

OFICINA “ESTATÍSTICA PARA TODOS”

Semana da Licenciatura do IME USP – Outubro de 2004

Profa. Lisbeth K. Cordani (lisbeth@ime.usp.br)

A Estatística, embora seja uma das ferramentas mais utilizadas hoje em dia por profissionais de todas as áreas do conhecimento, é comumente deixada de lado no cotidiano escolar do curso básico. O seu desenvolvimento formal começou no início do século XX, através de uma teoria fortemente embasada em raciocínio probabilístico e ferramental matemático. A partir da década de 30, a Estatística começa a ter um papel de destaque na investigação científica, primeiramente com as Ciências Naturais e mais tarde com as Ciências Sociais. Hoje em dia os modelos de aplicação da Teoria Estatística se estendem por todas as áreas do conhecimento, como a Educação, Ecologia, Medicina, Direito, Engenharia, Meteorologia etc. É uma disciplina que incorpora a incerteza na modelagem dos fenômenos e que procura determinar critérios para tomada de decisão, quantificando o risco associado.

Felizmente, a iniciativa do MEC com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) resgatou a necessidade da inclusão dos tópicos de probabilidade e estatística na programação do currículo básico, para que os alunos tenham as competências e habilidades mencionadas no documento. De fato, os PCN's indicam que os alunos devem também ser capazes de

- utilizar diferentes linguagens para produzir, expressar, comunicar idéias bem como interpretar e usufruir das produções culturais disponíveis
- saber utilizar diferentes fontes de informação e recursos tecnológicos para adquirir e construir conhecimento
- questionar a realidade, desenvolvendo capacidade de análise crítica
- realizar projetos interdisciplinares, sob orientação, sendo capaz de quantificar (quando for o caso) os aspectos envolvidos e de usar os procedimentos adequados para uma análise adequada do fenômeno em estudo.

Como complemento, o documento básico do ENEM (para o ensino médio) coloca que entre as competências que os alunos devem desenvolver estão: selecionar, organizar, relacionar e interpretar dados, informações e conceitos necessários para defender sua perspectiva em determinada situação.

Esta OFICINA pretende desenvolver algumas atividades que podem ser inseridas pelo professor convenientemente durante a programação do curso básico. O interessante é que, elaborado o programa, estas atividades apareçam como motivação de cada tema. As atividades propostas tratam de três aspectos básicos da estatística: probabilidade, estimação e análise de dados.

Antes da apresentação das atividades propriamente ditas, serão introduzidas três sentenças (S) para que discutamos as diferenças básicas entre um problema matemático, um problema probabilístico e um problema estatístico.

SM – Todos os números primos são ímpares

SP – A probabilidade de se obter 2 caras em dois lançamentos de uma moeda honesta é $\frac{1}{4}$.

SE – Joguei uma moeda duas vezes e como o resultado foi Cara e Cara concluo que esta moeda não é honesta.

Obs. Dizemos que uma moeda é honesta quando a probabilidade de sair Cara é a mesma do que a de sair Coroa (= $\frac{1}{2}$).

A primeira sentença, SM, é obviamente FALSA, uma vez que imediatamente encontramos um contra-exemplo: 2 é primo e é par. Assim, foi possível verificar que a Sentença Matemática era FALSA neste caso.

A segunda sentença, SP, de natureza probabilística, é VERDADEIRA, bastando que para isso se suponha que a moeda é honesta e que os lançamentos são realizados de modo independente ($P(CC) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$). A resposta $\frac{1}{4}$ é verdadeira, possibilitando que se diga que a Sentença Probabilística é VERDADEIRA neste caso.

A terceira sentença, SE, não tem a mesma característica das outras duas – não posso dizer com certeza nem que seja FALSA e nem que seja VERDADEIRA. Para qualquer decisão tomada, há sempre um risco envolvido:

- pode-se errar dizendo que ela não é honesta sendo que ela é honesta
- pode-se errar dizendo que ela é honesta sendo que ela não é honesta

Esta característica da Estatística mostra o seu caráter diferente em relação à área da matemática, ou seja, a área trabalha com a incerteza e toma decisões em que entra uma dose de risco. o qual geralmente pode ser quantificado usando a teoria de probabilidade.

ATIVIDADE 1

É interessante discutir primeiro com os alunos o próprio termo, segundo o uso cotidiano: qual a probabilidade de eu chegar na hora a um compromisso, qual a probabilidade de o Brasil ganhar a Copa do Mundo, qual a probabilidade de a semente de uma roseira germinar, qual a probabilidade de sair CARA em um lance de moeda etc.

Há diferentes maneiras de se definir probabilidade - clássica, frequentista, axiomática, subjetiva - esta atividade permite discutir o conceito de probabilidade, segundo a perspectiva frequentista.

Situação: Peguem uma moeda do próprio bolso (ou bolsa) – olhem bem e digam se é “honesta” ou não! Como você poderia sugerir caminhos para buscar esta resposta?

.....
.....
.....

Vamos aqui propor uma abordagem ao problema:

Agrupem-se 2 a 2 e peguem uma moeda – chamem o valor numérico da moeda de COROA ($\bar{C}$) e a outra face de CARA (C). Suponham que haja interesse em saber se a sua moeda é “honesta” (isto significa saber se a probabilidade de CARA de sua moeda é 50%). Um membro do grupo vai lançar a moeda e o outro vai marcar os resultados na planilha.

Instruções:

- Jogar a moeda uma vez e anotar C ou $\bar{C}$ no espaço adequado (linha 2) da planilha).
- Repetir este procedimento 30 vezes, preenchendo um a um os espaços da linha 2). Trocar de lugar com o parceiro e continuar mais 30 jogadas – até perfazer 60.
- Depois do registro na linha 2) de todos os resultados como C ou $\bar{C}$, passar para a linha 3): chamar CARA de 1 e COROA de 0 e colocar estes valores na planilha, abaixo de cada resultado já obtido na linha 2). Cada membro do grupo deve fazer metade.
- Agora a linha 4) da planilha deve ser preenchida – em cada posição deve ser colocado o número acumulado de CARAS. Discutir com outro membro do grupo para ver se está claro – se não, pergunte!
- Finalmente chegamos à última linha – linha 5): colocar a frequência relativa de CARAS em cada momento – o que é isto? Discuta com o outro membro do grupo (desprezar as entradas assinaladas com X).
- Completar o gráfico, usando os valores da planilha (na ordenada os valores da linha 5) (m/n) - e na abscissa os valores da linha 1 (n)).
- Interpretar o resultado, comentando sobre a “honestidade” da sua moeda.

Obs. planilha e gráfico anexos

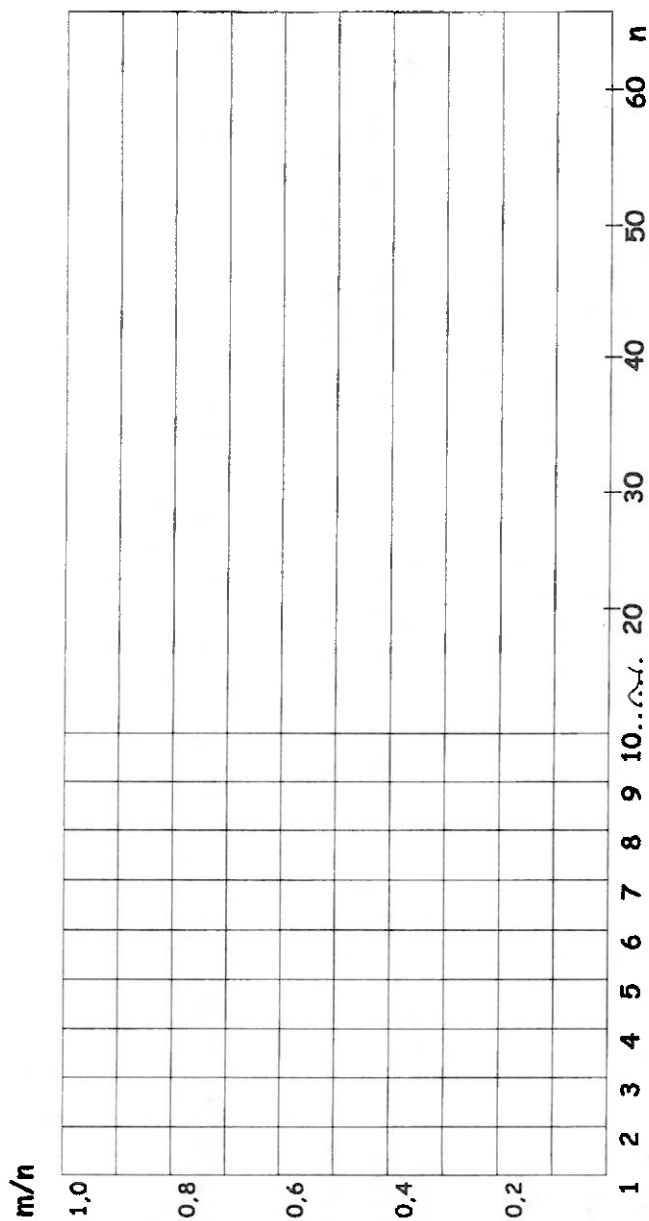
PLANILHA EXERCÍCIO

1) Jogada(n)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	14	17	20	25	30
2) C ou $\bar{C}$																
3) 0 ou 1																
4) Caras acumuladas(m)																
5) Frequência relativa(m/n)											X	X	X	X	X	X
											X	X	X	X	X	X

1) Jogada(n)	31	32	33							40	47	50	55	60
2) C ou $\bar{C}$														
3) 0 ou 1														
4) Caras acumuladas(m)														
5) Frequência relativa(m/n)	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

[illegible]

GRÁFICO EXERCÍCIO

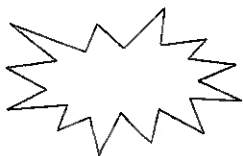


Opcional:

Com isto chegamos a uma possível “definição frequentista” de probabilidade → probabilidade é o valor em que a frequência relativa se estabiliza após um número muito grande de ensaios (noção de limite).

A Atividade seguinte tratará do tema Estimação, que faz parte da Inferência Estatística, uma área bastante desenvolvida, que permite, a partir de uma amostra, fazer inferência sobre uma determinada população de interesse. Esta extrapolação da amostra para a população é feita mediada por um raciocínio probabilístico. Laplace, no século XVIII, apresentou as primeiras idéias de enumerar populações pelo método de amostragem. Provavelmente o primeiro a tentar estimar o tamanho da população pelo método que iremos analisar foi Petersen que, no final do século XIX, propôs o método para estimar o número de peixes do Mar Báltico.

ATIVIDADE 2



Pergunte a seus alunos como se pode ter idéia de quantos peixes tem no lago da cidade, ou quantos pássaros há em uma reserva florestal, ou..... (eles mesmos darão mais idéias).

Depois de uma discussão, pode ser apresentada ao grupo uma população de “peixes” (em cartões, fichas ou bolinhas) para que seu tamanho seja estimado. Para efeitos do exercício, esta população estará confinada (numa caixa ou pacote), mas discute-se com eles que este não é o caso normal – geralmente ela está dispersa e não se pode aglutinar os elementos facilmente (se não, seria somente um exercício de contagem).

Voltando ao exercício:

- a) pedir estimativas da classe quanto ao número dos “peixes” apresentados – tem que ser uma estimativa feita de longe, com a mera visualização da caixa ou pacote; registrar tudo e guardar os valores sugeridos, prometendo um prêmio (bala, lápis, ...) para quem chegar mais próximo do número verdadeiro;
- b) pedir que cada aluno retire do pacote um elemento e que fique com ele por enquanto;
- c) isto significa que a classe retirou uma amostra da população – esta amostra tem o mesmo número de elementos da classe – vamos dizer que sejam 30 alunos; então temos uma amostra de 30 elementos da população cujo tamanho queremos estimar; pedir que cada aluno faça uma marca no seu elemento (seria como marcar um peixe)- o professor levará material que favorecerá a marcação e esta prática pode ser discutida entre os alunos; podemos dizer aos alunos que esta técnica está no estágio da captura;
- d) pedir que os alunos devolvam as suas peças marcadas ao pacote;
- e) depois de suficientemente misturadas às demais, novamente os alunos são chamados a retirar uma peça do pacote – isto significa que temos uma nova amostra, ou seja, teremos 30 elementos retirados, provavelmente com alguns marcados e outros não marcados; aqui podemos dizer aos alunos que eles estão na fase de recaptura;

- f) algum aluno vai à lousa e pede que os alunos que tiraram elementos marcados levantem a mão – o número é então registrado e pode ser feita a razão entre o número de marcados e o número de elementos retirados; esta razão dará a frequência amostral de marcados; supondo que este número tenha sido 10, a frequência amostral será $10/30$;
- g) pergunte se alguém pode sugerir qual a frequência populacional de marcados – isto poderá gerar uma boa discussão, até uma resposta plausível, que seria o número de marcados (no caso 30) sobre o tamanho desconhecido da população, que poderíamos chamar de $N \rightarrow 30/N$;
- h) peça a alguém para escrever na lousa este outro quociente e peça sugestões para “descobrir” o valor de N ; teremos então na lousa dois quocientes



e, dependendo da turma é possível sugerir igualar estes quocientes para que se descubra o valor desconhecido de N – aqui o trabalho prévio com frações é desejável;

- i) se for possível, seria interessante repetir o procedimento mais vezes e deixar disponível uma planilha na classe para que as diferentes estimativas de N sejam apresentadas;

- j) repetir com diferentes tamanhos de amostra pode mostrar aos alunos a importância do tamanho da amostra na “variabilidade” da estimativa;
- k) em seguida todo o pacote é apresentado aos alunos para que eles mesmo contem os elementos da população – a melhor estimativa inicial é premiada e deve ser feita uma discussão dos resultados obtidos com o processo de “captura-recaptura” para estimação do tamanho populacional.

Neste exemplo vimos como explorar conceitos como população, amostra, estimativa, variabilidade, tamanho de amostra etc. A participação real dos alunos auxilia a aprendizagem.

Alguns pressupostos têm que ser incluídos nesta discussão:

- População fechada – geograficamente / demograficamente.
 - Todos os animais possuem a mesma chance de *captura e recaptura*.
 - Marcação não deve afetar a recaptura.
 - *Captura e Recaptura* inteiramente aleatórias.
 - Animais devem reter as marcas.
 - Marcação facilmente identificável.
-
-
-

A seguir algumas sugestões para preenchimento dos alunos.

Descrevam com suas palavras os passos desta atividade:

Passo 1	
Passo 2	
Passo 3	
Passo 4	
Passo 5	
Passo 6	

Experimento	Captura (amostra)	Recaptura (nova amostra)	Marcados na recaptura	Equação	Estimativa de N
1					
2					
3					
4					

Recapitulando o processo:

- 1 – Quantos “peixes” o grupo capturou inicialmente?
- 2 – Quantos “peixes” foram marcados inicialmente?
- 3 – Quantos “peixes” foram Recapturados?.....
- 4 – Quantos estavam marcados dentre os Recapturados?
- 5 – Considerando o tamanho da amostra Recapturada (.....) qual a proporção de marcados nessa amostra?.....
- 6 – Qual a proporção de peixes marcados na população?
- 7 – Como relacionar os itens 5 e 6?
- 8 – Como estimar o valor de N (tamanho da população).
- 9 – Repetindo o procedimento (nesta planilha foram feitas quatro repetições), obtém-se sempre a mesma estimativa para N?

Discutir.....
.....
.....

- 10 – A estimativa foi construída com qual tamanho de amostra?
- 11 – Em sua opinião, qual a influência do tamanho da amostra na estimativa?
- 12 – Comentários adicionais.

A terceira atividade, que vem a seguir, servirá como iniciação à chamada Estatística Descritiva, que é uma Análise dos Dados coletados para determinado fim.

ATIVIDADE 3

Distribuir para a turma 16 cartelas com números coloridos (rosa, verde, azul e preto) →

<u>Rosa:</u>	100	0	0	0
<u>Verde:</u>	20	65	5	10
<u>Azul:</u>	50	0	0	50
<u>Preto:</u>	25	25	25	25

Encontrar uma referência na classe: pode ser a lousa, a mesa ou a parede – é preciso espaço.

- 1- Chamar uma cor: cada um se coloca no referencial. A classe copia os valores na ordem do menor para o maior, registrando de que cor é. Pede-se a média e os valores máximo e mínimo.
- 2- Chamar a próxima cor e pedir novamente que se coloquem no referencial, mantendo a cor anterior no referencial. Pede-se a média e os valores máximo e mínimo.
- 3- Fazer o mesmo com as duas cores restantes, uma de cada vez.
- 4- Os alunos terão calculado 4 médias verificando que são todas iguais, apesar de os conjuntos se comportarem de modos diferentes, como é possível perceber através dos colegas postados em relação ao referencial.

- 5- Neste momento serão introduzidos os conceitos de mediana, amplitude, desvio padrão, com os respectivos cálculos para uma cor.

Em seguida pode ser introduzida uma atividade de coleta de dados na classe. Uma possibilidade simples de ser realizada é a coleta de medidas do palmo da mão (direita, por exemplo) – basta distribuir algumas réguas para os alunos medirem o palmo de sua mão direita. Em seguida trabalhar os dados na classe. Outras medidas podem ser sugeridas, como o peso, a altura e a envergadura, por exemplo, e pode ser feita uma sessão de mensuração com o professor de Educação Física.

Estas atividades devem servir como estímulo para o professor procurar outras estratégias de motivação para os alunos. Uma prática saudável seria definir, juntamente com professores de outras áreas e, se possível, com os alunos também, coletas de dados ao longo do ano a fim de que os alunos fizessem a análise descritiva dos mesmos. As possibilidades são infinitas e certamente os alunos, com motivação, participarão com entusiasmo.