OPERADORES MULTILINEARES E A PROPRIEDADE DE RADON NIKODYM

RAYMUNDO ALENCAR

IME - USP

Nesta comunicação apresentamos os principais resultados publicados em [1].

É bem conhecido desde Grothendieck a relação entre operadores lineares do tipo nuclear e integral e a propriedade de Radon Nikodym (PRN) em espaços de Banach.

Se E e F são espaços de Banach, denotamos por $L_N(E,F)$, $L_{PI}(E,F)$ e $L_{GI}(E,F)$, respectivamente as classes dos operadores lineares (contínuos) do tipo nuclear, Pietsch-integral e Grothendieck-integral, os quais são espaços de Banach com suas respectivas normas.

Temos naturalmente as inclusões:

$$L_N(E,F) \subset L_{PI}(E,F) \subset L_{GI}(E,F)$$

Grothendieck caracteriza condições sobre os espaços E e F para que tenhamos as inclusões contrárias pelos seguintes teoremas:

<u>Teorema A</u>: Um espaço de Banach F tem a PRN se e somente se para todo espaçode Banach E temos $L_N(E,F) = L_{PI}(E,F)$ isometricamente.

<u>Teorema B</u>: Seja E um espaço de Banach cujo dual E* tem a propriedade de aproximação. Então E* tem a PRN se e somente se para todo espaço de Banach F temos $L_N(E,F) = L_{GI}(E,F)$ isometricamente.

No caso de operadores multilineares, um exemplo simples mostra que não é possível estender o teorema A, ou seja, existem espaços de

Banach E, F e G, G com a PRN, tais que a inclusão $L_N(E,F;G) \subset L_{PI}(E,F;G)$ é própria.

Para operadores lineares estabelecemos um teorema que pode ser considerado como uma forma dual do Teorema B, o qual não envolve a propriedade de aproximação.

Teorema 1: O dual E* de um espaço de Banach tem a PRN se e somente se para todo espaço de Banach F, temos $L_N(E,F) = L_{PI}(E,F)$ isometricamente.

No caso de operadores multilineares estendemos o Teorema 1 na seguinte forma:

Teorema 2: Sejam E e F espaços de Banach tais que os duais E* e F* tenham a PRN. Então para todo espaço de Banach G, temos $L_N(E,F;G) = L_{PI}(E,F;G)$, isometricamente.

As demonstrações dos resultados acima se baseiam principalmente na teoria das medidas vetoriais e mensurabilidade em espaços de Banach. Mais especificamente para estabelecer o Teorema 2, usamos resultados sobre produto tensorial projetivo de espaços de Banach.

O Teorema 2 tem uma versão para o caso dos polinômios m-homogêneos permitindo por exemplo caracterizar condições necessárias e suficientes para a reflexividade desses espaços.

REFERÊNCIAS

1 - Alencar, R - Multilinear mappings of Nuclear and Integral type. Proc. Am. Math. Soc. 94 (1).