

RELAÇÕES ENTRE MATEMÁTICA, MÚSICA E FÍSICA NO ENSINO: DA AFINAÇÃO PITAGÓRICA AO TEMPERAMENTO IGUAL

Oscar João Abdounur
Universidade de São Paulo (USP)

Rafael Andrade Pereira
Escola Vera Cruz

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo central apresentar uma análise dos resultados de trabalhos interdisciplinares abordando as relações entre Matemática, Música e Física na escola. Para isso, foi explorado o potencial educacional de uma pesquisa historiográfica sobre o desenvolvimento das relações entre matemática e música, bem como da acústica musical que tratava de temas tais como história das notas musicais, do temperamento igual e das possibilidades de, a partir da construção de instrumentos musicais, problematizar questões estruturantes do comportamento de conceitos envolvendo matemática, música e física. Neste ensaio, pretende-se apresentar uma breve síntese da discussão histórica abordada, relatar algumas propostas de trabalhos educacionais realizados, bem como analisar brevemente os resultados e as possibilidades de trabalhar, por meio da história da Ciência, a relação de três componentes curriculares aparentemente distantes. Lida sob uma perspectiva histórico-epistemológica, particularmente embasada na epistemologia de Thomas Kuhn, tal investigação foi especialmente focada na busca de indicadores da importância da verificação experimental na produção do conhecimento acústico nesse período. Neste sentido, foi fundamental que a pesquisa historiográfica buscasse subsídios para a fundamentação da transição de uma ciência musical centrada em um dogmatismo aritmético para uma ciência musical, que tem a verificação experimental como critério relevante de falseamento de suas teorias. Assim, defende-se, neste trabalho, que no período renascentista a acústica musical foi marcada por uma grande mudança de paradigma, no sentido kuhniano do termo.

Palavras-chave: acústica musical; epistemologia; mudança de paradigma; educação científica e história da física.

RELAÇÕES ENTRE FÍSICA, MÚSICA E MATEMÁTICA: UMA ANÁLISE HISTÓRICA

A matemática, a física e a música possuem laços profundos desde a antiguidade e o estudo dessa relação nos remete à Grécia Antiga, particularmente com o estudo do monocórdio e suas consequências na formação da escala pitagórica. Nesse período o paradigma científico ainda era marcado pela forte presença de um simbolismo numérico característico da escola pitagórica. Entretanto, ao analisar os tratados de Harmonia de Rameau, o Compêndio de Música de Descartes e os trabalhos de Vincenzo Galilei, Joseph Zarlino, Marin Mersenne e de Galileu Galilei pode-se defender que há uma importante ruptura no paradigma Acústico-musical a partir do Renascimento. Tal ruptura é marcada pela valorização da experimentação em detrimento de uma perspectiva numérico-dogmática. Neste sentido, defende-se nesse trabalho, que a exploração das relações físico-musicais permite ampliar e aprofundar discussões acerca da Revolução Científica tão exploradas no ensino de outras áreas da física, como nos casos da: Mecânica, da Astronomia, da Cosmologia e da Gravitação. Entende-se que a exploração deste exemplo histórico colaboraria para que o aluno enxergasse, com mais profundidade, a emergência de um novo paradigma científico no Renascimento e aprofundasse sua compreensão sobre a natureza da Ciência, em consonância com as proposições da Base Nacional Comum Curricular, destacando assim, o que o ensino de física tem de mais essencial.

O MONOCÓRDIO: RAZÕES, INTERVALOS MUSICAIS E A SISTEMATIZAÇÃO MATEMÁTICA DA ESCALA

O experimento do monocórdio foi o primeiro registro histórico da relação entre a Música, a Física e a Matemática. Essencialmente o experimento consiste em esticar uma corda e ao variar seu comprimento pode-se associar intervalos musicais à razão do comprimento da corda tocado.

A realização deste experimento permitiu que as razões de comprimento da corda 1:2, 2:3 e 3:4 fossem associadas aos intervalos musicais de oitava, quinta e quarta respectivamente. Além disso, o experimento reforçava um dogmatismo aritmético presente na estrutura da tradição pitagórica, no qual acreditava-se

que as leis da natureza poderiam ser sistematizadas como os quatro primeiros números inteiros (1, 2, 3 e 4).

Na tradição Pitagórica, esse resultado generalizou-se para diferentes fontes acústicas com base num simbolismo numérico. No capítulo chamado "A investigação e descoberta das consonâncias musicais" de seu *Theorica musicae* de 1492, Gaffurio apresenta graficamente a história de Boécio sobre o experimento de Pitágoras no monocórdio -- que resultou para a corda na relação entre as razões 1:2, 2:3 e 3:4 e os intervalos musicais de oitava, quinta e quarta respectivamente --, agora generalizada para outras fontes sonoras tais como copos, sinos, flautas etc.

Figura 1. Imagem concebida por Franchino Gaffurio que mostra a generalidade da tradição pitagórica.



Fonte: *Theorica musicae*, 1492

Dentre as limitações do sistema musical pitagórico destaca-se a inferência de que os resultados encontrados para a corda valiam em qualquer outro sistema físico que emitisse som (copos com água, sinos, etc..., como mostra a representação do Gaffurio).

Tal limitação é fortemente representativa da doutrina pitagórica segundo a qual todo o conhecimento reduzir-se-ia a relações numéricas, onde número nesse contexto significa número inteiro.

Tal experimento informa não somente que às consonâncias perfeitas 8a, 5a e 4a subjazem razões simples 1:2, 2:3 e 3:4 respectivamente, mas ainda que à composição de intervalos musicais subjaz a composição de razões matemáticas, fundamento da construção da escala pitagórica. Em outras palavras, um importante legado do experimento de Pitágoras consiste na percepção de que subir ou descer um intervalo musical corresponde respectivamente a compor ou decompor o comprimento da corda produtor da nota mais grave ou mais aguda pelo fator correspondente ao intervalo referido.

O critério pitagórico para construção de escala resulta na obtenção de quintas compostas reduzidas posteriormente a notas equivalentes na oitava, ou seja, supondo que uma nota inicial dó é produzida por 1, sua quinta será produzida por 2:3, equivalente à nota sol. A quinta do sol, por sua vez, por $(2:3)(2:3) = (4:9)$, que reduzido à oitava original resulta em 8:9, equivalente à nota ré. A quinta de ré será produzida por $(8:9)(2:3) = 16:27$, que equivale à nota lá, e assim por diante, resultando na escala diatônica.

Os pitagóricos justificaram a subyacência de pequenos números inteiros às consonâncias pelo fato de que os números 1, 2, 3 e 4 geravam toda a perfeição, na medida em que consideravam o número quatro como a origem de todo o universo, todo o mundo material, representando a matéria em seus quatro elementos: o fogo, o ar, a terra e a água.

A tradição musical pitagórica foi transmitida para a Idade Média principalmente através do tratado *De Institutione musica*, escrito no início do século VI d.C. por Boécio (475-524). Tal obra influenciou a grande maioria de tratados teórico-musicais da Idade Média determinando a predominância do pitagorismo na música teórica medieval e como consequência uma abordagem matemático-especulativa como base teórica para resolução dos problemas teórico-musicais.

A CRÍTICA AO PENSAMENTO PITAGÓRICO E O NASCIMENTO DE UMA NOVA CIÊNCIA

As relações entre comprimentos da corda e intervalos musicais estabelecidas pelos pitagóricos vigoraram de forma generalizada até que Vincenzo Galilei (1520-1591) as criticasse mostrando que tais relações variavam não somente segundo o parâmetro medido na corda -- tensão, densidade linear, etc. --, mas de maneira geral, segundo o parâmetro medido em qualquer fonte sonora. Intensificada no decorrer do século XVII, tal perspectiva físico-experimental representa a semente de uma mudança significativa de enfoque sobre a compreensão de conceitos acústico-musicais tais como consonância, Série Harmônica, etc.

A crítica de Vincenzo Galilei é representativa de um novo paradigma científico, no qual o dogmatismo aritmético presente na tradição pitagórica é substituído por uma prática científica vinculada à análise experimental. Tal mudança paradigmática no desenvolvimento científico é um dos aspectos que esta pesquisa visa evidenciar, a partir da extração, de fontes historiográficas, de elementos indicadores da valorização da experiência na ciência musical, tal como a crítica de Vincenzo Galilei à generalização dos resultados do monocórdio sem base experimental.

Assim, o Renascimento mostra-se um período de grande relevância histórica também no âmbito das interrelações entre matemática e música, pois além das diversas transformações no âmbito das artes, da filosofia e da relação do homem com o conhecimento, neste período foi concebida uma nova maneira de fazer ciência e ler a música a partir da matemática e da física, sobretudo no que se refere ao papel do experimento no procedimento científico.

Desta forma, a acústica musical nasce como uma ciência experimental, e desta forma as concepções pitagóricas são gradativamente substituídas por novos modelos teóricos embasados experimentalmente.

No século XVII o desenvolvimento da acústica deu um salto qualitativo na medida que a visão da ciência mudou sua perspectiva, deixando mais de lado os dogmas aritméticos e dando mais enfoque as evidências experimentais.

O TEMPERAMENTO IGUAL E OUTROS TEMPERAMENTOS

Com a emergência da Polifonia (melodias tocadas simultaneamente) surgem problemas entre teoria e prática, cujas pretensões exigiam uma fundamentação teórica incongruente com os pressupostos pitagóricos, segundo os quais consonâncias musicais eram geradas por razões entre os números 1, 2, 3 e 4 e intervalos musicais somente por razões comensuráveis. De fato, o próprio experimento do monocórdio, que revela que os intervalos de quinta e oitava estão relacionados respectivamente com razões 2:3 e 1:2, já contém potencialmente o problema levantado pelo advento da Polifonia na medida em que a partir de seus resultados, constata-se que não existem m e n , inteiros positivos tais que $(2/3)^m$ seja igual a $(1/2)^n$, o que implica na impossibilidade de encaixar um número inteiro de ciclos de quintas em um número inteiro de ciclos de oitavas.

Tal impossibilidade resultaria na coma pitagórica, que representa a “semente da imperfeição”, de natureza semelhante à irracionalidade na matemática e impossibilidade de ajuste preciso entre ciclos naturais da Lua e da Terra em torno do Sol na astronomia. Ou seja, podemos dizer que os doze semitons não “cabem” exatamente em uma oitava, assim como 12 meses de trinta dias não “cabem” exatamente no ano de 365 dias. Desse modo, tanto no calendário quanto na teoria musical, simetria e pureza são impossíveis, de tal forma que ou sistematizamos o semitom diferente da experiência de Pitágoras, sendo assim todos os intervalos musicais impuros, ou criamos um intervalo assimétrico, com semitons variando de tamanho. A percepção de tal problema é completamente análoga ao problema dos calendários, ou seja, ou desrespeitamos o ciclo lunar de aproximadamente 30 dias, ou criamos onze meses de trinta dias (portanto, puros) e um mês de trinta e cinco dias (portanto assimétrico). Tais observações estabeleceriam uma melhor compreensão da discussão sobre a relação entre o advento da Polifonia e a necessidade de um Temperamento, uma vez que a coma pitagórica e as outras geradas a partir das tentativas de construção de escalas musicais baseadas em números racionais representam o motor para o desenvolvimento dos diversos temperamentos.

Uma possível solução para este problema é o Temperamento Igual, que tem como característica fundamental o fato da relação matemática entre as frequências de notas de um mesmo intervalo ser sempre igual, ou seja, a razões

entre as frequências de duas notas distantes uma da outra de um semitom é sempre a mesma, não importando quais duas notas sejam (ex: dó e dó# e ou dó e dó bemol ou sol e sol#) -- o que implica que fá# e sol bemol por exemplo são equivalentes.

Em outras palavras o Temperamento Igual consiste em dividir a oitava em 12 partes iguais, o que resulta no encontro entre 12 ciclos de quinta e 7 ciclos de oitava. Neste caso, a razão relacionada ao intervalo de quinta seria $1:27/12$, que numericamente é aproximadamente 1,4983, e não 1,5 correspondente à razão 3:2 como propunha Pitágoras. Dado a importância do temperamento igual na música teórica, tal tratamento torna-se imprescindível para a compreensão da acústica musical. Além disso, no âmbito desta pesquisa tal conceito mostra-se fundamental a medida que aproxima a música teórica da música prática, denotando desta forma a necessidade de validar o experimento como parte essencial do desenvolvimento científico.

Vale ainda ressaltar que o temperamento igual foi uma das diversas soluções para este problema, e ao longo da história outros tipos de temperamento foram criados.

RENASCIMENTO: O NASCIMENTO DA MÚSICA COMO CIÊNCIA EXPERIMENTAL

Baseando-se nas leis das cordas vibrantes, Mersenne (1588-1648), no seu livro "L'Harmonie Universelle" (Buccolini, 2003) estabelece os princípios fundamentais da harmonia.

O matemático francês apresenta assim, a gama temperada e descreve as leis físicas que determinam as frequências das vibrações das cordas. Mersenne era ao mesmo tempo um filósofo e um cientista, considerando que as questões da harmonia não são apenas técnicas, de matemática ou de física, mas estão diretamente ligadas a questões filosóficas. Ele enunciou as seguintes leis relativas às cordas vibrantes:

1ª Para uma determinada corda com determinada tensão, o período de vibração da corda varia consoante o seu comprimento. Como a frequência é o inverso do período, significa então que a frequência varia com o inverso do comprimento.

2ª Dado o comprimento de uma corda, o período varia como o inverso da raiz quadrada da tensão. Em particular, quanto mais se estica a corda, mais os sons se tornam agudos.

3ª Dados o comprimento e a tensão de uma corda, o período varia como a raiz quadrada da densidade linear do seu material; o que explica produzirem as cordas mais grossas do violino sons mais graves que as mais finas.

Os conceitos expostos acima juntamente com a experiência de Wallis (Lindsay, 1972) -- que consiste em esticar uma corda e colocá-la para vibrar, mostrando assim seus diferentes modos de vibração -- dão subsídios para a compreensão do conceito de harmônico, já que a frequência emitida pela corda depende do número de nós. Por outro lado, observam-se experimentalmente os diversos modos simultâneos de vibração de uma corda, relacionados às várias frequências, por sua vez associadas aos harmônicos.

Além de fornecer subsídios à verificação da Fórmula de Mersenne, cabe elucidar o conceito de ressonância bem como reproduzir a experiência de Wallis que retrata os modos de vibração de uma corda vibrante, mostrando assim que ao gerar um som, têm-se simultaneamente vários modos de vibração. Em particular ao gerar uma nota, junto com esta tem-se cada múltiplo de sua frequência fundamental, denominado harmônico.

Para isto, o experimento de cordas vibrantes de Wallis acompanhado de um painel explicativo evidenciando a Fórmula de Mersenne-Galileo tratando o histórico do século XVII, a valorização do experimento no procedimento científico e o fenômeno da Ressonância acompanhado de um experimento com um conjunto de diapasões com caixas de ressonância que entram ou não em simpatia mostram-se muito elucidativos na apresentação de tais conceitos. Além disso, uma animação com um diálogo entre Vincenzo Galileo e Joseph Zarlino sobre o papel do simbolismo matemático e da experimentação no fazer científico também podem se mostrar muito elucidativos das tendências subjacentes as discussões entre matemática, música e física da época.

DISCUSSÃO

São muitos os possíveis desdobramentos educacionais dessa organização histórica do conhecimento Acústico. Tanto nos cursos de física, de matemática e de música quanto em possíveis elaborações de projetos científicos autorais que potencialmente poderiam culminar na construção de instrumentos musicais com diferentes graus de aprofundamento e com acessos mais, ou menos, Neste artigo serão discutidas essencialmente 3 propostas já implementadas em diferentes espaços escolares e/ou educacionais de como explorar tal assunto a fim de enriquecer as discussões conceituais sobre ondas sonoras, acústica, harmonia musical, dentre outros conceitos. São eles:

a) O curso temático: "Física e Arte"

É no contexto da Reforma do Ensino Médio e orientado pela Base Nacional Comum Curricular que o itinerário formativo de investigação científica culminou na construção do curso temático sobre as relações entre física e arte no Colégio Equipe. Explorando as relações da óptica com a história da fotografia e do cinema, a astrofotografia e sua importância para a Astronomia, os desenhos de Galileu Galilei no livro "O mensageiro das estrelas", as relações entre teatro e física, particularmente focada nos trabalhos do grupo "Arte e Ciência no palco", bem como no texto de Bertold Brecht -- A vida de Galileu--, e principalmente explorando as relações entre o comportamento das ondas sonoras e a história da Acústica que tal curso foi concebido. A experiência realizada, ainda que no contexto pandêmico, e portanto, só com aulas virtuais já mostrou o enorme potencial que o curso tem para a ampliação do repertório conceitual dos alunos, a desfragmentação disciplinar na escola, a articulação de saberes com questões genuínas e profundas investigadas pelos alunos.

b) O projeto de Ciências: construindo de instrumentos musicais

Realizado no contraturno das aulas obrigatórias na Escola Vera Cruz esse projeto foi desenvolvido por alguns anos com a utilização de diferentes recursos. Assim, foram construídos diversos instrumentos musicais, alguns mais rústicos como: tubos sonoros, petfones (instrumento percussivo construído com garrafas pets), instrumentos de corda com caixas de ressonância e outros extremamente

sofisticados como uma espécie de Teremin programado eletronicamente com um arduíno e utilizando linguagens de programação específicas como PD, por exemplo. Optativo e com enorme grau de liberdade para os estudantes esse projeto permitiu uma profunda imersão na ondulatória, em conceitos musicais como escalas, uma introdução à harmonia, além de uma possibilidade muito importante de enriquecimento cultural e diálogo com diversos aparelhos culturais da cidade de São Paulo, como oficinas de lutheria, a Sala São Paulo, museus de Ciência (como o Catavento e o Parque Cientec), dentre outros...

Construção de instrumentos musicais: conceitos básicos

- Como funciona um violão, um piano, uma flauta?
- Se uma mesma nota musical é tocada num piano ou numa flauta, por que sabemos diferenciá-las?
- Como é possível explicarmos a produção de som?
- A música pode ser melhor compreendida com ajuda da matemática?
- Quais são os elementos fundamentais dos instrumentos musicais?

Questões como estas são discutidas ao longo deste ensaio, buscando ao mesmo tempo que sistematiza parte do conhecimento acústico-musical, apresenta um modelo de projeto que propicia um ambiente favorável à realização destas discussões. Neste sentido, este livro tem a pretensão de explorar o som, sua percepção e uma estrutura teórica que permite compreendê-lo. Então vamos lá, começamos já com alguns conceitos básicos e, em momentos oportunos e pequenas “doses”, aprofundamos outros conceitos.

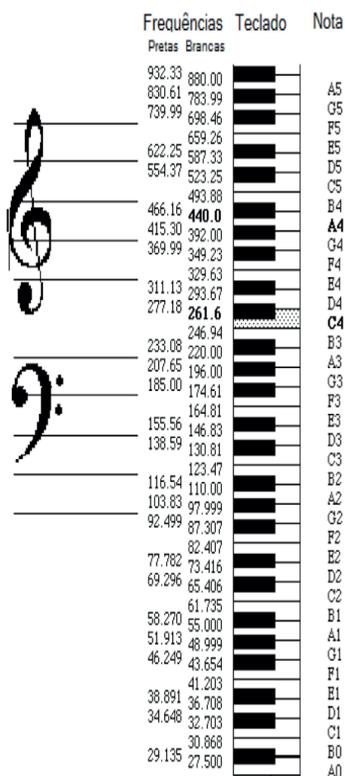
Essencialmente construir um instrumento musical consiste em escolher um material que ao vibrar emite um som perceptível.

O som emitido por um instrumento musical pode se propagar pelo ar, ou por qualquer outro meio material. Ao ser golpeada a pele de um tambor vibra, essa vibração dura um curto intervalo de tempo, porém, enquanto vibra, ela se repete inúmeras vezes em intervalos de tempo sempre iguais, transferindo-se para o ar que está em contato com ela. Essa onda de vibração produz no ar regiões onde as partículas que o compõe ficam mais próximas umas das outras, seguidas de

regiões onde as partículas estão distantes entre si. Acontece que essas regiões se alternam conforme o tempo passa, copiando o mesmo vai e vem da pele do tambor. Visto que esta onda é periódica, dizemos que ela se repete com uma frequência definida. Essa onda, por sua vez, vai propagando a energia que é percebida como som ao atingir nosso ouvido. Note que essencialmente o som propaga a energia da vibração do tambor sem que as partículas de ar se desloquem dele até os ouvidos.

Desta maneira, a construção de um instrumento musical exige primeiramente a escolha de um bom elemento vibratório, seguida da compreensão das características particulares que definem sua frequência. Esta etapa é muito importante visto que é a frequência da onda que define a nota emitida. A imagem abaixo relaciona a frequência das notas de um piano comum afinado, com as frequências emitidas por cada tecla:

Figura 3. Frequências das notas do piano.



Fonte: Imagem autoral.

Note que a cada 7 teclas brancas o mesmo ciclo se repete. Assim para diferenciar um ciclo do próximo os músicos habitualmente utilizam a palavra oitava e em nossa imagem elas estão diferenciadas por um número que aumenta a medida que o som fica mais agudo. Desta forma o lá5 tem frequência de 880 Hz e é o lá mais agudo do piano aqui representado, enquanto o lá0 tem frequência de 27,5 Hz e é o lá mais grave.

Assim, a imagem apresentada acima pode ser de grande importância para consulta quando da construção de nossos instrumentos, pois sempre que quisermos afinar uma nota precisaremos saber qual a frequência que estamos buscando.

Vale ainda ressaltar que uma observação cuidadosa da tabela permite verificar que sempre que dobramos a frequência de uma onda sonora o som produzido é a mesma nota só que uma oitava acima da anterior.

Logo depois que nossos instrumentos tocarem as notas planejadas, o instrumento estará afinado. O próximo passo será amplificá-los por meios mecânicos, como caixas acústicas, ou elétricos, como captadores e microfones, pois nada garante que ele terá potência suficiente para ser ouvido.

Por fim, devemos melhorar a qualidade do som ou, mais apropriadamente, o timbre do instrumento construído, por meio de mudanças na maneira de tocá-los ou nos materiais que os constituem.

Em suma, construiremos os instrumentos sempre passando por três etapas: afinação, amplificação e "timbragem". E depois disso é só tocar e, claro, desfrutar dos sons.

c) A exposição didática: Matemática e música

Outra importante aplicação educacional desenvolvida ao longo dessa pesquisa, iniciada há mais de uma década ainda como um trabalho de iniciação científica, foi o planejamento e a realização de uma exposição didática no Parque Cientec. Apoiada pela FAPESP e pelo CNPq, a exposição tinha um forte caráter experimental. Dividida em 8 salas temáticas, o percurso permitia que o visitante explorasse e ouvisse diversos sons com diferentes fontes, incluindo diversos instrumentos musicais, ao mesmo tempo que mergulhava na discussão histórico-epistemológica, manipulava diversos experimentos e interagiu com softwares desenvolvidos para a exposição.

Sob uma ótica estrutural tal exposição contou com 8 módulos dispostos em salas capazes de transmitir as ideias centrais da relação entre matemática e música. O tema de cada sala eram os seguintes:

- Sala 1) Motivações e questões relevantes para a compreensão da Série Harmônica
- Sala 2) O experimento do Monocórdio: razões x intervalos musicais e a sistematização matemática da escala
- Sala 3) Renascimento: o nascimento da música como ciência experimental
- Sala 4) Escalas e Temperamento
- Sala 5) Série Harmônica/Série de Fourier
- Sala 6) Consonância e Dissonância: do simbolismo aritmético a uma concepção física
- Sala 7) O som dos planetas
- Sala 8) Da matemática-especulativa à matemática-empírica: uma revolução científica na música

Abordando temas situados precisamente na interface matemático-musical configurada convenientemente, cada um dos referidos módulos apresentava um conjunto de textos ou hipertextos curtos concernentes à história da construção e evolução dos conceitos matemático/musicais diretamente associados ao tema daquele módulo, bem como dispositivos interativos -- eletrônicos, mecânicos etc -- de animação audiovisuais. Fazendo uso de múltiplas representações --, tais dispositivos destinam-se ao aprimoramento da assimilação, por parte dos visitantes, dos conceitos matemático/musicais subjacentes ao tema central do módulo em questão. A exposição incluiu vídeos ou textos ilustrando um diálogo hipotético entre teóricos da ciência abordando temas pertinentes. Os módulos interconectam-se através das referências dos textos, hipertextos e dispositivos, refletindo a evolução histórico-epistemológica das explicações para conceitos matemático-musicais.

Com o intuito de reforçar as atividades de divulgação científica almejadas neste projeto, a dinâmica da exposição contemplou ainda palestras com

especialistas convidados, que viabilizaram a busca desse objetivo, maior diversidade de possibilidades para atingir a população em geral.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir das ideias apresentadas acima, foi possível concluir que a inserção da Acústica no currículo do ensino médio permite uma imersão profunda nas discussões sobre a natureza do conhecimento científico, além de possibilitar um olhar para fenômenos complexos, rompendo com a estrutura fragmentada da escola tradicional e em consonância com a proposta de integração curricular presente na BNCC. Além disso, o tratamento desse assunto da perspectiva histórico-epistemológica colabora não só para o tratamento de conteúdos específicos da física nos cursos de ondulatória, mas também pode ser um disparador de discussões nos cursos de música, de matemática e eventualmente colaborar para a construção de projetos interdisciplinares robustos como os projetos mencionados como exemplo nesse artigo.

Como resultado dessa pesquisa destaca-se ainda a importância de um ensino de Ciência e de Matemática menos propedêutico e mais heurístico, capaz de formar estudantes que não só reconhecem os limites da Ciência, mas que também possam estabelecer relações entre a Ciência, a sociedade, a cultura e a tecnologia de seu tempo. Neste sentido, a história, assim como o estudo de sua epistemologia apresentam-se como ferramentas imprescindíveis para que os estudantes reconheçam que a Ciência é uma construção humana e, portanto, é indissociável de seu contexto sócio-histórico. Além disso, o estudo da Acústica também é potente para que os estudantes ampliem sua percepção sobre as relações entre Ciência e Arte e aprendam a trabalhar com temáticas complexas e interdisciplinares, rompendo com um ensino fragmentado e que desarticula o saber científico e matemático de contextos reais e genuínos.

REFERÊNCIAS

ABDOUNUR, O. J. **Matemática e música**: o pensamento analógico na construção de significados. Editora Escrituras. 1a edição, 2000, 352 pág.

- BACHELARD, G. **A formação do espírito científico**. Contraponto: Rio de Janeiro, 1996
- BAILHACHE, P. **Une histoire de l'Acoustique musicale**. Paris: CNRS Editions. 2001, 199 pág.
- COHEN, H. F. Quantifying music. **The science of music at the first stage of the Scientific Revolution, 1580-1650**. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company, 1984.
- DOSTROVSKY, S. Early Vibration Theory: Physics and Music in the Seventeenth Century. **Archive for history of Exact Sciences**, XIV,1975,169-218 pág.
- DOURADO, A.H. **Dicionário de termos e expressões da música**. São Paulo: Ed. 34, 2004.
- GAFFURIO, F. (1492). **Theorica mvsice Franchini Gafvri lavdensis**. Milano: La Musica moderna, 1934.
- JEANS, J. Science & Music. **Cambridge, England**: Cambridge University 1937; reprinted, Dover, New York, 1968.
- KUHN, T., **A estrutura das revoluções científicas**. São Paulo: Editora Perspectiva, 1978.
- LINDSAY, R.B. **Acoustics**: Historical and Philosophical Development. Stroudsburg: Dowden Hutchinson & Ross edition, 1973.
- MORIN, Edgar. **A religião dos saberes**: o desafio do século XXI. 2010.
- OLSON, H.F. **Musical Engineering**. New York : McGraw-Hill, 1952.
- PALISCA, CLAUDE V. Vincenzo Galilei, scienziato sperimentale, mentore Del figlio Galileo. Annali di Storia della Scienza. **Nuncius**. Anno XV, 2000, fasc. 2. Firenze.
- POPPER, K., **A lógica da pesquisa científica** S. Paulo, Cultrix, 1975.
- RIBEIRO, A. A. **UAKTI**: um estudo sobre a construção de novos instrumentos musicais acústicos. Belo Horizonte: Editora. C/Arte, 2004.
- ROEDERER, J. G. **Introdução à física e psicofísica da música**. São Paulo: EDUSP, 1998.
- STANLEY, S. **Dicionário Grove de Música**: edição concisa. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Ed., 1994, 1048 pág.
- TAYLOR C.A. **The Physics of Musical Sounds**. Londres: English Universities Press, 1973.
- TRENTIN, E. **Os instrumentos musicais como recurso didático no ensino de acústica**. São Paulo: Dissertação de mestrado apresentada ao IFUSP e à FEUSP, Orientadora Jesuina L. de A. Pacca, 2003.
- WISNIK, J.M. **Som e o sentido**: uma outra história das músicas. São Paulo: Companhia das Letras. 1989.
- ZANETIC, J. Física e Cultura. **Revista Ciência e Cultura**. v.57 n.3, pgs 21-24. São Paulo, jul./set. 2005.
- ZARLINO,G. Sopplimenti musicali del R.M. **Venetia**: Mastro di cappella della sereníssima signoria di Venetia,1588.