ISSN 2178-034X

Ensino de homotetia em tempos de Matemática Moderna: análise de um livro do Gruema na perspectiva da *Matemática do Ensino*

Teaching of homothety in Modern Mathematics times: analysis of a Gruema book from the perspective of the *Mathematics of Teaching*

Guilherme Rodrigues Magalhães[1] • Ana Paula Jahn[2]

Resumo: O presente trabalho tem por objetivo examinar como o conceito de homotetia foi abordado em um volume da coleção de livros didáticos Gruema, publicado durante o período conhecido como Movimento da Matemática Moderna. A análise foi conduzida a partir do construto teórico *da matemática do ensino*, conforme proposto por Wagner Rodrigues Valente, que busca relacionar os saberes envolvidos no ensino e na formação do professor. Utilizando dois dos elementos estruturantes da matemática do ensino — *significado* e *análise dos exercícios e problemas* —, a investigação revelou que a homotetia é introduzida como uma correspondência entre pontos, com base implícita na relação de Tales. Na sequência, exercícios exploram propriedades invariantes (conservação de alinhamento, medida de ângulos e paralelismo), culminando na transformação de figuras. Contudo, a aplicação prática da homotetia, como ampliação e redução de figuras, conforme a intenção das autoras, permanece pouco explorada nos exercícios propostos.

Palavras-chave: História do Ensino de Matemática. Matemática a ensinar. Matemática para ensinar.

Abstract: This study aims to examine how the concept of homothety was addressed in one volume of the Gruema textbook collection, published during the period known as the New Math Movement. The analysis was conducted using the theoretical framework of the mathematics of teaching, as proposed by Wagner Rodrigues Valente, which seeks to relate the knowledge involved in teaching and teacher training. Using two of the structuring elements of the mathematics of teaching—meaning and the analysis of exercises and problems—the investigation revealed that homothety is introduced as a correspondence between points, implicitly based on Tales' theorem. Subsequently, exercises explore invariant properties (preservation of alignment, angle measures, and parallelism), culminating in the transformation of figures. However, the practical application of homothety, such as enlargement and reduction of figures as intended by the authors, remains underexplored in the proposed exercises.
Keywords: History of Mathematics Education. Mathematics to teach. Mathematics for teaching.

1 Introdução

O Movimento da Matemática Moderna (MMM) representou um período de significativas transformações no ensino de matemática no Brasil, buscando modernizar o currículo e aproximá-lo das tendências internacionais. Este trabalho integra um projeto maior do Grupo de Estudos e Pesquisas em Geometria Escolar: História e Formação de Professores (GEPGE)[3], que tem foco nos saberes geométricos ensinados durante o MMM no Brasil, em particular no estado de São Paulo. Especificamente, busca compreender o papel das transformações geométricas (TG) nas propostas modernizadoras para o ensino de geometria a partir da década de 1960. Segundo Leme da Silva e Jahn (2024), a escolha das TG se justifica

[1] Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo • São Paulo, SP — Brasil • ✉ guilherme@ime.usp.br • ORCID https://orcid.org/0009-0002-9905-0915

[2] Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo • São Paulo, SP — Brasil • ✉ anajahn@ime.usp.br • ORCID https://orcid.org/0000-0003-0515-7536

[3] Grupo cadastrado no CNPq. O projeto em questão é coordenado pela líder do Grupo, Profa. Dra. Maria Célia Leme da Silva (UNIFESP; UNESP) e vem sendo desenvolvido com apoio da FAPESP (Projeto 2023/04639-8).

pela sua relevância no contexto das reformas educacionais da época, pois se alinhava com a ênfase na estrutura e abstração características do movimento. Embora a reforma Campos de 1931 já contemplasse o estudo de TG, influenciada pelas ideias de Felix Klein e pela noção de função como conceito integrador, foi na década de 1960, com a disseminação das ideias modernizadoras, que as TG ganharam destaque. A possibilidade de articular o estudo das TG com a abordagem algébrica, central na Matemática Moderna, foi determinante para que voltasse a ter destaque, assim como sua relação com a própria geometria.

O texto apresenta um estudo preliminar do projeto de dissertação de mestrado do primeiro autor, que adota os pressupostos da História Cultural para analisar como as TG foram entendidas e incorporadas nos livros destinados às duas séries finais do curso ginasial[4] da coleção didática do Grupo de Ensino de Matemática Atualizada (Gruema[5]). A análise dos livros fez uso do construto teórico denominado *matemática do ensino*, conforme proposto por Valente (2020), com foco nos elementos estruturantes *significado* e *análise dos exercícios e problemas*, que serão detalhados adiante.

Magalhães e Jahn (no prelo) investigaram o *significado* do conceito de simetria axial no volume 7 da coleção Gruema e identificaram que as autoras fizeram a integração da geometria com a linguagem algébrica, como preconizado pelo MMM, destacando que o estudo da simetria enriquece e facilita o estudo da congruência de figuras. No entanto, para esses pesquisadores, apesar do conceito de simetria axial ter sido apresentado como uma função, a ênfase dos exercícios propostos consistiu na relação entre pontos simétricos (que se relacionam por reflexão em relação a uma reta), sendo que a abordagem funcional não foi explorada explicitamente. Além disso, a proposta de introduzir a congruência a partir do estudo de simetria axial, apesar de apresentar grande potencial didático, não se revelou evidente, e a noção de congruência foi construída a partir da identificação dos vértices correspondentes de polígonos congruentes, sendo que a palavra simetria, no estudo de congruências, foi usada uma única vez, para definir figuras congruentes como aquelas em que uma pode se transformar na outra por uma sucessão de simetrias.

Para essa comunicação, ainda de acordo com os pressupostos do construto teórico da *matemática do ensino*, investigamos o *significado* e fizemos a *análise dos exercícios e problemas* acerca do conceito de homotetia, que é a única TG apresentada no volume 8 da coleção Gruema e que passaremos a denominar Gruema 8. Esse livro era destinado aos alunos

[4] Os atuais dois últimos anos do Ensino Fundamental.
[5] A sigla Gruema será usada tanto para fazer referência à coleção didática, quanto ao grupo formado pelas autoras da coleção.

da 8ª série do Primeiro Grau[6] e procuramos entender se as autoras fizeram a integração pretendida entre a homotetia e o estudo da semelhança de polígonos conforme anunciado no suplemento do professor (Averbuch *et al*., 1976), e ainda qual a abordagem foi adotada para esse estudo.

No âmbito do projeto maior que citamos, Leme da Silva e Jahn (2024) examinaram quatro livros didáticos produzidos no período do MMM, procurando compreender como as TG foram apresentadas nessas obras e se houve articulação entre as transformações e os demais conteúdos da geometria euclidiana tradicionalmente ensinados nesse nível. Em apenas dois desses livros o ensino de geometria foi feito levando em consideração o uso de TG, sendo que em um deles – produzido pelo grupo baiano liderado pelos professores Martha Dantas e Omar Catunda – a escolha de utilizar muitos conceitos abstratos, como noções de espaço vetorial, plano afim e grupos de transformações, acabou, de acordo com Leme da Silva e Jahn (2024, p. 13), por "mitigar os aspectos intuitivos e visuais das TG, tornando o texto próximo àqueles dos livros didáticos da chamada Matemática Acadêmica". O outro livro foi o volume 7 da coleção Gruema, que desenvolveu o estudo de geometria usando apenas uma transformação, a reflexão em reta (no livro denominada simetria axial), em que

> por meio de um estudo detalhado, a partir do conceito de função, que havia sido estudado em tópico anterior no livro, mobilizando diversos exercícios exploratórios, com construções geométricas, uso de histórias em quadrinhos, entre outros recursos pedagógicos para, finalmente, articular a simetria axial com os conceitos da geometria euclidiana e desenvolver um estudo dedutivo de figuras geométricas planas, em especial triângulos e quadriláteros (Leme da Silva e Jahn, 2024, p. 15).

Essas características deste último livro referenciado definiram nossa escolha em analisar, à luz do estudo de Magalhães e Jahn (no prelo), as TG no Gruema 8, que apresenta uma única transformação, a homotetia. Para as autoras, as homotetias são "de grande importância na vida prática (redução e ampliação de figuras), bem como constituem imprescindível ponto de partida para o estudo de semelhança de polígonos" (Averbuch *et al*., 1976[7]). Com isso, o objetivo do trabalho aqui apresentado é analisar o conceito de homotetia, do ponto de vista da *matemática do ensino* (Valente, 2020), fazendo a *análise dos exercícios e problemas* propostos pelas autoras do Gruema 8 e como esses se articulam com o *significado* pretendido. A seguir, detalhamos os termos em destaque e como as análises foram realizadas.

---

[6] Atual 9º ano do Ensino Fundamental.

[7] O livro que usamos é a edição do professor, que inicia com um suplemento destinado ao professorado e que não é paginado. Portanto, as citações sem indicação de página do Gruema 8 (Averbuch *et al*., 1976) são referentes ao suplemento do professor.

2 A *matemática do ensino*

Para melhor representar os saberes envolvidos na profissionalização da docência, Valente (2020) discute o conceito de *matemática do ensino*, considerando a relação entre a chamada *matemática a ensinar* (os saberes presentes no exercício da docência) e a *matemática para ensinar* (ferramentas que devem ser utilizadas pelo professor e presentes na sua formação), entendidos como produtos da cultura escolar e caracterizados em cada tempo histórico.

Para Valente e Bertini (2022, p. 19) essa terminologia não deve ser entendida como um simples jogo de palavras, nem de expressões sinônimas, além disso

> o uso das expressões matemática a ensinar, matemática para ensinar, matemática do ensino representa uma hipótese teórica de pesquisa, onde tais termos são considerados conceitos que expressam construções teóricas, enredadas numa teia de estudos recentes, de cunho sócio-histórico, cuja intenção é caracterizar historicamente o saber próprio da docência, o saber profissional do professor que ensina matemática. E, nesse movimento, a pesquisa histórica sobre o saber profissional do professor que ensina matemática tem o desafio, antes de mais nada, de construí-lo como objeto teórico de pesquisa.

Valente (2020) argumenta que os saberes presentes no ensino e na formação do professor são determinados pelo tempo escolar, que condiciona a produção dos saberes e que é organizado, dentro da cultura escolar, em níveis de ensino, bimestres, provas e outros condicionantes. Para tratar esses condicionantes na perspectiva da *matemática do ensino*, esse autor propõe alguns elementos estruturantes, os quais considera como categorias de análise. Nesse trabalho usaremos o elemento *significado* para considerar "o modo como o professor deverá se referir a um dado tema da matemática do ensino, de maneira a introduzi-lo em suas aulas, tendo em vista o inicial contato do aluno com um novo assunto" (Valente, 2020, p. 170) juntamente com o elemento *análise dos exercícios e problemas* que "remetem às respostas esperadas pelos professores relativamente ao que ensinaram ou enquanto ensinam" (Valente, 2020, p. 171).

O autor acrescenta que uma análise que use qualquer desses elementos (ou categorias) permitirá identificar como ocorre a articulação entre a *matemática a ensinar* e a *matemática para ensinar*. Esse autor ainda identifica o conceito de *matemática do ensino* com o clássico texto de André Chervel (1990), intitulado *História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa*, indicando que o conceito de matemática do ensino se interessa prioritariamente pelas questões epistemológicas. Essa relação com Chervel, em nossa própria análise dos exercícios do Gruema 8, pode ser entendida como

> Se os conteúdos explícitos constituem o eixo central da disciplina ensinada, o *exercício* é a contrapartida quase indispensável. A inversão momentânea dos papéis entre o professor e o aluno constitui o elemento fundamental desse interminável diálogo de gerações que se opera no interior da escola. *Sem o exercício* e seu controle, não há fixação possível de uma disciplina. O sucesso das disciplinas depende fundamentalmente da *qualidade dos exercícios* aos quais elas podem se prestar (Chervel, 1990, p. 204, grifo nosso).

Antes do exame do *significado* e da *análise dos exercícios e problemas* do Gruema 8, apresentamos, de maneira breve, as autoras que formam o Gruema e a estrutura do livro em análise.

3 Um pouco sobre o Gruema

De março de 1972 a agosto de 1980, a Companhia Editora Nacional (CEN) publicou a coleção de livros Gruema, composta por oito volumes destinados às oito séries do Ensino de Primeiro Grau (que hoje corresponde aos oito últimos anos do Ensino Fundamental). A coleção foi escrita pelas professoras Anna Averbuch, Anna Franchi, Franca Cohen Gottlieb, Lucilia Bechara Sanchez e Manhúcia Perelberg Liberman e, nos últimos quatro volumes, teve o professor Luiz Henrique Jacy Monteiro, da Universidade de São Paulo, nos "trabalhos de supervisão e revisão de conteúdo, a fim de que a preocupação com a linguagem adequada ao nível dos alunos não sacrifique a precisão de conceitos, para que os alunos não sejam mais tarde forçados a destruir para construir" (Averbuch *et al*, 1976).

Essas professoras foram as primeiras mulheres autoras de livros didáticos de matemática da CEN e que atuando "simultaneamente no chão da sala de aula e no campo teórico, tentando sempre fazer o melhor, demarcaram espaços na produção de livros didáticos de matemática no Brasil e abriram trilhas para as educadoras matemáticas" (Villela, 2009, p. 188). A participação dessas educadoras no campo teórico ocorreu por meio de cursos ministrados em programas de televisão (Manhúcia), formação de professores nos cursos promovidos pelo Grupo de Estudos do Ensino da Matemática (Geem) e participação em congressos (Villela, 2009, p. 53).

O Gruema 8 que analisamos neste trabalho encontra-se disponível no repositório da Universidade Federal de Santa Catarina[8]. Esta edição, destinada ao professor, inicia-se com um suplemento de 24 páginas que contém objetivos instrucionais, observações didáticas e sugestões de questões para provas. Após este suplemento, segue-se o texto integral destinado aos alunos com as respostas aos exercícios, composto por 11 capítulos não numerados e totalizando 187 páginas. O estudo de geometria é feito nos seis últimos capítulos, num total de

[8] https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/208913. Acesso em 25 jan. 2025.

105 páginas (56% do total de páginas do livro). Dentre eles identificam-se os capítulos intitulados *Homotetia* e *Semelhança de Polígonos*, objetos de nossa análise.

A estrutura do Gruema 8 é a mesma do volume anterior, com cada capítulo iniciando com um conjunto de Exercícios Preliminares (EP), os quais apresentam situações conhecidas e estruturadas e que são a motivação para lembretes, observações e generalizações, apresentados na forma de quadros. Em seguida, são propostos os exercícios de aplicação (EA), que para Averbuch *et al*. (1976), “visam levar o aluno ao desejado aprofundamento das conclusões ou a uma aplicação em outras áreas ou ainda à fixação de técnicas”. As observações das autoras acerca dos aos EP e EA indicam, na perspectiva da *matemática do ensino*, uma relação quase que biunívoca entre o *significado* pretendido e a *análise dos exercícios e problemas.*

Com isso, seguiremos a forma de análise usada por Magalhães e Jahn (no prelo), pois essa estrutura

> que apresenta os conceitos a partir de exercícios, torna os elementos estruturantes *significado* e *análise dos exercícios* bastante imbricados. Portanto, do ponto de vista da *matemática do ensino*, a análise do *significado* dos conceitos será feita conjuntamente com a dos *exercícios*, considerando os EP e seus quadros, e os EA.

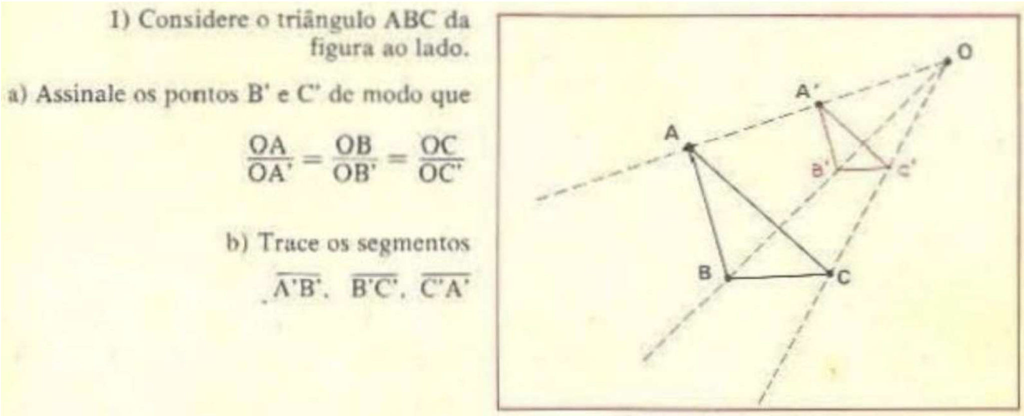
De maneira geral, identificamos o conjunto formado por EP, quadros, EA e eventualmente histórias em quadrinhos, como uma seção do capítulo. Na análise a seguir, o foco é o estudo do capítulo sobre homotetia, composto de três conjuntos de EP/quadros/EA. Para cada um desses conjuntos, destacamos as conclusões obtidas e como se estabelece a relação entre *significado* e *análise dos exercícios e problemas*. Como o livro que usamos contém as respostas esperadas, nossa análise considerou essa relação a partir das resoluções apresentadas.

Em seguida, fizemos uma análise do início do capítulo sobre semelhança de polígonos, procurando identificar se as homotetias foram o *ponto de partida* em seu estudo, conforme anunciado pelas autoras, e de que forma a homotetia se articula com o conceito de semelhança na geometria do ginásio.

4 Análise dos capítulos *Homotetia* e *Semelhança de Polígonos*

O capítulo sobre homotetia inicia com um EP que apresenta um triângulo ABC, os pontos O e A' e pede que o aluno determine dois pontos B' e C' tais que $\frac{OA}{OA'} = \frac{OB}{OB'} = \frac{OC}{OC'}$. O livro que utilizamos, edição do professor, apresenta a resposta esperada na cor vermelha e os dados do problema na cor preta (Figura 1). Observamos que, para esse exercício, as semirretas OA, *OB* e *OC* foram dadas e a resolução da questão, isto é, a determinação dos pontos B' e *C',* depende da construção das retas paralelas aos lados *AB* e *BC* do triângulo *ABC*, passando por *A'.* Essa resolução se apoia na relação de Tales, introduzida no capítulo anterior. No entanto, em nosso ponto de vista, essa relação talvez não seja identificada prontamente pelos alunos, o que nos leva a inferir que a mediação do professor pode ser necessária nessa situação (*matemática a ensinar*).

Figura 1: Primeiro Exercício Preliminar (EP) do capítulo de homotetia



Fonte: (Averbuch *et al*, 1976, p. 97)

O segundo EP segue os mesmos moldes do primeiro, apresentando um pentágono não convexo *ABCDE*, um ponto *O*, a semirreta *OA* e um ponto A' sobre essa semirreta, porém antes de solicitar os pontos homólogos B', C', D' e E', é pedido que o aluno trace as semirretas *OB*, *OC*, *OD* e *OE,* provavelmente visando dar um destaque ao alinhamento dos pontos homólogos com o centro de homotetia.

Esses dois exercícios servem de motivação para o primeiro quadro de sistematização do capítulo, que define homotetia de razão k e centro O como a correspondência que associa o ponto A com A', B com B', C com C' etc., de modo que $\frac{OA}{OA'} = \frac{OB}{OB'} = \frac{OC}{OC'} = \cdots = k$ e tais que OAA', OBB', OCC' etc. estejam alinhados (Averbuch *et al*., 1976, p. 98).

O grupo de EA correspondente aborda a determinação de pontos correspondentes por homotetia de centro O e razão k. O exercício 1 fornece os pontos A, B e C e o ponto A' sobre a semirreta *OA* e solicita os correspondentes de B e C sendo $k = \frac{OA}{OA'}$. Em seguida é solicitado o valor de k sabendo que A é ponto médio de OA' e que sejam desenhados os triângulos *ABC e A'B'C'.*

Os outros dois exercícios desse grupo de EA fornecem um valor para a razão k de homotetia e pedem os correspondentes dos pontos A, B e C, sempre iniciando por A'. No exercício 2, para a determinação de A', é possível ver que a semirreta OA é dividida em partes iguais por pequenos traços, permitindo a localização de A' tal que $\frac{OA}{OA'} = \frac{1}{3}$. No exercício 3, é dado que $k = 2$, logo A' será o ponto médio de OA, porém não há indicação aparente de uma construção geométrica na resolução, levando-nos a inferir que A' deve ser determinado com o uso de régua graduada.

Esse primeiro grupo de EA é seguido de um quadro que afirma que "Figuras que se correspondem por uma homotetia chamam-se *figuras homotéticas*. Toda figura é homotética dela mesma" (Averbuch *et al.*, 1976, p. 99, grifo das autoras).

Assim como nos EP que antecederam esse grupo de EA, não há indicação clara do processo de determinação dos pontos correspondentes. Em nosso entendimento, o estudo da homotetia se apoiou na relação de Tales, que foi estudada no capítulo anterior, intitulado *Axioma de Tales*, e que teve por objetivo principal estabelecer a *relação de Tales*, "Um feixe de paralelas determina sobre duas transversais segmentos proporcionais" (Averbuch *et al.*, 1976, p. 94). No suplemento do professor, essa dependência foi explicitada, indicando que o *Axioma de Tales* foi desenvolvido no Gruema 7 e aprofundado no Gruema 8, de maneira a servir de base para o estudo das homotetias.

Analisando as respostas contidas no livro do professor, que nos ajuda a compreender o que é esperado dos alunos para a resolução dos exercícios, inferimos que o *significado* pretendido pelas autoras na apresentação das homotetias foi a correspondência de pontos, apoiada na relação de Tales, mas não parece que é esperado que as resoluções contenham construções geométricas (especialmente com o compasso), apesar do uso de alguns comandos sugestivos (trace, determine, marque, desenhe, assinale). De maneira geral, as respostas esperadas parecem construções feitas a mão livre ou, no máximo, com o uso de régua, de maneira a destacar a relação de Tales.

O segundo grupo de EP tem por objetivo estabelecer as seguintes propriedades: *a homotetia conserva o alinhamento* e "a homotetia mantém a medida dos ângulos e a segmentos paralelos correspondem segmentos paralelos" (Averbuch *et al.*, 1976, p. 101). Essas propriedades foram verificadas em exercícios que envolveram a determinação de pontos correspondentes a partir de homotetias com razão $k > 1$ e $k < 1$ e, na sequência, admitidas como verdadeiras para o caso geral, sem demonstração.

Destacamos a organização do capítulo segundo uma progressão conceitual matemática, em que a homotetia aparece primeiro como correspondência entre pontos (regida pela relação de Tales), o que na sequência, motiva a verificação de propriedades invariantes dessa transformação (alinhamento, paralelismo e ângulos congruentes), para culminar na obtenção de figuras por homotetia (ou identificação de figuras homotéticas), as quais permitirão que nos próximos grupos de EP e EA sejam abordados os conceitos de ampliação e redução diretamente sobre figuras.

O segundo grupo de EA permite abordar a determinação dos homotéticos de polígonos e de pontos sobre a circunferência (com razões $k = 1$, $k > 1$ e $k < 1$) e apresenta um quadro que sintetiza que dada "uma figura F e sua homotética F', obtida a partir de um centro O e uma razão *k:* se k > 1 então F' é uma redução de F; se $k < 1$ então F' é uma ampliação de F; e se $k =$ 1 então F e F' são idênticas (caso particular de congruência)" (Averbuch *et al.*, 1976, p. 104). Esse quadro é seguido de uma história em quadrinhos, indicando que ampliação e redução lembra uma fotografia e que existe um aparelho, chamado pantógrafo, que é usado para fazer ampliações e reduções. No entanto, as autoras não propõem exercícios que façam uso do pantógrafo, nem como esse poderia ser utilizado. Da mesma maneira, apesar da história em quadrinhos relacionar a fotografia com ampliações e reduções, um único exercício apresenta várias figuras e pede que sejam identificadas aquelas que podem ser obtidas uma da outra por redução ou ampliação, porém todas têm um correspondente (conforme resposta dada no livro do professor) e a resolução desse exercício, por parte do aluno, provavelmente torna-se imediata, bastando identificar as figuras de mesmo formato (a cabeça com a cabeça, o triângulo com os triângulos, o retângulo com o retângulo etc.). Por se limitar a um reconhecimento perceptivo-visual de pares (ou trios) de figuras pelo seu formato, da forma como se apresenta, esse exercício perde seu potencial de explorar as propriedades da homotetia já introduzidas.

O último grupo de EP do capítulo tem um único exercício, que conduz o aluno por meio da obtenção do homotético de um segmento AB e do preenchimento de uma tabela que contém uma coluna de afirmações e uma coluna em que o aluno fornece as justificativas, de modo a *demonstrar* que "se $\overline{AB}$ é o correspondente de $\overline{A'B'}$ por uma homotetia de razão *k*, então também $\frac{AB}{A'B'}$ é igual a *k*" (Averbuch *et al.*, 1976, p. 106).

O capítulo finaliza com um grupo de EA que usará a propriedade *demonstrada*, com exercícios em que o aluno deve desenhar o homotético de triângulos e calcular medidas de lados dos triângulos obtidos a partir das medidas dos lados dos triângulos originais e da razão de homotetia.

O capítulo *Semelhança de Polígonos* inicia com um EP em que o aluno deve obter uma figura homotética F' a partir de uma figura F e, em seguida, um figura F'' congruente a F'. De posse dessas figuras o aluno deve medir os ângulos internos de F, F' e F'' e calcular as razões de alguns pares de lados homólogos a partir de suas medidas. No segundo EP, o aluno primeiro obtém a figura congruente F' para depois obter a homotética F'', finalizando com as medidas dos ângulos e razões entre lados homólogos. Depois desses EP, um quadro pede que se observe que passando de F para F'', seja por homotetia/congruência ou congruência/homotetia, os ângulos correspondentes permanecem congruentes e os lados correspondentes proporcionais e nomeia F, F' e F'' como figuras semelhantes. Em seguida, dois quadros definem polígonos semelhantes (Figura 2).

Figura 2: Definição de polígonos semelhantes

DE UM MODO GERAL:

Dados os polígonos F e G, se é possível passar de F para G por meio de uma homotetia e uma congruência, em qualquer ordem, então F e G são chamados POLÍGONOS SEMELHANTES.

Indicamos: F ~ G

A razão de homotetia é também chamada *razão de semelhança*.

Você concluiu que:

Dois polígonos são semelhantes se, e somente se, existe uma correspondência que mantém as medidas dos ângulos e a proporcionalidade das medidas dos lados correspondentes.

Fonte: (Averbuch *et al*, 1976, p. 112)

O grupo de EA que segue usa a nomenclatura recém definida para solicitar a construção de polígonos semelhantes a um polígono dado, a partir de uma razão de semelhança k. No primeiro exercício, uma observação em letras desenhadas a mão orienta que “O professor fará o aluno observar que a maneira mais fácil de construir figuras semelhantes é por uma homotetia” (Averbuch *et al.*, 1976, p. 112).

Dada a limitação de páginas desse texto, optamos por não apresentar a análise do restante do capítulo de semelhança, que continua com mais três grupos de EP, que definem os casos AAA, LLL e LAL de semelhança de triângulos e a determinação das relações métricas nos triângulos retângulos, incluindo o teorema de Pitágoras. Mas, essa introdução já permite esclarecer como as autoras fizeram a articulação entre os conceitos de homotetia e de semelhança de figuras.

5 Conclusão

Neste artigo, analisamos a abordagem do conceito de homotetia no Gruema 8, utilizando o construto teórico da *matemática do ensino* proposto por Valente (2020). A investigação centrou-se nas categorias de *análise dos exercícios e problemas*, e *significado*, buscando compreender a proposta das autoras para o ensino de homotetia.

O suplemento do professor sugere que é dada ênfase "ao conhecimento das homotetias, pois são de grande importância na vida prática (redução e ampliação de figuras), bem como constituem imprescindível ponto de partida para o estudo de semelhança de polígonos" (Averbuch *et al.*, 1976). Esses elementos indicam escolhas relativas às conexões entre os conteúdos curriculares (matemática a ensinar) e à abordagem metodológica (matemática para ensinar).

Por meio dos exercícios e quadros sistemáticos, a homotetia é inicialmente apresentada como uma correspondência entre pontos, apoiada na relação de Tales de forma implícita no texto. Exercícios subsequentes expandem o entendimento dessa transformação ao destacar algumas de suas propriedades invariantes (conservação de alinhamento de pontos, de medida de ângulos e do paralelismo de segmentos). São essas propriedades que permitem passar à transformação de figuras por homotetia (construir uma figura por homotetia ou identificar figuras homotéticas) e caracterizar as ampliações e reduções de figuras que expressam a importância de introduzir essa transformação, como mencionado pelas autoras. No entanto, a partir de nossa análise, nota-se pouca ênfase nesta caracterização, com um número reduzido de EA que explorem exemplos e contraexemplos de figuras que se relacionam por homotetia.

A representação dos saberes da profissionalização docente, conforme a *matemática do ensino*, permite compreender a mobilização desses conhecimentos na proposta de ensino de homotetia no Gruema 8. Para tanto, o papel do professor mostra-se determinante, evidenciando a relação entre a *matemática a ensinar* e a *matemática para ensinar*, pois apesar do suplemento do professor indicar que a relação de Tales serviria de lastro para o estudo das homotetias, inferimos que o aluno, munido apenas das orientações do livro, poderia não estabelecer a relação desejada de forma autônoma.

A análise histórica de livros didáticos revela a trajetória dos conteúdos escolares, contribuindo para a reflexão sobre a matemática a ensinar e para ensinar. Essa análise subsidia a criação de materiais didáticos eficazes, alinhados às necessidades contemporâneas. A próxima fase do projeto dedicar-se-á à elaboração de materiais didáticos inspirados nos livros analisados.

6 Referências

AVERBUCH, Anna; GOTTLIEB, Franca Cohen; SANCHEZ, Lucilia Bechara; LIBERMAN, Manhúcia Perelberg. *Curso Moderno de Matemática para o ensino de primeiro grau – Gruema 8*. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1976.

CHERVEL, André. História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. *Teoria & Educação*, n. 2, p. 177–229, 1990.

LEME DA SILVA, Maria Célia; JAHN, Ana Paula. Transformações Geométricas no Ensino de Geometria: diferentes apropriações na matemática moderna. *Boletim de Educação Matemática*, v. 38, p. 1–21, 2024.

MAGALHÃES, Guilherme Rodrigues; JAHN, Ana Paula. Ensino de Transformações Geométricas em tempos de Matemática Moderna: estudo de um livro didático do Gruema. In: *Anais do 7º Encontro Nacional de Pesquisa em História da Educação Matemática*. Belo Horizonte, [2024?]. No prelo.

VALENTE, Wagner Rodrigues. História e Cultura em Educação Matemática: a Produção da Matemática do Ensino. *Rematec*, v. 15, n. 36, p. 164-174, 2020.

VALENTE, Wagner Rodrigues; BERTINI, Luciane de Fatima. Sobre a matemática do ensino como objeto teórico de pesquisa. In: VALENTE, Wagner Rodrigues; BERTINI, Luciane de Fatima (Org.). *A Matemática do ensino*: por uma história do saber profissional, 1870-1960. Campinas: Pontes, 2022, p. 19-29.

VILLELA, Lucia Maria Aversa. *GRUEMA*: uma contribuição para a História da Educação Matemática no Brasil. 2009. 223f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Universidade Bandeirantes de São Paulo. São Paulo.