A GÊNESE DA ÁLGEBRA ABSTRATA

introdução

Até uma época recente, a palavra "*álgebra*" designava essencialmente aquela parte da matemática que se ocupa do estudo das ~~operações~~ entre números e fundamentalmente da resolução de equações.

Nesse sentido, pode-se dizer que esta ciência tem despertado o interesse da humanidade desde o começo de seu desenvolvimento cultural. Assim, encontram-se rastros de uma álgebra primitiva nas tábuas de argila dos Sumérios. No papiro Rhind - documento egípcio que data aproximadamente do ano 2000 a.C. - se consideram problemas de distribuição de víveres e outras mercadorias que conduzem a equações simples. Ainda, nos textos cuneiformes da antiga Babilônia, encontra-se a clássica regra para a resolução de equações de segundo grau.

Já se disse algures que, em matemática, os grandes progressos estão sempre relacionados à capacidade de elevar-se um pouco mais no campo da abstração.

Isto é particularmente verdadeiro no caso da álgebra, porém não pretendemos esboçar aqui uma história do seu desenvolvimento, desde seus começos mais ou menos obscuros até os nossos dias. Iremos ocupar-nos apenas de um processo que se operou no decorrer do século passado, quando teve lugar uma mudança substancial no caráter desta ciência.

A álgebra clássica estudava equações numa situação relativamente concreta. O emprego de letras para designar as incógnitas e os coeficientes das equações permitia dar tratamentos gerais para diversos tipos de equações, mas subentendia-se sempre que estas letras representavam números (naturais, inteiros, racionais, etc) trabalhando-se com estes em forma mais ou menos intuitiva.

No século XIX alargou-se consideravelmente o conceito de operação. Não mais se restringe o estudo às operações clássicas - adição, subtração, multiplicação, etc - mas dá-se ao termo um sentido bem mais amplo. A álgebra passa a estudar determinados conjuntos entre cujos elementos estão definidas operações, ocupando-se fundamentalmente das propriedades destas e esquecendo propositadamente a natureza dos entes com os quais opera. Esta descrição deve parecer um tanto obscura ao leitor não familiarizado com o assunto; esperamos que a história que se segue permita precisar estas generalidades.

A passagem da álgebra clássica para a assim chamada "*álgebra abstrata*" é particularmente interessante: não somente representa um progresso em relação ao conteúdo técnico-científico da disciplina como amplia consideravelmente o seu campo de aplicação e, o que é mais importante, representa em certo sentido uma mudança na própria concepção da matemática, da compreensão da sua condição de ciência independente e da evolução dos métodos de trabalho.

Nossa intenção aqui é analisar as circunstâncias que motivaram essa mudança e algumas das contribuições que a fizeram possível. Assim, deixaremos de ocupar-nos de trabalhos que foram fundamentais para o desenvolvimento do conteúdo desta ciência para tratarmos apenas alguns daqueles que vieram a modificar o próprio espírito da mesma.

A álgebra antes do século XIX

Não nos ocuparemos das origens das noções de número ou operação. Parece claro que os números naturais, i.é. os números da sequência 0, 1, 2, 3 .... desenvolveram-se a partir da experiência cotidiana e o seu emprego foi-se generalizando gradativamente. Algo análogo aconteceu com os números racionais não negativos, i.é. os números da forma a/b onde a e b são números naturais, por exemplo

1/4, 2/3, etc.

Algo bem diferente aconteceu com os números negativos. O primeiro uso conhecido dos inteiros negativos se encontra numa obra indiana, devida a Brahmagupta, (628 d.C. aproximadamente), onde são interpretados como dúvidas. Desde o seu aparecimento estes números sucitaram dúvidas quanto a sua legitimidade; assim por exemplo, Stifel em 1543 ainda os chamava de números absurdos e Cardano, de quem iremos nos ocupar mais adiante, os considerava como soluções falsas de uma equação.

Uma coisa similar aconteceu com os números irracionais, isto é, aqueles que não podem ser escritos na forma a/b com a e b inteiros, por exemplo, com os números $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, π; etc. Já na época dos pitagóricos se sabia da existência de segmentos cuja medida é irracional: dado um quadrado de lado 1 pode-se provar facilmente que a medida de sua diagonal é $\sqrt{2}$. Para autores como Pascal e Barrow símbolos tais como $\sqrt{2}$ representavam apenas magnitudes geométricas que não tinham existência independente. Tal é também o ponto de vista assumido por Newton na sua *Artitmética Universalis*, publicada em 1707.

Quando a ciência européia discutia ainda a possível validade do emprego de números negativos ou irracionais, irromperam no mundo matemático os números que hoje chamamos de complexos.

Já no século XII o brahmãn Bhaskara, continuador da obra de Brahmagupta, havia escrito: *o quadrado de um número positivo ou o de um número negativo é positivo... não existe a raiz quadrada de um número negativo já que um número negativo não é um quadrado.*

Assim, de longa data era claro para os matemáticos que um símbolo tal como $\sqrt{-1}$ era carente de significado. O emprego de tais símbolos aparece pela primeira vez na *Ars Magna*, de Gerônimo Cardano, publicada em 1545. No capítulo 37 se considera o problema de dividir um segmento de comprimento 10 em duas partes cujo produto seja 40. Resolvendo este problema corretamente o autor obtém como soluções os números $5 + \sqrt{-15}$ e $5 - \sqrt{-15}$.

Naturalmente, também para Cardano o símbolo $\sqrt{-15}$ carecia de significado; porém, de alguma forma deve ter sentido que a solução é correta já que escreveu a seguir: *deixando de lado as torturas mentais envolvidas e multiplicando* $5 + \sqrt{-15}$ *por* $5 - \sqrt{-15}$ *obtém-se* $25 - (-15)$ *que é* 40.

Quando se tenta resolver equações de segun do grau é frequente se obter raízes de números negativos (tal é o caso do problema acima que, na notação atual, se traduz na equação $X(10 - X) = 40$ ou $X^2 - 10X + 40 = 0$). Porém, não foi este o fato que despertou o interesse pela questão; quando isto acontecia, costumava-se apenas considerar a equaçaão como "impossível". O verdadeiro toque de atenção veio do estado das equações do terceiro grau.

Na sua "*Álgebra*", publicada em 1572, Rafael Bombelli considerou a equação:

$$X^3 = 15X + 4 .$$

Aplicando a fórmula já conhecida que dá uma das raízes, obteve o valor:

$$x = \sqrt{2 + \sqrt{-121}} + \sqrt{2 - \sqrt{-121}}$$

onde aparecem raízes quadradas de números negativos. O natural seria considerar esta como uma equação impossível; porém, por simples inspesão pode-se verificar que $x = 4$ é uma solução e métodos de simplificação conhecidos permitiam determinar as outras raízes que são $-2 + 2\sqrt{3}$ e $-2 - 2\sqrt{3}$; isto é, todas as raízes da equação são reais.

Esta situação levou Bombelli a tentar calcu lar com as raizes de números negativos, mesmo considerando - -as sem sentido. Para isso assumiu implicitamente que as re gras das operações (comutativa, associativa, etc) eram as mesmas quando se trabalhar com números concluiu, provavelmente por experimentação direta, que

$$\sqrt[3]{2 + \sqrt{-121}} = 2 + \sqrt{-1} \quad e \quad \sqrt[3]{2 - \sqrt{-121}} = 2 - \sqrt{-1}$$

Tinha então que

$$x = 2 + \sqrt{-1} + 2 - \sqrt{-1} = 4 ,$$

pois felizmente se cancelavam os símbolos sem significado.

Assim, expressões como $\sqrt{-1}$ resultavam impos síveis mas não inúteis e valia a pena aprender a trabalhar com elas já que permitiam obter soluções corretas para de terminados problemas.

Tal foi a atitude dos matemáticos durante os séculos que se seguiram e, enquanto o cálculo com os números complexos foi se desenvolvendo gradativamente, foram fre- quentes as manifestações da desconfiança que eles produziam.

O próprio Euler, que fizera numerosas aplicações desta noção, escrevia na sua "*Álgebra*" publicada em 1770:

"destes números só podemos afirmar que não são nem zero, nem maiores que zero, nem menores que zero, o que necessariamente os faz imaginários ou impossíveis".

Algumas tentativas de legitimação foram feitas, procurando-se uma representação gráfica para os números complexos. Já em 1685 Wallis escreveu na sua "*Álgebra*": *os números complexos não são mais absurdos que os negativos e, assim com estes últimos podem-se representar numa reta, deve ser possível representar os complexos num plano.*

Encontram-se atitudes semelhantes em diversos autores: em 1797, Wessel, um matemático norueguês, apresentou à Academia de Ciências da Dinamarca uma nota sobre esta interpretação e em 1806 Robert Argand publicou um trabalho semelhante.

Em 1797, na sua tese de doutoramento, Karl F. Gauss tinha demonstrado o chamado teorema fundamental da álgebra, que afirma que toda equação polinomial admite pelo menos uma raiz complexa. Em 1831 Gauss, cuja fama já era indiscutível no mundo matemático da época, publicou também uma interpretação geométrica dos números complexos onde se representavam estes como pontos de um plano e se dava ainda um significado geométrico às operações. A esse respeito escrevia: *o autor tem considerado há vários anos esta parte importante da matemática sob um ponto de vista diferente, que permite conferir às quantidades imaginárias, como às negativas, uma existência objetiva.*

A breve história dos números complexos que acabamos de referir mostra que a concepção da matemática antes do século XIX era bem diferente da atual. A matemática então era fundamentalmente uma tentativa para compreender o mundo exterior, uma linguagem para responder a problemas suscitados pelo universo físico. É bem verdade que esta ciência também era vista como uma construção digna de estudo em si mesma e se falava naturalmente em "matemática pura"; porém notamos que existia ainda a preocupação com a "realidade" dos objetos estudados. Assim, não se podia conceber os complexos como entidades com existência própria, mas era perfeitamente razoável tentar justificá-los exibindo um modelo geométrico.

Algo semelhante acontece com a sua estrutura interna. A ciência não esperou para fundar logicamente o conceito de número real antes de se lançar à pesquisa dos números complexos e ainda não havia compreendido estes com clareza quando já os aplicava na resolução de diversos problemas.

Nos textos em geral existe a tendência de apresentar a matéria em forma sistemática, preferindo-se uma exposição lógica à consideração da evolução histórica da mesma. Isto cria frequentemente uma falsa impressão: a matemática aparece como uma estrutura impecável, baseada na razão pura e construída passo a passo desde seus fundamentos. A história nos revela uma realidade bem diferente; os progressos desta ciência se realizaram em forma desordenada e a intuição, talvez mais do que a razão, desempenhou um papel fundamental.

Em todo caso, no começo do século passado a ciência se encontra com uma série de técnicas já desenvolvidas mas ainda não fundamentadas e muitos dos matemáticos da época têm dúvidas quanto à possível validade de alguns dos métodos empregados.

os primeiros passos

André Lichnerowicz assinalou alguma vez que uma das características fundamentais da matemática é repensar periódicamente seus próprios conteúdos e que nisto radica uma das fontes do seu progresso. O processo da gênese da álgebra abstrata foi, precisamente, dessa natureza.

Numa tentativa para esclarecer os fundamentos da álgebra, o matemático inglês George Peacock publicou em 1830 seu *Treatise on Algebra*, onde tenta dar a esta uma estrutura lógica comparável à dada à geometria nos *Elementos* de Euclides. Esta obra, que fora ampliada a dois volumes até 1845, marca o início do pensamento axiomático em álgebra.

Durante o surgimento dos números complexos tinha aparecido como uma circunstância que poderíamos qualificar de "experimental", o fato de que as propriedades das operações são as mesmas quando se trabalha com os diversos tipos de números. Assim por exemplo, sempre vale a propriedade comutativa da adição, isto é, $a + b = b + a$ quando a e b representam números naturais, inteiros, racionais, reais ou complexos. Consequentemente, no primeiro volume, Peacock tenta exibir as leis fundamentais da aritmética, trabalhando apenas com números, dando aos símbolos + e - o seu significado ordinário. No segundo volume, desenvolver uma "álgebra simbólica" e as mesmas regras são aplicadas a símbolos sem conteúdo específico.

Augusto de Morgan na sua *Trigonometry and Algebra* de 1830 assume o mesmo ponto de vista, deixando os símbolos sem significação pré-estabelecida e assim por exemplo letras como A, B poderiam representar virtudes ou vícios e os símbolos + e - recompensas ou castigos.

Ele próprio descreve a situação de um ponto de vista muito próximo às idéias modernas : *com uma única exceção, nenhuma palavra ou sinal em aritmética tem um átomo de significado em todo este capítulo, cujo assunto são símbolos e suas leis de combinação, dando uma álgebra simbólica que pode tornar-se a gramática de cem álgebras diferentes e significativas.* (a exceção a que ele se refere é o símbolo =).

Pelo que parece, Peacock foi o primeiro a perceber que um cálculo formal poderia ser feito sem considerar a natureza dos entes com os quais se trabalha, emboraele pensasse em aplicá-lo apenas a números ou magnitudes geométricas. De Morgan por sua vez, percebeu a total independência do significado dos símbolos. Porém ambos aceitaram como indiscutíveis as propriedades das operações tal como lhes eram sugeridas pela experiência e não chegaram a perceber que também estas poderiam não ser um dado apriorístico.

Este passo decisivo será consequência da obra de um notável matemático irlandês: sir William Rowan Hamilton.

Ele nasceu na Irlanda em 1805 e desde pequeno deu mostras de excepcional talento. Sua educação foi orientada durante os primeiros anos de sua vida por um tio que era linguista; assim, aos três anos lia perfeitamente o inglês e tinha grandes conhecimentos de aritmética; aos quatro aprendeu geografia e aos cinco anos podia ler grego, latim e hebráico. Até os 10 anos de idade aprendeu italiano, francês, árabe, sânscrito, persa, caldeu e várias outras linguas orientais. Aos 12 anos, um encontro com um menino americano que tinha uma habilidade excepcional para os cálculos mentais despertou o interesse do jovem Hamilton pela matemática e assim estudou a "*Álgebra Universalis*" de Newton, aprendeu cálculo diferencial de textos franceses e antes dos 17 anos estudou a monumental *Mecanique Céleste* de - Laplace. Neste último trabalho ele detectou um erro que comunicou ao Astrônomo Real da Irlanda junto com a necessária correção. Não iremos nos deter aqui enumerando a vasta produção científica de Hamilton em astronomia, física e matemática; queremos apenas ressaltar que sua fama já estava- solidamente estabelecida quando da sua revolucionária desco berta dos quatérnios. Provavelmente o renome do seu descobridor diminuiu sensivelmente a desconfiança que poderiam suscitar.

Em 1833, com a idade de 28 anos, Hamilton apresentou à Academia Real da Irlanda um trabalho de 129 páginas onde comunicou a teoria dos pares algébricos, isto é, a apresentação dos números complexos usando pares ordenados de números reais tal como é feita em nossos dias.

Hamilton percebia claramente que seus pares ordenados podiam ser representados como vetores do plano e isso o levou à natural tentativa de generalização: deu uma álgebra para ternas de números reais, que corresponderia a trabalhar com vetores do espaço tridimensional. Ocupou-se desta questão durante dez anos consecutivos sem ter sucesso, o que não é de surpreender, já que hoje é possível demonstrar que uma tal álgebra não existe. Porém, este longo período de concentração sobre o problema não seria infrutífero; ele percebeu que as dificuldades desapareceriam se usasse quádruplas, e um dia, enquanto passeava com a esposa ao longo do Royal Canal descobriu subitamente qual deveria ser a regra de multiplicação de quádruplas que vinha procurando insistentemente. Imediatamente gravou a fórmula fundamental com um canivete numa ponte e já no mesmo dia anunciou à

Royal Irish Academy que iria ler um artigo sobre quatérnios na seção seguinte.

Embora a idéia fosse súbita e Hamilton fosse capaz de elaborar muito rapidamente a teoria, ela foi consequência de um período de árduo trabalho. Por depoimentos de seu filho, sabe-se que ele passava horas a fio no seu escritório, negando-se a comer a menos que levassem a comida na sua mesa de trabalho. Nas manhãs, na hora do café, era frequente a sua família perguntar: "então, já teve sucesso em multiplicar quatérnios?".

O que os quatérnios têm de mais extraordinário é serem o primeiro sistema algébrico conhecido onde o produto não é comutativo, isto é, onde a ordem dos fatores altera o produto.

Hamilton dedicou o resto da sua vida a desenvolver a teoria dos quatérnios que ele considerava tão importante quanto a descoberta do cálculo devida a Newton. Em 1853 publicou sua *Lectures on Quaternions* e em 1866 se editou em forma póstuma um trabalho em dois volumes: *Elements of Quaternions*.

Durante este período da sua vida desenvolveu aplicações dos quatérnios à geometria, mecânica e física matemática. Foi então que introduziu termos como vetor, escalar , tensor, versor, etc que são tão familiares ao estudante de matemática de nossos dias.

Os quatérnios não vieram a ocupar na física o lugar que seu autor sonhava; porém, foi através de uma simplificação de seus métodos que Willard Gibbs desenvolveu a análise vetorial que, esta sim, viria a encontrar grande aplicação na física matemática.

No entanto o grande valor da teoria está na descoberta da liberdade que a matemática tem para construir suas álgebras. Resultou assim evidente que não existem as restrições impostas pelas "*leis fundamentais*" sugeridas pelos sistemas até então conhecidos e que pareciam solidamente estabelecidos.

O impacto desta descoberta no mundo matemático foi enorme e muitos autores se dedicaram à procura de novas álgebras não comutativas. Entre estes merece ser destacado Arthur Cayley (1821-1895) que, inspirado pelas idéias sobre determinantes que vinham sendo desenvolvidas desde um século antes, ao estudar a teoria das transformações definiu e iniciou o estudo da álgebra das matrizes. A sua intensa atividade científica na teoria dos invariantes foi compartilhada com outro brilhante matemático, seu amigo James Joseph Sylvester (1814-1897).

A vida de ambos seria em certo sentido paralela : ambos foram estudantes brilhantes, porém Sylvester não pode obter um grau por ser de origem judaica e Cayley deixou uma posição acadêmica no Trinity College de Cambridge porque esta exigia que tomasse ordens religiosas. Desencantados por diversos motivos da atividade acadêmica ambos se dedicaram independentemente às leis eaos snegócios e foi no exercício dessa profissão que se conheceram e passaram a trabalhar juntos no seu verdadeiro interesse comum: os invariantes algébricos. Provavelmente devido a estes fatos é que são conhecidos na literatura especializada como os "gêmeos invariantes".

No ano seguinte à descoberta dos quatérnios por Hamilton, Hermann Grassman (1809-1877) publicou na Alemanha idéias muito semelhantes. Porém, seu livro continha também interpretações místicas e a exposição era talvez abstrata demais para a mentalidade prática da época e tudo isso fez com que o trabalho demorasse demais em ser compreendido. Embora não nos ocupemos aqui de sua obra, é justo destacar que sua geometria de n dimensões e seus hipernúmeros guiaram os matemáticos a várias das noções hoje correntes na álgebra linear.

A maré de publicações sobre as novas álgebras foi enorme. O matemático americano Benjamin Pierce publicou um artigo chamado *Linear Associative Algebras*, onde estas estruturas são definidas e se classificam as que eram conhecidas até então, incluindo a tabela de multiplicação de 162 álgebras diferentes. O trabalho começa de forma inusual, explicitando uma nova conceituação da matemática. A esse respepito, Charles Sanders Pierce - talvez mais conhecido pelos filósofos que pelos matemáticos - disse mais tarde: *Benjamin Pierce, cujo filho me prezo de ser, foi o primeiro a definir a matemática, em 1870, como "a ciência que obtém conclusões necessárias". A definição era coisa insólita naquela época, mas hoje os estudiosos da matéria reconhecem, em geral, a substancial correção da fórmula.*

Tal como dissemos na primeira parte deste artigo, a evolução da álgebra durante o século XIX tinha feito bem mais do que atingir novos progressos técnicos ou, ainda, mudar o ponto de vista no tratamento de alguns problemas: contribuiu largamente para modificar a concepção da matemática como ciência em si mesma.

A esse respeito, não se pode deixar de citar a obra de outro notável matemático inglês, George Boole (1815-1864), que criou uma outra forma de álgebra. Amigo de De Morgan, conhecia sua *Formal Logic* e se interessou desde ce do pela matemática e a lógica. Publicou em 1847 uma obra curta chamada *The mathematical Analysis of Logic* que ampliou, em 1854, ao livro *Investigations on the Laws of Thought*. Esta obra viria a ser um clássico na história da matemática pois, ampliando as idéias anteriores, estabelecia ao mesmo tempo a lógica formal e uma nova álgebra. Bertrand Russel acreditava que a maior descoberta do século XIX era precisamente, a descoberta da natureza da matemática pura e disse alguma vez: *a matemática pura foi descoberta por George Boole num livro que ele chamou "as leis do pensamento"*.

A álgebra de Boole é hoje a álgebra dos conjuntos e certamente encontra muitas aplicações nos campos mais diversos: probabilidades, teoria da informação, análise, problemas de seguros, etc.

Mais uma vez, a adoção de um ponto de vista o mais abstrato possível trouxe como consequência uma ampliação no campo de aplicabilidade da nova matemática.

a teoria de equações

Já mencionamos antes que a descoberta dos números complexos resultou do estudo de certas equações. As questões que esta teoria levantou levaram também à descoberta de outros conceitos que são fundamentais na álgebra abstrata.

O leitor deve recordar que a fórmula que permite determinar as raízes de uma equação do segundo grau envolve apenas somas, produtos e raízes quadradas. Durante o século XVI, os matemáticos italianos descobriram fórmulas análogas para resolver as equações de terceiro e quarto grau, usando também radicais.

Durante muito tempo os matemáticos procuraram uma fórmula semelhante para equações de grau superior sem nenhum sucesso. Os primeiros passos na direção correta se devem ao matemático francês Joseph Louis Lagrange (1736-1813) que, estudando sistematicamente as fórmulas já conhecidas, foi levado a considerar permutações entre as raízes. Lagrange não resolveu o problema mas sua obra teve o mérito indiscutido de assinalar a direção correta, preparando o caminho para os seus sucessores.

Paolo Ruffini (1765-1822), discípulo de Lagrange, tentou provar que a equação geral de grau superior ao quarto não é resolúvel por radicais mas seus esforços não foram conclusivos, embora em princípio, ele acreditasse ter tido êxito.

A primeira demonstração rigorosa da impossibilidade de resolver a equação de quinto grau usando radicais é devida a um dos mais brilhantes matemáticos, Niels Henrik Abel (1802-1829), que a descobriu quando contava apenas dezenove anos.

Depois deste resultado, que é até hoje um dos mais célebres na matemática, Abel tentou se fazer conhecer e obter uma posição acadêmica que lhe permitisse sustentar a sua família enquanto continuava seu trabalho. Decidiu visitar vários matemáticos famosos em Paris, mas não teve êxito. Numa carta a um amigo escreveu: *Todo principiante tem muita dificuldade em se fazer notar aqui. Acabei um extenso tratado sobre certas classes de funções transcendentes... mas M. Cauchy não se dignou a olhá-lo.*

Abel morreu de tuberculose, na maior pobreza, ainda tentando obter uma posição. Sua nomeação para uma cátedra na Universidade de Berlim foi decidida dois dias depois de sua morte.

Dentre as idéias sugeridas pela teoria de equações provavelmente a mais importante e a que achou um campo de aplicação mais amplo foi a noção de grupo.

Não se pode dizer que exista um descobridor desta noção mas, sem dúvida nenhuma, a figura que mais se destaca neste contexto é a do genial matemático francês Evariste Galois (1811-1832).

Inspirado pelos trabalhos de Abel sobre a não resolubilidade por radicais da equação quíntica, Galois procurou um critério que permitisse decidir se uma dada equação era ou não resolúvel usando radicais. Seu estudo o levou à noção de grupo, embora ele trabalhasse no caso particular dos grupos de permutações; várias das noções fundamentais, tais como o conceito de subgrupo normal, grupo quociente e grupo solúvel lhe são devidas. Ainda, noções tão importantes como a idéia de corpo (que Galois chamava de domínio de racionalidade) e corpo finito, assim como contribuições à teoria dos números, se encontram na sua obra.

A vida de Galois foi particularmente trágica. Quando ainda estava na escola secundária estudou a obra de mestres tais como Legendre, Lagrange e Abel, mas sua falta de preparo sistemático o levou a fracassar no exame de ingresso à École Polytechnique e teve de se contentar com ingressar na École Normale a fim de se preparar para ensinar.

Neste período, quando tinha 17 anos, apresentou suas descobertas fundamentais num artigo que entregou a Cauchy e este não somente não lhes deu a devida atenção co mo fizera antes com Abel, mas perdeu o trabalho. Em 1830 fêz uma nova tentativa, apresentando um trabalho para concorrer ao prêmio de matemática da Academie mas Fourier, que era o secretário, levou a memória para casa e morreu pouco tempo depois, perdendo-se assim também este trabalho.

Sendo um jovem apaixonado acabou sendo expulso da École Normale por motivos políticos e em 1831 se envolveu num duelo que foi preparado pelos seus adversários. Na noite anterior, Galois passou as horas rascunhando uma carta a um amigo, deixando notas sobre suas descobertas. A carta é de fato um documento dramático em que transparecem a certeza de uma morte próxima e a perspectiva de que seu trabalho permaneça para sempre ignorado: havia um pedido a Gauss ou a Jacobi para que se pronunciassem sobre a importância dos temas tratados nas suas memórias, com a esperança de que assim alguém se dispusesse a decifrar seu conteúdo.

A obra de Galois foi finalmente reconhecida e interpretada por Liouville, que a publicou no seu "*journal*" em 1846.

Além da importância óbvia de ter introduzido noções hoje centrais na álgebra abstrata, atribui-se ainda ao trabalho de Galois ter iniciado o caminho que levaria mais tarde Dedekind, Kroneker e Kummer a desenvolver a teoria dos números algébricos.

Muitas foram as contribuições posteriores a este processo de elaboração de álgebra abstrata, que continua ainda em evolução. Diremos apenas para finalizar que esta etapa da gênese foi coroada, em 1930, pela publicação do famoso tratado de B.L. Van der Waerden, que reuniu pela primeira vez estes resultados numa exposição de conjunto, e que é até hoje, obra de referência clássica.

César Polcino Milies
Instituto de Matemática e Estatística
Universidade de São Paulo