

VAZÕES DE PROJETO EM SISTEMAS PREDIAIS DE
DISTRIBUIÇÃO DE ÁGUA FRIA - MODELO PROBABILÍSTICO
PARA MICROCOMPUTADORES

Prof. Dr. Orestes Marracini Gonçalves
Prof. Dr. Moacyr Eduardo Alves da Graça

Departamento de Engenharia de Construção Civil.
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.
São Paulo - SP - Brasil

RESUMO

Neste trabalho é apresentada a formulação de um modelo probabilístico para a determinação das vazões de projeto em sistemas prediais de distribuição de água fria.

No modelo proposto, procuramos incorporar os diversos fatores que influenciam o comportamento das vazões neste tipo de sistema.

O modelo probabilístico introduz uma base conceitual, através de novos procedimentos, que o diferencia dos métodos tradicionalmente empregados para a determinação das vazões de projeto.

ABSTRACT

The formulation of a probabilistic model to determinate the design flowrates of a building cold water supply system is presented in this work.

In this model, we have tried to incorporate several factors affecting the water flows behavior in this kind of system.

The probabilistic model introduces a new conceptual approach through new procedures that distinguishes it from the commonly used methods to determinate design flowrates.



Escola Politécnica - EPBC



31200052908

VAZÕES DE PROJETO EM SISTEMAS PREDIAIS DE
DISTRIBUIÇÃO DE ÁGUA FRIA - MODELO PROBABILÍSTICO
PARA MICROCOMPUTADORES

Prof. Dr. Orestes Marracini Gonçalves (*)
Prof. Dr. Moacyr Eduardo Alves da Graça (*)

1. Introdução

Em levantamento dos métodos para a determinação das vazões de projeto em sistemas prediais de distribuição de água fria, realizado pelos autores [1] e [2], foi verificada a existência de um número significativo de abordagens diferentes para o problema em tela. Da análise dos métodos levantados destacaram-se dois grupos, segundo a forma de abordagem, a saber:

- métodos empíricos;
- métodos probabilísticos.

No primeiro grupo de métodos, de natureza empírica, incluem-se aqueles cuja técnica de determinação das vazões de projeto baseia-se na utilização de tabelas, gráficos e expressões matemáticas, estabelecidos a partir da experiência e julgamento de seus propósitos.

No segundo grupo de métodos, de origem probabilística, incluem-se aqueles cuja técnica de determinação das vazões de projeto baseia-se no emprego de tabelas, gráficos e expressões matemáticas, estabelecidas a partir de conceitos probabilísticos, utilizando como ferramental básico, na maioria dos métodos, a função de distribuição de probabilidades Binomial. O primeiro esforço no sentido de se obter um método probabilístico deve-se a Roy B. Hunter do NBS-USA.

A preocupação com o estabelecimento de uma metodologia para a determinação de vazões de projeto tem sido, ao longo dos anos, evidenciada pelo trabalho de diversos pesquisadores. Não há, no entanto, consenso com relação a uma metodologia geral que possa atender, de forma satisfatória, às necessidades dos projetistas de instalações hidráulicas prediais.

Na maioria dos métodos existentes observamos a busca de procedimentos simplificados, fundamentados em considerações teóricas, quando existentes, que nem sempre representam adequadamente as particularidades de cada situação de projeto.

Neste trabalho apresentaremos a formulação de um modelo probabilístico para a determinação das vazões de projetos em

(*) Departamento de Engenharia de Construção Civil da
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Caixa Postal: 61.548 - São Paulo - SP - Brasil - CEP: 01000

sistemas prediais de distribuição de água fria, correlacionando as variáveis intervenientes, e que permite sua aplicação às mais diversas situações de projeto, possibilitando a introdução das características específicas de cada projeto.

2. Intervenientes na Determinação das Vazões de Projeto

A ocorrência de vazões em um sistema predial de distribuição de água fria depende, obviamente, da existência de usuários utilizando o sistema. A relação mais direta entre o usuário e as instalações sanitárias prediais se estabelece entre o usuário, realizando suas atividades ligadas ao uso da água, e o sistema de equipamento sanitário. Assim, as vazões que ocorrem no interior do sistema, e em particular as vazões de projeto, dependem basicamente dos seguintes fatores:

- atividades dos usuários:
 - . função do tipo de edifício: habitação, escola, hospital, hotel; etc.
 - . função das características do usuário determinadas por fatores fisiológicos, regionais, culturais, sociais e climáticos.
- características do edifício:
 - . população (quantidade e distribuição);
 - . organização espacial.
- características do conjunto de aparelhos sanitários:
 - . função do tipo de aparelho;
 - . número de aparelhos disponíveis.

Assim, as vazões que ocorrem no sistema resultam da combinação dos fatores acima mencionados. Podemos, ainda, resumir a influência dos diversos fatores, expressando-os por:

- . intensidade de utilização do conjunto de aparelhos sanitários;
- . vazões unitárias dos aparelhos sanitários que constituem o conjunto.

A intensidade de utilização do conjunto de aparelhos sanitários depende das seguintes variáveis:

- . duração da descarga de um aparelho sanitário, denotada por t ;
- . intervalo de tempo entre os inícios ou términos de descargas consecutivas de um aparelho, denotado por T ;

- . número de aparelhos sanitários instalados a jusante do trecho considerado, denotado por n .

Denotaremos por q a vazão unitária de um determinado tipo de aparelho sanitário.

As variáveis t , T , n e q , acima mencionadas, para uma determinada situação de projeto, podem ser assim caracterizadas:

n - variável determinística; isto é, existe um número fixo de aparelhos sanitários instalados a jusante do trecho considerado;

t , T e q - variáveis aleatórias.

O modelo, objeto deste trabalho, baseia-se no tratamento probabilístico das variáveis intervenientes, sendo então necessário que analisemos cada uma das variáveis aleatórias envolvidas. Temos assim:

2.1 Duração da descarga de um aparelho sanitário (t).

A variável aleatória t , para um dado tipo de aparelho sanitário, para um determinado tipo de edificação e para usuários com as mesmas características, pode ser estimada através de:

- levantamento de dados de campo, com tratamento estatístico dos mesmos, avaliando-se os seguintes parâmetros:

μ_t - duração média da descarga de um tipo de aparelho sanitário;

σ_t^2 - variância da duração da descarga de um tipo de aparelho sanitário.

- estimação dos parâmetros da variável aleatória t , por três pontos conhecidos, a saber:

$t_{\min}$ - duração mínima da descarga de um tipo de aparelho sanitário;

t_{prov} - duração mais provável da descarga de um tipo de aparelho sanitário;

$t_{\max}$ - duração máxima da descarga de um tipo de aparelho sanitário;

estes valores podem ser estimados, pelo projetista, a partir de sua experiência e julgamento pessoal.

Kiya e Murakawa [3], em investigações realizadas no Japão, verificaram que a variável aleatória t comporta-se adequadamente segundo uma função densidade de probabilidades do tipo Erlang ou

Exponencial. Assim, para a estimação dos parâmetros da variável aleatória, por 3 pontos, utilizaremos as expressões propostas por Gaarslev [4], apresentadas também em [5] e [6], desenvolvidas para a função densidade de probabilidades do tipo Gama. Cabe comentar que as funções Erlang e Exponencial são casos particulares da função densidade de probabilidades do tipo Gama [7]. Temos então as seguintes expressões:

$$\mu_t = \frac{t_{\min} + 3 t_{\text{prov}} + t_{\max}}{5} \dots (1) \quad \text{e} \quad \sigma_t^2 = \frac{(t_{\max} - t_{\min})^2}{25} \dots (2)$$

Podemos, assim, determinar para cada tipo de aparelho sanitário os valores de μ_t e σ_t , através dos procedimentos acima propostos.

2.2 Intervalo de tempo entre o início ou término de descargas consecutivas de um aparelho sanitário (T).

A variável aleatória T, como vimos, depende de diversos fatores: tipo de edificação, características do usuário, população, organização espacial, tipo de aparelho e número de aparelhos oferecidos. Estes fatores podem ser representados pelas seguintes variáveis:

u - número de usos "per capita" de um tipo de aparelho durante o período de pico, representando os seguintes fatores: características do usuário, tipo de aparelho, tipo de edificação e clima.

A - área de influência do ambiente sanitário, onde se encontram instalados aparelhos sanitários de um mesmo tipo, levando em conta o arranjo físico e planimétrico;

P - população atendida pelo ambiente sanitário, com área de influência A;

n - número de aparelhos sanitários do tipo considerado, instalados no ambiente sanitário;

tp - período de pico considerado.

Consideremos um ambiente sanitário, contendo n aparelhos de um mesmo tipo, com área de influência A. Temos então:

$$P = d A \dots (3)$$

onde:

d - densidade populacional na área de influência A, durante o período de pico.

Podemos determinar T utilizando expressão matemática que inter-relaciona as variáveis acima definidas. Temos que:

$$T = \frac{n \cdot t_p}{u \cdot P} \dots \dots \dots (4)$$

$$\text{logo} \quad T = \frac{n \cdot t_p}{u \cdot d \cdot A} \dots \dots \dots (5)$$

Considerando-se que a duração do período de pico (t_p), o número de aparelhos sanitários (n), e a área de influência (A) são variáveis determinísticas, a variável aleatória T é função inversa do produto das variáveis aleatórias u e d . Podemos escrever a expressão (5), da seguinte forma:

$$T = \frac{n \cdot t_p}{A} \cdot \frac{1}{u \cdot d} \dots \dots \dots (6)$$

Conhecendo-se os valores de n , t e A , e também os valores de μ_u , σ_u , μ_d e σ_d representando as médias e as variâncias das variáveis u e d , respectivamente, podemos calcular a média da variável T a partir da expressão:

$$\mu_T = E[T] = E\left[\frac{n \cdot t_p}{A} \cdot \frac{1}{u \cdot d}\right] \dots \dots \dots (7)$$

Pode-se demonstrar em [8] que:

$$\mu_T = \frac{n \cdot t_p}{A} \left(\frac{1}{\mu_u} + \frac{\sigma_u^2}{\mu_u^3} \right) \left(\frac{1}{\mu_d} + \frac{\sigma_d^2}{\mu_d^3} \right) \dots \dots \dots (8)$$

A variância da variável aleatória T pode ser assim expressa:

$$\sigma_T^2 = \text{Var}[T] = \text{Var}\left[\frac{n \cdot t_p}{A} \cdot \frac{1}{u \cdot d}\right] \dots \dots \dots (9)$$

Pode-se demonstrar ainda que:

$$\sigma_T^2 = \left(\frac{n \cdot t_p}{A}\right)^2 \left[\left(\frac{1}{\mu_u} + \frac{\sigma_u^2}{\mu_u^3} \right)^2 \frac{\sigma_d^2}{\mu_d^4} + \left(\frac{1}{\mu_d} + \frac{\sigma_d^2}{\mu_d^3} \right)^2 \frac{\sigma_u^2}{\mu_u^4} + \frac{\sigma_u^2 \sigma_d^2}{\mu_u^4 \mu_d^4} \right] \dots \dots (10)$$

Para uma situação de projeto, os valores μ_u , σ_u^2 , μ_d e σ_d^2 podem ser determinados utilizando-se expressões análogas às expressões (1) e (2). Temos assim:

$$\mu_u = \frac{u_{\min} + 3 u_{\text{prov}} + u_{\max}}{5} \dots (11) \quad \sigma_u^2 = \frac{(u_{\max} - u_{\min})^2}{25} \dots (12)$$

$$\mu_d = \frac{d_{\min} + 3 d_{\text{prov}} + d_{\max}}{5} \dots (13) \quad \sigma_d^2 = \frac{(d_{\max} - d_{\min})^2}{25} \dots (14)$$

onde os índices **min**, **prov** e **max** designam os valores mínimos, mais prováveis e máximos das variáveis **u** e **d**.

No caso em que a população **P**, na área de influência **A**, seja conhecida e determinística, como pode ocorrer, por exemplo, em edifícios residenciais, os parâmetros da variável **d** podem ser assim expressos:

$$\mu_d = d = \frac{P}{A} \dots (15) \quad \text{e} \quad \sigma_d^2 = 0 \dots (16)$$

Substituindo-se os valores de μ_d e σ_d^2 das expressões (15) e (16), nas expressões (8) e (10), vem:

$$\mu_T = \frac{n \text{ tp}}{P} \left(\frac{1}{\mu_u} + \frac{\sigma_u^2}{\mu_u^3} \right) \dots (17) \quad \text{e} \quad \sigma_T^2 = \left(\frac{n \text{ tp}}{P} \right)^2 \frac{\sigma_u^2}{\mu_u^4} \dots (18)$$

Como vimos, a variável **T** é dependente de uma série de outras variáveis, o que dificulta a extrapolação de valores de **T** obtidos experimentalmente, em determinados edifícios, para diferentes situações de projeto.

Assim, os valores μ_T e σ_T^2 da variável aleatória **T**, que influencia a intensidade de utilização do conjunto de aparelhos sanitários, podem ser determinados, para as diversas possibilidades que ocorrem numa situação de projeto, a partir das expressões (8) e (10) ou (17) e (18), aqui apresentadas.

2.3 Vazão unitária de um tipo de aparelho sanitário(q).

A variável aleatória **q**, para um dado tipo de aparelho sanitário, para um determinado tipo de edificação e para usuários com as mesmas características, pode ser estimada através de:

- levantamento de dados de campo, com tratamento estatístico dos mesmos, avaliando-se:

μ_q - vazão unitária média de um tipo de aparelho sanitário;

σ_q^2 - variância da vazão unitária de um tipo de aparelho sanitário.

- estimação dos parâmetros da variável aleatória q , por 3 pontos conhecidos, utilizando-se expressões análogas às expressões (1) e (2). Através dos histogramas apresentados por Murakawa em [9] podemos verificar que a utilização da distribuição Gama apresenta-se adequada. Temos assim:

$$\mu_q = \frac{q_{\min} + 3 q_{\text{prov}} + q_{\max}}{5} \dots (19) \text{ e } \sigma_q^2 = \frac{(q_{\max} - q_{\min})^2}{25} \dots (20)$$

onde os índices min, prov e max designam os valores mínimo, mais provável e máximo da variável aleatória q .

Podemos, assim, determinar para cada tipo de aparelho sanitário os valores de μ_q e σ_q , através dos procedimentos propostos.

A seguir, apresentaremos o do modelo propriamente dito, a partir do conhecimento das variáveis t , T , n e q , abordadas neste item do trabalho, e que representam as solicitações que influenciam a demanda nos sistemas prediais de distribuição de água fria.

3. Modelo Probabilístico Para o Cálculo de Vazões de Projeto

3.1 Vazões em Tubulações que Alimentam Conjuntos Homogêneos de Aparelhos Sanitários

A vazão que ocorre no trecho de tubulação do sistema predial de distribuição de água fria, que atende a um conjunto homogêneo de aparelhos sanitários, constituído por n aparelhos de um mesmo tipo, pode ser determinada pela seguinte expressão:

$$Q = r q \dots (21)$$

Q - vazão que ocorre no trecho considerado;

r - número de aparelhos sanitários do conjunto homogêneo de n aparelhos, em uso simultâneo;

q - vazão unitária de um aparelho sanitário do conjunto homogêneo.

A vazão Q é uma variável aleatória estabelecida a partir do produto de duas outras variáveis aleatórias, r e q , que são independentes, pois a ocorrência de aparelhos em uso simultâneo independe da vazão unitária de cada um dos aparelhos em funcionamento. Assim, a vazão média que ocorre no trecho considerado pode ser assim determinada:

$$Q = E[r] E[q] \dots\dots\dots (22) \quad \text{ou} \quad Q = \mu_r \mu_q \dots\dots\dots (23)$$

onde:

μ_r - número médio de aparelhos sanitários, do conjunto homogêneo de n aparelhos, em uso simultâneo;

A variância da vazão que ocorre no trecho considerado pode ser assim expressa por [8]:

$$\sigma_Q^2 = \text{Var}[Q] = E[Q^2] - E[Q]^2 = E[Q^2] - \mu_Q^2 \dots\dots\dots (24)$$

ou

$$\sigma_Q^2 = \sigma_r^2 \mu_q^2 + \sigma_q^2 \mu_r^2 + \sigma_r^2 \sigma_q^2 \dots\dots\dots (25)$$

onde:

σ_Q^2 - variância da vazão que ocorre no trecho considerado, que atende ao conjunto de aparelhos sanitários.

σ_r^2 - variância do número de aparelhos sanitários, do conjunto homogêneo de n aparelhos, em uso simultâneo;

μ_r, σ_q^2 e μ_q - já definidos.

Assim, a partir das expressões (23) e (25), podemos determinar valores μ_Q e σ_Q^2 da variável aleatória Q , conhecendo-se (μ_r, σ_r^2) e (μ_q, σ_q^2) . No item 2.3 deste trabalho, apresentamos procedimentos para a determinação de μ_q e σ_q^2 , da variável aleatória q , vazão unitária de um aparelho sanitário. Temos, então, que estabelecer expressões para o cálculo de μ_r e σ_r^2 , e o faremos a partir do estudo da variável aleatória r .

A distribuição de probabilidades que representa a ocorrência de r aparelhos sanitários em uso simultâneo, em um conjunto homogêneo de n aparelhos, onde $n \geq r$, é do tipo Binomial. Temos assim:

$$r = B(n, p) \dots\dots\dots (26)$$

sendo,

$$p(r) = P(r = r) = C_n^r p^r (1 - p)^{n-r} \dots\dots\dots (27)$$

onde:

$p(r)$ - probabilidade da ocorrência de r aparelhos sanitários em uso simultâneo, em um conjunto homogêneo de n aparelhos;

A probabilidade de que um aparelho sanitário esteja em funcionamento (p) é também uma variável aleatória, podendo ser expressa por:

$$p = \frac{t}{T} \dots\dots\dots (28), \quad \text{sendo,} \quad T = t + t' \dots\dots\dots (29)$$

onde:

t' - intervalo de tempo entre o término de uma descarga e o início da descarga consecutiva.

Podemos, também, apresentar a expressão (28) da seguinte forma:

$$p = \frac{t}{t + t'} \dots\dots\dots (30)$$

As variáveis aleatórias t e t' são independentes. Desta forma podemos escrever, a partir da expressão (29), que:

$$\mu_T = E [T] = E [t + t'] = E [t] + E [t'] \dots\dots\dots (31)$$

$$\sigma_T^2 = \text{Var} [T] = \text{Var} [t + t'] = \text{Var} [t] + \text{Var} [t'] \dots\dots\dots (32)$$

Apresentamos nos itens 2.1 e 2.2 deste trabalho, procedimentos para a determinação de t e t' da variável aleatória t e de μ_T e σ_T^2 , da variável aleatória T . Conhecendo-se as médias e variâncias das variáveis aleatórias t e T , podemos determinar a média e a variância da variável aleatória p .

Temos assim, conforme apresentado em [6], as seguintes expressões:

$$\mu_p \cong \frac{\mu_t}{\mu_T} + \frac{\mu_t}{\mu_T^3} \sigma_T^2 - \frac{1}{\mu_T^2} \sigma_t^2 \dots\dots\dots (33)$$

e

$$\sigma_p^2 \cong \left(\frac{\mu_t}{\mu_T} \right)^2 \left(\frac{\sigma_t^2}{\mu_t^2} + \frac{\sigma_T^2}{\mu_T^2} - 2 \frac{\sigma_t \sigma_T}{\mu_t \mu_T} \right) \dots\dots\dots (34)$$

A variável aleatória p , com média μ_p e variância σ_p^2 , varia obrigatoriamente no intervalo $0 \leq p \leq 1$. Admitiremos, então, que a variável p variando no intervalo $[0,1]$, tenha distribuição Beta, com parâmetros a e b . A função densidade de probabilidades Beta [10], da variável aleatória p , pode ser assim expressa:

$$f(p) = \frac{1}{B(a,b)} p^{a-1} (1-p)^{b-1} \dots\dots\dots (35)$$

para $0 < p < 1$, $a > 0$ e $b > 0$, sendo:

$$B(a, b) = \frac{\Gamma(a) \Gamma(b)}{\Gamma(a + b)} \dots\dots\dots (36)$$

a e b - parâmetros da função densidade de probabilidades Beta;

$B(a, b)$ - função Beta, com parâmetros a e b ;

$\Gamma(a)$ e $\Gamma(b)$ - funções Gama, com parâmetros a e b .

O valor esperado μ_p , da variável aleatória p , obtido a partir da distribuição Beta, pode ser assim expresso:

$$\mu_p = E[p] = \frac{a}{a + b} \dots\dots\dots (37)$$

A variância σ_p^2 , da variável aleatória p , obtida a partir da distribuição Beta, pode ser assim expressa:

$$\mu_p^2 = \text{Var}[p] = \frac{ab}{(a + b)^2 (a + b + 1)} \dots\dots\dots (38)$$

Conhecendo-se os valores de μ_p e σ_p^2 , determinados a partir das expressões (33) e (34), respectivamente, podemos obter as expressões para o cálculo dos parâmetros a e b .

Conforme mostrado em [8], temos:

$$a = \frac{\mu_p^2}{\sigma_p^2} - \frac{\mu_p^3}{\sigma_p^2} - \mu_p \dots\dots\dots (39)$$

$$b = \frac{1 - \mu_p}{\mu_p} \left(\frac{\mu_p^2}{\sigma_p^2} - \frac{\mu_p^3}{\sigma_p^2} - \mu_p \right) \dots\dots\dots (40)$$

Do exposto, neste item do trabalho, podemos dizer que o número r de aparelhos sanitários em uso simultâneo, em um conjunto homogêneo de n aparelhos, tem distribuição Binomial com parâmetros n e p , sendo que o parâmetro p tem distribuição Beta, com parâmetros a e b .

Assim, a distribuição de probabilidades resultante é do tipo Beta-Binomial (B-B) também conhecida como Distribuição Polya-Eggenberg, podendo-se escrever então que:

$$r = B-B(a, b, n) \dots\dots\dots (41)$$

$$p(r) = \frac{B(r + a, n + b - r)}{(n + 1) B(a, b) B(r + 1, n - r + 1)} \dots\dots\dots (42)$$

isto é, o número r de aparelhos sanitários em uso simultâneo, em um conjunto homogêneo de n aparelhos tem distribuição Beta-Binomial, com parâmetros a , b e n .

A média μ_r e a variância σ_r^2 , da variável aleatória r , podem ser obtidas, a partir da função de distribuição de probabilidades Beta-Binomial, utilizando-se as seguintes expressões:

$$\mu_r = n \frac{a}{a + b} = n\mu_p \dots\dots\dots (43)$$

$$\begin{aligned} \sigma_r^2 &= n(n + a + b) \frac{ab}{(a + b)^2 (a + b + 1)} = \\ &= n\mu_p(1 - \mu_p) + n(n - 1)\sigma_p^2 \dots\dots\dots (44) \end{aligned}$$

Podemos, agora, conhecendo-se μ_r e σ_r^2 , apresentar as expressões finais para o cálculo de μ_Q e σ_Q^2 .

Substituindo-se r da expressão (43), na expressão (23), temos então:

$$\mu_Q = n\mu_p \mu_q \dots\dots\dots (45)$$

Substituindo-se, agora μ_r da expressão (43) e σ_r^2 da expressão (44), na expressão (25), vem:

$$\begin{aligned} \sigma_Q^2 &= n\mu_p(1 - \mu_p)\mu_q^2 + [n\mu_p^2 + n\mu_p(1 - \mu_p)]\sigma_q^2 + \\ &+ n(n - 1)\sigma_p^2(\mu_q^2 + \sigma_q^2) \dots\dots\dots (46) \end{aligned}$$

Estudamos, neste item do trabalho, a ocorrência de vazões em trechos de tubulação que alimentam conjuntos homogêneos de aparelhos sanitários, determinando expressões para o cálculo da vazão média μ_Q e da variância σ_Q^2 . Deveremos, agora, estudar a

distribuição de probabilidades da variável aleatória Q , para que possamos propor procedimentos para a determinação das vazões de projeto.

A distribuição de probabilidades da variável aleatória Q pode ser assim expressa:

$$FQ(Q^*) = P(Q \leq Q^*) \dots\dots\dots (47)$$

onde:

$FQ(Q^*)$ - probabilidade de que a vazão que ocorre no trecho considerado seja menor do que a vazão Q^* .

Q^* - valor de vazão considerado ($Q^* > 0$).

Substituindo-se Q da expressão (21) na expressão (47), temos:

$$\begin{aligned} FQ(Q^*) = & P(r \leq Q^*) = P(r = 0) P(0 \leq Q^*) + \\ & + P(r = 1) P(1 \leq Q^*) + P(r = 2) P(2 \leq Q^*) + \\ & \dots + P(r = n) P(n \leq Q^*) \dots\dots\dots (48) \end{aligned}$$

Sabemos que:

$$P(0 \leq Q^*) = 1 \dots\dots\dots (49)$$

pois a vazão $Q^* > 0$, logo:

$$FQ(Q^*) = P(r = 0) + \sum_{i=1}^n P(r = i) P(i \leq Q^*) \dots\dots\dots (50)$$

Consequentemente, para obtermos a função densidade de probabilidades da variável aleatória Q , deveríamos determinar:

$$f(Q) = \frac{dFQ}{dQ} \dots\dots\dots (51)$$

Tendo em vista as dificuldades analíticas e computacionais para o desenvolvimento das expressões acima, procuraremos ajustar uma função densidade de probabilidades conhecida, que represente, adequadamente, a variável aleatória $Q/Q \neq 0$, quando da ocorrência de vazões não nulas no trecho considerado, isto é, quando temos $r \neq 0$. O que desejamos, na verdade, é ajustar uma função densidade de probabilidades que represente o comportamento da variável aleatória $Q/Q \neq 0$, para $r \neq 0$, em região específica, definida pelo fator de falha, e não necessariamente na totalidade do intervalo de variação de $Q/Q \neq 0$.

Assim, para que possamos obter os parâmetros da função densidade de probabilidade que represente a ocorrência das vazões não nulas no trecho considerado, torna-se necessário que

conheçamos as expressões para a determinação da média e variância da variável aleatória $Q/Q \neq 0$.

Denotemos por:

$\mu_{Q/Q \neq 0}$ - vazão média que ocorre no trecho de tubulação considerando apenas as vazões não nulas;

$\sigma^2_{Q/Q \neq 0}$ - variância da vazão que ocorre no trecho de tubulação considerando apenas as vazões não nulas.

As expressões de $\mu_{Q/Q \neq 0}$ e $\sigma^2_{Q/Q \neq 0}$, desenvolvidas em [8], são as seguintes:

$$\mu_{Q/Q \neq 0} = \frac{\mu_Q}{1 - p_0} \dots \dots \dots (52)$$

$$\sigma^2_{Q/Q \neq 0} = \frac{\sigma^2_Q}{1 - p_0} - \frac{p_0}{(1 - p_0)^2} \mu_Q^2 \dots \dots \dots (53)$$

Assim, conhecendo-se μ_Q e σ^2_Q , basta determinar a expressão para o cálculo de p_0 , para que possamos obter $\mu_{Q/Q \neq 0}$ e $\sigma^2_{Q/Q \neq 0}$.

Substituindo-se o valor $r = 0$ na expressão (42), relativa à distribuição Beta-Binomial, temos a seguinte expressão:

$$p_0 = P[r = 0] = \frac{B(a, n + b)}{(n + 1) B(a, b) B(1, n + 1)} \dots \dots \dots (54)$$

ou ainda

$$p_0 = \frac{\Gamma(n + b) \Gamma(a + b)}{\Gamma(a + b + n) \Gamma(b)} \dots \dots \dots (55)$$

No tratamento computacional convencional da expressão (55), os valores das funções Gama podem atingir magnitudes elevadas, impossibilitando a determinação do valor de p_0 . Podemos então utilizar a Série de Stirling [11], para o desenvolvimento da função Gama.

Passemos, agora, ao estudo da ocorrência de vazões em tubulações que atendem a conjuntos mistos de aparelhos sanitários, de maneira similar ao desenvolvido para os conjuntos homogêneos.

3.2 Vazões em Tubulações que Alimentam Conjuntos Mistos de Aparelhos Sanitários

A vazão que ocorre no trecho de tubulação do sistema predial de distribuição de água fria, que atende a um conjunto misto de aparelhos sanitários, constituído por m tipos diferentes de aparelhos, pode ser determinada através das seguintes expressões:

$$Q = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_i + \dots + Q_m \dots (56) \text{ ou } Q = \sum_{i=1}^m Q_i \dots (57)$$

Por similaridade com os sistemas homogêneos podemos escrever as seguintes expressões [6]:

$$\mu_Q = \mu_{Q1} + \mu_{Q2} + \dots + \mu_{Qi} + \dots + \mu_{Qm} \dots (58)$$

$$\sigma_Q^2 = \sigma_{Q1}^2 + \sigma_{Q2}^2 + \dots + \sigma_{Qi}^2 + \dots + \sigma_{Qm}^2 \dots (59)$$

$$\mu_{Q/Q \neq 0} = \frac{\mu_Q}{1 - p_0} \dots (60), \quad \sigma_{Q/Q \neq 0}^2 = \frac{\sigma_Q^2}{1 - p_0} - \frac{p_0}{(1 - p_0)^2} \mu_Q^2 \dots (61)$$

e

$$p_0 = p_{0,1} \cdot p_{0,2} \cdot \dots \cdot p_{0,i} \cdot \dots \cdot p_{0,m} = \prod_{i=1}^m p_{0,i} \dots (62)$$

Assim, conhecendo-se μ_Q e σ_Q e os valores de p_0 , podemos determinar os valores de $\mu_{Q/Q \neq 0}$ e $\sigma_{Q/Q \neq 0}$, o que possibilita, assim, a obtenção da função densidade de probabilidades da variável aleatória $Q/Q \neq 0$, como veremos a seguir.

Passemos, agora, à apresentação dos procedimentos para a obtenção das vazões de projeto das tubulações de sistemas prediais de distribuição de água fria.

3.3 Vazões de Projeto das Tubulações de Sistema Predial de Distribuição de Água Fria

A determinação das vazões de projeto para o dimensionamento das tubulações de sistemas prediais de distribuição de água fria depende, basicamente, dos seguintes fatores:

- . da fixação de níveis adequados de desempenho do sistema, por parte do projetista; neste caso, os níveis de desempenho são definidos pela adoção dos **fatores de falha**;
- . do conhecimento do **comportamento probabilístico** da ocorrência de vazões nas tubulações, do sistema predial de distribuição de água fria, que alimentam conjuntos homogêneos ou mistos de aparelhos sanitários.

Assim, a partir da fixação de fatores de falha e do conhecimento do comportamento da variável aleatória $Q/Q \neq 0$, podemos obter as vazões de projeto para o dimensionamento dos sistemas.

O fator de falha global do trecho de tubulação do sistema predial de distribuição de água fria, pode ser definido como sendo a probabilidade de que a vazão de projeto seja ultrapassada durante o período de pico. Temos, então, que:

$$\epsilon_G = P(Q > Q_P) \dots\dots\dots (63)$$

onde:

ϵ_G - fator de falha global, do trecho de tubulação do sistema;

Q_P - vazão de projeto do trecho considerado.

Definamos, agora, o fator de falha local como sendo a probabilidade de que a vazão de projeto seja ultrapassada, considerando-se, apenas, os intervalos de tempo em que ocorrem vazões no trecho considerado ($Q/Q \neq 0$), durante o período de pico. Temos, assim:

$$\epsilon_L = P(Q/Q \neq 0 > Q_P) \dots\dots\dots (64)$$

onde:

ϵ_L - fator de falha local, do trecho de tubulação do sistema.

A relação entre ϵ_L e ϵ_G , conforme desenvolvido em [8], pode ser expressa por:

$$\epsilon_L = \frac{\epsilon_G}{1 - p_0} \dots\dots\dots (65)$$

Analisando-se a expressão (65), verificamos que o fator de falha ϵ_L pode atingir valores relativamente elevados quando a probabilidade p_0 for de grande magnitude. Assim, no caso em que p_0 for igual a 0,95, o fator de falha ϵ_L será 20 vezes maior que o fator de falha global ϵ_G . Devemos, então, criar uma limitação superior para o fator de falha local, que denotaremos por ϵ_{LMAX} .

O fator de falha local ϵ_L , a ser considerado na determinação das vazões de projeto, assumirá valores variando conforme os valores de p_0 . Assim:

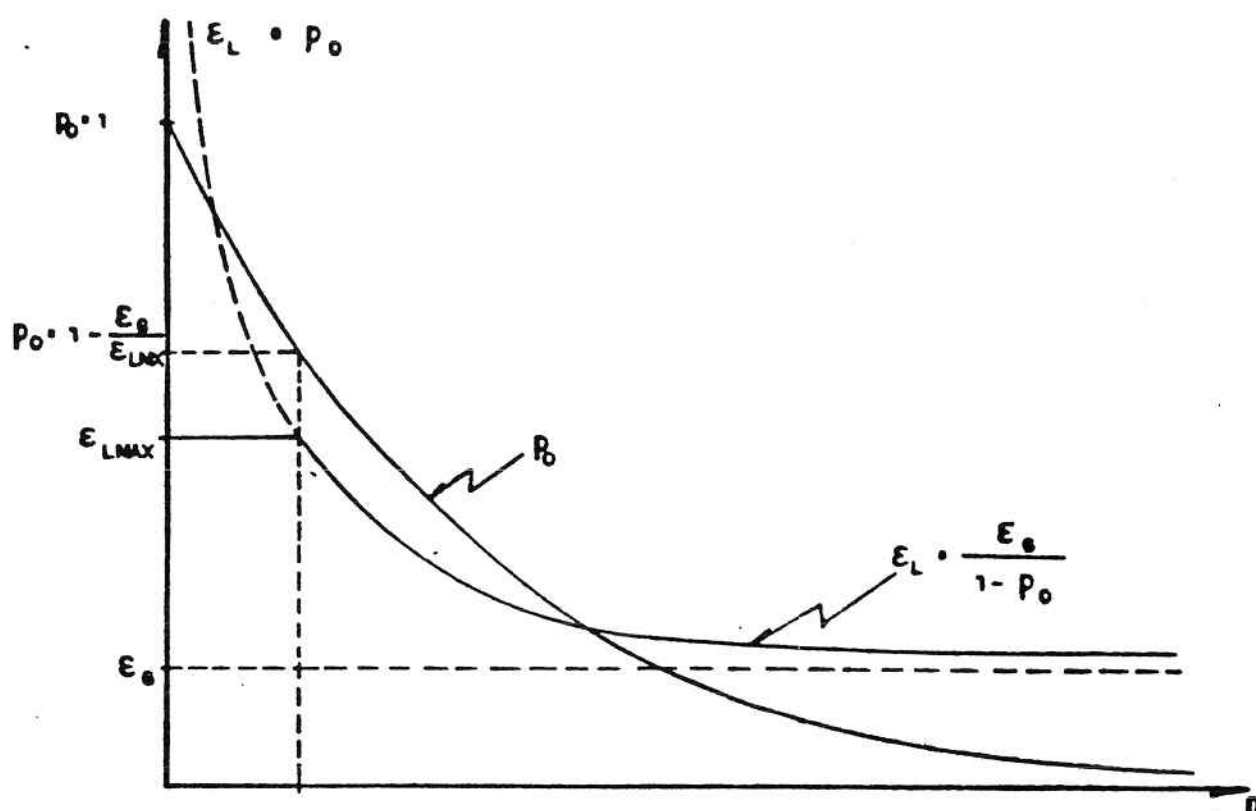
$$\text{para } 0 \leq p_0 \leq 1 - \frac{\epsilon_G}{\epsilon_{LMAX}}, \text{ temos:}$$

$$\epsilon_L = \frac{\epsilon_G}{1 - p_0} \dots\dots\dots (66)$$

para $1 - \frac{\epsilon_G}{\epsilon_{LMAX}} < p_0 < 1$, temos:

$\epsilon_L = \epsilon_{LMAX} \dots (67)$, sendo $\epsilon_G < \epsilon_{LMAX}$ e $p_0 < 1$

Assim, adotando-se os fatores de falha ϵ_G e ϵ_{LMAX} , e conhecendo-se a probabilidade p_0 , podemos obter o fator de falha ϵ_L , a ser considerado para a determinação das vazões de projeto (Gráfico 1).



n - NÚMERO DE APARELHOS SANITÁRIOS
INSTALADOS A JUSANTE DO TRECHO.

Gráfico 1 - Fatores de Falha - ϵ_L , ϵ_{LMAX} e ϵ_G e a Probabilidade p_0 .

Devemos, agora, adotar uma função densidade de probabilidades conhecida, que represente, adequadamente, a variável aleatória $Q/Q \neq 0$, na região específica definida pelo fator de falha ε_L . A função densidade de probabilidades que adotaremos, representando a variável $Q/Q \neq 0$, é do tipo Gama (Gráfico 2). Podemos escrever que:

$$f(Q/Q \neq 0) = \frac{\lambda^{r_Q}}{\Gamma(r_Q)} (Q/Q \neq 0)^{r_Q-1} e^{-\lambda Q(Q/Q \neq 0)} \dots\dots\dots (68)$$

com $\lambda_Q > 0$ e $r_Q > 0$, e sendo:

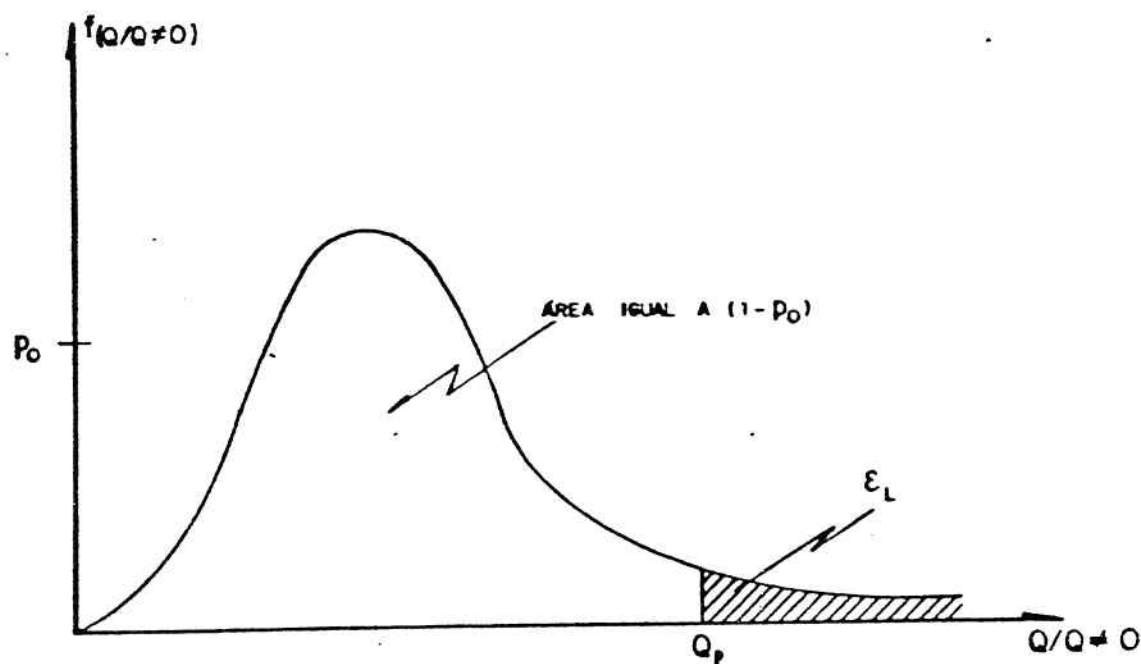


Gráfico 2 - Função Densidade de Probabilidades da Variável Aleatória $Q/Q \neq 0$.

Conhecendo-se então:

- o fator de falha ϵL , obtido a partir dos fatores de falha ϵG e $\epsilon LMAX$, e
- os valores de $(\mu Q/Q \neq 0, \sigma Q/Q \neq 0)$ e $(rQ, \lambda Q)$ que representam o comportamento probabilístico da variável aleatória $Q/Q \neq 0$,

podemos assim estabelecer os procedimentos para a determinação da vazão de projeto do trecho de tubulação considerado.

A determinação da vazão de projeto Q_P é possível através da aproximação de Johnston [11]. Temos assim:

$$Q_P = \mu Q/Q \neq 0 + z \sigma Q/Q \neq 0 \dots\dots\dots (69)$$

onde z é função de $\mu Q/Q \neq 0, \sigma Q/Q \neq 0, rQ, \lambda Q$ e ϵL .

3.4 Adequabilidade do modelo proposto, por simulação de situações de projeto em computador

Com a intenção de avaliarmos a adequabilidade do modelo proposto e de eliminarmos as eventuais dificuldades computacionais advindas de sua aplicação, desenvolvemos programas em linguagem FORTRAN, com dois objetivos fundamentais:

- calcular a vazão de projeto (Q_P), do trecho considerado, através dos procedimentos propostos;
- simular a ocorrência de vazões, no trecho considerado, admitindo para tanto a geração aleatória de dados, utilizando os mesmos parâmetros e distribuições de probabilidades considerados no cálculo de Q_P , através do modelo.

A partir da vazão de projeto Q_P , obtida através da aplicação do modelo, e das vazões simuladas (2500 valores) podemos determinar a frequência de ocorrência de vazões maiores do que a vazão de projeto Q_P , e consequentemente avaliar o risco deste evento, através dos fatores de falha global e local verificados, confrontando-os com os respectivos fatores de falha admitidos para o cálculo de Q_P .

Para tanto foram desenvolvidos dois programas, em FORTRAN, no computador Burroughs - Sistema 6900, do Centro de Computação Eletrônica da USP (CCE-USP), utilizando rotinas de geração aleatória de dados, para as funções de distribuição de probabilidades Gama e Binomial, da International Mathematical & Statistical Library - IMSL [64], implantadas na biblioteca de programas do CCE-USP. As listagens destes programas são apresentadas nos ANEXOS I e II da Bibliografia [8].

O primeiro programa foi desenvolvido para conjuntos homogêneos de aparelhos sanitários.

As saídas do primeiro programa são as seguintes:

- apresentação dos dados de entrada;
- apresentação dos resultados da simulação (2500 valores), em forma de tabela.
- apresentação dos resultados obtidos através da aplicação do modelo e dos obtidos através da simulação, em forma de tabela (ver Tabela 1), podendo-se subdividir a tabela em dois módulos, a saber:
 - . reapresentação dos dados de entrada;
 - . resultados comparativos do modelo x simulação; neste módulo são apresentados, inicialmente, as médias variâncias, desvios padrões, coeficientes de variação e parâmetros das distribuições de probabilidades das seguintes variáveis:
 - duração da descarga;
 - intervalo entre chegadas (descargas);
 - probabilidade (de uso de um aparelho);
 - aparelhos em uso simultâneo (número de);
 - vazões resultantes do trecho (Q);
 - vazões não nulas ($Q/Q \neq 0$);

ainda, são apresentados os resultados obtidos para a probabilidade po, para os fatores de falha (local e global), para z e para vazão de projeto Qp.

O segundo programa foi desenvolvido para conjuntos mistos de aparelhos sanitários, utilizando os resultados da simulação obtidos no primeiro programa.

As saídas do segundo programa são as seguintes:

- apresentação dos dados de entrada;
- apresentação dos resultados da simulação (2500 valores), em forma de tabela.
- apresentação dos resultados obtidos através da aplicação do modelo e dos obtidos através da simulação, em forma de tabela (ver Tabela 2), podendo-se subdividir a tabela em módulos, a saber:
 - . reapresentação dos dados de entrada, conforme citado anteriormente;

APARELHO SANITARIO: BACIA SANITARIA COM VALVULA FLUXIVEL.

NUMERO DE APARELHOS A JUSANTE DO TRECHO 1 15									
DURACAO DA DESCARGA DO APARELHO 1		MEDIA= 9.00 (S)		DESVIO PADRAO= 540.00 (S)		1-50 (S)		DISTRIBUICAO 1	
INTERVALO ENTRE CHUVIDAS		MEDIA= 1800.00 (S)		DESVIO PADRAO= 540.00 (S)		50-100 (S)		DISTRIBUICAO 1	
VAZAO DO APARELHO SANITARIO 1		MEDIA= 0.30 (L/S)		DESVIO PADRAO= 0.15 (L/S)		0.15 (L/S)		DISTRIBUICAO 1	
FATORES DE FALHA CONSIDERADOS 1		EPSILON(G)=0.01		EPSILON(F)= 0.05					
RESULTADOS COMPARATIVOS DO MODELO X SIMULACAO (2500 VALORES) :									
PARAMETROS	DURACAO DA DESCARGA	INTERVALO ENTRE CHUVIDAS	PROBABILIDADE DE CHUVIDAS	AFARELHOS EM USO	RESULTADO NO TRECHO	VAZAO	VALORES		
MODELO									
ALUA	9.0000	1800.0000	0.00544531	0.0817	0.1135	2.0850			
VARIANCIA	2.2500	291600.0000	0.00000294	0.0819	0.1256	0.1578			
DES. PADRAO	1.5000	540.0000	0.00171391	0.2262	0.3741	0.4468			
COEF. DE VAR.	0.1667	0.3000	0.31451965	3.5014	3.5120	0.2133			

LAMDA	4.0000	0.0062	---	---	---	10.5388			
LRME	36.0000	11.1111	---	---	---	21.9732			
A	---	---	10.0484	10.0484	---	---			
B	---	---	1833.9255	1833.9255	---	---			
N	---	---	---	15	---	---			
SIMULACAO									
ALUA	9.0400	1901.0248	0.00552427	0.0800	0.1108	2.1048			
VARIANCIA	2.2211	270807.1282	0.00000447	0.0808	0.1272	0.1898			
DES. PADRAO	1.4900	539.3210	0.00211421	0.2243	0.3720	0.4357			
COEF. DE VAR.	0.1649	0.2995	0.38201553	3.1539	3.5570	0.2070			

LAMDA	4.0604	0.0062	---	---	---	11.0865			
LRME	36.7601	11.1518	---	---	---	23.3346			
A	---	---	6.7803	6.7803	---	---			
B	---	---	1220.5916	1220.5916	---	---			
N	---	---	---	15	---	---			

RESULTADOS DO	FACTOR DE FALHA	EPSILON(G)	VAZAO DE PROJEITO
MODELO TEORICO	0.05000000	0.01000000	1.64438472
SIMULACAO	0.04716042	0.00303000	2.81638663

Tabela 1 - Exemplo de Saída de Tabela de Resultados Comparativos - Modelo x Simulação - Programa 1.

resultados comparativos do modelo x simulação, apresentando, inicialmente, as médias, variâncias, desvios padrões, coeficientes de variação e parâmetros das distribuições de probabilidades das seguintes variáveis:

- vazão que ocorre no trecho, devida a um conjunto de aparelhos sanitários, de um mesmo tipo;
- vazão total que ocorre no trecho, devida a todos os conjuntos de aparelhos sanitários;

e, ainda, são apresentados os resultados obtidos para a probabilidade p_o , para os fatores de falha (local e global), para z e para a vazão de projeto, Q_p .

Assim, os dois programas desenvolvidos foram aplicados, tendo em vista a sensibilização de resultados obtidos através do modelo e da simulação.

A situação de projeto considerada na aplicação dos programas, foi a seguinte:

- edifício residencial com 15 pavimentos;
- número de apartamentos por pavimento = 2;
- ambientes sanitários:
 - 1 banheiro, contendo:
 - bacia sanitária com válvula fluxível (BS);
 - chuveiro (CH);
 - lavatório (LV);
 - 1 cozinha, contendo: - pia (PC);
 - 1 área de serviço, contendo: - tanque (TQ).
- sistema predial de distribuição de água fria, constituído por:
 - 1 coluna atendendo às 15 bacias sanitárias de uma mesma prumada de apartamentos;
 - 1 coluna atendendo aos 15 chuveiros e aos 15 lavatórios de uma mesma prumada de apartamentos;
 - 1 coluna atendendo às 15 pias e aos 15 tanques de uma mesma prumada de apartamentos;
 - 1 barrilete atendendo, exclusivamente, às 2 colunas que alimentam as bacias sanitárias;

TIPO DE APARELHO SANITARIO	LAVATORIO (LV)	CHUVEIRO (CH)
MUNDO DE APARELHOS SANITARIOS		
A JUZANT. OU TOILETE	5	5
CAIXAS DE FALSA CONDUCAO	EPSILON(L)=0.01	EPSILON(F)=0.05

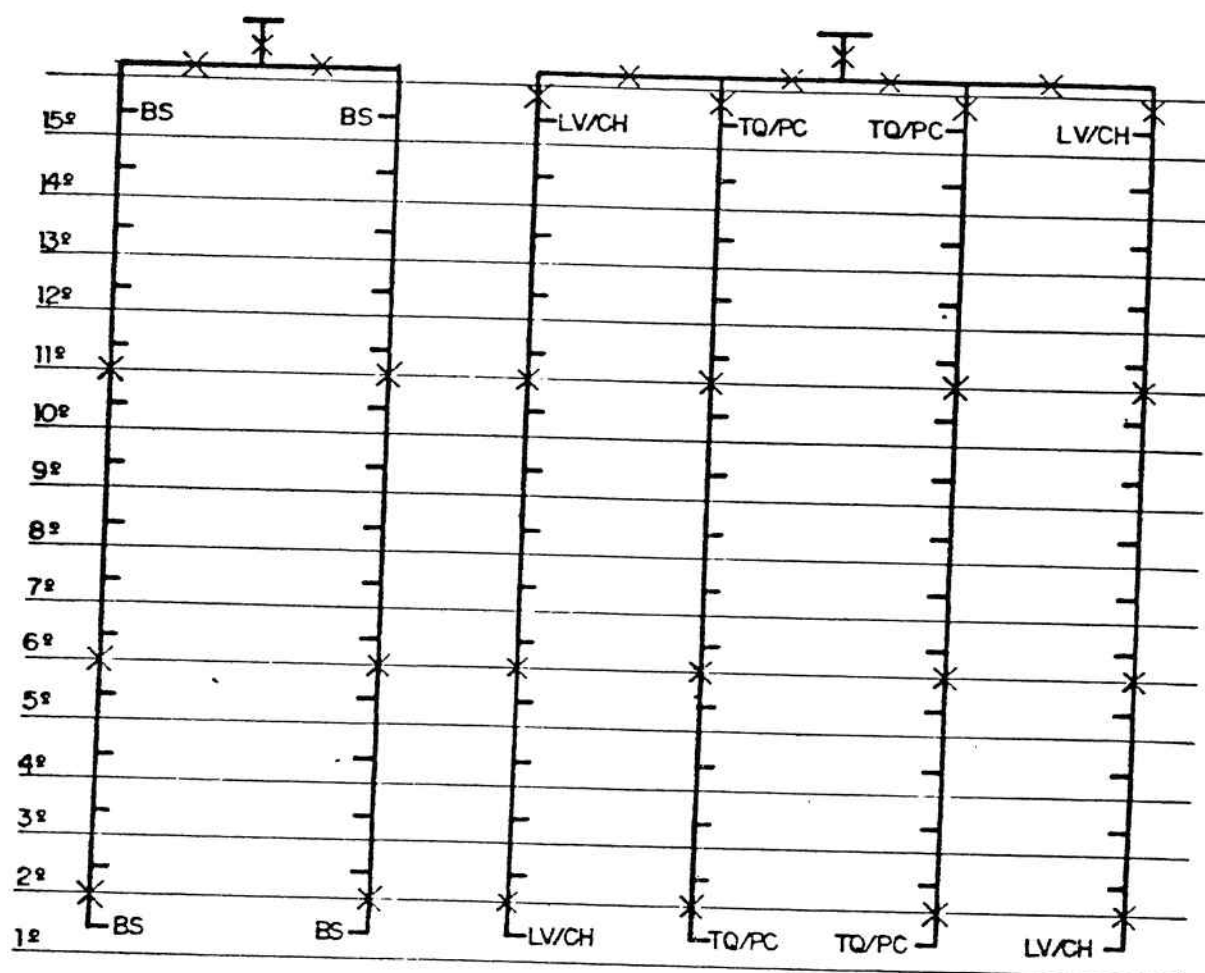
RESULTADOS COMPARATIVOS DO MODELO X SIMULAÇÃO (2500 VALORES)

MODEL	VAZAO RESULT. DEVIDO A (LV)	VAZAO RESULT. DEVIDO A (CH)	VAZAO RESULT. DEVIDO A	VAZAO RESULT. DEVIDO J	VAZAO RESULT. NO TRECHO	VARIACAO MUDAS
MEIA	0.0218	0.1151	0.00000000	0.00000000	0.1168	0.2842
VARIANCIA	0.0040	0.0279	0.00000000	0.00000000	0.0327	0.0295
ULSV. PAJ.	0.0693	0.1670	0.00000000	0.00000000	0.1808	0.1718
CONF. JE VAR.	3.1980	1.4513	0.00000000	0.00000000	1.1224	0.6503
LAJUA	---	---	---	---	---	0.9515
ERL	---	---	---	---	---	2.3646
SIMULACAO						
MEIA	0.0217	0.1109	0.00000000	0.00000000	0.1168	0.2827
VARIANCIA	0.0040	0.0260	0.00000000	0.00000000	0.0304	0.0261
ULSV. PAJ.	0.0703	0.1612	0.00000000	0.00000000	0.1744	0.1615
CONF. JE VAR.	3.2367	1.4542	0.00000000	0.00000000	1.1352	0.6148
LAJUA	---	---	---	---	---	10.0727
ERL	---	---	---	---	---	2.6456
RESULTADOS DE J						
	P(2LRJ)	FATUM DE FALHA	LP:ILLOA(G)	2		VAZAO CE PRECISO
MU-LU ILLOICO	0.48231920	0.01931692	0.01000000		2.69816055	0.72775214
SIMULACAO	0.49220000	0.01584786	0.00000000		---	---

Tabela 2 - Exemplo de Saída de Tabela de Resultados Comparativos
- Modelo x Simulação - Programa 2.

- . 1 barrilete atendendo às colunas (4) que alimentam os chuveiros, os lavatórios, as pias de cozinha e os tanques.

Na figura 1 apresentamos um esquema geral com o sistema predial de distribuição de água fria considerado na aplicação dos programas 1 e 2.



X - TRECHOS CONSIDERADOS

Figura 1 - Esquema Geral do Sistema Predial de Distribuição de Água Fria Considerado na Aplicação dos Programas 1 e 2.

Para efeito de cálculo foram considerados os valores de média e variância das variáveis aleatórias t , T , q para os diversos tipos de aparelhos, os fatores de falha e as funções densidade de probabilidades apresentados a seguir:

- Dados de Entrada Considerados:

. Parâmetros:

	μ_t	σ_t	μ_T	σ_T	μ_q	σ_q
ES	9	1,5	1.800	540	2,00	0,15
LV	20	3,0	720	144	0,15	0,10
CH	180	54,0	1.800	720	0,20	0,08
PC	30	15,0	480	240	0,15	0,08
TQ	300	45,0	2.400	960	0,20	0,10

. Fatores de Falha:

$\epsilon_G = 0,01$;

$\epsilon_{LMAX} = 0,05$.

. Distribuições de:

t - GAMA;

T - GAMA;

q - GAMA.

Os cálculos não foram efetuados para todos os trechos, mas somente para aqueles indicados na Figura 1.

Ainda, os valores dos parâmetros foram adotados em função de dados obtidos na literatura consultada e através da experiência e julgamento do autor. Tais valores não devem ser indiscriminadamente utilizados e recomendamos a obtenção de parâmetros característicos através de levantamentos de campo que representem com fidelidade o comportamento de determinada população de usuários.

A aplicação do programa 1, para sistemas homogêneos de aparelhos sanitários, foi efetuada para todos os aparelhos sanitários, e as tabelas com os resultados obtidos estão apresentadas no ANEXO III da bibliografia [8].

A aplicação do programa 2, para sistemas mistos de aparelhos sanitários, foi efetuada para os trechos de tubulação indicados na Figura 1, e as tabelas com os resultados obtidos estão apresentadas no ANEXO IV da bibliografia [8].

Na tabela 3 apresentamos resumo dos resultados significativos da aplicação dos programas 1 e 2 à situação de projeto aqui considerada.

Da observação dos resultados apresentados nesta tabela (Tabela 3) podemos verificar que os desvios que ocorrem entre os valores obtidos pela aplicação do modelo proposto e aqueles obtidos via simulação, são na maioria dos casos de pequena magnitude, e podem ser justificados pelas seguintes razões:

TIPO	IQ	I	I	po	I	Q/Q=0I	Q/Q=0I	L	I	G	IQp (1/s)				
I	I	1IM	I	0,9946	I	2,000	I	0,150	I	0,0500	I	0,0100	I	2,25	I
I	I	IS	I	0,9936	I	2,029	I	0,119	I	0,0000	I	0,0000	I	-	I
I	I	I--I--I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I
I	I	5IM	I	0,9731	I	2,024	I	0,268	I	0,0500	I	0,0100	I	2,46	I
I	I	IS	I	0,9748	I	2,041	I	0,298	I	0,0159	I	0,0004	I	-	I
I	BS	I--I--I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I
I	I	110IM	I	0,9470	I	2,054	I	0,366	I	0,0500	I	0,0100	I	2,66	I
I	I	IS	I	0,9480	I	1,989	I	0,213	I	0,0077	I	0,0004	I	-	I
I	I	I--I--I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I
I	I	115IM	I	0,9216	I	2,085	I	0,449	I	0,0500	I	0,0100	I	2,82	I
I	I	IS	I	0,9236	I	2,105	I	0,436	I	0,0471	I	0,0036	I	-	I
I	I	I--I--I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I
I	I	130IM	I	0,8499	I	2,178	I	0,630	I	0,0500	I	0,0100	I	3,31	I
I	I	IS	I	0,8520	I	2,130	I	0,521	I	0,0541	I	0,0080	I	-	I
I	I	I--I--I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I
I	I	1IM	I	0,8594	I	0,195	I	0,091	I	0,0500	I	0,0100	I	0,36	I
I	I	IS	I	0,8444	I	0,197	I	0,087	I	0,0437	I	0,0068	I	-	I
I	I	I--I--I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I
I	I	5IM	I	0,4823	I	0,264	I	0,172	I	0,0193	I	0,0100	I	0,73	I
I	I	IS	I	0,4952	I	0,263	I	0,162	I	0,0158	I	0,0080	I	-	I
I	ILV/CHI	I--I--I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I
I	I	110IM	I	0,2477	I	0,364	I	0,260	I	0,0133	I	0,0100	I	1,16	I
I	I	IS	I	0,2540	I	0,375	I	0,243	I	0,0102	I	0,0076	I	-	I
I	I	I--I--I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I
I	I	115IM	I	0,1339	I	0,474	I	0,344	I	0,0115	I	0,0100	I	1,57	I
I	I	IS	I	0,1392	I	0,480	I	0,323	I	0,0084	I	0,0072	I	-	I
I	I	I--I--I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I
I	I	1IM	I	0,7894	I	0,192	I	0,060	I	0,0475	I	0,0100	I	0,40	I
I	I	IS	I	0,7864	I	0,189	I	0,099	I	0,0449	I	0,0096	I	-	I
I	I	I--I--I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I
I	I	5IM	I	0,3242	I	0,300	I	0,216	I	0,0148	I	0,0100	I	0,94	I
I	I	IS	I	0,3176	I	0,311	I	0,214	I	0,0152	I	0,0104	I	-	I
I	IPC/TQI	I--I--I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I
I	I	110IM	I	0,1189	I	0,460	I	0,341	I	0,0113	I	0,0100	I	1,56	I
I	I	IS	I	0,1400	I	0,471	I	0,316	I	0,0051	I	0,0044	I	-	I
I	I	I--I--I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I
I	I	115IM	I	0,0461	I	0,638	I	0,459	I	0,0105	I	0,0100	I	2,13	I
I	I	IS	I	0,0476	I	0,660	I	0,416	I	0,0059	I	0,0056	I	-	I
I	I	I--I--I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I
I	I	115IM	I	0,0064	I	1,024	I	0,586	I	0,0101	I	0,0100	I	2,85	I
I	ILV/CHI	IS	I	0,0040	I	1,048	I	0,540	I	0,0036	I	0,0036	I	-	I
I	IPC/TQI	I--I--I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I
I	I	130IM	I	0,0001	I	2,036	I	0,992	I	0,0100	I	0,0100	I	5,02	I
I	I	IS	I	0,0006	I	2,066	I	0,910	I	0,0040	I	0,0040	I	-	I
I	I	I--I--I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I

Tabela 3 - Resumo dos Resultados da Aplicação dos Programas 1 e 2 à Situação de Projeto Considerada.

- os parâmetros das variáveis obtidos através de simulação apresentam diferenças com relação àqueles considerados na aplicação do modelo;
- o número de simulações considerado (2500 valores) também produz desvios com relação aos valores obtidos pelo modelo; o aumento do número de simulações tenderia a minimizar os desvios observados, muito embora os custos de processamento tornar-se-iam por demais elevados;
- a distribuição de probabilidades do tipo Gama, ajustada à variável Q/Q_0 , é uma distribuição aproximada, conforme mencionamos anteriormente, podendo com isso introduzir, naturalmente, alguns desvios nos resultados obtidos, muito embora os fatores de falha tenham resultado a favor da segurança, na maioria dos casos estudados;
- considerando-se a magnitude das variáveis e o volume de cálculos realizados, é de se esperar a ocorrência de desvios nos resultados obtidos, ocasionados por erros de propagação e truncamento.

Tendo em vista a magnitude dos desvios observados e a precisão aceita, em geral, no dimensionamento dos sistemas prediais de distribuição de água fria, podemos considerar como satisfatórios os resultados obtidos através da aplicação do modelo proposto.

3.5 Roteiro para a aplicação do modelo proposto

O modelo desenvolvido neste trabalho apresenta uma formulação relativamente extensa. Assim sendo, procuraremos apresentar um resumo do formulário do modelo segundo uma ordenação dos procedimentos necessários à aplicação prática do mesmo, visando a elaboração de programa para microcomputadores.

O roteiro para o cálculo da vazão de projeto, utilizando o modelo proposto, é o que se segue:

- 1 - identificar os ambientes sanitários, existentes no edifício objeto do projeto;
- 2 - definir o traçado geométrico do sistema de distribuição de água fria, identificando os ambientes sanitários atendidos pelas tubulações do sistema;
- 3 - definir o período de pico ($t_p - s$);
- 4 - definir a área de influência (A_m) de cada ambiente sanitário;
- 5 - definir as densidades populacionais nas áreas de influência, durante o período de pico, a saber:

- . d_{min} - densidade populacional mínima (pessoas/m²);
 - . d_{prov} - densidade populacional mais provável (pessoas/m²);
 - . d_{max} - densidade populacional máxima (pessoas/m²).
- 6 - definir o número total de aparelhos sanitários de cada tipo, para os diferentes ambientes sanitários n_i ;
- 7 - definir para cada tipo de aparelho sanitário, atendendo às áreas de influência os seguintes parâmetros:
- . número de usos "per capita" no período de pico, a saber:
 - $u_{min}(i)$ - usos "per capita" mínimo (usos/pessoa);
 - $u_{prov}(i)$ - usos "per capita" mais provável (usos/pessoa);
 - $u_{max}(i)$ - usos "per capita" máximo (usos/pessoa).
 - . vazão unitária do aparelho sanitário, a saber:
 - $q_{min}(i)$ - vazão unitária mínima (l/s);
 - $q_{prov}(i)$ - vazão unitária mais provável (l/s);
 - $q_{max}(i)$ - vazão unitária máxima (l/s).
 - . duração da descarga de um aparelho sanitário, a saber:
 - $t_{min}(i)$ - duração mínima da descarga (s);
 - $t_{prov}(i)$ - duração mais provável da descarga (s);
 - $t_{max}(i)$ - duração máxima da descarga (s).
- 8 - definir os fatores de falha admissíveis, compatíveis com o nível de desempenho desejado para o sistema, a saber:
- ϵ_G - fator de falha global;
 - ϵ_{LMAX} - fator de falha local máximo.
- 9 - calcular as médias e variâncias das variáveis aleatórias d (densidade populacional) e u (usos "per capita"):

$$\mu_d = \frac{d_{min} + 3 d_{prov} + d_{max}}{5}$$

$$\sigma_d^2 = \frac{(d_{max} - d_{min})^2}{25}$$

$$\mu_u(i) = \frac{u_{\min}(i) + 3 u_{\text{prov}}(i) + u_{\max}(i)}{5}$$

e

$$\sigma_u^2(i) = \frac{(u_{\max}(i) - u_{\min}(i))^2}{25}$$

10 - calcular as médias e variâncias dos parâmetros de entrada, para a aplicação do modelo, a saber:

. intervalo entre descargas consecutivas (T - s):

$$\mu_T(i) = \frac{t_{pni}}{A} \left(\frac{1}{\mu_u(i)} + \frac{\sigma_u^2(i)}{3\mu_u(i)} \right) \left(\frac{1}{\mu_d} + \frac{\sigma_d^2}{3\mu_d} \right)$$

$$\sigma_T^2(i) = \left(\frac{t_{pni}}{A} \right)^2 \left[\left(\frac{1}{\mu_u(i)} + \frac{\sigma_u^2(i)}{3\mu_u(i)} \right)^2 \frac{\sigma_d^2}{\mu_d^4} + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{1}{\mu_d} + \frac{\sigma_d^2}{3\mu_d} \right)^2 \frac{\sigma_u^2(i)}{\mu_u(i)^4} + \frac{\sigma_u^2(i) \sigma_d^2}{\mu_u(i)^4 \mu_d^4} \right]$$

. duração da descarga de um aparelho (t - s):

$$\mu_t(i) = \frac{t_{\min}(i) + 3 t_{\text{prov}}(i) + t_{\max}(i)}{5}$$

$$\sigma_t^2(i) = \frac{(t_{\max}(i) - t_{\min}(i))^2}{25}$$

. vazão unitária dos aparelhos sanitários (q - l/s):

$$\mu_q(i) = \frac{q_{\min}(i) + 3 q_{\text{prov}}(i) + q_{\max}(i)}{5}$$

$$\sigma_q^2(i) = \frac{(q_{\max}(i) - q_{\min}(i))^2}{25}$$

- 11 - calcular as médias e variâncias das variáveis aleatórias p_i e os parâmetros a_i e b_i das distribuições de probabilidades Beta-Binomial:

$$\mu_P(i) = \frac{\mu_t(i)}{\mu_T(i)} + \frac{\mu_t(i)}{\mu_T^3(i)} \sigma_T^2(i) - \frac{\sigma_t^2(i)}{\mu_T^2(i)}$$

$$\sigma_P^2(i) = \left(\frac{\mu_t(i)}{\mu_T(i)} \right)^2 \left(\frac{\sigma_t^2(i)}{\mu_T^2(i)} + \frac{\sigma_T^2(i)}{\mu_T^2(i)} - 2 \frac{\sigma_t^2(i)}{\mu_t(i) \mu_T(i)} \right)$$

$$a(i) = \frac{\mu_P^2(i)}{\sigma_P^2(i)} - \frac{\mu_P^3(i)}{\sigma_P^2(i)} - \mu_P(i)$$

$$b(i) = \frac{1 - \mu_P(i)}{\mu_P(i)} - a(i)$$

- 12 - definir o número de aparelhos de cada tipo, atendidos pelo trecho de tubulação considerado - $n(i)$; cabe comentar que um tipo de aparelho, para efeito de aplicação do modelo, é definido pelo conjunto de valores das médias e variâncias das variáveis T , t e q , isto é, qualquer alteração em algum dos parâmetros caracteriza um outro "tipo" de aparelho sanitário, para efeito da determinação da vazão de projeto Q_P .

- 13 - calcular as médias e variâncias das vazões geradas no trecho, pelos diferentes tipos de aparelhos sanitários:

$$\mu_Q(i) = n(i) \mu_P(i) \mu_q(i)$$

$$\begin{aligned} \sigma_Q^2(i) = & n(i) \mu_P(i) (1 - \mu_P(i)) \mu_q^2(i) + \\ & [n^2(i) \mu_P^2(i) + n(i) \mu_P(i) (1 - \mu_P(i))] \sigma_q^2(i) + \\ & + n(i) (1 - n(i)) \sigma_P^2(i) (\mu_q^2(i) + \sigma_q^2(i)). \end{aligned}$$

- 14 - calcular o $po(i)$ para cada um dos conjuntos de aparelhos sanitários de diferentes tipos:

$$po(i) = e^{-C(i)}$$

sendo:

$$C(i) = [(n(i) + b(i) - 1/2) \ln (n(i) + b(i)) + (a(i) + b(i) - 1/2) \ln (a(i) + b(i)) - (a(i) + b(i) + n(i) - 1/2) \ln (a(i) + b(i) + n(i)) - (b(i) - 1/2) \ln b(i)] +$$

$$+ [\ln A(n(i) + b(i)) + \ln A(a(i) + b(i)) - \ln A(a(i) + b(i) + n(i)) - \ln A(b(i))]$$

onde, a função $A(c)$ é a seguinte:

$$A(c) = 1 + \frac{1}{12c} + \frac{1}{280c^2} - \frac{139}{51840c^3} - \frac{571}{2488320c^4}$$

- 15 - calcular a média e a variância da vazão Q , que ocorre no trecho, gerada por todos os aparelhos sanitários:

$$\mu Q = \sum_i \mu Q(i)$$

$$\sigma_Q^2 = \sum_i \sigma_{Q(i)}^2$$

- 16 - calcular a probabilidade po , no trecho considerado:

$$po = \prod_i po(i)$$

- 17 - calcular a média e variância da vazão $Q/Q \neq 0$, no trecho considerado:

$$\mu_{Q/Q \neq 0} = \frac{\mu Q}{1 - po}$$

$$\sigma_{Q/Q \neq 0}^2 = \frac{\sigma_Q^2}{1 - po} - \frac{po}{(1 - po)^2} \mu Q^2$$

18 - calcular o fator de falha local ϵ_L :

$$\text{se } 0 \leq p_0 \leq 1 - \frac{\epsilon_G}{\epsilon_{LMAX}} \rightarrow \epsilon_L = \frac{\epsilon_G}{1 - p_0}$$

$$\text{se } 1 - \frac{\epsilon_G}{\epsilon_{LMAX}} < p_0 \leq 1 \rightarrow \epsilon_L = \epsilon_{LMAX}$$

19 - calcular os parâmetros da distribuição de probabilidades Gama, da variável aleatória $Q/Q \neq 0$:

$$r_Q = \frac{\mu_{Q/Q \neq 0}^2}{\sigma_{Q/Q \neq 0}^2}$$

$$\lambda_Q = \frac{\mu_{Q/Q \neq 0}}{\sigma_{Q/Q \neq 0}^2}$$

20 - calcular z :

$$\text{para } 0,5 < r_Q < 12 \quad \text{e} \quad \epsilon_L < 0,5:$$

$$z = y - \frac{\mu_{Q/Q \neq 0}}{\sigma_{Q/Q \neq 0}}$$

sendo:

$$y = A_0 + A_1 \ln \epsilon_L + A_2 \epsilon_L^2 + A_3 \epsilon_L \ln \epsilon_L$$

onde:

$$A_0 = 0,0106179 - 0,015684 r_Q^2 + 1,66011 \ln r_Q - \\ - 0,365992 \ln r_Q + 0,145241 r_Q \ln r_Q$$

$$A_1 = - 0,996223 - 0,00231704 r_Q^2 + 0,357714 \ln r_Q - \\ - 0,106577 \ln r_Q + 0,0201662 r_Q \ln r_Q$$

$$A_2 = - 1,46338 - 0,000741918 r_Q^2 + \frac{1,46426}{r_Q} - 0,206282 \ln r_Q$$

$$A3 = 2,76031 - 2,72033 rQ - 0,0544844 rQ^2 + 3,13504 \ln rQ + \\ + 1,04581 rQ \ln rQ.$$

- para $rQ \geq 12$

$$z = 0,329618 - 1,32066 \varepsilon L - 0,507301 \ln \varepsilon L - 0,0154816 \varepsilon L^2$$

21 - calcular a vazão de projeto Q_p :

$$Q_p = \mu Q/Q_{70} + z \sigma Q/Q_{70}$$

Evidentemente para que possamos utilizar o procedimento apresentado no roteiro acima torna-se necessária a utilização de recursos computacionais compatíveis com a grande quantidade de operações matemáticas.

4. Comentários Finais

Os principais aspectos formais em que o modelo proposto se destaca de outros métodos probabilísticos existentes são os seguintes:

- . a consideração de que os parâmetros T, t e q são variáveis aleatórias;
- . a consideração da influência da população e das características da edificação;
- . a aplicação do modelo é possível para trechos de tubulação que alimentam conjuntos homogêneos e mistos de aparelhos sanitários;
- . a introdução dos fatores de falha global e local, como medidas de desempenho do sistema;
- . a introdução da técnica de operação com médias e variâncias das variáveis aleatórias, bem como da técnica de estimação de médias e variâncias por 3 valores característicos;
- . a incorporação de procedimentos de cálculo probabilístico como parte integrante do modelo.

O modelo proposto permite ao projetista das instalações hidráulicas prediais a melhoria do poder de decisão, procurando conduzir o tratamento da questão de forma a incorporar a sua sensibilidade no processo de projeto.

5. Referências Bibliográficas

- [1]. GONÇALVES, O. M.; "Influência do Uso Simultâneo de Aparelhos Sanitários no Dimensionamento de Instalações Prediais de Água Fria", Dissertação apresentada à Escola Politécnica da USP para a obtenção do título Mestre em Engenharia, São Paulo, 1978.
- [2]. GRAÇA, M. E. A. & GONÇALVES, O. M.; "Sistemas Prediais de Distribuição de Água Fria - Determinação das Vazões de Projeto", São Paulo, Departamento de Engenharia de Construção Civil da EPUSP, 1987, BT-PCC 11/87.
- [3]. KIYA, F. e MURAKAWA, S.; "Investigation on the Collection of Data to Use for Load Calculating", Proceedings of the CIB Commission W62 Symposium held at the Danish Building Research Institute, September, 1974.
- [4]. GAARSLEV, A.; "Stochastic Models to Estimate the Material Handling Systems in the Construction Industry", Stanford University, Technical Report n. 111, California, U.S.A., 1969.
- [5]. VERGARA, A.J. e BOYER, L.T.; "Probabilistic Approach to Estimating and Cost Control", Journal of the Construction Division, ASCE, CO4, December, 1974.
- [6]. GRAÇA, M.E.A. e GONÇALVES, O.M.; "Estimação Probabilística de Custos - Método Simplificado", Simpósio sobre Barateamento da Construção Habitacional, Salvador, março, 1978..
- [7]. JOHNSON, N.L., KOTZ, S.; "Continuous Univariate Distributions - 1", Houghton Mifflin Company, Boston, U.S.A, 1970.
- [8]. GONÇALVES, O. M.; "Formulação de Modelo para o Estabelecimento de Vazões de Projeto em Sistemas Prediais de Distribuição de Água Fria", Tese apresentada à Escola Politécnica da USP para a obtenção do título de Doutor em Engenharia, São Paulo, 1986.
- [9]. MURAKAWA, S.; "Study on the Method for Calculating Water Consumption and Water Uses in Multi-Story Flats", 12th CIB-W62 Symposium - Water Supply and Drainage for Buildings, Tokio, 1985.
- [10]. JOHNSON, N.L., KOTZ, S.; "Continuous Univariate Distributions - 2", Houghton Mifflin Company, Boston, U.S.A, 1970.
- [11]. CORDANI, L.K.; "O Problema Discriminatório Numa Família de Distribuições Discretas", Dissertação de Mestrado Apresentada ao Instituto de Matemática e Estatística da U.S.P., outubro, 1976.

