Nº 85

Nebuleuses infinitesimelement fibrées

Odilon Otávio Luciano

Julho de 1985

"UMA CARACTERIZAÇÃO DOS FUNTORES INFINITESIMAIS DE A. WEIL"

Odilon Otavio Luciano

Classificação AMS(1980) 18F99, 58A05

A. Morimoto formulou em [1] uma conjectura a propósito dos funtores de A-pontos próximos sobre variedades diferenciáveis, no sentido de A. Weil [2], A sendo uma álgebra local: "que todo funtor covariante entre variedades que satisfaz as propriedades (1)∿(7) deve ser, ou estar próximo, do funtor de A-pontos próximos, A sendo uma álgebra local". Este autor precisa a conjectura definindo em primeiro lugar uma categoria, NI, cujos objetos são as seqüências $Id \xrightarrow{i} T \xrightarrow{\pi} Id$ tal que T é um endófuntor covariante da categoria das variedades e aplicações C^{∞}, que *preserva produtos*, i e π são transformações naturais entre T e o funtor identidade Id, e satisfazem aos axiomas seguintes: NI-1 — Se M é uma variedade e $M \xrightarrow{f} \mathbb{R}$ é constante então T(f) é constante: NI-2 — Se U é um aberto não vazio de uma variedade M e $U \xrightarrow{\nu} M$ é a inclusão então $T(U) \xrightarrow{T(\nu)} T(M)$ é um difeomorfismo sobre $\pi_M^{-1}(U)$; os morfismos de $Id \xrightarrow{i} T \xrightarrow{\pi} Id$ para $Id \xrightarrow{j} S \xrightarrow{\rho} Id$ são as *transformações naturais* $T \xrightarrow{\Lambda} S$ tais que $\Lambda o i = j$ e $\rho o \Lambda = \pi$. Em segundo lugar temos um funtor T: Alc $\to$ NI, a partir de [2], onde Alc é a categoria das álgebras locais e morfismos, que codifica os funtores de Weil dentro do nosso contexto. Em terceiro lugar definimos um funtor A:NI→Alc que associa a cada objeto $\tau = (Id \xrightarrow{i} T \xrightarrow{\pi} Id)$ de NI uma álgebra local $A(\tau) = T(\mathbb{R})$ obtida a partir de T e das operações aditiva e multiplicativa $\mathbb{R} \times \mathbb{R} \xrightarrow[m]{s} \mathbb{R}$, e a cada morfismo $\tau = (Id \xrightarrow{i} T \xrightarrow{\pi} Id) \xrightarrow{\Lambda} \sigma = (Id \xrightarrow{j} S \xrightarrow{\rho} Id)$ um morfismo de álgebras $A(\tau) \xrightarrow{\Lambda_{\mathbb{R}}} A(\sigma)$. A resposta afirmativa à conjectura de Morimoto é obtida do:

Teorema: (T, A) é uma equivalência entre as categorias N I e Alc.

REFERÊNCIAS:

[1] Morimoto, A. - Prolongations of geometric structures. Mathematical Institute, Nagoya University, Chikusa-Ku, Nagoya, Japan, 1969.

[2] Weil, A. - Théorie des points proches sur les variétés differentielles. Colloque de Topologie et Géométrie Differentielle, Strasbourg, 1953, 111-117.

Institute de Matemática e Estatística
Universidade de São Paulo
Caixa Postal 20570 (Agência Iguatemi)
01498 - SÃO PAULO - SP - BRASIL

NEBULEUSES INFINITESIMELEMENT FIBRÉES

"Une caracterisation des Foncteurs Infinitesimaux de Weil"

Odilon Otávio Luciano

L'auteur propose une réponse a la conjecture formulée por A. Morimoto dan [1] à propos des *foncteurs de A-points infiniment proches sur les variétés différentielles*, dans le sens de A. Weil [2], A étant une *algèbre locale*. Cette réponse est obtenue (Théorème 3) comme une *équivalence* (T, A) *entr catégories*, et nous en deduisons le *Théorème de Transitivité des Prolongements* de Weil [2].

Classification AMS(1980) 18F99, 58A05

<u>Definition 1</u> - Alc dénote la catégorie qui a pour classe d'objets les algèbres commutatives réeles A de dimension finie, avec unité, et ayant un idéa maximal unique I tel que $A = \mathbb{R}.1 \oplus I$ et pour morphismes $A \xrightarrow{\lambda} B$ les morphisme d'algèbres tels que $\lambda(s.1_A) = s.1_B$ pour tout $s \in \mathbb{R}$, avec le composition usue d'applications.

Les objets A de Alc sont appelés *algèbres locales* et I *l'idéal infinitésimal* de A.

On vérifie aisément que, pour tout algèbre locale A, l'idéal I satisfait : $I^{k+1} = 0$ pour un certain entier $k \geq 0$, d'où le qualificatif "infinitésimal".

On remarquera que $\mathbb{R}$ est *objet zéro* pour la catégorie Alc et que sont idéal infinitésimal est nul.

<u>Definition 2</u> - NI dénote la catégorie dont les objets sont les suites $Id \xrightarrow{i} T \xrightarrow{\pi} Id$ où T est un *endofoncteur covariant* de la catégorie des variét différentielles et applications différentiables[1)] *qui preserve produits*, et i et π sont des *transformations naturelles* entre le foncteur T et le *foncteur identité* <u>Id</u> telles que $\pi \circ i = 1_{Id} : Id \longrightarrow Id$, satisfaisant aux axiome:

NI-1 : Si M est une variété et $M \xrightarrow{f} \mathbb{R}$ est constant, alors $T(M) \xrightarrow{T(f)} T(\mathbb{R})$ est constant.

NI-2: Si $U \xrightarrow{\nu} M$ est l'inclusion d'un ouvert U non vide de la variete M dans M alors $T(U) \xrightarrow{T(\nu)} T(M)$ est un *difféomorphisme* sur $\pi_M^{-1}(U)$.

Les morphismes entre les objets $Id \xrightarrow{i} T \xrightarrow{\pi} Id$ et $Id \xrightarrow{j} S \xrightarrow{\rho} Id$ sont les *transformations naturelles* $T \xrightarrow{\Lambda} S$ qui rendent commutatif le diagramme

$$\begin{tikzcd} & Id \arrow[dl, "i"'] \arrow[dr, "j"] & \\ T \arrow[rr, "\Lambda"] \arrow[dr, "\pi"'] & & S \arrow[dl, "\rho"] \\ & Id & \end{tikzcd}$$

avec le loi usuel de composition des transformations naturelles. Les objets de NI seront nommés *nebuleuses infinitésimalement fibrées*.

On remarquera que $Id \xrightarrow{1} Id \xrightarrow{1} Id$ est *objet zéro* pour la catégorie NI.

A. Weil a introduit dans [2] la notion d' "A-point proche sur une varieté" Dans nôtre contexte, cette notion se traduite comme suite:

---

1) Toutes les variétes sont de Hausdorff, avec base dénombrable. Variétés et applications sont C^∞.

A tout objet A de Alc se trouve associé un *endofoncteur covariant* T_A de la catégorie des variétés et applications différentiables qui *préserve produits*, et à tout morphisme $A \xrightarrow{\lambda} B$ de Alc se trouve associé une *transformation naturelle* $T_A \xrightarrow{T\lambda} T_B$; T_A e T_λ sont ainsi définis:

Si M et N sont des variétés et $M \xrightarrow{f} N$ une application de classe C^∞, on pose: $T_A(M)=\hom_{\mathbb{R}}(C^\infty(M),A)$ (ensemble des morphismes sur $\mathbb{R}$ d'algèbres reéles, muni de la structure differentielle canonique [2]). $T_A(N)$ est défini de la même façon et $T_A(M) \xrightarrow{T(f)} T_A(N)$ est donnée par

$T_A(f)(\eta)(g) = \eta(g \circ f)$ pour tout $\eta \in T_A(M)$ et $g \in C^\infty(N)$.

Quant à T_λ elle est donnée par

$(T_\lambda)_M(\eta) = \lambda \circ \eta$ pour tout $\eta \in T_A(M)$.

On a alors: $T_{\mu\circ\lambda} = T_\mu \circ T_\lambda$, si $A \xrightarrow{\lambda} B \xrightarrow{\mu} C$ sont morphismes de Alc, et $T_{1_A} = 1_{T_A}$. En particulier, on a la suite $T_{\mathbb{R}} \xrightarrow{T_i} T_A \xrightarrow{T_\pi} T_{\mathbb{R}}$ avec $T_\pi \circ T_i = 1_{T_{\mathbb{R}}}$, où $\mathbb{R} \xrightarrow{i} A$ et $A \xrightarrow{\pi} \mathbb{R}$ sont respectivement l'inclusion et la projection relatives à la décomposition $A = \mathbb{R}.1 \oplus I$. On a en outre la

<u>Proposition 1</u> - Il existe une *équivalence naturelle* canonique $Id \xrightarrow{\alpha} T_{\mathbb{R}}$.

<u>Demonstration</u>: Si M est une variété, soit $M \xrightarrow{\alpha_M} T_{\mathbb{R}}(M)$, $\alpha_M: x \longmapsto \bar{x}$ où $\bar{x}$ est donnée par $g \in C^\infty(M) \to g(x) \in \mathbb{R}$.

Alors en remplaçant T_i et T_π par $T_i \circ \alpha$ et $\alpha^{-1} \circ T_\pi$ sans changer les notations, on a encore $T_\pi \circ T_i = 1_{Id}$. Par ailleurs, $Id \xrightarrow{T_i} T_A \xrightarrow{T_\pi} Id$ satisfait aux axiomes NI-1 e NI-2 pour tout A de Alc. On obtient donc la

<u>Proposition 2</u> - T: Alc $\to$ NI défini par

$T(A) = (Id \xrightarrow{T_i} T_A \xrightarrow{T_\pi} Id)$ et $T(A \xrightarrow{\lambda} B) = (T_A \xrightarrow{T_\lambda} T_B)$ est un foncteur.

<u>Definition 3</u> - T est le *foncteur infinitésimal de Weil*.

Soient $Id \xrightarrow{i} T \xrightarrow{\pi} Id$ un objet de NI et $\mathbb{R}\times\mathbb{R} \xrightarrow[m]{s} \mathbb{R}$ l'addition et la multiplication dans $\mathbb{R}$. En appliquant T et le *difféomorphisme canonique* $T(\mathbb{R}\times\mathbb{R}) \to T(\mathbb{R})\times T(\mathbb{R})$, on obtient deux applications de classe C^∞: $T(\mathbb{R})\times T(\mathbb{R}) \longrightarrow T(\mathbb{R})$ que l'on notera encore $T(s)$ et $T(m)$.

<u>Theoréme 1</u> - $T(\mathbb{R})$, muni des operations $T(s)$ e $T(m)$, est un anneau commutatif avec unité, tel que $\mathbb{R} \xrightarrow{i_{\mathbb{R}}} T(\mathbb{R}) \xrightarrow{\pi_{\mathbb{R}}} \mathbb{R}$ sont des morphismes d'anneaux avec unité. De plus $I_T = \mathrm{Ker}(\pi_{\mathbb{R}})$ est *l'unique idéal maximal* de $T(\mathbb{R}) = \mathbb{R}.1 \oplus I_T$. Enfin $T(\mathbb{R})$ est de dimension finie sur $\mathbb{R}$ et, muni de cette structure est un objet de Alc.

<u>Demonstration</u>: La première partie découle de la fonctorialité de T, du fait qui i e π sont des transformations naturelles, et de l'axiome NI-1. Soit $\mathbb{R}^* = \mathbb{R}\setminus\{0\}$ et $\mathbb{R}^* \xrightarrow{\nu} \mathbb{R}^*$ l'inversion $x \longmapsto x^{-1}$. Alors $m(id_{\mathbb{R}^*},\nu) \equiv 1$ et, des axiomes NI-1 et NI-2 il en découle que tout élément de $T(\mathbb{R})\setminus I_T = T(\mathbb{R}) \setminus \pi_{\mathbb{R}}^{-1}(0) =$

$= \pi_{\mathbb{R}}^{-1}(\mathbb{R}^*) \cong T(\mathbb{R}^*)$ est inversible. On conclut que I_T est l'unique idéal maximal de $T(\mathbb{R})$. On a besoin, pour conclure, du

Lemme 1 - Soit E une variété munie d'une structure d'espace vectoriel réel par les operations $C^\infty\mathbb{R}\times E \xrightarrow{\mu} E$ et $E\times E \xrightarrow{\sigma} E$. Alors l'application $E \xrightarrow{\delta} T_oE$ 1) donnée par $e \to \dot{\gamma}_e(0)$ (où $\gamma_e(t)=\mu(t,e)$) est un *difféomorphisme* entre les variétés E et T_oE 2) et une *isomorphisme linéaire* entre les espaces vectoriels réels E e T_oE.

Demonstration: Le lemme est une conséquence immediate de la théorie élémentaire des variétés et des groupes de Lie.

Théorème 2 - Λ: NI $\to$ Alc, défini par $\Lambda(Id \xrightarrow{i} T \xrightarrow{\pi} Id) = T(\mathbb{R})$ (muni de la structure donnée par le Théoreme 1 et $\Lambda(T \xrightarrow{\Lambda} S) = (T(\mathbb{R}) \xrightarrow{\Lambda_{\mathbb{R}}} S(\mathbb{R}))$ est un foncteur.

La demonstration est immediate.

Pour simplifier l'écriture, on notera $T(\mathbb{R}) = \Lambda(T)$, ent omettant les références à i et a π. Cette simplification si trouvera pleinement justifié.

Lemme 2 - Soient E une variété, munie d'une structure d'espace vectoriel réel par les applications $C^\infty\mathbb{R}\times E \xrightarrow{\mu} E$ et $E\times E \xrightarrow{\sigma} E$, et $(Id \xrightarrow{i} T \xrightarrow{\pi} Id)$ un objet de NI. A l'aide des diffeomorphismes canoniques $\Lambda(T)\times T(E) \to T(\mathbb{R}\times E)$ et $T(E)\times T(E) \to T(E\times E)$, $T(E)$ se trouve muni d'une structure de *module sur* $\Lambda(T)$. En outre l'application $T(E) \longrightarrow \Lambda(T) \otimes E$, $z \longmapsto \sum_{\ell\in L} T(\phi_\ell)(z) \otimes e_\ell$ ($\{e_\ell | \ell \in L\}$ et $\{\phi_\ell | \ell \in L\}$ étant des bases duelles de E et E* est un *difféomorphisme* 3) et un *isomorphisme de modules sur* $\Lambda(T)$. Si E est, de plus, muni d'une structure *d'algèbre* par μ, σ et une multiplication $E\times E \xrightarrow{\nu} E$ alors $T(E)$ se trouve d'une structure *d'algèbre*, la multiplication se deduisant de $T(\nu)$. Dans ce cas, le isomorphisme de modules ci-dessus est un *isomorphisme d'algèbres*; des plus, il est independent des bases choisis.

Demonstration: Immédiate

Théorème 3 - (T,Λ) est une *équivalence* entre les catégories Alc e NI.

Demonstration: Definissons d'abord une *équivalence naturelle* $\Lambda\circ T \xrightarrow{\omega} 1_{Alc}$ par $\Lambda(T(A)) \xrightarrow{\omega_A} A$, $\eta \to \eta(id_{\mathbb{R}})$ pour tout objet A de Alc. Puis on définit une *équivalence naturelle* $1_{NI} \xrightarrow{\Xi} T\circ\Lambda$ par $\tau = (Id \xrightarrow{i} T \xrightarrow{\pi} Id) \xrightarrow{\Xi_\tau} T(\Lambda(\tau))$ pour tout objet $Id \xrightarrow{i} T \xrightarrow{\pi} Id$ de NI, où, pour toute variété M on a $T(M) \xrightarrow{(\Xi_\tau)_M} T_{\Lambda(\tau)}(M)$, $z \mapsto \hat{z}(g \in C^\infty(M) \to T(g)(z))$. On vérifie aisément, à partir des axiomes NI-1 e NI-2, que $(\Xi_\tau)_M$ est un *difféomorphisme* et que Ξ_τ est un *isomorphisme* entre $Id \xrightarrow{i} T \xrightarrow{\pi} Id$ et $Id \xrightarrow{T_{i_{\mathbb{R}}}} T_{\Lambda(t)} \xrightarrow{T_{\pi_{\mathbb{R}}}} Id$ dans NI. Ξ est donc une *équivalence*

1) T_oE = espace tangent à E en O

2) T_oE muni de la structure de variété induite par la structure d'espace vectoriel de dimension finie sur $\mathbb{R}$.

3) $\Lambda(T)\otimes E$ est muni de la structure de variété induite par la structure d'espace vectoriel réel de dimension finie.

naturelle et (T, A) est donc une équivalence entre Alc et NI.

Nous pretendons que le Théorème ci-dessus fournit un contexte adequat à la formulation de la conjecture de A. Morimoto et y répond par la affirmative. Morimoto, dans l' "abstract" de [1], conjecture "que tout foncteur covariant entre variétés qui satisfait aux propriétés (1)-(7) doit être(ou etre proche du) foncteur de A-points proches, A étant une algèbre locale convenablement choisie". Dans nôtre contexte l'algèbre locale associée à $Id \xrightarrow{i} T \xrightarrow{\pi} Id$, $A(T)$, est décrite par le Théorème 1, et le Théorème 3 affirme entre autres choses que $\tau=(Id \xrightarrow{i} T \xrightarrow{\pi} Id)$ et $Id \xrightarrow{T_{i_R}} T_{A(T)} \xrightarrow{T_{\pi_R}} Id$ sont *isomorphes par* Ξ_τ *dans* NI; en particulier T et $T_{A(T)}$ sont *naturellement équivalents.*

La conjecture n'exige du foncteur T que de fournir, pour chaque variété M, une variété $T(M)$, fibrée sur M, satisfaisant les propriétés (1)-(7) énoncées dans l' "abstract" de [1]. Dans nôtre contexte, ceci a lieu grâce a π, qui étant une *transformation naturelle*, spécifie les relations entre $T(M)\xrightarrow{T(f)} T(N)$ et les *projections* $T(M) \xrightarrow{\pi_M} M$, $T(N)\xrightarrow{\pi_N} N$ *pour tout morphisme* $M\xrightarrow{f} N$ entre variétés. Para ailleurs, rappelons que nous nous interessons au problème des "*prolongements*" des variétés: nous devons *inclure* M dans $T(M)$, comme *section* de la projection $T(M) \xrightarrow{\pi_M} M$. Ceci a lieu grâce à i qui, étant une *transformation naturelle*, spécifie le rapport qui existe entre les prolongements $M \xrightarrow{i_M} T(M)$, $N \xrightarrow{i_N} T(N)$, et les "prolongements" $T(M)\xrightarrow{T(f)} T(N)$ des morphismes $M\xrightarrow{f} N$ entre variétés. Ce sont exactement ces rapports qui justifient le nom de "prolongement" donnée à $T(f)$.

On remarquera aussi qu'à priori π_M *n'est pas une fibration*, mais seulemente une *submersion locale* au long de l'image de $M\xrightarrow{i_M} T(M)$, d'où le nom "nebuleuses". Mais il est clair que, à posteriori, par le Théorème3, on obtient bien π_M comme *fibration localement triviale;* cette Théorème justifie aussi le qualificatif "infinitésimal".

Finalement, remarquons que, si $\tau_1=(Id \xrightarrow{i} T \xrightarrow{\pi} Id)$ et $\tau_2=(Id \xrightarrow{j} T \xrightarrow{\rho} Id)$ sont deux objets de NI (pour le même T) alors $i=j$ et $\pi=\rho$. En effet, la structure d'anneau de $A(\tau_1)= A(\tau_2)=T(\mathbb{R})$ est déterminée par T (et par les operations $\mathbb{R}\,\mathbb{R}\xrightarrow[m]{s}\mathbb{R}$). $i_{\mathbb{R}}$, $j_{\mathbb{R}}$, $\pi_{\mathbb{R}}$ et $\rho_{\mathbb{R}}$ étant à la fois des morphismes d'anneaux avec unité et des morphismes de varietés (et en particulier des applications continues), il s'ensuit que $i_{\mathbb{R}}=j_{\mathbb{R}}$. L'égalité de $\pi_{\mathbb{R}}$ et $\rho_{\mathbb{R}}$ découle de la structure d'algèbre locale de $T(\mathbb{R})$ et du fait que l'idéal maximal unique I_T de $T(\mathbb{R})$ est $\operatorname{Ker}\pi_{\mathbb{R}} = \operatorname{Ker}\rho_{\mathbb{R}}$. On conclut par le Théorème 3. On peut dans la pratique concentrer notre attention sur T, en ignorant les references à $Id \xrightarrow{i} T$ et $T \xrightarrow{\pi} Id$; la simplification $A(\tau)= A(T)$ est donc permissible.

Les remarques ci-dessus justifient l'apparent modification que vous avons introduit dans les objets de la conjecture (formulée d'une façon un peu vague) et montrent que nous sommes essentielment dans la même situation, et avec hypothèses plus simples.

Definition 4 - $(Id \xrightarrow{i} S \xrightarrow{\rho} Id)*(Id \xrightarrow{i} T \xrightarrow{\pi} Id) = Id \xrightarrow{\nu} SoT \xrightarrow{\chi} Id$ pour deux objets quelconques de NI, SoT étant la composition des foncteurs S et T, et χ et ν étant définis par $\nu_M = S(i_M) o j_M$ et $\chi_M = \rho_M o S(\pi_M)$ pour tout variété M.

Si aucune confusion n'est à craindre, on dénotera $Id \xrightarrow{\nu} SoT \xrightarrow{\chi} Id$ par S*T simplement, en omettant les références à i, j, π, ρ, ν et χ. La verification que S*T est objet de NI est immédiate.

Corollaire 3-1 - (Théorème de Transitivité des Prolongements - Weil [2]). Il existe un isomorphisme canonique dans NI $S*T \xrightarrow{W} T(A(S) \otimes A(T))$.

Demonstration: $A(S*T) = S(T(R))$ et, par le Lemme 2, on a an isomorphisme d'algèbres $S(T(R) \xrightarrow{\zeta} A(S) \otimes A(T)$. Par le Théorème 3, $S*T \xrightarrow{\Xi_{S*T}} T(A(S*T))$ est un isomorphisme dans NI, et on a de même, par la Proposition 2, un isomorphisme $T(A(S*T)) \xrightarrow{T\zeta} T(A(S) \otimes A(T))$ dans NI.

On remarquera que on obtient une catégorie considerant un unique objet et ayant pour morphismes les objets de NI avec le loi de composition * donnée par la Definition 4; l'dentité de l'unique objet de cette catégorie est l'objet $Id \xrightarrow{1} Id \xrightarrow{1} Id$ de NI.

[1] Morimoto, A. - Prolongations of geometric structures. Mathematical Institute, Nagoya University, Chikusa-Ku, Nagoya, Japan, 1969.

[2] Weil, A. - Théorie des points proches sur les variétés differentielles. Colloque de Topologie et Géomètrie Differentielle, Strasbourg, 1953, 111-117.

- oOo -

Instituto de Matemática e Estatística
Universidade de São Paulo
Caixa Postal 20570 (Agência Iguatemi)
01498 - SÃO PAULO - BRASIL

TRABALHOS DO DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
TÍTULOS PUBLICADOS

80-01 PLETCH, A. Local freeness of profinite groups. 10 p.

80-02 PLETCH, A. Strong completeness in profinite groups. 8 p.

80-03 CARNIELLI, W.A. & ALCANTARA, L.P. de. Transfinite induction on ordinal configurations. 22 p.

80-04 JONES RODRIGUES, A.R. Integral representations of cyclic p-groups. 13 p.

80-05 CORRADA, M. & ALCANTARA, L.P. de. Notes on many-sorted systems. 25 p.

80-06 POLCINO MILIES, F.C. & SEHGAL, S.K. FC-elements in a group ring. 10 p.

80-07 CHEN, C.C. On the Ricci condition and minimal surfaces with constantly curved Gauss map. 10 p.

80-08 CHEN, C.C. Total curvature and topological structure of complete minimal surfaces. 21 p.

80-09 CHEN, C.C. On the image of the generalized Gauss map of a complete minimal surface in R^4. 8 p.

81-10 JONES RODRIGUES, A.R. Units of ZCp^n. 7 p.

81-11 KOTAS, J. & COSTA, N.C.A. da. Problems of model and discussive logics. 35 p.

81-12 BRITO, F.B. & GONÇALVES, D.L. Álgebras não associativas, sistemas diferenciais polinomiais homogêneos e classes características 7 p.

81-13 POLCINO MILIES, F.C. Group rings whose torsion units form a subgroup II. Iv. (não paginado)

81-14 CHEN, C.C. An elementary proof of Calabi's theorems on holomorphic curves 5 p.

81-15 COSTA, N.C.A. da & ALVES, E.H. Relations between paraconsistent logic and many-valued logic 8 p.

81-16 CASTILLA, M.S.A.C. On Przymusinski's theorem. 6 p.

81-17 CHEN, C.C. & GOES, C.C. Degenerate minimal surfaces in R^4. 21 p.

81-18 CASTILLA, M.S.A.C. Imagens inversas de algumas aplicações fechadas. 11 p.

81-19 ARAGONA VALLEJO, A.J. & EXEL FILHO, R. An infinite dimensional version of Hartogs' extension theorem. 9p.

81-20 GONÇALVES, J.Z. Groups rings with solvable unit groups. 15 p.

81-21 CARNIELLI, W.A. & ALCANTARA, L.P. de. Paraconsistent algebras. 16 p.

81-22 GONÇALVES, D.L. Nilpotent actions. 10 p.

81-23 COELHO, S.P. Group rings with units of bounded exponent over the center. 25 p.

81-24 PARMENTER, M.M. & POLCINO MILIES, F.C. A note on isomorphic group rings. 4 p.

81-25 MERKLEN GOLDSCHMIDT, H.A. Hereditary algebras with maximum spectra are of finite type. 10 p.

81-26 POLCINO MILIES, F.C. Units of group rings: a short survey. 32 p.

81-27 CHEN, C.C. & GACKSTATTER, F. Elliptic and hyperelliptic functions and complete minimal surfaces with handles. 14 p.

81-28 POLCINO MILIES, F.C. A glance at the early history of group rings. 22 p.

81-29 FERRER SANTOS, W.R. Reductive actions of algebraic groups on affine varieties. 52 p.

81-30 COSTA, N.C.A. da. The philosophical import of paraconsistent logic. 26 p.

81-31 GONÇALVES, D.L. Generalized classes of groups, spaces c-nilpotent and "the Hurewicz theorem". 30 p.

81-32 COSTA, N.C.A. da & MORTENSEN, Chris. Notes on the theory of variable binding term operators. 18 p.

81-33 MERKLEN GOLDSCHMIDT, H.A. Homogenes ℓ-hereditary algebras with maximum spectra. 32 p.

81-34 PERESI, L.A. A note on semiprime generalized alternative algebras. 10 p.

81-35 MIRAGLIA NETO, F. On the preservation of elementary equivalence and embedding by filtred powers and structures of stable continuous functions. 9 p.

81-36 FIGUEIREDO, G.V.R. Catastrophe theory: some global theory a full proof. 91 p.

82-37 COSTA, R.C.F. On the derivations of gametic algebras. 17 p.

82-38 FIGUEIREDO, G.V.R. A shorter proof of the Thom-Zeeman global theorem for catastrophes of cod ≤ 5. 7 p.

82-39 VELOSO, J.M.M. Lie equations and Lie algebras: the intrasitive case. 97 p.

82-40 GOES, C.C. Some results about minimal immersions having flat normal bundle. 37 p.

82-41 FERRER SANTOS, W.R. Cohomology of comodules II. 15 p.

82-42 SOUZA, V.H.G. Classification of closed sets and diffeos of one-dimensional manifolds. 15 p.

82-43 GOES, C.C. The stability of minimal cones of codimension greater than one in R^n. 27 p.

82-44 PERESI, L.A. On automorphisms of gametic algebras. 27 p.

82-45 POLCINO MILIES, F.C. & SEHGAL, S.K. Torsion units in integral group rings of metacyclic groups. 18 p.

82-46 GONÇALVES, J.Z. Free subgroups of units in group rings. 8 p.

82-47 VELOSO, J.M.M. New classes of intransitive simple Lie pseudogroups. 8 p.

82-48 CHEN, C.C. The generalized curvature ellipses and minimal surfaces. 10 p.

82-49 COSTA, R.C.F. On the derivation algebra of zygotic algebras for polyploidy with multiple alleles. 24 p.

83-50 GONÇALVES, J.Z. Free subgroups in the group of units of group rings over algebraic integers. 3 p.

83-51 MANDEL, A. & GONÇALVES, J.Z. Free k-triples in linear groups. 7 p.

83-52 BRITO, F.G.B. A remark on closed minimal hypersurfaces of S^4 with second fundamental form of constant length. 12 p.

83-53 KIIHL, J.C.S. U-structures and sphere bundles. 8 p.

83-54 COSTA, R.C.F. On genetic algebras with prescribed derivations. 23 p.

83-55 SALVITTI, R. Integrabilidade das distribuições dadas por subalgebras de Lie de codimensão finita no gh(n,C). 4 p.

83-56 MANDEL, A. & GONÇALVES, J.Z. Construction of open sets of free k-Tuples of matrices. 18 p.

83-57 BRITO, F.G.B. A remark on minimal foliations of codimension two. 24 p.

83-58 GONÇALVES, J.Z. Free groups in subnormal subgroups and the residual nilpotence of the group of units of group rings. 9 p.

83-59 BELOQUI, J.A. Modulus of stability for vector fields on 3-manifolds. 40 p.

83-60 GONÇALVES, J.Z. Some groups not subnormal in the group of units of its integral group ring. 8 p.

84-61 GOES, C.C. & SIMÕES, P.A.Q. Imersões mínimas nos espaços hiperbólicos. 15 p.

84-62 GIAMBRUNO, A.; MISSO, P. & POLCINO MILIES, F.C. Derivations with invertible values in rings with involution. 12 p.

84-63 FERRER SANTOS, W.R. A note on affine quotients. 6 p.

84-64 GONÇALVES, J.Z. Free-subgroups and the residual nilpotence of the group of units of modular and p-adic group rings. 12 p.

84-65 GONÇALVES, D.L. Fixed points of S^1-fibrations. 18 p.

84-66 RODRIGUES, A.A.M. Contact and equivalence of submanifolds of homogenous spaces. 15 p.

84-67 LOURENÇO, M.L. A projective limit representation of (DFC)-spaces with the approximation property. 20 p.

84-68 FORNARI, S. Total absolute curvature of surfaces with boundary. 25 p.

84-69 BRITO, F.G.B. & WALCZAK, P.G. Totally geodesic foliations with integral normal bundles. 6 p.

84-70 LANGEVIN, R. & POSSANI, C. Quase-folheações e integrais de curvatura no plano. 26 p.

84-71 OLIVEIRA, M.E.G.G. de Non-orientable minimal surfaces in R^N. 41 p.

84-72 PERESI, L.A. On baric algebras with prescribed automorphisms. 42 p.

84-73 MIRAGLIA NETO, F. & ROCHA FILHO, G.C. The measurability of Riemann integrable-function with values in Banach spaces and applications. 27 p.

84-74 MERKLEN GOLDSCHMIDT, H.A. Artin algebras wich are equivalent to a hereditary algebra modulo preprojectives. 38 p.

84-75 GOES, C.C. & SIMÕES, P.A.Q. The generalized Gauss map of minimal surfaces in H^3 and H^4. 16 p.

84-76 GONÇALVES, J.Z. Normal and subnormal subgroups in the group of units of a group rings. 13 p.

85-77 ARAGONA VALLEJO, A.J. On existence theorems for the $\bar{\partial}$ operator on generalized differential forms. 13 p.

85-78 POLCINO MILIES, C.; RITTER, J. & SEHGAL, S.K. On a conjecture of Zassenhaus on torsion units in integral group rings II. 14 p.

85-79 JONES RODRIGUES, A.R. & MICHLER, G.O. On the structure of the integral Green ring of a cyclic group of order p^2. The Jacobson radical of the integral Green ring of a cyclic group of order p^2. 26 p.

85-80 VELOSO, J.M.M. & VERDERESI, J.A. Three dimensional Cauchy-Riemann manifolds. 19 p.

85-81 PERESI, L.A. On baric algebras with prescribed automorphisms II. 18 p.

85-82 KNUDSEN, C.A. O impasse aritmo-geométrico e a evolução do conceito de número na Grécia antiga. 43 p.

85-83 VELOSO, J.M.M. & VERDERESI, J.A. La géometrie, le problème d'équivalence et le classification des CR-varietés homogènes em dimension 3. 30 p.

85-84 GONÇALVES, J.Z. Integral group rings whose group is solvable, an elementary proof. 11 p.

85-85 LUCIANO, O.O. Nebuleuses infinitesimelement fibrées. 5p.