

SEL
05
12
01



XVI SNPTEE
Seminário Nacional de Produção e
Transmissão de Energia Elétrica

GAT-020

21 a 26 de Outubro de 2001
Campinas - São Paulo - Brasil

GRUPO IV

GRUPO DE ESTUDO DE ANÁLISE E TÉCNICAS DO SISTEMA DE POTÊNCIA - GAT

DETERMINAÇÃO DE PONTOS DE EQUILÍBRIO INSTÁVEIS PARA CÁLCULO DE ESTABILIDADE DE TENSÃO ATRAVÉS DE MÉTODOS DIRETOS

G924d

R.B.L.GUEDES

Dept. Engenharia Elétrica
Escola de Eng. de São Carlos

L.F.C. ALBERTO

Dept. Engenharia Elétrica
Escola de Eng. de São Carlos

N.G.BRETAS*

Dept. Engenharia Elétrica
Escola de Eng. de São Carlos

Resumo - Propõe-se neste trabalho uma maneira de se determinar os pontos de equilíbrio instáveis de interesse para avaliação da margem de estabilidade de tensão, através dos métodos energéticos. Para determinar tais pontos de equilíbrio o método identifica os conjuntos de barras de carga em que as tensões oscilam de maneira coerente (chamados de ilhas de controle de tensão). Mostra-se que as barras que pertencem à mesma ilha de controle de tensão onde as cargas estão sendo aumentadas apresentam níveis de tensão similarmente baixos no ponto de colapso. Estas barras estão associadas a um único ponto de equilíbrio instável, que é o ponto de equilíbrio instável de interesse. Os resultados apresentam os valores obtidos, a partir do cálculo da função energia utilizando-se do ponto de equilíbrio de interesse calculado para ilhas do sistema New England 39 barras.

Palavras chave - Estabilidade de tensão, funções energia, pontos de equilíbrio, ilhas de controle de tensão.

1.0 - INTRODUÇÃO

Uma importante classe de métodos que tem sido empregados na análise de estabilidade de tensão dos sistemas elétricos de potência é a dos métodos diretos. Os métodos diretos, ou energéticos, aparecem como uma boa alternativa de análise do problema de estabilidade de tensão, uma vez que são mais precisos que os métodos estáticos (as não linearidades são fielmente representadas) e mais rápidos que os métodos dinâmicos. Os métodos energéticos baseiam-se no cálculo de uma função energia, entre o ponto de equilíbrio estável e um ponto de equilíbrio instável. O valor da função

energia fornece então o tamanho do desnível energético entre o ponto de equilíbrio estável e um dos pontos de equilíbrio instável do sistema.

Entretanto, os métodos energéticos apresentam duas dificuldades básicas. A primeira dificuldade é a determinação de funções energia quando modelos mais complexos do sistema são considerados. Devido a algumas restrições impostas pelo método clássico, as funções de Lyapunov normalmente empregadas, exigem certas simplificações nos modelos do sistema de potência. Esse problema tem sido o objetivo de muitas pesquisas levadas a cabo nos últimos anos. As referências [4],[5],[7] e [10] mostram algumas funções energias que incorporam melhorias nos modelos. Recentemente, uma extensão do princípio da Invariância de LaSalle foi desenvolvida em [11], permitindo que a derivada da função de Lyapunov seja positiva em uma região limitada do espaço de estados, o que pode simplificar a busca da função energia.

Outro importante problema dos métodos diretos é o cálculo dos pontos de equilíbrio instáveis. Os pontos de equilíbrio instáveis são as soluções do fluxo de carga onde uma ou mais barras do sistema possuem o nível de tensão reduzido. Já o ponto de equilíbrio estável é a solução usual do fluxo de carga, também chamada de solução de alta tensão.

Ao contrário do ponto de equilíbrio estável, a solução das equações de fluxo de carga para o cálculo dos pontos de equilíbrio instáveis não é um problema simples devido a falta de uma estimativa inicial razoável. Tal fato dificulta o cálculo pelo método de Newton-Raphson, normalmente

* - Departamento de Engenharia Elétrica - Escola de Engenharia de São Carlos - USP
Av. Trabalhador São Carlense 400
São Carlos - SP - CEP 13566-590

CD-ROM
CAMPINAS : CIGRE, 2003.
ANALIS

1223586
010302

SYSNO	1223586
PROD	003448
ACERVO EESC	

empregado na solução do fluxo de carga. Esse problema foi resolvido em [9] através de uma técnica interessante para a estimativa da solução de baixa tensão.

Entretanto a identificação do ponto de equilíbrio instável de interesse é também um problema bastante complexo. Considerando-se um sistema de potência de N barras modelado pelas equações de fluxo de carga, acredita-se que exista um ponto de equilíbrio estável e até 2^{N-1} possíveis pontos de equilíbrio instáveis [8]. Devido a esse elevado número de pontos de equilíbrios instáveis a determinação dos pontos de equilíbrio que devem ser levados em conta no cálculo das funções energia é de vital importância para uma correta abordagem do problema.

Este trabalho propõe o emprego do método proposto em [2] para a identificação dos conjuntos de barras de carga que apresentam um perfil de tensão semelhante, as ilhas de controle de tensão, como forma de identificar os pontos de equilíbrio instáveis de interesse. Uma vez identificadas essas ilhas de tensão, mostra-se que a aplicação do método de estimativa do ponto de equilíbrio instável [9] para combinações de barras de uma determinada ilha fornece pontos de equilíbrio instáveis que devem estar localizados na mesma região do espaço de estados. Em outras palavras, os resultados apresentados mostram que as funções energias avaliadas nesses pontos de equilíbrio instáveis fornecem resultados aproximadamente iguais.

Este trabalho está organizado de tal forma que a seção dois traz algumas considerações teóricas sobre as funções energias, mostrando também a função energia empregada neste trabalho. A terceira seção mostra os detalhes do método de estimativa da solução de baixa tensão do fluxo de carga. Para maior simplicidade deste trabalho, as demonstrações desta seção são propositalmente omitidas, uma vez que se encontram detalhadas na referência dos autores do método. A quarta seção mostra os detalhes do método de identificação das ilhas de controle de tensão, enquanto a quinta seção mostra os resultados obtidos com os testes realizados com o sistema IEEE-39 barras (New England). As conclusões são apresentadas na sequência.

2.0 – CONSIDERAÇÕES SOBRE FUNÇÕES ENERGIA

Fisicamente uma função energia pode ser entendida como uma bacia energética, onde o ponto de equilíbrio estável está situado no fundo da bacia, enquanto que os pontos de equilíbrio instáveis estão localizados sobre a borda dessa bacia energética.

A área de atração do ponto de equilíbrio estável é delimitada pela borda dessa bacia energética. Pode-se garantir que se o ponto de operação inicial do sistema estiver localizado no interior da região de atração, então o sistema voltará para o ponto de equilíbrio estável no fundo da bacia energética. Perturbações do sistema (curto-circuitos, por exemplo), que fazem com que o ponto de operação do sistema atinja a borda da bacia energética levam o sistema à instabilidade. Nestes casos, o sistema não volta para o ponto de equilíbrio estável, no fundo da bacia energética.

No caso de funções energia para análise de colapso de tensão devido a aumentos graduais de carga, admite-se que o ponto de operação do sistema sofre apenas pequenas perturbações, não se afastando do ponto de equilíbrio estável no fundo da bacia energética. Entretanto, à medida que as cargas vão sendo aumentadas, as bordas da bacia energética vão sendo rebaixadas. Um aumento excessivo das cargas pode levar um dos pontos de equilíbrio instáveis da borda da bacia a se fundir com o ponto de equilíbrio estável. A partir daí qualquer perturbação do ponto de operação leva o sistema a se afastar do ponto de equilíbrio estável, o que caracteriza a instabilidade do sistema de potência.

Considerando-se o sistema modelado pelo seu conjunto de equações do fluxo de potência em coordenadas polares e desprezadas as condutâncias do circuito, pode-se calcular a função energia utilizada neste trabalho:

$$W = -\sum_{i=1}^{n-1} P_i \alpha_i - \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n B_{ij} V_i V_j \cos(\alpha_i - \alpha_j) - \sum_{i=1}^{n-1} Q_i \ln V_i - \sum_{i=1}^{n-1} B_{ii} \frac{V_i^2}{2} \quad (1)$$

onde n é o número de barras do sistema, P_i e Q_i são as potências ativas e reativas consumidas nas barras, α_i são os ângulos de fase e V_i são as tensões das barras e B_{ij} é a susceptância entre as barras i e j .

3.0 – MÉTODO DE ESTIMAÇÃO DA SOLUÇÃO DE BAIXA TENSÃO DAS EQUAÇÕES DE FLUXO DE CARGA

O método utilizado neste trabalho para estimar as soluções de baixa tensão do fluxo de carga foi proposto por Overbye e Klump em [9]. As demonstrações desta seção são propositalmente omitidas, uma vez que se encontram detalhadas na referência indicada.

Considerando-se o sistema elétrico de potência modelado pelas equações de fluxo de carga em coordenadas retangulares, tem-se:

$$S = p(x^*) \quad (2)$$

onde S é o vetor das potências ativas e reativas injetadas na barras PQ e das potências ativas e das restrições de tensão nas barras PQ, exceto nas barras slack. Considerando-se que as n primeiras barras são PV e as demais são PQ, tem-se que o vetor S fica na forma:

$$S = [P_1, \dots, P_n, V_1^2, \dots, V_m^2, Q_{m+1}, \dots, Q_n]^T \quad (3)$$

e o vetor x^* é o vetor das soluções do fluxo de carga em coordenadas retangulares:

$$x = [e_1, \dots, e_n, f_1, \dots, f_n]^T \quad (4)$$

onde e_i e f_i são, respectivamente, as componentes real e imaginária da tensão em coordenadas retangulares na i -ésima barra. Sendo p o vetor das restrições de potências ativas e reativas e das tensões nas barras, tem-se que:

$$p = [p_{p1}(x), \dots, p_{pm}(x), p_{q1}(x), \dots, p_{qn}(x)]^T \quad (5)$$

onde, para as barras PV e PQ as equações de potência ativa são dadas por:

$$p_{pi} = -\sum_{j=1}^n [e_i(e_j G_{ij} - f_j B_{ij}) + f_i(f_j G_{ij} + e_j B_{ij})] \quad (6)$$

Para as barras PQ as equações de potência reativa são dadas por:

$$p_{qi} = -\sum_{j=1}^n [f_i(e_j G_{ij} - f_j B_{ij}) - e_i(f_j G_{ij} + e_j B_{ij})] \quad (7)$$

E as equações de restrição de tensão para as barras PV são dadas por:

$$p_{qi} = e_i^2 + f_i^2 \quad (8)$$

Considere agora os pontos de equilíbrio x^S e x^U como sendo, respectivamente, os pontos de equilíbrio estável e instável e x^M o ponto médio entre x^S e x^U . Expandindo-se a equação (2) em série de Taylor (e considerando-se apenas os termos de primeira ordem) é possível mostrar [9] que o ponto x^M é um ponto que está localizado sobre a fronteira de máximo carregamento do sistema. Uma vez que x^M é o ponto médio do segmento de reta que une os pontos x^S e x^U , então x^M é o ponto da fronteira de máximo carregamento que está mais próximo de x^S e x^U .

Também é possível mostrar que, uma vez que se dispõe do ponto x^S (a solução usual do fluxo de carga) e de x^M é possível calcular o ponto de equilíbrio instável x^U através da equação:

$$2[J(x^S)]^{-1}[p(x^M) - p(x^S)] = \Delta x^M \quad (9)$$

onde $J(x^S)$ é a matriz jacobiana das equações de fluxo de carga e x^M é a dado por:

$$\Delta x^M = x^S - x^M = x^M - x^U$$

Da equação 9, vê-se que uma vez que se saiba o valor da "diferença de potência do ponto médio" $[p(x^M) - p(x^S)]$ ou se tenha uma boa aproximação dele, é possível determinar o vetor x^M que indica a direção do ponto de equilíbrio instável, x^U , no espaço de estados, a partir do ponto de equilíbrio estável x^S .

Entretanto, o cálculo de $[p(x^M) - p(x^S)]$ não é uma tarefa simples, uma vez que não se conhece *a priori* o ponto x^M e, portanto, o valor de $p(x^M)$. Overbye e Klump afirmam então, que foi observado que para soluções de fluxo de carga do tipo um (existe apenas um autovalor da matriz jacobiana que é igual a zero), o vetor diferença de potência do ponto médio possui um componente que é muito maior que os outros. É dito ainda que esse componente está associado à potência reativa de apenas uma única barra de carga. Sendo assim, um vetor ΔS onde todos os elementos são zeros com exceção daquele referente à potência reativa da barra escolhida é aproximadamente paralelo ao vetor $[p(x^M) - p(x^S)]$. Portanto, a equação (9) pode ser resolvida, considerando-se o vetor ΔS ao invés do vetor $[p(x^M) - p(x^S)]$. Dessa forma, o vetor Δx^M calculado estará apontando na direção do ponto de equilíbrio instável x^U .

Mas como o vetor x^M fornece apenas a direção em que deve estar o ponto de equilíbrio instável, ainda é necessário determinar a "distância" entre os pontos x^U e x^S na direção de x^M . Para isso, faz-se uso do método do multiplicador ótimo, mostrado em [6]. Uma vez que se tem a direção arbitrária x é possível calcular um escalar que minimize a função objetivo:

$$F(x) = \frac{1}{2} [S - f(x^S + \mu \Delta x)]^T [S - f(x^S + \mu \Delta x)] \quad (10)$$

Uma vez que qualquer solução das equações de fluxo de carga é um mínimo absoluto da equação (10), pode-se aplicar um método de otimização a fim de se obter o valor de μ que forneça os pontos extremos dessa função. Uma vez determinado o

valor de x^U que minimiza a equação (10) (caso esse valor exista), pode-se calcular o ponto de equilíbrio instável x^U através da relação:

$$x^U = x^S + \mu \Delta x \quad (11)$$

o que completa o cálculo da aproximação do ponto de equilíbrio instável.

Uma vez que o método consegue estimar com boa eficiência a posição do ponto de equilíbrio instável, um problema que surge é a escolha de quais são os pontos de equilíbrio instáveis que devem ser considerados. Em [9] é dito que o conjunto de pontos de equilíbrio de interesse pode ser determinado através de uma análise de sensibilidade dos barramentos do sistema, calculando-se, por exemplo, as derivadas $\frac{\partial v_i}{\partial Q_i}$. Os pontos de equilíbrio instáveis de interesse seriam aqueles relacionados com as barras mais sensíveis do sistema. Dessa forma, a estimativa inicial dos pontos de equilíbrio instáveis de interesse é feita considerando-se o k -ésimo elemento de potência reativa do vetor ΔS como tendo o valor um, enquanto que todos os outros elementos do vetor são zeros.

Entretanto, a escolha dos pontos de equilíbrio instáveis de interesse apresenta uma certa subjetividade, uma vez que a determinação do grau mínimo de sensibilidade a ser considerado é uma escolha heurística. Além do mais, dependendo do método de cálculo de sensibilidade empregado e da direção de crescimento de carga, pode haver mudanças consideráveis nas sensibilidades das barras.

Outro aspecto muito importante é que a escolha de apenas uma barra com elevado desbalanço de potência reativa no ponto médio pode não corresponder a uma verdade absoluta. É fácil de verificar que existem muitas situações de colapso de tensão em que os níveis de tensão estão bastante reduzidos em várias barras, mesmo que o ponto de equilíbrio instável considerado seja do tipo um. De fato, é sabido que a maneira como as barras do sistema são afetadas é inferida através do auto-vetor à direita, associado ao autovalor nulo da matriz Jacobiana. Assim sendo, não é incomum que a tensão seja reduzida em mais de uma barra do sistema, mesmo que o ponto de equilíbrio instável seja do tipo um.

Como forma de superar estas dificuldades propõe-se aqui o método de identificação das ilhas de controle de tensão. A idéia básica é que quanto mais acopladas estiverem as barras, menor é o número de

pontos de equilíbrio instáveis associados àquelas barras. Em outras palavras, uma vez determinado o conjunto de barras coerentes, supõem-se que os pontos de equilíbrio associados a estas barras estejam energeticamente próximos. Dessa forma, mostra-se que a escolha de quaisquer das barras de uma ilha para a composição do vetor ΔS , leva a pontos de equilíbrio instáveis que possuem níveis energéticos aproximados. Também é mostrado que o vetor ΔS pode ser composto considerando-se o valor unitário nas potências reativas de todas as barras da ilha de controle de tensão. Em outras palavras, uma vez identificada a ilha de controle de tensão, qualquer combinação de barras pertencentes a esta ilha pode ser considerada na montagem do vetor ΔS .

4.0 - MÉTODO DE IDENTIFICAÇÃO DAS ILHAS DE CONTROLE DE TENSÃO

Uma ilha de controle de tensão é um conjunto de barras de carga que apresentam um perfil de oscilação de tensão semelhante devido a perturbações de potência que ocorrem no interior da ilha.

O método proposto em [2] é baseado na idéia de que dois barramentos de carga são coerentes se forem influenciados pelo mesmo conjunto de geradores. Intuitivamente pode-se dizer que os barramentos coerentes estão eletricamente conectados aos mesmos geradores.

Afim de se calcular o acoplamento elétrico entre uma barra de carga i e um gerador j , um curto-circuito é aplicado aos terminais de todos os outros geradores. Dessa maneira é possível medir a influência do gerador j sobre a barra de carga i . Calculando-se a matriz de impedância nodal com os geradores curto-circuitados obtém-se o índice de acoplamento elétrico $C(j,k)$:

$$C(j,k) = \frac{|Z_j(k,j)|}{|Z_j(j,j)|} \quad (12)$$

onde $Z_j(k,l)$ é o elemento da linha k e da coluna l da matriz Z_{bus} calculada com apenas o gerador j no circuito. Repetindo-se o cálculo para todos os geradores do sistema obtém-se o vetor C_k que mostra a influência de cada um dos geradores sobre a barra de carga k :

$$C_k = [C(1,k), C(2,k), \dots, C(j,k), \dots, C(n,k)]^T \quad (13)$$

Calculando-se o vetor de acoplamentos para todas as barras obtém-se uma matriz C de vetores de acoplamentos tal que:

$$C = [C_1, C_2, \dots, C_n] \quad (14)$$

Uma vez que um mesmo conjunto de geradores deve influenciar as barras de carga coerentes, os vetores C_k dessas barras devem apontar na mesma direção. Se esses vetores forem normalizados então o grau de acoplamento de duas barras de carga pode ser medido através do cálculo do produto escalar entre esses dois vetores. O produto escalar dos vetores C_k de barras de carga desconectadas deve ser pequeno, enquanto que para barras fortemente conectadas deve ser próximo de um. A partir da matriz C o acoplamento de todas as barras é dado pela matriz de acoplamentos W que é calculada segundo a relação:

$$W = C^T C \quad (15)$$

Estabelecendo-se um valor limite γ arbitrário, pode-se dizer que se um elemento W_{ij} for maior do que γ , então as barras i e j estão fortemente acopladas. Com um critério de classificação das barras pode-se separar as barras em ilhas distintas.

5.0 – RESULTADOS

Os testes da metodologia proposta foram feitos no sistema IEEE 39 barras (New England) que é mostrado na figura 3.

Inicialmente foram determinadas as ilha de controle de tensão através do método mostrado na seção anterior. Considerando-se um índice $\gamma=0,93$ o programa classificou as barras de carga do sistema conforme mostrado na tabela 1.

Tabela 1	
Ilha	Barras de carga da ilha
1	4,5,6,7 e 8
2	15 e 16
3	1 e 9
4	21 e 22
5	26 e 27
6	28 e 29

Tabela 1: Divisão das ilhas de controle de tensão do sistema de 39 barras para um $\gamma=0,93$

Após a identificação das ilhas do sistema aplicou-se para as várias combinações de barras de cada ilha o seguinte procedimento:

- 1- No caso base de carga, aplica-se o método de estimação do ponto de equilíbrio instável considerando-se a combinação de barras corrente para a composição do vetor ΔS .
- 2- Após calcular a estimativa do ponto de equilíbrio instável, calcula-se o valor exato desse ponto de equilíbrio, resolvendo-se o fluxo de carga considerando-se os valores estimados como sendo os pontos iniciais do método iterativo.
- 3- Escolhe-se uma direção de crescimento de carga e faz-se um aumento lento de potência ativa e reativa consumida nas cargas.

- 4- Para cada situação de carga consumida estabelecida faz-se o cálculo do ponto de equilíbrio instável e do ponto de equilíbrio estável em coordenadas retangulares.
- 5- Os resultados são convertidos de coordenadas retangulares para polares e a função energia é avaliada entre esses dois pontos de equilíbrio.
- 6- O processo é repetido até que o ponto de equilíbrio instável bifurque.

O método foi inicialmente testado com combinações das barras da ilha 1 que foram: barra 7; barra 8; barras 7 e 8; barras 5,7 e 8; barras 5,6,7 e 8; barras 4,5,6,7 e 8.

Em todos estes testes o método implementado convergiu para o mesmo ponto de equilíbrio instável, chamado de PEI 1 (ponto de equilíbrio instável 1). O valor da função energia para esse ponto de equilíbrio instável em função do parâmetro de crescimento de carga $LAMBDA$ é mostrado no gráfico 1 (linha contínua). Vale notar que esse gráfico mostra indiretamente o comportamento do ponto de equilíbrio instável, uma vez que o ponto de equilíbrio estável usado no cálculo é o mesmo para os três valores de função energia mostrados.

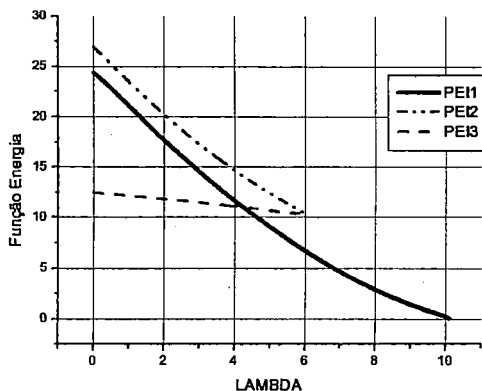


Figura 1: Função energia avaliada nos pontos de equilíbrio 1, 2 e 3 em função do parâmetro de crescimento de carga $LAMBDA$ na barra 7

É importante ressaltar que, uma vez encontrado um ponto de equilíbrio instável, a direção de crescimento de carga apenas influenciará o modo como este ponto de equilíbrio irá sofrer uma bifurcação. O gráfico 1 mostra o comportamento da função energia para três pontos de equilíbrio. Os outros dois pontos de equilíbrio mostrados estão associados às barras 10,11 e 13 (PEI 2 – linha tracejada superior) e à barra 12 (PEI 3 – linha tracejada inferior) e são mostrados de maneira puramente ilustrativa da bifurcação que ocorre entre os PEI 2 e o PEI 3, uma vez que estas barras foram classificadas como barras de transição.

A figura dois mostra os dois pontos de equilíbrio obtidos com combinações das barras da ilha 5 (barras 26 e 27). Nota-se na figura dois que os pontos de equilíbrio instáveis obtidos são diferentes. O ponto de equilíbrio instável da curva continua de energia (PEI 4) é encontrado quando se considera apenas a potência reativa da barra 26 para a formação do vetor ΔS . Já a curva do PEI 5 é encontrada quando se usa a barra 27 ou a combinação das barras 26 e 27 na determinação do ponto de equilíbrio instável. Apesar de terem sido encontrados pontos de equilíbrio instáveis diferentes, vale ressaltar que os níveis energéticos desses pontos de equilíbrio são bastante aproximados, o que está de acordo com a ideia deste trabalho.

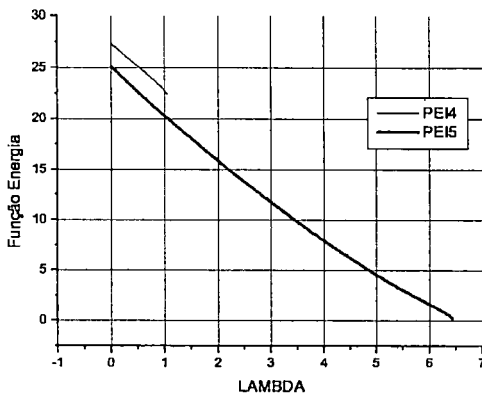


Figura 2: Função energia avaliada nos pontos de equilíbrio 4 e 5 em função do parâmetro de crescimento de carga LAMBDA nas barras 26 e 27

Ainda que os resultados obtidos tenham sido bastante interessantes, os experimentos com as barras da ilha 2 (barras 15 e 16) mostraram a existência de dois pontos de equilíbrio instáveis distintos, o que não estaria em desacordo com as ideias apresentadas aqui. Entretanto, as funções energia avaliadas nesses dois pontos de equilíbrio instáveis apresentaram diferenças de aproximadamente 20% do valor da energia do menor ponto de equilíbrio instável.

6.0 – CONCLUSÕES

A associação de metodologias proposta apresentou um bom resultado na determinação dos níveis energéticos das ilhas de tensão do sistema elétrico. Conforme mostrado nos testes, o algoritmo proposto mostrou que os níveis energéticos dos pontos de equilíbrio instáveis associados a uma mesma ilha de tensão, estão bastante próximos. A falha do método no estudo da ilha 2, ainda é passível de mais estudos, uma vez que foi a única falha encontrada em todas as simulações. Supõe-se que isto possa ter

acontecido devido a problemas de convergência do método de Newton-Raphson retangular ou ainda, devido à escolha do parâmetro de acoplamento γ , do método de classificação das ilhas de tensão.

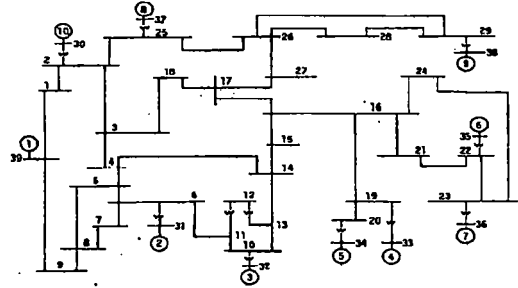


Figura 3: Sistema IEEE 39 barras (New England)

7.0 – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] - L. F. C. Alberto and N. G. Bretas, "Load bus coherency determination: new concepts", XV SNPTTE, GAT 3(3) proceedings, 1999.
- [2] - L. F. C. Alberto, J. R. Borelli and N. G. Bretas, "Estimating the frequencies of load buses and their effects on critical clearing time", *Proceedings of the International Conference on Power System Technology - POWERCON - 1998 Beijing, China*, vol.2, pp. 1310-1314.
- [3] - H. D. Chiang and I. Dobson, "Towards a theory of voltage collapse in electric power systems", *Systems and Control Letters*, (13):253-262, September 1989.
- [4] - C. L. DeMarco and C. A. Canizares, "An vector energy function approach for security analysis of ac/dc systems", *IEEE Transactions on Power Systems*, 3(7):1001-1011, August 1992.
- [5] - C. L. DeMarco and T. J. Overbye, "An energy based security measure for assessing vulnerability to voltage collapse", *IEEE Transactions on Power Systems*, 5(2):419-425, 1990.
- [6] - S. Iwamoto and Y. Tamura, "A load flow calculation method for ill-conditioned power systems", *IEEE Trans. on Power App. and Systems*, Vol. PAS 100, pp. 1736-1743, April 1981.
- [7] - N. Narasimhamurthi, "On the existence of energy functions for power-systems with transmission losses", *IEEE Transactions on Circuit and Systems*, 31(2):199-203, 1984.
- [8] - T. J. Overbye and C. L. DeMarco, "Improved Techniques for power systems voltage stability assessment using energy methods", *IEEE Transactions on Power Systems*, 6(4), november 1991.
- [9] - T. J. Overbye and R. P. Klump, "Effective calculation of power system low-voltage solutions", *IEEE Transactions on Power Systems*, 11(1):75-82, February 1996.
- [10] - K. R. Padiyar and K. K. Ghosh, "Direct stability evaluation of power systems with detailed generator models using structure preserving energy functions", *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, (11):47-56, January 1989.
- [11] - M. Rodrigues, L. F. C. Alberto and N. G. Bretas, "On the invariance principle: generalizations and applications to synchronization", *IEEE Transactions on Circuit and Systems*, 47(5):730-739, may 2000.