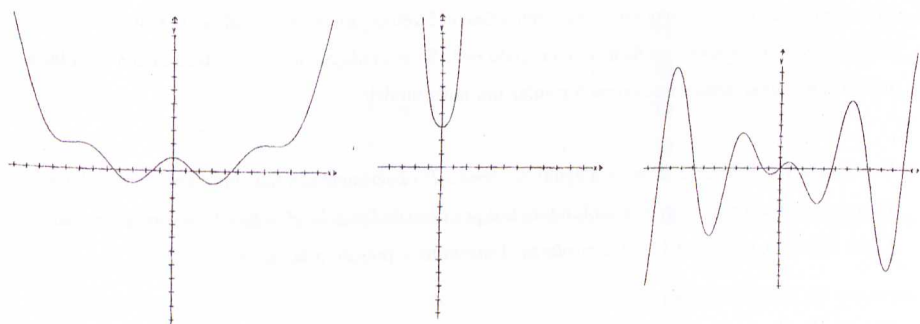
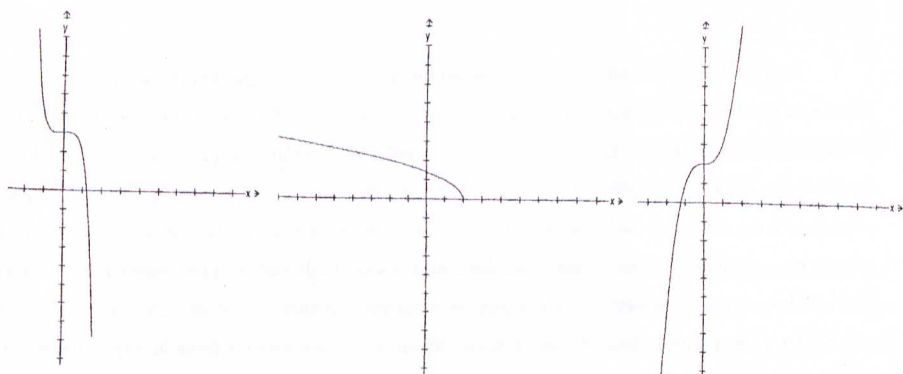
e) $f(x) = x \sin x$

f) $f(x) = x^4 + x^2 + 3$

g) $f(x) = x \cos x$

h) $f(x) = \frac{x^4}{2000} + \cos x$

i) $f(x) = -x^5 + 3$



No nosso dia a dia encontramos situações que podem ser descritas em termos matemáticos. Esta descrição é chamada um modelo matemático. O propósito de se construir um modelo é aumentar a compreensão da situação e, em alguns casos, fazer previsões sobre um comportamento futuro. Para formular um modelo matemático para um problema do mundo real precisamos, em primeiro lugar, identificar e especificar as variáveis dependentes e independentes e fazer hipóteses que simplifiquem o fenômeno, o suficiente para permitir cálculos matemáticos. Utilizando o conhecimento da situação física pode-se obter equações que relacionam as variáveis. Quando não existe uma lei física para nos ajudar procuramos coletar dados (de uma biblioteca, da Internet ou fazendo experimentos) e examiná-los na forma de uma tabela, a fim de perceber padrões. Após obter o modelo matemático para o problema que estamos estudando utilizamos a matemática que sabemos para obter algumas conclusões matemáticas. Depois disso, interpretamos as conclusões matemáticas como informações sobre o fenômeno original e oferecemos explicações ou fazemos previsões. Finalmente testamos nossas previsões com o que acontece de novo no mundo real. Se as previsões não se ajustam bem à realidade, precisamos refinar nosso modelo ou formular um novo modelo.

Atividade IX. (*Pressão debaixo d'água*) A pressão P experimentada por um mergulhador debaixo d'água está relacionada com sua profundidade d por meio da fórmula $P = kd + 1$ (k é uma constante). A 100 metros a pressão é 10,94 atmosferas. Determine a pressão a 50 metros.

Atividade X. Ao abrir uma torneira de água quente, a temperatura T da água depende do tempo decorrido desde a abertura. Esboce um gráfico de T como função do tempo t decorrido desde a abertura.

Atividade XI. Na entrada de um estacionamento encontra-se a seguinte tabela de preços:

tempo	valor por hora
1ª hora	R\$ 5,00
2ª hora	R\$ 3,00
demais horas	R\$ 2,00

a) Faça uma tabela com os preços correspondentes às cinco primeiras horas de permanência.

- b) Construa o gráfico do preço do estacionamento a partir da tabela obtida em a).
- c) Qual o valor a pagar por 55 min de estacionamento? E por 1h e 55 min?
- d) Você estacionou o carro e descobriu que tem somente R\$13,00 na carteira e o estacionamento só aceita pagamento em dinheiro. Quantas horas você pode deixar o carro estacionado?

Atividade XII. A tabela da esquerda fornece as tarifas usadas pela SABESP para o cálculo das contas d'água e a da direita fornece as tarifas usadas pela ELETROPAULO para o cálculo das contas de energia elétrica para consumidores de baixa renda. A tarifa da ELETROPAULO para consumidores não cadastrados como de baixa renda é R\$0,30967.

faixas de consumo(m^3)	tarifas
até 10	R\$ 10,27
11 a 20	R\$ 1,60
21 a 50	R\$ 4,00
acima de 50	R\$ 4,41

faixas de consumo(KWh)	tarifas
até 30	R\$ 0,10533
31 a 100	R\$ 0,18056
101 a 200	R\$ 0,27083
201 a 220	R\$ 0,30094

- a) Dê uma expressão algébrica, em cada caso, do valor a ser pago em função do consumo e esboce o gráfico da função.
- b) Faça, num mesmo sistema de coordenadas, o gráfico do valor a ser pago em função do consumo de energia elétrica para os dois tipos de consumidores.

Atividade XIII. (*Um truque*) Você já deve ter ouvido falar sobre um truque que funciona assim: escolha um número; some 5; dobre o resultado; subtraia 6; divida por 2; subtraia 2; agora diga o resultado e eu lhe direi o número que você escolheu.

Escolha um número e siga as instruções acima. Que relação existe entre a resposta que você encontrou e o número que você escolheu? Se você aplicar o truque com um amigo você é capaz de adivinhar o número que ele escolheu?

Na **Atividade I. 2)** é razoável a escolha de uma função linear para descrever a situação real, o que nos permite prever em quanto tempo a vela acaba. Na próxima atividade veremos que nem

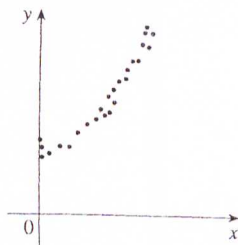
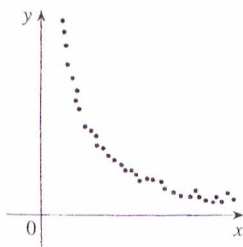
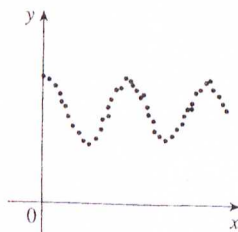
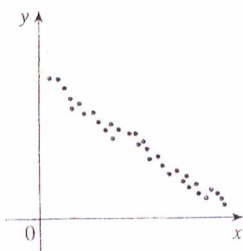
sempre isto acontece.

Atividade XIV. A tabela abaixo fornece as alturas obtidas pelos vencedores do salto com vara nas Olimpíadas durante o século XX.

Ano	Altura(pés)	Ano	Altura(pés)
1900	10,83	1956	14,96
1904	11,48	1960	15,42
1908	12,17	1964	16,73
1912	12,96	1968	17,71
1920	13,42	1972	18,04
1924	12,96	1976	18,04
1928	13,77	1980	18,96
1932	14,15	1984	18,85
1936	14,27	1988	19,77
1948	14,10	1992	19,02
1952	14,92	1996	19,42

- Localize os pontos da tabela no plano cartesiano e verifique que um modelo linear é apropriado, isto é, existe uma reta que melhor se “ajusta” aos pontos.
- Determine a equação da reta que você encontrou em a).
- A reta encontrada em a) descreve de modo satisfatório o desempenho dos atletas de salto com vara no século XX. Este modelo é adequado para prever a altura alcançada pelo vencedor no ano 2000? É razoável utilizar este modelo para prever a altura alcançada pelo vencedor no ano 2100?

Atividade XV. Para cada figura abaixo, discuta que tipo de função seria apropriada como modelo para os dados.



Existem muitas situações que não são modeladas linearmente, tais como crescimento populacional, movimento das marés e outros movimentos oscilatórios.

Na última atividade a localização dos pontos obtidos em um experimento levou a deduzir o tipo de função mais adequada para a modelagem. Em geral a modelagem de uma situação requer uma análise mais profunda dos dados obtidos e ferramentas matemáticas mais elaboradas. Os modelos aqui apresentados, apesar de simples, mostram a importância da modelagem matemática no desenvolvimento da ciência.

Referências

- [1] Anton H., *Cálculo, um novo horizonte*, Vol.I, Editora Bookman, 6ª edição, 2000.
- [2] Stewart J., *Cálculo*, Vol.I, Editora Pioneira, 4ª edição, 2001.
- [3] Thomas G. B., *Cálculo*, Vol.I, Editora Addison Wesley, 10ª edição, 2002.

Realização:  Universidade de São Paulo  Instituto de Matemática e Estatística da USP -  Faculdade de Educação da USP

Patrocínio:

