

MEMORIAS

13 AL 17 DE NOVIEMBRE DEL 2000
PUNTA DEL ESTE - URUGUAY

SUDAMERICANAS
DE INGENIERIA
XXIX JORNADAS
1950
2000
XXI ESTRUCTURAL

JUBILEO

Prof. Julio Ricaldoni

ORGANIZAN:

- Instituto de Estructuras y Transporte
- Facultad de Ingeniería Universidad de la República
- Asociación Sudamericana de Ingeniería Estructural

- Listado de Trabajos 
- Listado de Autores 
- Listado de Temas 
- Búsqueda de trabajos 
- Auspiciantes 
- Conferencias 
- Historia 



Salir

Evaluadores

Aguado, Vicente

Aguado de Cea, Antonio

Alcocer, Sergio

Ambrosini, Daniel

Antunes, Helena Carmo

Arze, L. Elías

Astroza, Maximiliano

Awruch, Armando M.

Barlek, Rodolfo

Beckeres, Pierre

Benito, Raúl D.

Bignoli, Arturo J.

Blessman, Joaquim

Campagnolo, João Luiz

Campos Filho, Américo

Carmona, Juan S.

Carnicer, Roberto S.

Caro, Santina

Cataldo, José Alberto

Cechella, Isaia, Geraldo

Cistilino, Adrian

Cieto, Agosti

Colacce, Carlos

Colmar Vellasco, Pedro

Consoli, Nilo

Cremonini, Ruy A.

Creus, Guillermo J.

Crisafulli, Francisco

Cudmani, Roberto D.

Curutchet, Raúl A.

da Conceição Domingues Shehata, Lidia

Del Molin, Denise C. C.

Darín, Gustavo

Davila, Virginia Rosito

de Faria Telles, José Claudio

De Las Casas, Estevam

del Carril, Tomás

Del Villar, José M.

Doz, Graciela Nora

Duarte Ribeiro, José Luiz

INSTITUTO DE ESTRUCTURAS Y TRANSPORTE

Prof. Julio Ricaldoni

FACULTAD DE INGENIERIA

UNIVERSIDAD DE LA REPUBLICA

Avda. Julio Herrera y Reissig 563

C.P. 11300 - Montevideo - URUGUAY

Tels.: (598-2) 711 0524 - 711 0993 - 711 2643

Fax: (598-2) 711 2886

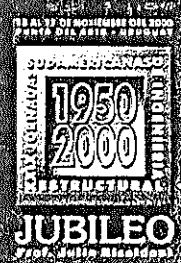
E-mail: iet@fing.edu.uy - www.fing.edu.uy/iet/

COMISIÓN ORGANIZADORA

Presidente
Prof. Ing. Gerardo Rodríguez

Secretario
Dr. Ing. Alvaro Gutiérrez

Vocales
Prof. Ing. Susana García
Dr. Ing. Berardi Sensale
M.Sc. Ing. Atilio Mómquio
Prof. Ing. Santina Caro



JUBILEO
Prof. Julio Ricaldoni

Salir



JUBILEO
Prof. Julio Ricaldoni

APLICAÇÃO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS NO ESTUDO DO COMPORTAMENTO ESTÁTICO DE COBERTURAS PÊNSEIS EM CASCA PROTENDIDA

D251a

Rita A. David

Prof. Assistente, Departamento de Engenharia Civil, UNESP - Bauru - São Paulo - Brasil
e-mail: rdavid@bauru.unesp.br

Antonio Carlos Rigitano

Prof. Assistente Doutor, Departamento de Engenharia Civil, UNESP - Bauru- São Paulo - Brasil

Roberto L. A. Barbato

Prof. Associado, Departamento de Estruturas, EESC - USP - São Carlos- São Paulo - Brasil

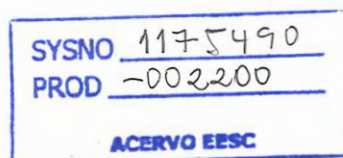
SUMÁRIO

As coberturas pênseis são estruturas que, em consequência do peculiar comportamento mecânico dos cabos livremente suspensos que a constituem, tendem a sofrer grandes deslocamentos. Tais estruturas devem ser associadas a um sistema vedante que mobilize mecanismos resistentes, os quais, se opondo às ações atuantes, minimizem esses deslocamentos.

Uma alternativa possível para dotar a estrutura de maior rigidez, é a utilização de um sistema vedante formado por placas pré-moldadas de concreto armado, posicionadas sobre os cabos e unidas posteriormente com o emprego de um material selante. Utilizando-se concreto ou argamassa como material selante as placas ficam rigidamente ligadas. É possível ainda melhorar sensivelmente o comportamento mecânico da cobertura aplicando-se esforços de protensão, originando-se assim uma casca pênsil protendida de revolução

O cálculo deste tipo de cobertura passa numa primeira fase pela definição do meridiano da casca pênsil, que é determinado pela curva dos cabos após a ocorrência das deformações.

Posteriormente, já conhecida a forma da cobertura, analisa-se o comportamento estático da casca de revolução constituída. Apresentam-se neste trabalho os resultados, obtidos na análise estrutural deste tipo de cobertura pênsil protendida, através do emprego do Método dos Elementos Finitos, comparando-os com os obtidos analiticamente por outros autores.



1 – INTRODUÇÃO

Permitindo a obtenção de espaços altamente adaptáveis, sem as condições impostas por estruturas verticais intermediárias, as coberturas pênses têm merecido especial atenção de arquitetos, engenheiros e pesquisadores principalmente em outros países.

Nas estruturas suspensas, as cestas protendidas e cabos-treliças são estruturas cujo desempenho depende, essencialmente, da sua configuração de equilíbrio e da intensidade de protensão aplicada em seus elementos. São estruturas consideravelmente rígidas e podem ser associadas a sistemas vedantes de baixo peso próprio e que tenham apenas a função de vedar.

Entretanto, as cestas não protendidas são sistemas estruturais que, devido ao peculiar comportamento mecânico do cabo livremente suspenso, tendem a sofrer grandes deslocamentos. Assim, esse tipo de sistema estrutural deve ser associado a um sistema vedante que mobilize mecanismos resistentes que se opondo às ações atuantes limitem os deslocamentos da cesta a valores compatíveis com o uso da cobertura.

Dos sistemas vedantes já empregados, o mais simples é o constituído por placas pré-moldadas de concreto armado, por acessórios que as fixam nos cabos e por material selante, rígido ou deformável, que, após o assentamento das placas, é introduzido nas juntas. Quando se emprega concreto como material selante, por exemplo, as placas ficam rigidamente ligadas dando origem a uma cobertura em casca pênsil de elementos pré-fabricados.

A estrutura assim formada, por cabos, placas pré-moldadas e material selante colocado nas juntas, pode ter seu comportamento estático e dinâmico sensivelmente melhorado com a introdução da protensão. O estudo destas coberturas protendidas é o tema central deste trabalho, onde também é apresentada a análise estrutural através do emprego do Método dos Elementos Finitos.

O Método dos Elementos Finitos tem sido utilizado com comprovada eficiência e precisão, há várias décadas, tanto na resolução de modelos estruturais elásticos quanto naqueles onde há não linearidade geométrica ou física. Assim, apresenta-se a sua aplicação ao estudo das cascas de revolução, o elemento utilizado e considerações sobre o software comercial ANSYS a ser utilizado para a análise estrutural proposta.

2 – CASCA PÊNSIL PROTENDIDA

2.1-MERIDIANO DA SUPERFÍCIE DE REVOLUÇÃO

2.1.1– Estudo do Cabo Inextensível

A determinação do meridiano da superfície de revolução foi realizada a partir da configuração de equilíbrio de um cabo, considerado inextensível e sujeito a um carregamento ao longo de seu comprimento, conforme RIGITANO (1993).

A expressão da curva do cabo é dada como sendo

$$y = \left(\frac{x^3}{3} - x^2 r \right) A + x C_1 + \left(\frac{x^7}{42} - \frac{x^3}{6} r \right) A^3 + \left(\frac{x^5}{10} A + \frac{x^3}{6} C_1 \right) (C_1 + 4 A r^2) A +$$

$$- \frac{x^4}{6} (3 C_1 + 2 A r^2) r A^2 - \frac{x^2}{2} r C_1^2 A + \frac{x C_1^3}{6} + C_2 \quad (1)$$

sendo as constantes de integração C_1 e C_2 dadas por

$$C_1 = \operatorname{arcsen} h \left(\frac{P}{H} \right) - A (r_0^2 - r^2) \quad \text{e} \quad C_2 = 0 \quad (2)$$

O cálculo da componente horizontal da força no cabo, H , é obtida por tentativas através da equação (1) onde se têm como conhecidos os valores do vão do cabo, $(r - r_0)$, a flecha da cobertura, f , o carregamento distribuído por área da cobertura, g , e o número de cabos, n .

Para determinação do valor de H por tentativas, usando-se a equação (1) é necessário adotar um valor de H inicial; este valor inicial pode ser obtido segundo BARBATO (1975) calculando-se o valor da componente horizontal da força do cabo H para um carregamento g uniformemente distribuído na projeção horizontal da cobertura. Este valor, a ser tomado como inicial, é dado como sendo

$$H_{\text{inicial}} = \frac{\pi g}{n f} \left[\frac{(r - r_0)(r + 2r_0)}{3} + \frac{n P}{\pi g} \right] (r - r_0) \quad (3)$$

Assim, determinado-se o valor da componente horizontal, H , da força do cabo, outros valores poderão ser obtidos.

Para a determinação da deformação do cabo sob a ação do carregamento g , considerando-se apoios não deslocáveis, pode-se calcular uma nova força horizontal H que atuará no cabo após deformação. Assim têm-se que

$$A_0 = \frac{\pi g}{n H_0} \quad (4)$$

$$C_0 = \operatorname{arcsen} h \left(\frac{P}{H_0} \right) - A_0 (r_0^2 - r^2) \quad (5)$$

$$K = (r - r_0)^4 A_0^2 \left[\frac{(r - r_0)}{5} - r \right] + \frac{2}{3} (r - r_0)^3 A_0 (2 A_0 r^2 + C_0) - 2 (r - r_0)^2 A_0 r C_0 +$$

$$+ (r - r_0) C_0^2 \quad (6)$$

$$H^2 \left[(r-r_0)^2 + K \frac{(r-r_0)}{2} + \Delta f f_0 + f_0^2 \right] + H \left[(r-r_0)(ES_t + H_0)K - (ES_t + H_0)f_0^2 + \right. \\ \left. - ES_t \Delta f f_0 \right] - ES_t H_0 \left[(r-r_0)K - f_0^2 \right] = 0 \quad (7)$$

Nas expressões (4) a (7), H_0 é a força que ocorre no cabo considerado inextensível para a flecha inicial f_0 , Δf o acréscimo da flecha, E o módulo de elasticidade do aço e S_t a seção transversal do cabo.

Admitida a configuração de equilíbrio, para calcular H arbitra-se Δf , geralmente da ordem de $f_0 / 20$, e resolve-se a equação (7). Obtido o valor de H calcula-se o valor da flecha f mediante o emprego da equação (1) e compara-se com o valor de $(f_0 + \Delta f)$.

O ciclo de iterações termina quando a diferença entre f e $(f_0 + \Delta f)$ ficar próxima de um valor aceitável para o projeto.

Conhecendo-se H correspondente à posição final de equilíbrio, determinam-se os demais parâmetros dessa posição através das expressões anteriormente mostradas considerando-se o cabo inextensível.

Nota-se que a posição final do cabo após a deformação será considerada como o meridiano da casca de cobertura.

Para definir esse meridiano, pode-se fixar como critério de projeto a adoção de uma flecha desejável para a estrutura, calculando-se uma flecha para montagem da cobertura tal que ocorridas as deformações tenha-se uma flecha final bastante próxima da desejável.

Para esse procedimento o carregamento atuante g é o peso próprio das placas pré-moldadas em concreto armado mais a carga de protensão.

Cabe ressaltar que a rápida convergência desse processo iterativo depende fundamentalmente da flecha inicialmente escolhida, f_0 , flecha de montagem, que se escolhida convenientemente diminuirá sobremaneira os cálculos numéricos necessários.

Para automação do processo de cálculo pode-se admitir uma flecha de montagem de 80 % do valor da flecha desejável, dando-se um pequeno acréscimo neste valor, por exemplo de 1 %, até que se obtenha a flecha final próxima da desejável.

2.1.1- Considerações sobre a Casca de Revolução Determinada

Uma vez determinada a configuração de equilíbrio do cabo tem-se definido o meridiano da casca pênsil. A resolução desta estrutura pode ser feita a partir das equações obtidas no estudo clássico de estruturas em casca, por exemplo conforme obtido em GRAVINA (1957), admitindo-se as hipóteses fundamentais de Kirchhoff-Love.

Sabe-se, deste estudo, que chega-se a uma equação diferencial que rege o comportamento da estrutura, cuja solução é igual a soma da solução particular e solução homogênea.

A solução particular é a solução da casca quando se despreza a rigidez à flexão e à torção, resultando apenas os esforços que atuam no plano tangente, N_ϕ e N_θ . A solução particular depende apenas da carga aplicada, pois as condições de vínculo já devem estar impostas, e é aproximadamente igual à solução de membrana quando são satisfeitas as seguintes condições:

- A - A variação das curvaturas normais da superfície média deve ser contínua
- B - A variação da espessura h da casca deve ser contínua
- C - A distribuição das forças externas deve ser contínua
- D - As forças externas aplicadas nas bordas livres devem atuar nos correspondentes planos tangentes à superfície
- E - As reações dos vínculos devem ser contidas nos planos tangentes à superfície

Já a solução do sistema homogêneo, que fornece os esforços e deslocamentos gerados pelos vínculos, envolve um tratamento matemático difícil por tratar-se de uma casca com meridiano definido pela equação da curva do cabo, cuja solução analítica das equações diferenciais não é conhecida. Assim, o regime de flexão da casca pênsil pode ser analisado, conforme BARBATO (1975), mediante o artifício de substituir a casca real por uma casca esférica equivalente.

Neste tipo de solução salienta-se que, quando assume-se as condições de contorno, para o anel externo utiliza-se a solução de Geckeler, para as cascas não abatidas; já para o anel interno, onde a casca esférica equivalente torna-se muito abatida, a solução aproximada de Geckeler não é válida daí pode-se usar a solução de GRAVINA (1957).

3 – APLICAÇÃO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Com a finalidade de analisar o comportamento das coberturas pênsis em estudo, apresenta-se, a seguir, o Método dos Elementos Finitos aplicado às cascas de revolução.

Para dar noção sobre o procedimento apresenta-se a formulação para elemento genérico e, posteriormente faz-se a particularização para o elemento utilizado para a resolução das cascas estudadas.

3.1 – FORMULAÇÃO DO ELEMENTO FINITO DE CASCA

O elemento finito quadrilateral de casca utilizado, é um elemento plano formulado pela condensação estática de quatro elementos triangulares, conforme indicado pela Figura 1.

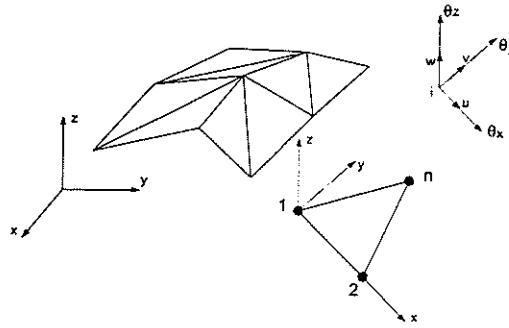


Figura 1 – Elementos de casca triangular e quadrilateral

O elemento de casca triangular é construído pelo acoplamento de um elemento de placa, que representa o comportamento de flexão, e um elemento de tensão plana, representando o comportamento de membrana. Assim, supondo-se um elemento com um número de nós, n , o campo de deslocamentos pode ser escrito como sendo

$$\begin{Bmatrix} U \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [\phi]_m & [0] \\ [0] & [\phi]_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\delta\}_m \\ \{\delta\}_f \end{Bmatrix} \quad (8)$$

onde

$[\phi]_m$ de ordem $2 \times 3n$ contém um conjunto de funções de forma referente ao estado de membrana

$[\phi]_f$ de ordem $1 \times 3n$ contém um conjunto de funções de forma referente ao estado de flexão

$\{\phi\}_m$ e $\{\phi\}_f$ são os vetores de deslocamentos nodais do elemento, no sistema local, relacionados com os estados de membrana e flexão respectivamente.

Estes vetores, $\{\phi\}_m$ e $\{\phi\}_f$, podem ser expressos como sendo:

$$\begin{Bmatrix} \delta \end{Bmatrix}_m^T = \begin{bmatrix} u_i & v_i & \dots & u_n & v_n \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\begin{Bmatrix} \delta \end{Bmatrix}_f^T = \begin{bmatrix} w_i & \theta_{xi} & \theta_{yi} & w_j & \dots & \theta_{yn} \end{bmatrix} \quad (10)$$

Nota-se que o vetor deslocamento $\{\phi\}_m$ não contém o grau de liberdade rotacional θ_z .

As deformações podem ser obtidas fazendo-se a diferenciação apropriada no campo de deslocamento apresentado pela equação (8). Assim tem-se

$$\begin{aligned} \left\{ \varepsilon \right\} &= \begin{bmatrix} \nabla \end{bmatrix}_m \begin{bmatrix} \varphi \end{bmatrix}_m \left\{ \delta \right\}_m + z \begin{bmatrix} \nabla \end{bmatrix}_f \begin{bmatrix} \varphi \end{bmatrix}_f \left\{ \delta \right\}_f = \begin{bmatrix} [B]_m & z[B]_f \end{bmatrix} \left\{ \delta \right\} = \\ &= \begin{bmatrix} B \end{bmatrix} \left\{ \delta \right\} \end{aligned} \quad (11)$$

onde

$[B]_m$ e $[B]_f$ são as matrizes de deformação correspondentes aos estados de membrana e flexão respectivamente

$[\nabla]_m$ e $[\nabla]_f$ são definidos como sendo

$$\begin{bmatrix} \nabla \end{bmatrix}_m^T = \begin{bmatrix} \partial/\partial x & 0 & \partial/\partial y \\ 0 & \partial/\partial y & \partial/\partial x \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} \nabla \end{bmatrix}_f^T = - \begin{bmatrix} \frac{\partial^2}{\partial x^2} & \frac{\partial^2}{\partial y^2} & 2 \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \end{bmatrix} \quad (13)$$

A expressão da matriz de rigidez pode ser obtida aplicando-se a equação (11) na definição de energia de deformação U a saber:

$$\begin{aligned} U &= \int_V \left\{ \varepsilon \right\}^T \left\{ \sigma \right\} dV = \frac{1}{2} \int_V \left\{ \varepsilon \right\}^T [D] \left\{ \varepsilon \right\} dV = \\ &= \frac{1}{2} \int_V \left\{ \delta \right\}^T [B]^T [D] [B] \left\{ \delta \right\} dV = \frac{1}{2} \left\{ \delta \right\}^T [K] \left\{ \delta \right\} \end{aligned} \quad (14)$$

onde

$[D]$ é a matriz constitutiva elástica

$[K]$ é a matriz de rigidez

A matriz de rigidez é definida como sendo:

$$[K] = \int_V [B]^T [D] [B] dV = \int_V \begin{bmatrix} [B]_m^T \\ z[B]_f^T \end{bmatrix} [D] \begin{bmatrix} [B]_m & z[B]_f \end{bmatrix} dV \quad (15)$$

Pode-se expandir a equação (15) de maneira que

$$\begin{bmatrix} K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \int_V [B]_m^T [D] [B]_m dV & \int_V [B]_m^T z [D] [B]_f dV \\ \int_V [B]_f^T z [D] [B]_m dV & \int_V [B]_f^T z^2 [D] [B]_f dV \end{bmatrix} \quad (16)$$

Nota-se que, no caso da elasticidade linear considerando material homogêneo, os termos de acoplamento são nulos. Neste caso a matriz de rigidez do elemento pode ser obtida pela soma direta das matrizes de rigidez de membrana e flexão que contribuem de maneira desacoplada, conforme equação (17)

$$\begin{bmatrix} K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \int_V [B]_m^T [D] [B]_m dV & [0] \\ [0] & \int_V [B]_f^T z^2 [D] [B]_f dV \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [K]_m & [0] \\ [0] & [K]_f \end{bmatrix} \quad (17)$$

Ressalta-se a simplicidade da formulação, visto que, para construir o elemento só é necessário a existência das matrizes de rigidez referentes ao estado de flexão, elemento de flexão de placas, e ao estado de membrana, elemento de membrana, que podem ser obtidas separadamente.

Nota-se que a matriz de rigidez, obtida na equação (17), em coordenadas locais e referente ao vetor de deslocamentos nodais definido nas equações (9) e (10), não possui rigidezes referentes aos graus de liberdade rotacionais. A falta destas rigidezes conduz a problemas de singularidade na matriz de rigidez global em estruturas onde os elementos finitos são coplanares ou aproximadamente coplanares.. Uma solução imediata para evitar este problema seria restringir o deslocamento referente ao grau de liberdade rotacional inexistente ou eliminar o grau de liberdade global. Uma outra forma, mais comum, seria através da imposição de coeficientes de mola, de maneira a não interferir nos resultados obtidos. Seguindo-se esta última proposta, conforme ZIENKIEWICZ (1980), a matriz de rigidez passa a ser escrita conforme equação (18).

$$\begin{bmatrix} K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [K]_m & [0] & [0] \\ [0] & [K]_f & [0] \\ [0] & [0] & [K]_{\theta z} \end{bmatrix} \quad (18)$$

referente ao seguinte vetor de deslocamento

$$\begin{Bmatrix} \delta \end{Bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \{\delta\}_m^T & \{\delta\}_f^T & \{\delta\}_{\theta z}^T \end{bmatrix} \quad (19)$$

sendo

$$\begin{Bmatrix} \delta \end{Bmatrix}_{\theta z}^T = \begin{bmatrix} \theta_{zi} & \dots & \theta_{zn} \end{bmatrix} \quad (20)$$

onde

$[K]_{\theta z}$ é a matriz que contém os coeficientes de rigidez fictícios referente aos graus de liberdade rotacionais.

Após a determinação dos deslocamentos, obtém-se as tensões utilizando-se as relações constitutivas como sendo,

$$\begin{Bmatrix} \sigma \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [B]_m & z[B]_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta \end{Bmatrix} \quad (21)$$

Os esforços podem ser obtidos pela integração das tensões, expressas na equação (21), ao longo da espessura da casca, obtendo-se assim a equação (22)

$$\begin{Bmatrix} \{N\} \\ \{M\} \end{Bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \{\sigma\} \\ z\{\sigma\} \end{Bmatrix} dz = \begin{bmatrix} \int_{-h/2}^{h/2} [D] dz [B]_m & \int_{-h/2}^{h/2} z [D] dz [B]_f \\ \int_{-h/2}^{h/2} z [D] dz [B]_m & \int_{-h/2}^{h/2} z^2 [D] dz [B]_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta \end{Bmatrix} \quad (22)$$

onde,

$\{N\}$ e $\{M\}$ são os esforços de membrana e flexão respectivamente

Analogamente à expressão da matriz de rigidez, para o caso de um material elástico-linear com propriedades físicas distribuídas através da espessura simetricamente com relação ao plano médio, os termos de acoplamento na equação (22) se anulam e os esforços podem ser calculados de maneira desacoplada através de suas correspondentes matrizes de deformação, obtendo-se assim

$$\begin{Bmatrix} \{N\} \\ \{M\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \int_{-h/2}^{h/2} [D] dz [B]_m \\ \int_{-h/2}^{h/2} z^2 [D] dz [B]_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta \end{Bmatrix} \quad (23)$$

3.2 – DESCRIÇÃO DA MODELAGEM

Optou-se por criar um modelo de cobertura, de planta circular, que é composta essencialmente por dois anéis, cujos centros são extremidades de um segmento perpendicular aos planos que os contém, por cabos radiais nestes ancorados e por placas pré-moldadas em concreto armado. Para a modelagem deste modelo estrutural, optou-se por criar uma malha de elementos finitos coincidente, em tamanho e forma, com as placas de concreto, e como essas placas foram admitidas como trapezoidais, definiu-se que o elemento finito utilizado seria o quadrangular.

A partir da definição do modelo de cobertura, elaborou-se um programa computacional, em linguagem Fortran, que, com dados da geometria do projeto a ser elaborado, possibilita a determinação da configuração do cabo que define o meridiano da cobertura pênsil, faz a geração da superfície de revolução, possibilita a visualização da geometria e faz a geração da malha de elementos finitos, criando-se também um arquivo de dados para ser utilizado por programas de análise estrutural.

Em uma fase inicial procurou-se aferir o modelo adotado e assim optou-se por fazer a análise estrutural utilizando-se o programa comercial ANSYS 5.4 partindo-se da malha de elementos finitos previamente estabelecida com a ajuda do programa computacional elaborado.

O programa ANSYS tem várias possibilidades de análise utilizando elemento finitos, desde uma análise simples, linear, estática a uma análise complexa, não linear, e dinâmica.

3.2.1 – Descrição do Elemento Finito Utilizado

O Elemento Finito de casca utilizado chama-se SHELL63, Figura 2. Este é um elemento plano quadrilateral, obtido pela condensação estática de quatro elementos triangulares, formulado pelo acoplamento de um elemento de flexão de placas, utilizando-se o elemento DKT (Discrete Kirchhoff Triangle), que representa o estado de flexão e um elemento de tensão plana, utilizando-se um elemento de chapa com funções de forma extras, que representa o estado de membrana.

O elemento tem seis graus de liberdade por nó: translação nas direções dos eixos x, y, e z e rotações sobre os eixos x, y, e z.

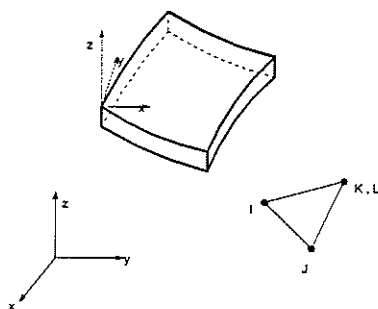


Figura 2 – Esquema do Elemento Finito de Casca - SHELL63

Este elemento de casca utiliza as rigidezes rotacionais fictícias de Allman, conforme ANSYS (1997), para suprimir a falta do grau de liberdade rotacional.

4 – APLICAÇÃO NUMÉRICA

Considerou-se como exemplo de aplicação numérica o projeto da estrutura pênsil utilizada como cobertura do Ginásio de Esportes Governador Emílio Gomes, construído em 1974 na cidade

XXIX JORNADAS SUDAMERICANAS DE INGENIERIA ESTRUCTURAL de Rolândia no Paraná com projeto dos Engenheiros Dante A. O. Martinelli e Roberto L. A. Barbato. Maiores detalhes deste projeto podem ser encontrados em BARBATO (1975).

A estrutura foi usada para cobrir uma área livre de 3197 m^2 e é composta por um anel externo com 30 metros de raio e um anel interno com 5,00 metros de raio em concreto armado, cujo esquema pode ser observado na Figura 3. Os cabos que compõem a cobertura, em número de 90, são ancorados no anel externo e tem uma flecha máxima de 4,80 metros; sobre eles foram dispostas 2250 placas trapezoidais, com 4 cm de espessura, pré-fabricadas de concreto.

Considerou-se para o dimensionamento dos cabos radiais uma carga distribuída de $2,46 \text{ kN/m}^2$, correspondente à carga de protensão igual a $1,0 \text{ kN/m}^2$, ao peso próprio das placas igual a $0,96 \text{ kN/m}^2$, e à carga acidental igual a $0,50 \text{ kN/m}^2$. Ainda considerou-se, para o cálculo, o peso do anel interno aplicado em cada cabo como sendo igual a $1,68 \text{ kN}$.

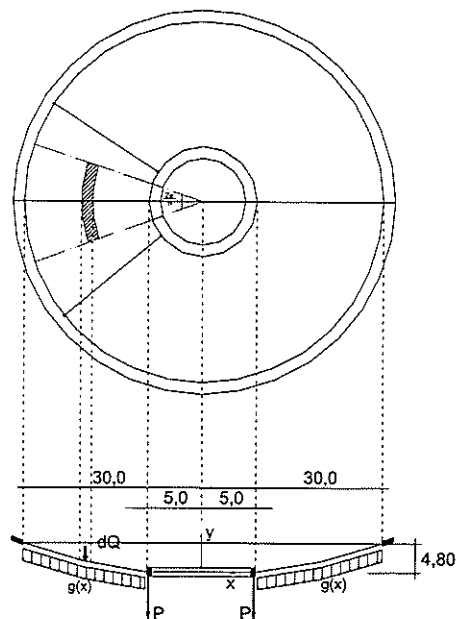


Figura 3 – Cobertura pênsil Rolândia – Esquema da geometria

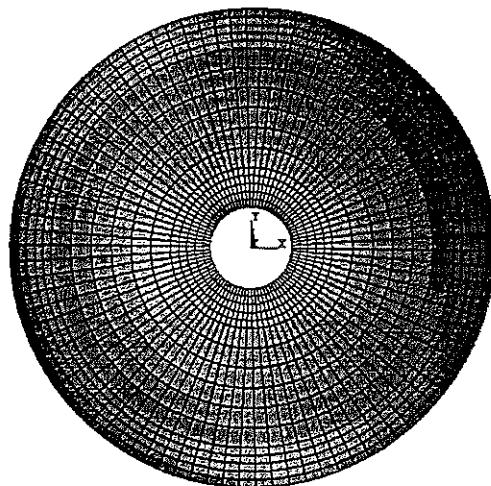
Assim passou-se para o cálculo da configuração de equilíbrio do cabo conforme o procedimento descrito anteriormente, utilizando-se o programa computacional elaborado.

Com a configuração de equilíbrio do cabo determinada, gerou-se a superfície da cobertura e a malha de elementos finitos, conforme Figura 4, passando-se assim à análise estrutural propriamente dita.

Para essa análise considerou-se a casca de revolução articulada nos anéis e solicitada pela carga de protensão igual a $1,0 \text{ kN/m}^2$ correspondente à protensão retirada após o endurecimento do

XXIX JORNADAS SUDAMERICANAS DE INGENIERIA ESTRUCTURAL
concreto colocado nas juntas. A casca tem um raio externo igual a 29,995 m, raio interno igual a 5,0178 m e flecha final igual a 4,6145 m.

ANSYS

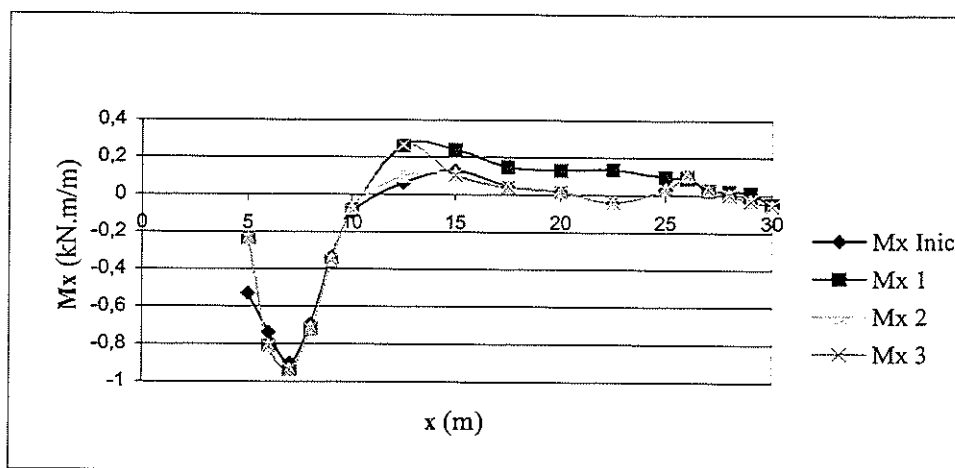


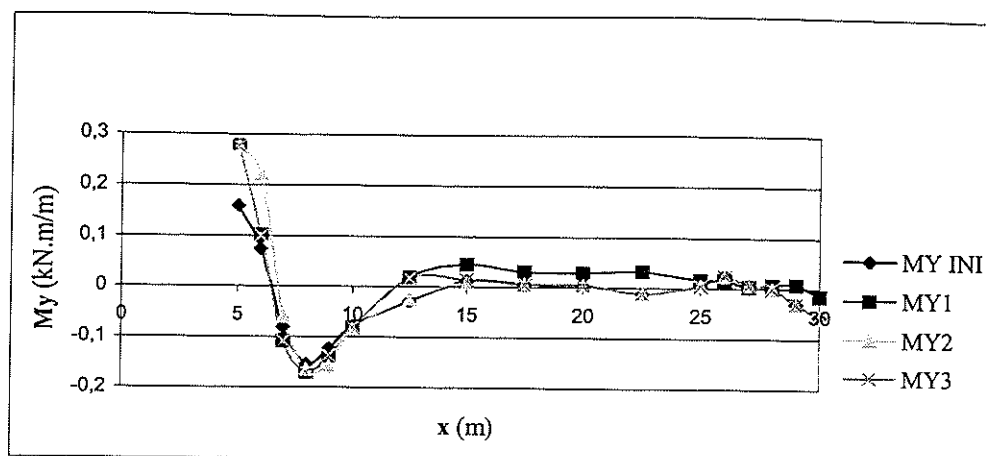
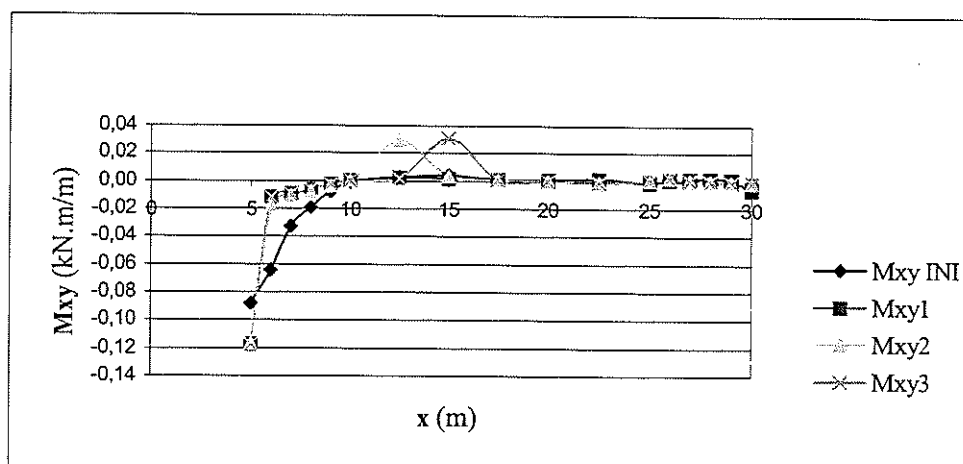
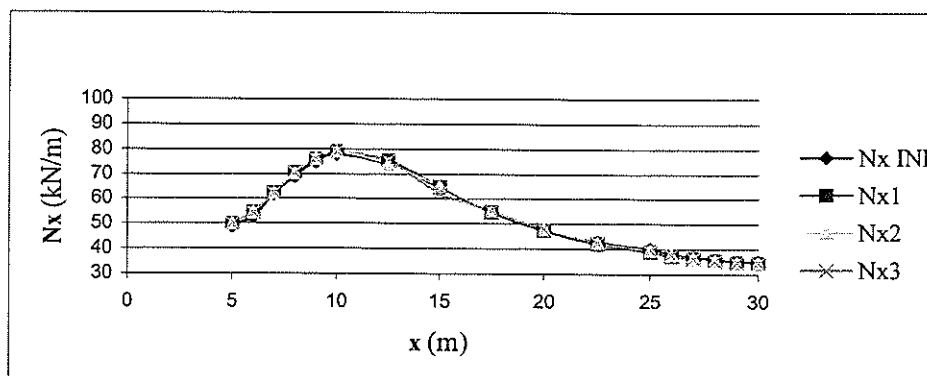
Rolândia - Cesta com Meridiano/Placas

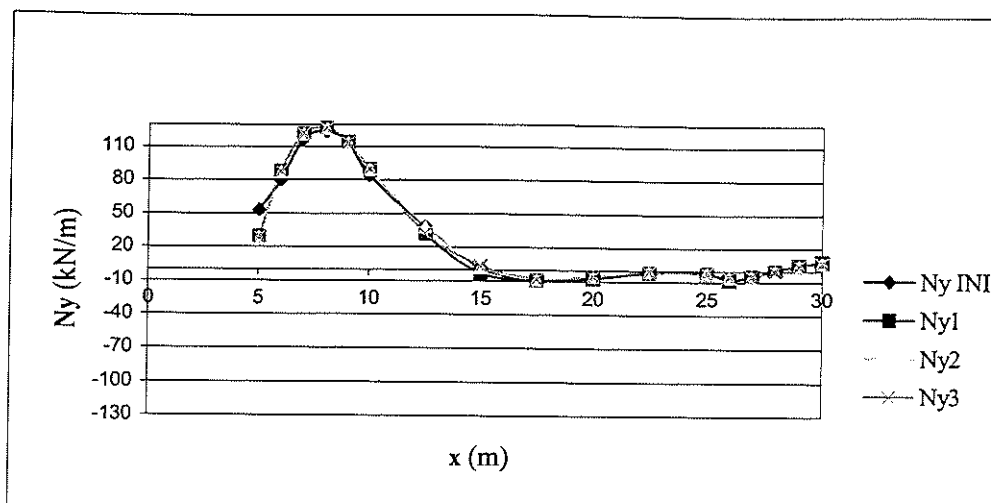
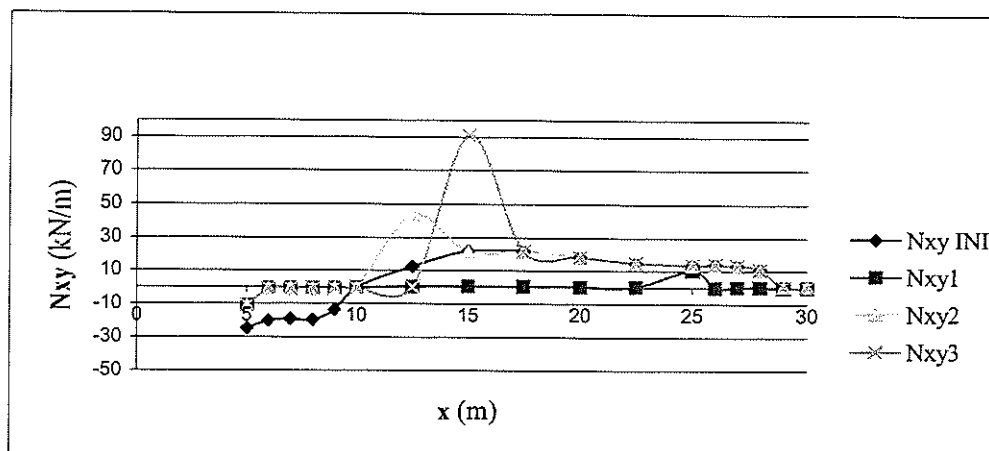
Figura 4 – Malha de elementos finitos - Rolândia

Para fazer a análise estrutural adotou-se inicialmente os elementos finitos coincidentes às placas de concreto, a qual chamou-se de Malha Inicial, depois procedeu-se o refinamento dessa malha fazendo as seguintes alterações: refinamento uniforme, Malha 1, refinamento próximo ao anel interno, até a 12,50 metros de distância do anel, Malha 2, e refinamento próximo ao anel interno, até a 15,0 metros de distância do anel, Malha 3.

Nas Figuras 5 a 10 podem ser observados os esforços obtidos.

Figura 5 - Momentos Fletores M_x

Figura 6 - Momentos Fletores M_y Figura 7 - Momentos Fletores M_{xy} Figura 8 - Esforço Normal N_x

Figura 9 - Esforço Normal N_y Figura 10 - Esforço Normal N_{xy}

Também analisaram-se os resultados obtidos com a malha inicial de elementos finitos comparando-os com os obtidos, conforme descrito anteriormente, analiticamente por BARBATO (1975).

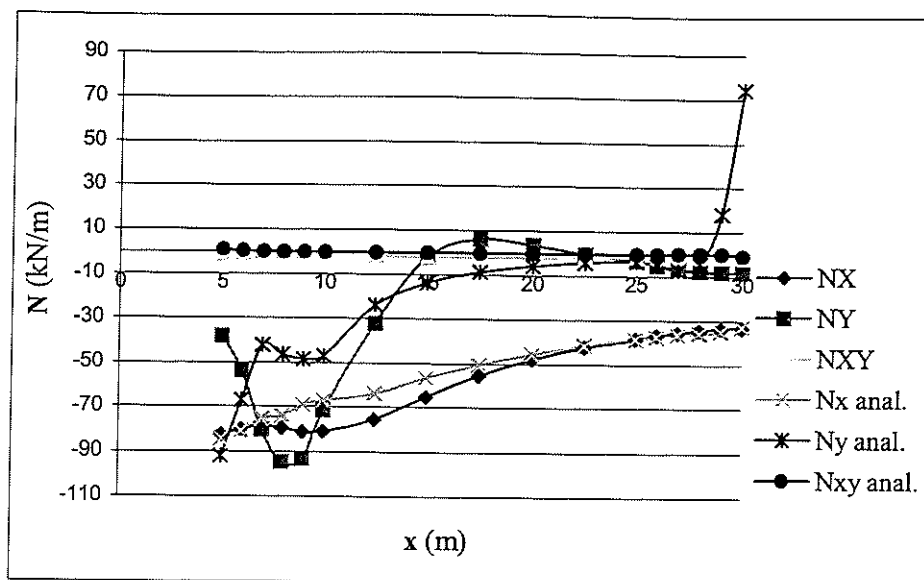


Figura 11 - Esforços Normais - N

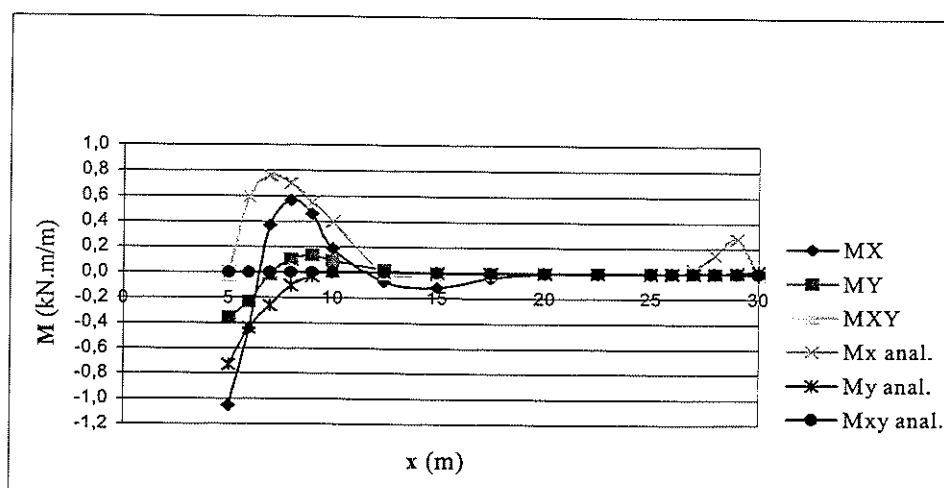


Figura 12 - Momentos Fletores - M

5 - COMENTÁRIOS FINAIS

Os esforços obtidos para as malhas mais refinadas não apresentaram alterações significativas em relação aos resultados obtidos com a malha de elementos finitos coincidentes com as placas de concreto que formam a casca protendida. Assim acredita-se que não houve vantagens, pelo menos nesse refinamento adotado, pois também o tempo de processamento elevou-se consideravelmente.

Quanto às comparações entre os resultados obtidos pela Malha Inicial com os obtidos analiticamente por BARBATO (1975) observa-se que mesmo admitindo-se aproximações no cálculo analítico, o equacionamento utilizado levou a resultados satisfatórios. Observa-se também uma diferença entre os resultados nas regiões dos anéis, onde os valores obtidos pelo Método dos

Elementos Finitos não são nulos, como era de se esperar, tendo em vista que os valores apresentados são as médias dos valores nos elementos adjacentes ao ponto considerado.

6 – BIBLIOGRAFIA

ANSYS Workbook. (1997). Ansys Release 5.4. Canonsburg, U.S.A. SAS IP. Inc, 1997.

BARBATO, R. L. A. (1975) **Contribuição ao estudo de coberturas pênséis em casca protendida de revolução**. São Carlos, 1975. 145p. Tese (Doutorado)-Escola de Engenharia de São Carlos – EESC, Universidade de São Paulo – USP.

BARBATO, R. L. A. (1991) **Emprego de cabos livremente suspensos e cabos-treliça na construção de coberturas pênséis**. São Carlos, 1991. Tese (Livre Docência)-Escola de Engenharia de São Carlos – EESC, Universidade de São Paulo – USP.

BATHE, K.J. (1996) **Finite elements procedures**. New Jersey, Prentice Hall Inc., 1996.

BILLINGTON, D.P. (1965) **Thin shell concrete structures**. New York, McGraw Hill, 1965.

BULL, J.W. ed.(1996) **Finite element applications to thin-walled structures**. New York, Elsevier Applied Science, 1996.

EL DEBS, M. K. (1976) **Contribuição ao cálculo das cascas de revolução mediante diferenças finitas**. São Carlos, 1976. 164p. Dissertação (Mestrado)-Escola de Engenharia de São Carlos – EESC, Universidade de São Paulo – USP.

GRAVINA, P.B.J.. (1957) **Teoria e cálculo das cascas: cascas de revolução**. São Paulo, Escolas Profissionais Salesianas, 1957.

LEONARD, J.W. (1988) **Tension structures: behavior & analysis**. New York, McGraw - Hill, 1988.

MACKERLE, J. (1997) Finite element linear and nonlinear, static and dynamic analysis of structural elements: a bibliography (1992 – 1995). **Engineering Computations**, vol.14, No. 4, pp.347-440, 1997.

- MAKOWSKI, Z.S. (1986) A history of the development of domes and a review of recent achievements world-wide. IN: **Makowski, Z.S. Analysis, design and construction of braced domes**. New York, Nichols, 1986.
- MARTINELLI, D.A.O. et alii (1983) **Introdução às estruturas em casca de revolução**. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos – EESC, Universidade de São Paulo – USP, 1983.
- MARQUES FILHO, J. (1990) **Análise de cascas de revolução em regime elasto-plástico pelo método dos elementos finitos**. São Paulo, 1990.103p. Dissertação (Mestrado)- Escola Politécnica, Universidade de São Paulo – USP.
- OLSZAK, W. ed. (1980) **Thin shell theory: new trends and applications**. Springer-Verlag, 1980.
- OÑATE, E. (1992) **Cálculo de estructuras por el método de elementos finitos: análisis estático lineal**. Barcelona, Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, 1992.
- PFLÜGER, A.. (1979) **Estática elemental de las cascaras**. Buenos Aires, Editorial Universitaria de Buenos Aires, 1979.
- RIGITANO, A.C. (1993) **Programa para o cálculo de cobertura pênsil em casca protendida de elementos pré-moldados com aplicação ao projeto de reservatórios cilíndricos de concreto**. São Carlos, 1993. Dissertação (Mestrado)- Escola de Engenharia de São Carlos-EESC, Universidade de São Paulo – USP.
- SAVASSI, W. (1996) **Introdução ao método dos elementos finitos em análise linear de estruturas**. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos – EESC, Universidade de São Paulo – USP, 1996.
- WOOD & PICA (1980) Postbuckling behavior of plates and shells using a Mindlin shallow shell formulation. **Computers and Structures**, vol.12, pp.759-768, 1980.