

In: SEMINARIO "USO DO AÇO NA CONSTRUÇÃO", 3., São Paulo, SP,  
28 jun.-1º jul. 1988. Anais. São Paulo, CTCM, 1988.  
p.229-233

CALCULO DE CABOS-TRELIÇA PELA TECNICA DO MEIO CONTINUO

Roberto L. A. Barbato

da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de  
São Paulo

José Jairo de Sáles

da Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira da Universidade  
Estadual Paulista

1- INTRODUÇÃO

Atualmente existem dois procedimentos para o cálculo dos cabos-treliça. Um deles é baseado no processo dos deslocamentos para estruturas de comportamento não linear, o outro consiste em admitir que a ligação entre os cabos seja feita por um meio contínuo. Este procedimento, conhecido como a técnica do meio contínuo, possibilita a análise do cabo-treliça com o uso de equipamentos de pequeno porte.

2- CABO LIVREMENTE SUSPENSO

Para melhor entender as equações do cabo-treliça, demonstra-se a seguir algumas das relações básicas do cabo livremente suspenso.

Aplicando as condições de equilíbrio ao cabo representado na figura 1, resultam as equações diferenciais:

$$\begin{aligned} dH &= 0 & 2.1 \\ dV &= -pdx & 2.2 \\ Hdy &= Vdx & 2.3 \end{aligned}$$

Relacionando as três equações anteriores obtém-se

$$y'' = - \frac{p}{H} \quad 2.4$$

Com as condições de contorno da figura 1 encontram-se:

$$y' = \frac{px}{H} + \frac{p\ell}{2H} + \frac{h}{\ell} \quad 2.5$$

$$y = \frac{px^2}{2H} + \left( \frac{p\ell}{2H} + \frac{h}{\ell} \right) x \quad 2.6$$

Fazendo em 2.6,  $x = \ell/2$  resulta:

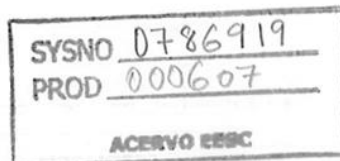
$$H = \frac{p\ell^2}{8f} \quad 2.7$$

Observe-se que a força H é constante ao longo do cabo.

Considere-se agora a figura 2. Relacionando os deslocamentos e admitindo para o cabo a lei de Hooke, resultam as equações dos deslocamentos  $u$  e  $v$ , dadas por:

$$u = \frac{\Delta H}{EA} \int \left( \frac{ds}{dx} \right)^2 dx - y'v + y'' \int vdx + C \quad 2.8$$

0786919



$$v = x \left[ \left( -\frac{p}{2H} - \frac{4f}{l} \right) (l-x) \right] \quad 2.9$$

Considerando-se os apoios indeslocáveis encontra-se de 2.8,

$$\Delta H_1^3 \frac{L \cdot l}{8fEA} + \Delta H \frac{2f}{3} - \frac{pl^2}{12} = 0 \quad 2.10$$

Nesta última equação,

$$L = \int \left( \frac{ds}{dx} \right)^3 dx \approx l \left[ 1 + 8 \left( \frac{f}{l} \right)^2 \right] \quad 2.11$$

As equações 2.9 e 2.10 permitem calcular as variações dos deslocamentos e dos empuxos do cabo.

### 3- CABO-TRELIÇA

Escrevendo a equação 2.8 para os dois cabos e considerando que  $v = v_1 = v_2$  (desprezando a deformação das hastes) pode-se escrever:

$$-\frac{\Delta H_2}{\Delta H_1} = \frac{L_1 f_2 E_2 A_2}{L_2 f_1 E_1 A_1} = K \quad 3.1$$

Admitindo o carregamento indicado na figura 3 e relacionando as equações 2.8 e 3.1, obtém-se para o cabo superior

$$\Delta H_1^3 \left[ \frac{L_1 l (1-K)}{8f_1 E_1 A_1} \right] + \Delta H_1 \left[ -\frac{L_1 l}{8f_1 E_1 A_1} (H_1 + H_2) + \frac{2}{3} (f_1 + Kf_2) \right] - \frac{pl^2}{12} = 0 \quad 3.2$$

De modo análogo, para o cabo inferior, obtém-se:

$$\Delta H_2^3 \left[ \frac{L_2 l (K-1)}{8f_2 E_2 A_2} \right] + \Delta H_2 \left[ -\frac{L_2 l}{8f_2 E_2 A_2} (H_1 + H_2) + \frac{2}{3K} (f_2 + Kf_1) \right] - \frac{pl^2}{12} = 0 \quad 3.3$$

Nestas duas últimas equações  $H_1$  e  $H_2$  representam a força horizontal nos cabos e  $\Delta H_1$  e  $\Delta H_2$  as respectivas variações oriundas da aplicação do carregamento  $p$ .

A variação da flecha pode ser calculada fazendo em 2.9  $x = l/2$

$$v(l/2) = \Delta f = \frac{1}{H_{1F} + H_{2F}} \left[ -\frac{pl^2}{8} - \Delta H_1 (f_1 + Kf_2) \right] \quad 3.4$$

### 4- EXEMPLO DE APLICAÇÃO

Considere-se o cabo-treliça esquematizado na figura 3, para o qual têm-se  $f_1 = f_2 = 6m$ ;  $l_1 = l_2 = 60m$ ;  $E_1 = E_2 = 1600 \text{ tf/cm}^2$ ;  $A_1 = 5,734 \text{ cm}^2$ ;  $A_2 = 3,982 \text{ cm}^2$  e submetido às ações peso próprio do cabo-treliça de  $12 \text{ kgf/m}$ ; ação da protensão de  $240 \text{ kgf/m}$  e carga permanente de  $300 \text{ kgf/m}$ .

Aplicando inicialmente a protensão e o peso próprio, encontra-se

$L_1 = L_2 = 64,80m$  (de 2.11),  $H_1 = 18,171 \text{ tf}$  e  $H_2 = 17,337 \text{ tf}$  (de 2.10),

$f_1 = 6,241m$  e  $f_2 = 6,230m$  (de 2.7).

Aplicando nesta posição a ação da sobrecarga, tem-se:

$L_1 = 65,193m$  e  $L_2 = 65,175m$  (2.11),  $K = 0,6934$  (de 3.1),  $\Delta H_1 = 12,202tf$  (de 3.2),  $\Delta H_2 = -8,461tf$  (de 3.3), donde  $H_{1F} = 30,373tf$  e  $H_{2F} = 8,876tf$ ,  $\Delta f = 0,156m$  (de 3.4) e finalmente,  $f_{1F} = 6,397m$  e  $f_{2F} = 6,074m$ .

#### 5- CONCLUSÕES E OBSERVAÇÕES

O peso próprio do sistema foi considerado como suportado pelo cabo portante, tendo sido computado junto com a ação da protensão. Para determinar os esforços e os deslocamentos que a protensão introduz nos cabos, podem ser utilizadas as expressões do item 2, considerando-se os cabos como livremente suspensos. Após a aplicação da protensão, o cabo-treliça apresenta uma rigidez bem maior que a dos cabos isolados. Para confirmar esta observação basta comparar as flechas que um dos cabos apresentou para a aplicação da protensão e da sobrecarga. Por exemplo, no cabo superior a flecha oriunda da protensão e do peso próprio (252kgf/m) foi de 24,1cm. Para a aplicação da carga permanente (300kgf/m - 19% maior) a flecha apresentada foi de 15,6cm (55% menor).

Outra conclusão importante diz respeito à relação  $\Delta f/l$ , que no cabo-treliça foi de 1/385, valor comparável ao das estruturas metálicas usuais.

#### 6- BIBLIOGRAFIA

- 1- Sâles, J.J. "Projeto e viabilidade econômica de coberturas pênseis com cabos-treliça". EESC-USP, 1988.

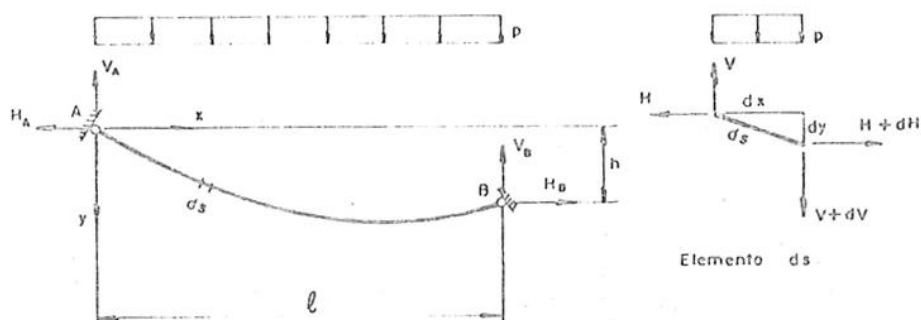
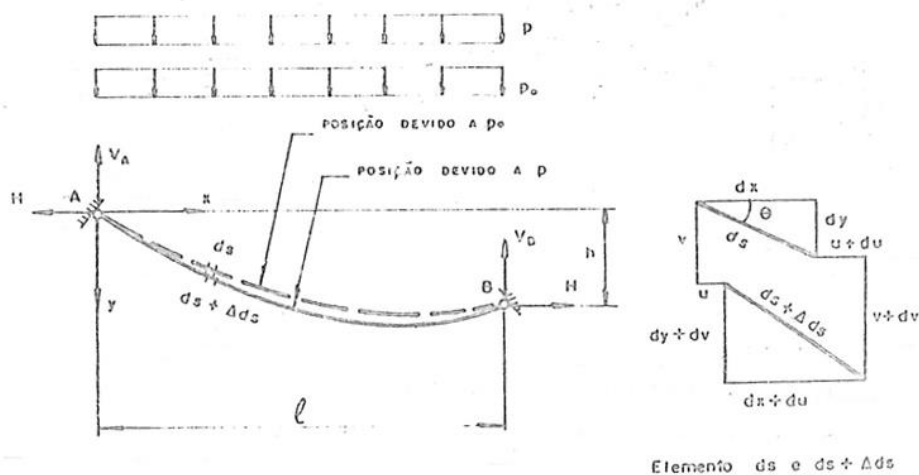


FIGURA 1 - CABO NA POSIÇÃO DE EQUILÍBRIO

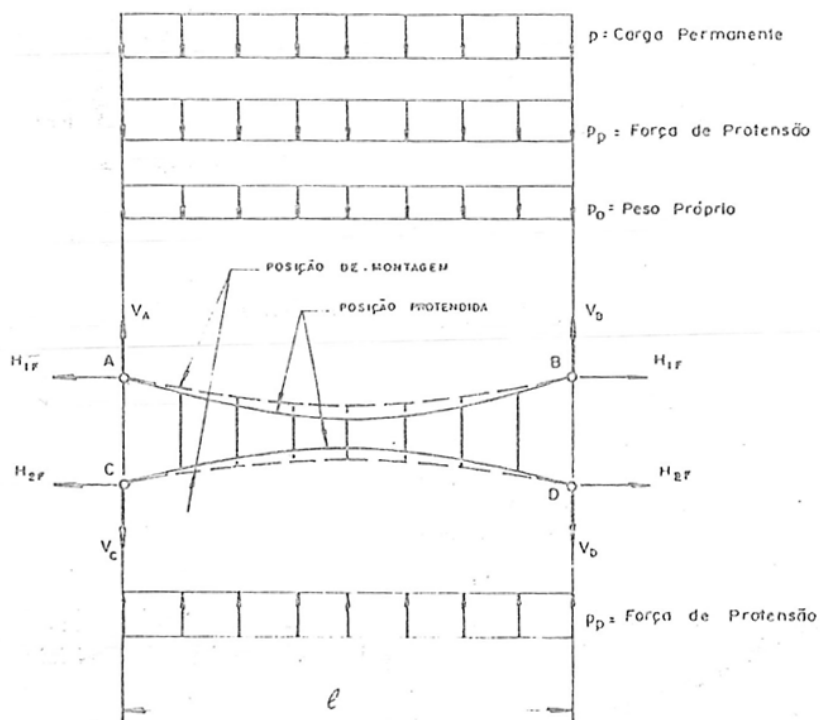


$$H = H_0 + \Delta H$$

$$H_0 = \text{Devido à carga } p_0$$

$$\Delta H = \text{Devido à carga } p$$

FIGURA 2 - CABO SOB DUAS CARGAS NÃO SIMULTÂNEAS  
- ESTUDO DOS DESLOCAMENTOS E DEFORMAÇÕES



$H_{1F} = H_1 + \Delta H_1$  : Empuxo Final do Cabo Superior

$H_{2F} = H_2 + \Delta H_2$  : Empuxo Final no Cabo Inferior

$H_1$  e  $H_2$  São os Empuxos devidos à Protensão e Peso Próprio

$\Delta H_1$  e  $\Delta H_2$  São os Incrementos nos Empuxos devidos a Carga Permanente

FIGURA 3 - CABO-TRELIÇA

- ESTUDO DE APLICAÇÃO DA PROTENSÃO  
PELAS HASTES E DA CARGA PERMANENTE