

Cadernos de ENGENHARIA DE ESTRUTURAS



Departamento de
Engenharia de Estruturas

Escola de Engenharia
de São Carlos

Universidade de
São Paulo

Número 13
São Carlos, 1999

**RESERVATÓRIOS METÁLICOS ELEVADOS PARA APLICAÇÃO
NA INDÚSTRIA SUCRO-ALCOOLEIRA**

Renato Celini Badiale & José Jairo de Sáles

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Reitor: Professor Titular
JACQUES MARCOVITCH

Vice-Reitor: Professor Titular
ADOLPHO JOSÉ MELFI

ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS

Diretor: Prof. Titular
EUGENIO FORESTI

Vice-Diretor: Prof. Titular
WOODROW NELSON LOPES ROMA

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE ESTRUTURAS

Chefe do Departamento: Prof. Titular
FRANCISCO ANTONIO ROCCO LAHR

Suplente do Chefe do Departamento: Prof. Titular
WILSON SERGIO VENTURINI

RESERVATÓRIOS METÁLICOS ELEVADOS PARA APLICAÇÃO NA INDÚSTRIA SUCRO-ALCOOLEIRA

Renato Celini Badiale¹ & José Jairo de Sáles²

B214π

RESUMO

No desenvolvimento de projetos específicos para a indústria sucro-alcooleira, pode ser observada a pouca informação técnica existente sobre os equipamentos utilizados nesse setor.

Para diminuir essa lacuna e por acreditar que também seria de grande utilidade algo introdutório, sobre a análise estrutural de reservatórios metálicos elevados utilizados na fabricação de açúcar e álcool, é que foi desenvolvido este trabalho, onde se procurou utilizar a teoria de cascas de revolução e um programa "comercial" de análise de estruturas por elementos finitos, como ferramentas de cálculo para o dimensionamento de um reservatório a ser utilizado nesta área de processos. Nesses equipamentos são utilizados como elementos estruturais, as cascas cilíndricas no corpo do reservatório, e as cascas cônicas na parte inferior dos mesmos.

Este trabalho aborda o comportamento destas últimas, por serem ainda menos aquinhoadas na bibliografia técnica. A comparação dos resultados obtidos pelos dois procedimentos permitiu desenvolver e aprimorar uma terceira solução, teórica e aproximada, em que as equações foram desenvolvidas para cascas cônicas com bordas engastadas e apoiadas, sob a ação de pressão hidrostática e podem ser utilizadas para prever o comportamento estrutural, desde que observadas algumas hipóteses e recomendações básicas.

Mesmo distante da simulação do comportamento real das cascas, já que em campo encontram-se inúmeros outros parâmetros não considerados neste trabalho, procurou-se apresentar um melhor esboço deste comportamento estrutural, com equacionamento acessível aos engenheiros envolvidos no projeto e que não possuam outras fontes de informação.

Palavras-chave : Reservatórios metálicos; cálculo estrutural; cascas de revolução.

1 INTRODUÇÃO

Nos desenvolvimentos de projetos específicos para a indústria sucro-alcooleira, muitas vezes os projetistas ficam limitados tecnicamente, devido à pouca informação encontrada neste setor da indústria para o dimensionamento de seus equipamentos.

A falta de um melhor entrosamento entre indústrias e universidades em nosso país, também foi, e continua sendo, responsável pela dificuldade de acesso do engenheiro não acadêmico aos estudos e pesquisas desenvolvidas sobre esse assunto, e por muitos outros, a cuja resolução é levado no seu dia-a-dia.

¹ Mestre em Engenharia de Estruturas – EESC – USP

² Doutor em Engenharia de Estruturas, Professor do Departamento de Engenharia de Estruturas da EESC-USP. E-mail: jjsales@sc.usp.br

Este trabalho visa auxiliar a análise do comportamento estrutural de reservatórios metálicos elevados, equipamentos geralmente utilizados nesta área de processos, no setor de fabricação de açúcar e álcool.

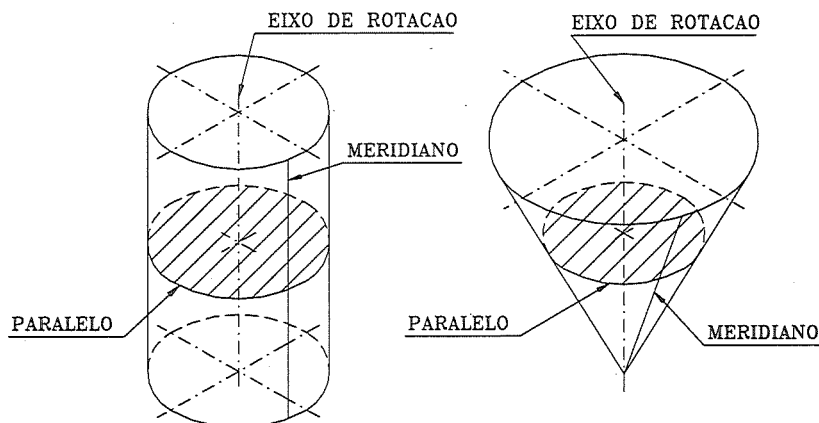


FIGURA 1 - Cascas cilíndrica e cônica

Em 1989, foi desenvolvido o projeto de um equipamento bastante utilizado na área de processos da indústria de açúcar e álcool, chamado "Dorna de Fermentação". Esse equipamento era, basicamente, um reservatório metálico elevado para conter o processo de fermentação alcoólica, formado por um corpo cilíndrico, de 1600 cm de diâmetro por 1200 cm de altura, com fundo cônico a 45° com a horizontal, sustentado por uma estrutura metálica. Os carregamentos considerados consistiam no peso próprio do equipamento, quando totalmente cheio de caldo de cana (peso específico 1,2 [ton/m³]), sobrecarga de 0,5 [m.c.a.] (metros de coluna de água) e ação do vento atuando segundo Norma Brasileira NBR 6123/1980 (da época).

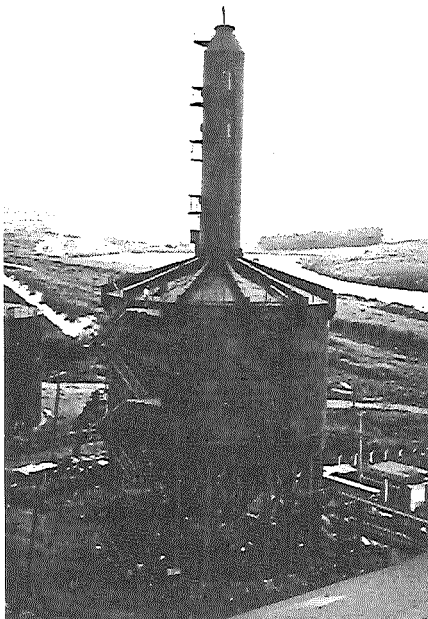


FIGURA 2 - Foto de dorna de fermentação de usina de açúcar - Catanduva - S.P.

No dimensionamento do corpo e fundo da dorna de fermentação, foram encontradas dificuldades no cálculo dos esforços que aparecem na união entre o corpo

cilíndrico e o fundo cônico, visto que as teorias passam a apresentar inúmeras complicações na suas aplicações práticas.

Outro problema encontrado foi na solução do fundo cônico, com ângulo de inclinação com a horizontal menor que 60 [graus]. O aparecimento dos efeitos de "perturbação de borda" causados pelos esforços de flexão originados das vinculações da casca não permitem a simples utilização das equações encontradas na Teoria de Membrana para a análise do comportamento geral da mesma.

O modelo estrutural utilizado para a solução consistiu no projeto de uma viga circular ("viga anel") tipo caixão na região onde ocorria a união cilindro-cone, apoiando sobre essa viga o corpo cilíndrico, pendurando o fundo cônico e dimensionando a mesma para suportar os esforços de compressão, flexão e torção causados pelas reações do cilindro e do cone devidas à ação da coluna de caldo.

Depois de projetado e construído o equipamento, foi feito um ensaio para a medição das tensões atuantes nas cascas cilíndrica e cônica, e observou-se a grande quantidade de imperfeições iniciais de fabricação no equipamento.

Os resultados dos ensaios confirmaram a impossibilidade de prever as tensões atuantes no corpo cilíndrico e no fundo cônico simplesmente com as análises teóricas, ou mesmo resolvendo os elementos estruturais que compunham o equipamento por meio de programa de análise de estruturas por elementos finitos.

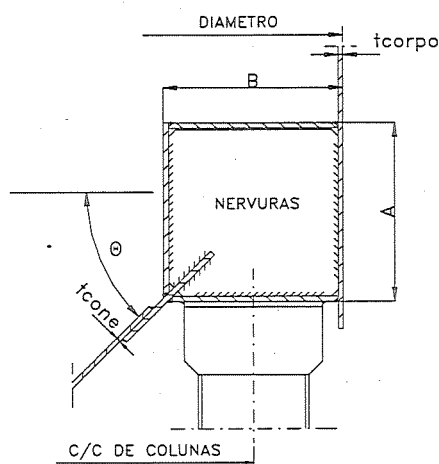


FIGURA 3 - Seção transversal da "viga anel"

Essa experiência pessoal, tendo em vista os questionamentos por ela levantados, levou a crer que algo introdutório nesse sentido seria de grande utilidade ao engenheiro do setor sucro-alcooleiro e aos profissionais da área de projetos estruturais em geral.

Tendo isso em mente, o autor apresentou, em 1997, dissertação de mestrado (BADIALE [1997a]) onde analisou individualmente as cascas cilíndrica e cônica. Foram desenvolvidas equações para borda engastada e apoiada fixa sob a ação de pressão hidrostática, que permitiram prever o comportamento estrutural das mesmas, desde que se observem as hipóteses fundamentais de "Kirchoff-Love" e o limite de inclinação para as cascas cônicas recomendados por BELLUZZI [1967].

Resolveu-se portanto, em parte, o problema encontrado na solução dos fundos cônicos com pequenos ângulos de inclinação com a horizontal e neste trabalho especificamente, pretende-se apresentar parte da dissertação de mestrado citada, no que se refere ao comportamento estrutural da casca cônica, visto que, para a mesma, pouco ou quase nada se encontrou referente a soluções teóricas aproximadas prontas para o uso do engenheiro de projetos.

2 EQUACIONAMENTO DAS EXPRESSÕES TEÓRICAS

2.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS

Por ser destinado a engenheiros de projetos, utilizou-se, no equacionamento das expressões teóricas, uma abordagem mais preocupada com a aplicação prática da teoria, do que com o seu desenvolvimento matemático propriamente dito, e um sistema de unidades coerente com o cotidiano deste profissional.

No estudo das estruturas de superfície, pode-se utilizar a teoria simplificada para cascas delgadas, desde que se obedeça às seguintes hipóteses fundamentais de "Kirchoff-Love" :

- a) o material que constitui a estrutura é homogêneo, isótropo e tem comportamento elástico linear (obedece a Lei de Hooke);
- b) a espessura "t" é pequena em relação às dimensões e aos raios de curvatura principais da superfície média (apresentam a relação do seu raio de curvatura pela sua espessura $R/t \geq 20$);
- c) as tensões normais à superfície média são desprezíveis em relação às demais tensões;
- d) os pontos pertencentes, antes da deformação, a retas normais à superfície média encontram-se, após a deformação, sobre retas perpendiculares à superfície média deformada (corresponde à hipótese de Navier da Resistência dos Materiais);
- e) os deslocamentos são muito pequenos em relação à espessura "t" da casca, sendo possível desprezar a influência dos mesmos no estudo das condições de equilíbrio do elemento de superfície (teoria linear, sendo válida a superposição de efeitos).

São necessários também, para que a casca se comporte como uma membrana, os seguintes requisitos de projeto e condições de carregamento:

- a) a casca deverá ser delgada, de espessura constante, ou então a mesma deverá variar gradativamente, evitando-se variações bruscas;
- b) a casca deverá ter uma forma adequada, isto é, a superfície da mesma deve ser contínua e a curvatura deverá variar gradativamente;
- c) a casca deverá estar submetida a forças distribuídas que variam contínua e suavemente, isto é, sem variações bruscas nas suas intensidades;
- d) a casca deverá estar corretamente apoiada, de tal maneira que os esforços que atuam na borda da mesma devam ser tangentes à superfície média; as deformações na borda devem acomodar-se ou acompanhar as deformações dos elementos contíguos.

As cascas cilíndrica e cônica pertencentes a esses equipamentos possuem também as seguintes características:

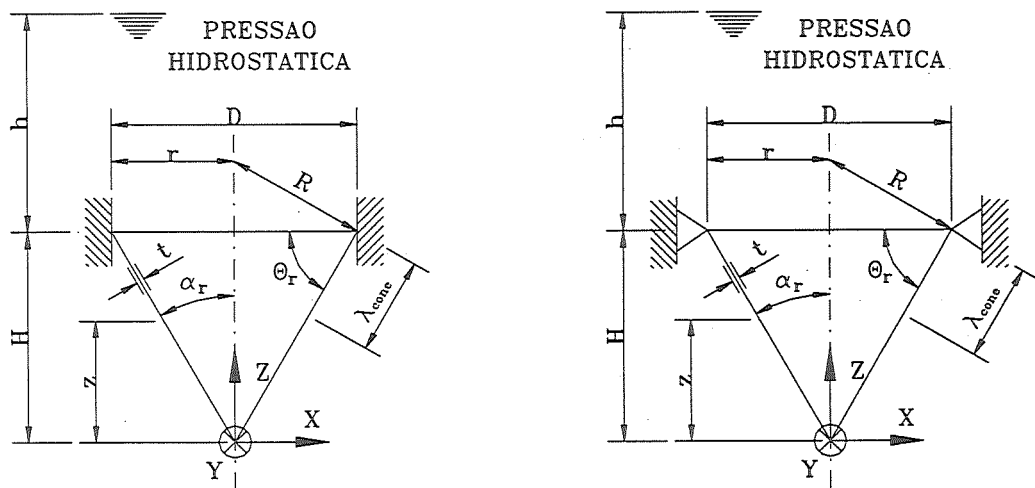
- a) o material das cascas é o aço carbono;
- b) a relação R/t é muito maior que 20;
- c) as tensões normais à superfície da casca são desprezíveis;
- d) os deslocamentos podem ser considerados relativamente pequenos em relação à espessura da casca;
- e) normalmente não são consideradas variações bruscas de espessura ao longo do meridiano da casca;

- f) as cascas possuem superfícies contínuas e curvaturas bem definidas, sendo simétricas em relação a um eixo de rotação;
- g) as ações externas atuantes são geralmente carregamentos simétricos de pressão de gases e/ou pressão hidrostática do produto armazenado;
- h) as vinculações nem sempre permitem o deslocamento livre do borda, assemelhando-se, geralmente, a apoios articulados fixos ou engastes, ambos contínuos.

Portanto, essas cascas foram consideradas como obedecendo às hipóteses de "Kirchoff-Love", aos requisitos básicos de carregamento e a quase todos os requisitos básicos de projeto, para que se comportem como uma membrana, excetuando-se as vinculações das bordas e o equacionamento das expressões, foi considerada essa teoria para a análise do comportamento geral da casca, superpondo-se os efeitos de "perturbação de borda" causados pelos esforços de flexão originados pelas vinculações da mesma.

2.2 CASCA CÔNICA

Considerando-se uma casca cônica de revolução, de espessura constante, sob ação de pressão hidrostática, vinculada continuamente segundo sua borda superior, primeiramente como engastamento e depois como apoio articulado fixo, conforme figura a seguir:



a) borda superior engastada

b) borda superior apoiada fixa

FIGURA 4 - Casca cônica de revolução sob ação de pressão hidrostática

Sendo " γ " o peso específico do produto armazenado em $[\text{ton}/\text{cm}^3]$, e as dimensões da casca cônica como :

α_r - ângulo de metade do bico da casca cônica com a **vertical** em [graus]

$\Theta_r = (90 - \alpha_r)$ - ângulo de metade do bico da casca cônica com a **horizontal** em [graus]

D - diâmetro da superfície média da borda superior da casca cônica em [cm]

$r = \frac{D}{2}$ - raio da superfície média da borda superior da casca cônica em [cm]

$R = \frac{D}{2 \cdot \cos(\alpha r)}$ - raio projetado da superfície média da borda superior da casca cônica em [cm]

$H = \frac{D}{2 \cdot \tan(\alpha r)}$ - altura total da casca cônica em [cm]

h - altura da coluna de produto armazenado acima da casca cônica em [cm]

t - espessura da casca cônica em [cm]

Z - eixo vertical medido a partir do bico da casca cônica coincidente com o seu eixo de rotação

X - eixo horizontal pertencente ao plano do papel, medido a partir do início do eixo vertical "Z"

Y - eixo horizontal que fura o plano do papel, medido a partir do início do eixo vertical "Z"

z - coordenada medida na direção do eixo "Z"

Conforme BELLUZZI [1967], os coeficientes básicos a serem utilizados no equacionamento da casca cônica, utilizando-se $R = \frac{D}{2 \cdot \cos(\alpha r)}$, serão :

$$\beta = \frac{E \cdot t}{R^2} \quad (1) \quad B = \frac{E \cdot t^3}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \quad (2) \quad \alpha = \frac{\sqrt[4]{3 \cdot (1 - \nu^2)}}{\sqrt{R \cdot t}} \quad (3)$$

onde E é o módulo de elasticidade em [ton/cm²] e ν é o coeficiente de Poisson para o material da casca.

BELLUZZI nos orienta para uma solução aproximada de cascas esféricas não muito rebaixadas. Segundo ele, a aproximação é tanto melhor quanto mais rápido é o amortecimento das "perturbações de borda" ao longo da casca, ou seja, quanto maiores forem a relação R/t e os ângulos da casca com a horizontal. Comenta que os resultados da solução aproximada são aceitáveis para ângulos θr maiores que 20 [graus]; e no caso da relação R/t ser muito grande, também para ângulos θr não menores que 10 [graus].

BELLUZZI ainda afirma que, para qualquer casca de revolução (esférica, parabólica, elíptica, cônica, cilíndrica, etc.) de espessura constante, os coeficientes elásticos de borda podem ser obtidos através das equações da solução aproximada para cascas esféricas, transformando-se a casca que se pretende estudar em uma casca esférica equivalente.

Fazendo-se então a utilização deste artifício para a casca cônica, desenvolveram-se todas as equações necessárias para o cálculo estrutural de cascas cônicas com sua borda superior vinculada continuamente.

O comprimento, ao longo do meridiano da casca, necessário para o amortecimento das tensões de flexão causadas pela "perturbação de borda", ao qual chamaremos de " λ_{cone} " em [cm], é encontrado pela equação :

$$\lambda_{\text{cone}} = R \cdot \tan \left[\frac{360}{\sqrt[4]{3 \cdot (1 - \nu^2)}} \cdot \sqrt{\frac{t}{R}} \right] \quad (4)$$

Medido a partir da borda vinculada, " λ_{cone} " permite saber a partir de que distância da borda vinculada a casca cônica tem seu comportamento representado, com boa precisão, pela Teoria de Membrana.

Os coeficientes elásticos de borda são descritos a seguir:

- deslocamento radial da superfície média da borda superior da casca cônica em [cm²/ton] para carga radial $f = 1$ ton/cm :

$$\xi_h := \frac{2 \cdot \alpha}{\beta} \cdot \cos(\alpha r)^2 \quad (5)$$

- deslocamento radial da superfície média da borda superior da casca cônica em [cm/ton] para momento $m = 1$ ton.cm/cm :

$$\xi_m := \frac{2 \cdot \alpha^2}{\beta} \cdot \cos(\alpha r) \quad (6)$$

- rotação do meridiano da superfície média da borda superior da casca cônica em [cm/ton] para carga radial $f = 1$ ton/cm :

$$\phi_h := \frac{2 \cdot \alpha^2}{\beta} \cdot \cos(\alpha r) \quad (7)$$

- rotação do meridiano da superfície média da borda superior da casca cônica em [ton⁻¹] para momento $m = 1$ ton.cm/cm :

$$\phi_m := \frac{4 \cdot \alpha^3}{\beta} \quad (8)$$

No caso particular de uma casca cônica sob a ação de pressão hidrostática de um líquido de peso específico " γ " com sua borda superior livre de qualquer vinculação que impeça seu deslocamento radial e rotação, encontra-se da Teoria de Membrana :

- deslocamento radial para ação da coluna de líquido armazenado em [cm] :

$$\xi_p(z) := \frac{\gamma \cdot \tan(\alpha r)^2 \cdot z^2}{E \cdot t \cdot \cos(\alpha r)} \cdot \left[(h + H - z) - \frac{\nu}{2} \cdot \left(h + H - \frac{2}{3} \cdot z \right) \right] \quad (9)$$

- rotação do meridiano para ação da coluna de líquido armazenado [radianos] :

$$\phi_p(z) := \frac{-\gamma \cdot \tan(\alpha r)^2 \cdot z}{6 \cdot E \cdot t \cdot \cos(\alpha r)} \cdot (-9 \cdot h - 9 \cdot H + 16 \cdot z) \quad (10)$$

Considerando-se as seguintes condições de contorno para a borda superior da casca cônica engastada (índice "e") encontra-se :

- deslocamento radial total e rotação total do meridiano nulos na coordenada $z = H$:

$$\xi_p(z) + H_{ce} \cdot \xi_h + M_{ce} \cdot \xi_m = 0 \quad (11)$$

$$\phi_p(z) + H_{ce} \cdot \phi_h + M_{ce} \cdot \phi_m = 0 \quad (12)$$

Resolvendo-se o sistema de equações encontra-se a força e o momento necessários para garantirem o engastamento perfeito da borda superior da casca :

- momento distribuído na borda engastada da casca em [ton.cm/cm] :

$$M_{ce} := \frac{\xi_p(H)}{\xi_m} - \frac{2 \cdot \phi_p(H)}{\phi_m} \quad (13)$$

- força radial distribuída na borda engastada da casca em [ton/cm] :

$$H_{ce} := \frac{\phi_p(H)}{\phi_h} - \frac{2 \cdot \xi_p(H)}{\xi_h} \quad (14)$$

Considerando-se agora as condições de contorno para a borda superior da casca cônica apoiada fixa (índice "a") tem-se :

- deslocamento radial total nulo na coordenada $z = H$:

$$\xi_p(z) + H_{ca} \cdot \xi_h = 0 \quad (15)$$

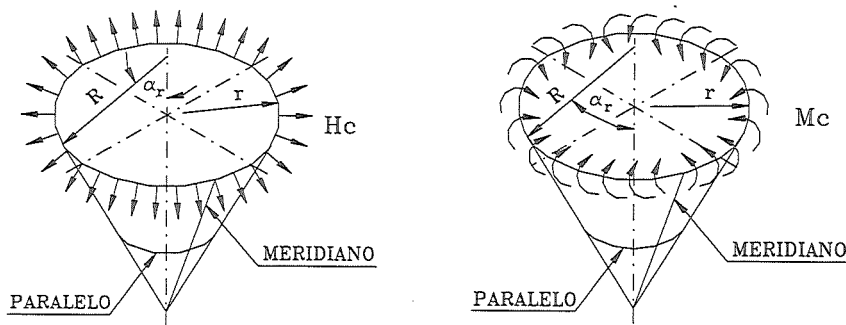


FIGURA 5 - Esquema para as forças e momentos distribuídos na borda superior vinculada

E resolvendo-se a equação, encontra-se a força necessária para garantir o apoio fixo perfeito da borda superior da casca :

- força radial distribuída na borda apoiada fixa da casca em [ton/cm] :

$$H_{ca} := \frac{-\xi_p(H)}{\xi_h} \quad (16)$$

Por meio das equações da solução aproximada para cascas esféricas apresentadas em BELLUZZI, transformando-se a casca cônica em uma casca esférica equivalente e para diversas solicitações de borda, podem-se agora encontrar as equações para rotações, momentos e tensões pelas expressões apresentadas abaixo.

2.2.1 CASCA CÔNICA COM BORDA SUPERIOR ENGASTADA

Teremos então para a borda superior engastada (índice "e") :

- equação dos deslocamentos radiais totais ao longo do meridiano da superfície média da casca cônica (força, momento e líquido armazenado) em [cm] :

$$\begin{aligned} \xi_e(z) = & \frac{Hce \cdot \cos(\alpha r)^2}{2 \cdot \alpha^3 \cdot B} \cdot e^{-\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha r)}} \cdot \sin\left(\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha r)} + \frac{\pi}{2}\right) + \\ & + \frac{Mce \cdot \cos(\alpha r) \cdot \sqrt{2}}{2 \cdot \alpha^2 \cdot B} \cdot e^{-\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha r)}} \cdot \sin\left(\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha r)} + \frac{3 \cdot \pi}{4}\right) + \\ & + \frac{\gamma \cdot \tan(\alpha r)^2 \cdot z^2}{E \cdot t \cdot \cos(\alpha r)} \cdot \left[(h + H - z) - \frac{v}{2} \cdot \left(h + H - \frac{2}{3} \cdot z \right) \right] \end{aligned} \quad (17)$$

- equação das rotações totais ao longo do meridiano da superfície média da casca cônica (força, momento e líquido armazenado) em [radianos] :

$$\begin{aligned} \phi_e(z) = & \frac{Hce \cdot \cos(\alpha r)}{2 \cdot \alpha^2 \cdot B} \cdot e^{-\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha r)}} \cdot \left[\cos\left(\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha r)}\right) + \sin\left(\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha r)}\right) \right] + \\ & + \frac{Mce \cdot \sqrt{2}}{2 \cdot \alpha \cdot B} \cdot e^{-\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha r)}} \cdot \left[\cos\left(\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha r)} + \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha r)} + \frac{\pi}{4}\right) \right] + \\ & - \frac{\gamma \cdot \tan(\alpha r)^2 \cdot z}{6 \cdot E \cdot t \cdot \cos(\alpha r)} \cdot (-9 \cdot h - 9 \cdot H + 16 \cdot z) \end{aligned} \quad (18)$$

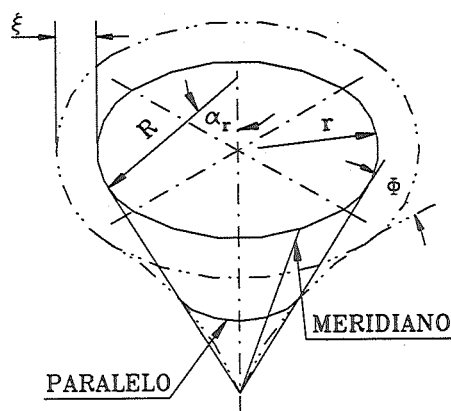


FIGURA 6 - Esquema para deslocamentos radiais e rotações

- equação dos momentos solicitantes ao longo dos paralelos da superfície média da casca cônica para esforços distribuídos na borda superior engastada em [ton.cm/cm] :

$$M1e(z) = \frac{Hce. \cos(\alpha r)}{\alpha} \cdot e^{-\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha r)}} \cdot \sin\left(\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha r)}\right) + \sqrt{2} \cdot Mce. e^{-\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha r)}} \cdot \sin\left(\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha r)} + \frac{\pi}{4}\right) \quad (19)$$

- equação dos momentos solicitantes ao longo dos meridianos da superfície média da casca cônica para esforços distribuídos na borda superior engastada em [ton.cm/cm] :

$$M2e(z) = \frac{Hce. \sin(\alpha r)}{\sqrt{2} \cdot R \cdot \alpha^2} \cdot e^{-\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha r)}} \cdot \sin\left(\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha r)} + \frac{\pi}{4}\right) + \frac{Mce. \tan(\alpha r)}{R \cdot \alpha} \cdot e^{-\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha r)}} \cdot \sin\left(\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha r)} - \frac{\pi}{2}\right) + v \cdot M1e(z) \quad (20)$$

- equação das forças solicitantes ao longo dos meridianos da superfície média da casca cônica para esforços distribuídos na borda superior engastada em [ton/cm] :

$$N1e(z) = \sqrt{2} \cdot Hce. \sin(\alpha r) \cdot e^{-\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha r)}} \cdot \sin\left(\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha r)} + \frac{3 \cdot \pi}{4}\right) + 2 \cdot Mce. \alpha \cdot \tan(\alpha r) \cdot e^{-\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha r)}} \cdot \sin\left(\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha r)}\right) \quad (21)$$

- equação das forças solicitantes ao longo dos paralelos da superfície média da casca cônica para esforços distribuídos na borda engastada em [ton/cm] :

$$N2e(z) = 2 \cdot R \cdot \alpha \cdot Hce. \cos(\alpha r) \cdot e^{-\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha r)}} \cdot \sin\left(\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha r)} + \frac{\pi}{2}\right) + 2 \cdot \sqrt{2} \cdot R \cdot \alpha^2 \cdot Mce. e^{-\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha r)}} \cdot \sin\left(\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha r)} - \frac{\pi}{4}\right) \quad (22)$$

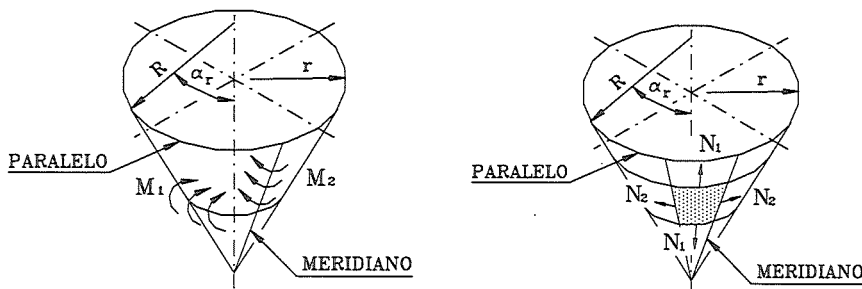


FIGURA 7 - Esquema para os momentos e forças solicitantes

- equação das tensões ao longo dos meridianos das superfícies interna (índice "in") e externa (índice "ex") da casca cônica em [ton/cm²]:

$$\sigma_{1ein}(z) := \frac{\gamma \cdot \tan(\alpha_r) \cdot z}{2 \cdot t \cdot \cos(\alpha_r)} \cdot \left(h + H - \frac{2}{3} \cdot z \right) + \frac{N_{1e}(z)}{t} - \frac{6 \cdot M_{1e}(z)}{t^2} \quad (23)$$

$$\sigma_{1eex}(z) := \frac{\gamma \cdot \tan(\alpha_r) \cdot z}{2 \cdot t \cdot \cos(\alpha_r)} \cdot \left(h + H - \frac{2}{3} \cdot z \right) + \frac{N_{1e}(z)}{t} + \frac{6 \cdot M_{1e}(z)}{t^2} \quad (24)$$

- equação das tensões ao longo dos paralelos das superfícies interna (índice "in") e externa (índice "ex") da casca cônica em [ton/cm²]:

$$\sigma_{2ein}(z) := \frac{\gamma \cdot \tan(\alpha_r) \cdot z}{t \cdot \cos(\alpha_r)} \cdot (h + H - z) + \frac{N_{2e}(z)}{t} - \frac{6 \cdot M_{2e}(z)}{t^2} \quad (25)$$

$$\sigma_{2eex}(z) := \frac{\gamma \cdot \tan(\alpha_r) \cdot z}{t \cdot \cos(\alpha_r)} \cdot (h + H - z) + \frac{N_{2e}(z)}{t} + \frac{6 \cdot M_{2e}(z)}{t^2} \quad (26)$$

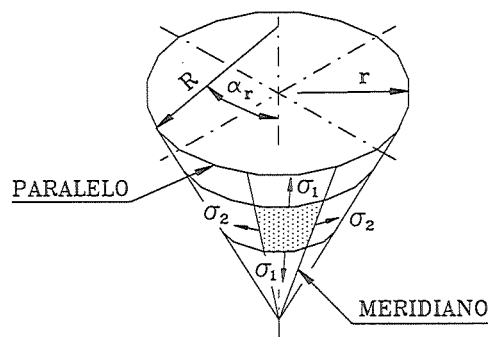


FIGURA 8 - Esquema para as tensões atuantes

2.2.2 CASCA CÔNICA COM BORDA SUPERIOR APOIADA FIXA

Para a borda superior apoiada fixa (índice "a"), encontrou-se então:

- equação dos deslocamentos radiais totais ao longo do meridiano da superfície média da casca cônica (força, momento e líquido armazenado) em [cm]:

$$\xi_a(z) = \frac{Hca \cdot \cos(\alpha_r)^2}{2 \cdot \alpha^3 \cdot B} \cdot e^{-\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha_r)}} \cdot \sin\left(\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha_r)} + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{\gamma \cdot \tan(\alpha_r)^2 \cdot z^2}{E \cdot t \cdot \cos(\alpha_r)} \cdot \left[(h + H - z) - \frac{\nu}{2} \cdot \left(h + H - \frac{2}{3} \cdot z \right) \right] \quad (27)$$

- equação das rotações totais ao longo do meridiano da superfície média da casca cônica (força, momento e líquido armazenado), em [radianos] :

$$\phi_a(z) = \frac{Hca \cdot \cos(\alpha r)}{2 \cdot \alpha^2 \cdot B} \cdot e^{-\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha r)}} \cdot \left[\cos\left(\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha r)}\right) + \sin\left(\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha r)}\right) \right] + \frac{\gamma \cdot \tan(\alpha r)^2 \cdot z}{6 \cdot E \cdot t \cdot \cos(\alpha r)} \cdot (-9 \cdot h - 9 \cdot H + 16 \cdot z) \quad (28)$$

- equação dos momentos solicitantes ao longo dos paralelos da superfície média da casca cônica para esforços distribuídos na borda superior apoiada fixa, em [ton.cm/cm] :

$$M1a(z) = \frac{Hca \cdot \cos(\alpha r)}{\alpha} \cdot e^{-\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha r)}} \cdot \sin\left(\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha r)}\right) \quad (29)$$

- equação dos momentos solicitantes ao longo dos meridianos da superfície média da casca cônica para esforços distribuídos na borda superior apoiada fixa, em [ton.cm/cm] :

$$M2a(z) = \frac{Hca \cdot \sin(\alpha r)}{\sqrt{2} \cdot R \cdot \alpha^2} \cdot e^{-\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha r)}} \cdot \sin\left(\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha r)} + \frac{\pi}{4}\right) + v \cdot M1a(z) \quad (30)$$

- equação das forças solicitantes ao longo dos meridianos da superfície média da casca cônica para esforços distribuídos na borda apoiada fixa, em [ton/cm] :

$$N1a(z) = \sqrt{2} \cdot Hca \cdot \sin(\alpha r) \cdot e^{-\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha r)}} \cdot \sin\left(\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha r)} + \frac{3 \cdot \pi}{4}\right) \quad (31)$$

- equação das forças solicitantes ao longo dos paralelos da superfície média da casca cônica para esforços distribuídos na borda apoiada fixa, em [ton/cm] :

$$N2a(z) = 2 \cdot R \cdot \alpha \cdot Hca \cdot \cos(\alpha r) \cdot e^{-\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha r)}} \cdot \sin\left(\alpha \cdot \frac{H-z}{\cos(\alpha r)} + \frac{\pi}{2}\right) \quad (32)$$

- equação das tensões ao longo dos meridianos das superfícies interna (índice "in") e externa (índice "ex") da casca cônica em [ton/cm²] :

$$\sigma_{1ain}(z) := \frac{\gamma \cdot \tan(\alpha r) \cdot z}{2 \cdot t \cdot \cos(\alpha r)} \cdot \left(h + H - \frac{2}{3} \cdot z \right) + \frac{N1a(z)}{t} - \frac{6 \cdot M1a(z)}{t^2} \quad (33)$$

$$\sigma_{1aex}(z) := \frac{\gamma \cdot \tan(\alpha r) \cdot z}{2 \cdot t \cdot \cos(\alpha r)} \cdot \left(h + H - \frac{2}{3} \cdot z \right) + \frac{N1a(z)}{t} + \frac{6 \cdot M1a(z)}{t^2} \quad (34)$$

- equação das tensões ao longo dos paralelos das superfícies interna (índice "in") e externa (índice "ex") da casca cônica em [ton/cm²]:

$$\sigma_{2ain}(z) := \frac{\gamma \cdot \tan(\alpha_r) \cdot z}{t \cdot \cos(\alpha_r)} \cdot (h + H - z) + \frac{N_{2a}(z)}{t} - \frac{6 \cdot M_{2a}(z)}{t^2} \quad (35)$$

$$\sigma_{2aex}(z) := \frac{\gamma \cdot \tan(\alpha_r) \cdot z}{t \cdot \cos(\alpha_r)} \cdot (h + H - z) + \frac{N_{2a}(z)}{t} + \frac{6 \cdot M_{2a}(z)}{t^2} \quad (36)$$

2.2.3 TENSÕES TEÓRICAS DE MEMBRANA

As expressões das tensões teóricas de membrana para a casca cônica sob ação da carga hidrostática do produto armazenado são facilmente encontradas na resistência dos materiais, e apresentadas abaixo (índice "m"):

- equação das tensões de membrana ao longo dos meridianos da superfície média da casca cônica, em [ton/cm²]:

$$\sigma_{1m}(z) := \frac{\gamma \cdot \tan(\alpha_r) \cdot z}{2 \cdot t \cdot \cos(\alpha_r)} \cdot \left(h + H - \frac{2}{3} \cdot z \right) \quad (37)$$

- equação das tensões de membrana ao longo dos paralelos da superfície média da casca cônica, em [ton/cm²]:

$$\sigma_{2m}(z) := \frac{\gamma \cdot \tan(\alpha_r) \cdot z}{t \cdot \cos(\alpha_r)} \cdot (h + H - z) \quad (38)$$

Utilizando-se das equações de (1) a (38), pode-se resolver estruturalmente a maioria das cascas cônicas delgadas, com borda superior engastada ou apoiada fixa, submetidas à ação de pressão hidrostática, desde que, lembrando novamente, atendam aos comentários do item 2.1.

3 ANÁLISE POR ELEMENTOS FINITOS

3.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS

No capítulo anterior, obteve-se, por meio da teoria das cascas de revolução, o equacionamento das expressões teóricas específicas para o cálculo da casca cônica, sob a ação de pressão hidrostática, com vinculação de borda engastada e articulada fixa.

Neste capítulo comenta-se a análise desta mesma estrutura pelo Método dos Elementos Finitos, através do programa conhecido como SAP90 (Structural Analysis Program) desenvolvido por Edward L. WILSON e Ashraf HABIBULLAH da Universidade da Califórnia, Berkeley (SAP90 ETABS SAFE [1995]).

Optou-se pelo SAP90 por ser suficiente para este estudo introdutório, feito de forma a obedecer às hipóteses fundamentais de "Kirchoff-Love" apresentadas nas considerações gerais do capítulo anterior (item 2.1), considerando-se teoria linear, efeitos de primeira ordem e carregamento estático.

O Método dos Elementos Finitos (MEF), utilizado na análise de estruturas, atinge seus objetivos, considerando a estrutura dividida em partes finitas (elementos) ligadas entre si por pontos nodais (nós), onde se supõem aplicadas as ações ou reações. A composição desses elementos para constituir a estrutura dá lugar a um sistema de equações que são tratados matricialmente.

Ao utilizar-se o MEF para a análise de uma estrutura, é importante a definição do tamanho dos elementos que compõem a casca. Por utilizar elementos "finitos", o MEF também é um método aproximado e quanto maior a experiência do projetista na geração da malha de elementos, maior é a sensibilidade do modelo na representação do comportamento da estrutura. As malhas definidas foram suficientes para permitir a comparação dos resultados de deslocamentos, esforços solicitantes e tensões atuantes obtidos pelas duas ferramentas de cálculo.

Na codificação da casca cônica, utilizaram-se as dimensões de uma casca cônica "típica" da área de processos da indústria sucro-alcooleira, como será visto no capítulo 4, observando-se que foram considerados :

$\alpha_r = 30, 45 \text{ e } 60$ - ângulo de metade do bico da casca cônica com a **vertical** [graus] (para três diferentes inclinações da casca)

$\theta_r = (90 - \alpha_r) = 60, 45 \text{ e } 30$ - ângulo de metade do bico da casca cônica com a **horizontal** [graus] (para três diferentes inclinações da casca)

$h = 1200$ - altura da coluna de produto armazenado acima da casca cônica [cm]

$h + H$ - altura total da coluna de produto armazenado [cm] (variável com α_r)

Z - eixo vertical medido a partir do bico da casca cônica coincidente com o seu eixo de rotação

X - eixo horizontal pertencente ao plano do papel, medido a partir do início do eixo vertical " Z "

Y - eixo horizontal que fura o plano do papel, medido a partir do início do eixo vertical " Z "

A casca cônica foi gerada na sua altura total H e carregada com uma coluna de água de $h + H$ (ver item 2.2 para a definição das demais variáveis envolvidas).

O programa permitiu fazer a análise estrutural da casca cônica pela da geração de apenas um de seus quadrantes por serem de revolução e possuírem carregamento simétrico em relação ao seu eixo (pressão hidrostática).

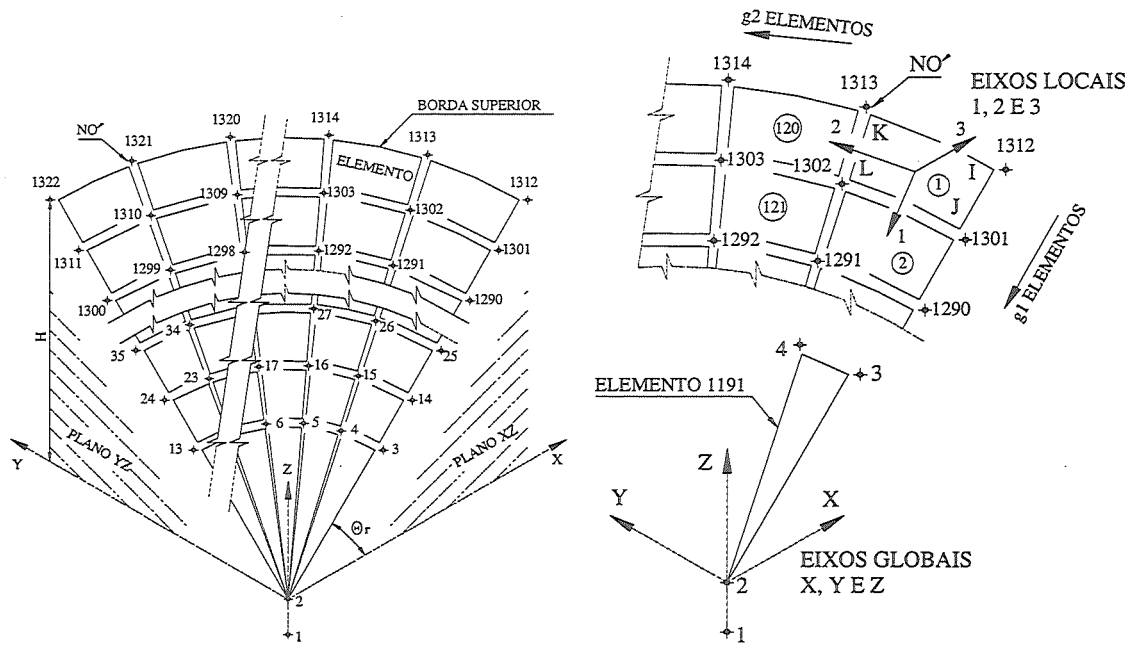


FIGURA 9 - Esquema da geração dos nós e elementos

4 ESTRUTURA ANALISADA

Relembrando-se o objetivo de utilizar a teoria de estruturas em casca de revolução e um programa de análise de estruturas por elementos finitos no cálculo da casca cônica de um reservatório, apresentam-se as suas características gerais e dimensões adotadas :

- Material do reservatório : Aço Carbono ASTM A283C
 - Módulo de elasticidade $E=2100$ [ton/cm²]
 - Coefficiente de Poisson $\nu=0,3$
 - Tensão de ruptura (ASME) 3,87 [ton/cm²]
 - Tensão de escoamento (ASME) 2,11 [ton/cm²]
 - Peso específico 7,85 [ton/m³]
- Produto armazenado: Água - Peso específico 1,0 [ton/m³]

Foram considerados três ângulos para o fundo cônico (30, 45 e 60 [graus]) com a finalidade de testar as expressões teóricas aproximadas. Os demais carregamentos, peso próprio do equipamento, sobrecarga no teto, ação do vento e ações dinâmicas não foram considerados.

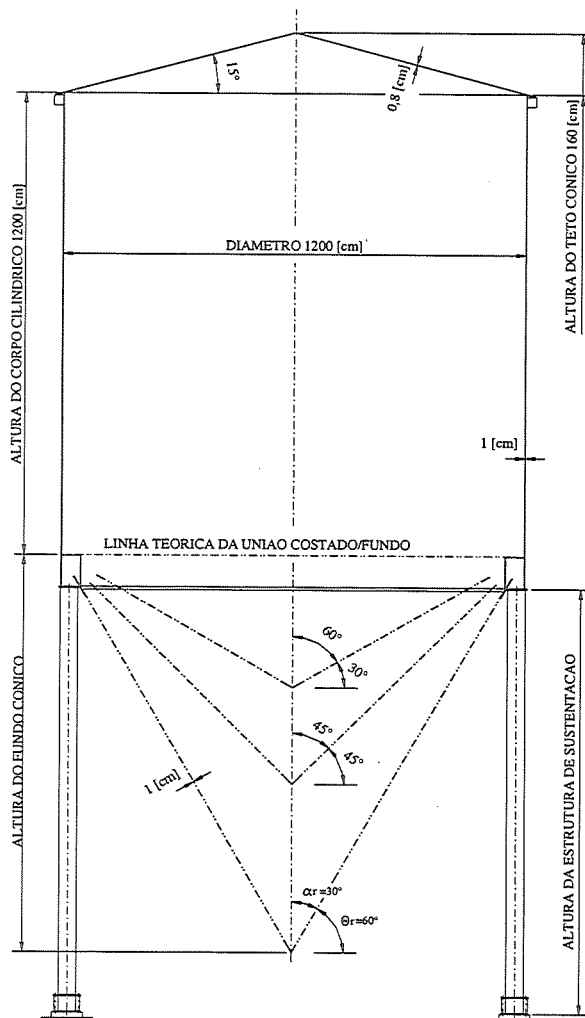


FIGURA 10 - Dimensões gerais do reservatório metálico elevado analisado com fundo cônico a 30, 45 e 60 graus com a horizontal

5 CALCULANDO A ESTRUTURA

5.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS

Partindo-se dos dados apresentados no capítulo anterior, foi considerado importante, para este trabalho, calcular os seguintes parâmetros para a casca de revolução cônica por meio das equações teóricas desenvolvidas e do método dos elementos finitos (MEF) :

- Comprimento ao longo do meridiano da casca necessário para o amortecimento das tensões de flexão causadas pela "perturbação de borda" [cm] : λ_{cone}
- Deslocamentos radiais ao longo do meridiano da superfície média da casca [cm] : engastada $\xi_e(z)$ e para a apoiada fixa $\xi_a(z)$
- Rotações ao longo do meridiano da superfície média da casca [radianos] : engastada $\phi_e(z)$ e para a apoiada fixa $\phi_a(z)$

- Momentos solicitantes ao longo dos paralelos da superfície média da casca [ton.cm/cm] : engastada $M1e(z)$ e para a apoiada fixa $M1a(z)$
- Momentos solicitantes ao longo dos meridianos da superfície média da casca [ton.cm/cm] : engastada $M2e(z)$ e para a apoiada fixa $M2a(z)$
- Tensões atuantes ao longo dos meridianos da superfície interna e externa da casca [ton/cm²] : engastada $\sigma1ein(z)$ e $\sigma1eex(z)$ respectivamente, e para a apoiada fixa $\sigma1ain(z)$ e $\sigma1aex(z)$, respectivamente
- Tensões atuantes ao longo dos paralelos da superfície interna e externa da casca [ton/cm²] : engastada $\sigma2ein(z)$ e $\sigma2eex(z)$ respectivamente, e para a apoiada fixa $\sigma2ain(z)$ e $\sigma2aex(z)$, respectivamente
- Tensões teóricas de membrana atuantes ao longo dos meridianos e dos paralelos da superfície média da casca [ton/cm²] : $\sigma1m(z)$ e $\sigma2m(z)$, respectivamente.

Para maior agilidade no cálculo pelas equações teóricas, utilizou-se um programa de planilha eletrônica, no qual foram codificadas as equações (capítulo 2) obtendo-se os valores dos parâmetros citados.

Pelo método dos elementos finitos, obteve-se, do programa SAP90, os resultados dos parâmetros referentes aos deslocamentos radiais, rotações, momentos solicitantes e tensões atuantes para a ação da pressão hidrostática na casca.

A casca cônica foi calculada com três diferentes ângulos de inclinação com a horizontal de 30, 45 e 60 graus e carregada com uma coluna de água de 1200 [cm] mais a altura do seu respectivo cone.

Apesar do cálculo ter sido efetuado para todas as cascas citadas e em toda extensão das mesmas, serão apresentados apenas os resultados para a casca cônica com ângulo de inclinação com a horizontal de 30 [graus] até os pontos, onde foram observados os maiores valores das diferenças absolutas entre os parâmetros obtidos pelas equações da teoria aproximada e os obtidos pelo cálculo através do método dos elementos finitos.

5.2 CALCULANDO E OBTENDO RESULTADOS PARA A CASCA CÔNICA INCLINAÇÃO $\theta_r=30^\circ$ COM A HORIZONTAL

Com as equações do capítulo 2 para casca cônica, e com os dados abaixo :

E [ton/cm ²]	ν (Aço)	γ [ton/cm ³]	θ_r [graus]	α_r [graus]	D [cm]	r [cm]
2100	0,3	1,00E-06	30	60	1200	600

R [cm]	H [cm]	h [cm]	t [cm]
1200	346,41	1200	1

Encontram-se :

β [ton/cm ³]	B [ton/cm]	α [cm ⁻¹]	ξ_h [cm ² /ton]	ξ_m [cm/ton]	ϕ_h [cm/ton]	ϕ_m [ton ⁻¹]
0,0015	192,3077	0,0371	12,7222	0,9442	0,9442	0,1401

λ_{cone} [cm]	$\lambda_z =$ $\lambda_{\text{cone}} \cdot \text{sen}\theta_r$ [cm]	Mce [ton.cm/cm]	Hce [ton/cm]	Hca [ton/cm]
170,46	85,23	0,3444	-0,0526	-0,0270

5.2.1 CASCA CÔNICA COM BORDA SUPERIOR ENGASTADA

Para os deslocamentos radiais e rotações ao longo do meridiano da superfície média da casca cônica, encontrou-se :

TABELA 1 - Deslocamentos radiais $\xi_e(z)$ e rotações $\phi_e(z)$

z [cm]	$\xi_e(z)$ [cm]		Diferença	$\phi_e(z)$ [radianos]		Diferença
	Teoria	Elementos Finitos		Teoria	Elementos Finitos	
346,41	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
343,52	0,0120	0,0116	0,0004	-0,0082	-0,0084	0,0002
340,64	0,0424	0,0420	0,0004	-0,0129	-0,0132	0,0003
337,75	0,0821	0,0823	0,0002	-0,0149	-0,0152	0,0003
334,86	0,1247	0,1255	0,0008	-0,0149	-0,0153	0,0004
331,98	0,1656	0,1671	0,0015	-0,0138	-0,0141	0,0003
329,09	0,2020	0,2041	0,0021	-0,0119	-0,0121	0,0002
326,20	0,2325	0,2349	0,0024	-0,0097	-0,0098	0,0001
323,32	0,2565	0,2589	0,0024	-0,0075	-0,0074	0,0001
320,43	0,2742	0,2762	0,0020	-0,0054	-0,0052	0,0002
317,54	0,2861	0,2875	0,0014	-0,0037	-0,0032	0,0005
303,11	0,2882	0,2858	0,0024	0,0015	0,0017	0,0002
294,45	0,2700	0,2666	0,0034	0,0020	0,0020	0,0000

A coluna "diferença", da tabela, apresenta os valores das diferenças absolutas entre os parâmetros obtidos pelas equações da teoria aproximada e os obtidos pelo cálculo por meio do método dos elementos finitos.

Os momentos solicitantes ao longo dos paralelos e dos meridianos da superfície média da casca cônica e suas correspondentes diferenças absolutas foram :

TABELA 2 - Momentos ao longo dos paralelos $M1e(z)$ e dos meridianos $M2e(z)$

z [cm]	$M1e(z)$ [ton.cm/cm]			$M2e(z)$ [ton.cm/cm]		
	Teoria	Elementos Finitos	Diferença	Teoria	Elementos Finitos	Diferença
346,41	0,3444	0,3471	0,0027	0,1029	0,1041	0,0012
343,52	0,2091	0,2107	0,0016	0,0601	0,0611	0,0010
340,64	0,1055	0,1054	0,0001	0,0277	0,0283	0,0006
337,75	0,0302	0,0281	0,0021	0,0046	0,0045	0,0001
334,86	-0,0211	-0,0250	0,0039	-0,0109	-0,0115	0,0006
331,98	-0,0530	-0,0581	0,0051	-0,0201	-0,0211	0,0010
329,09	-0,0698	-0,0755	0,0056	-0,0246	-0,0259	0,0013

Para as tensões atuantes ao longo dos meridianos da superfície interna e externa da casca cônica, obteve-se :

TABELA 3 - Tensões ao longo dos meridianos da superfície interna $\sigma1ein(z)$ e externa $\sigma1eex(z)$ da casca

z [cm]	$\sigma1ein(z)$ [ton/cm ²]			$\sigma1eex(z)$ [ton/cm ²]		
	Teoria	Elementos Finitos	Diferença	Teoria	Elementos Finitos	Diferença
346,41	-1,3226	-1,3483	0,0257	2,8101	2,8168	0,0067
343,52	-0,5067	-0,5270	0,0203	2,0030	2,0017	0,0013
340,64	0,1186	0,1109	0,0077	1,3849	1,3762	0,0088
337,75	0,5729	0,5796	0,0067	0,9354	0,9166	0,0188
334,86	0,8818	0,9010	0,0192	0,6286	0,6007	0,0279
331,98	1,0726	1,1004	0,0278	0,4370	0,4032	0,0339
329,09	1,1720	1,2037	0,0317	0,3344	0,2983	0,0361

Estes resultados, colocados em gráficos, permitem uma melhor visualização do comportamento das tensões ao longo dos meridianos da casca.

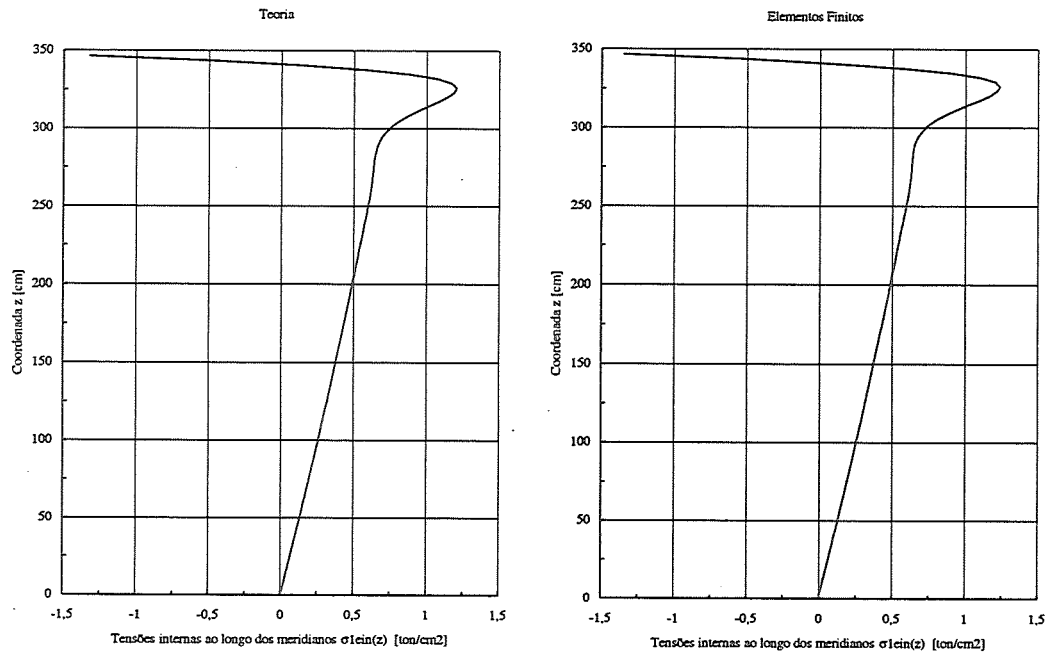


FIGURA 11 - Gráficos dos valores das tensões ao longo dos meridianos da superfície interna $\sigma_{1ein}(z)$ da casca cônica

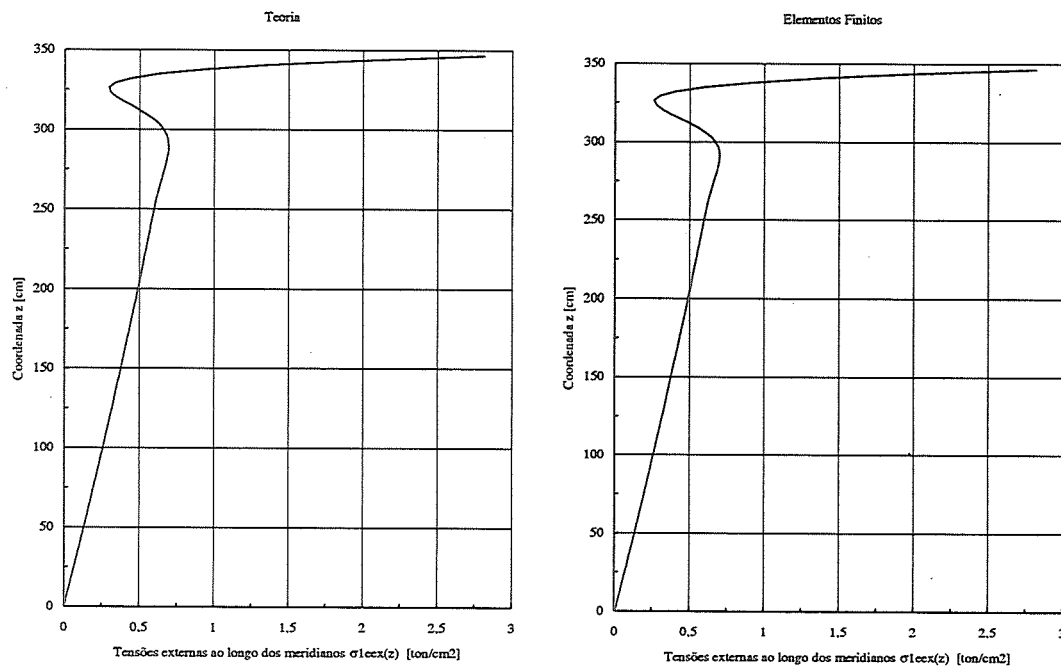
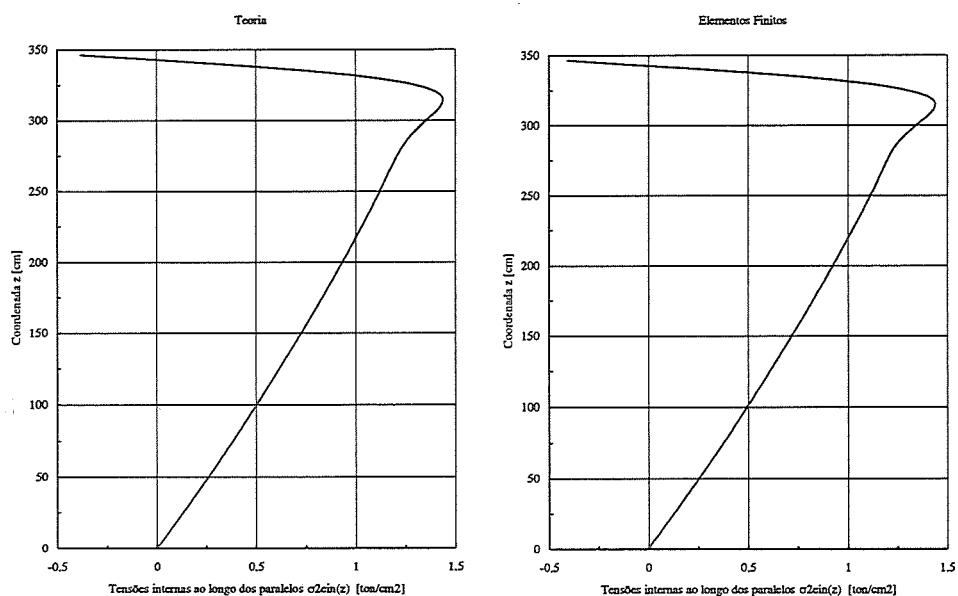
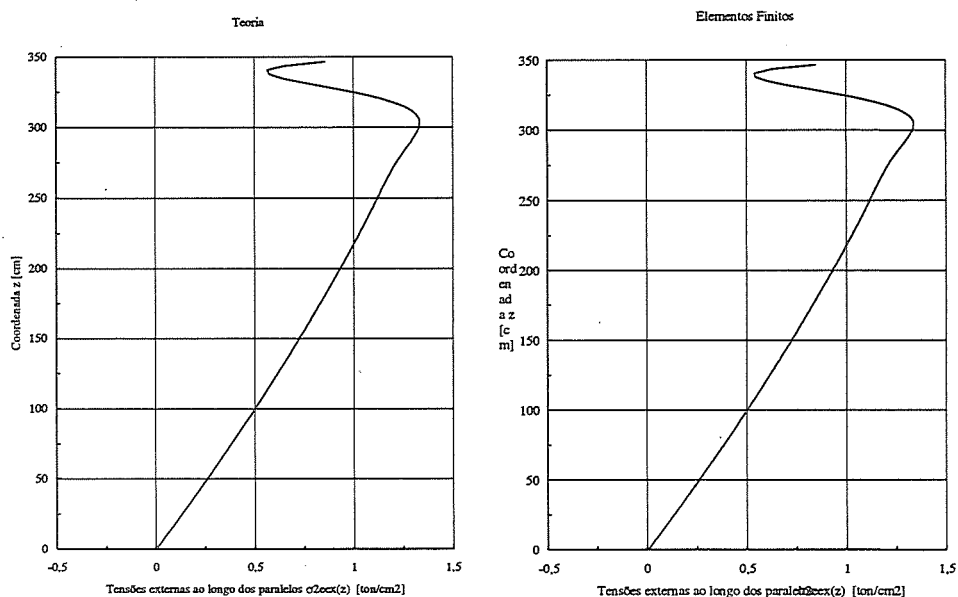


FIGURA 12 - Gráficos dos valores das tensões ao longo dos meridianos da superfície externa $\sigma_{1eex}(z)$ da casca cônica

E finalmente, para as tensões atuantes ao longo dos paralelos da superfície interna e externa da casca cônica, encontrou-se :

TABELA 4 - Tensões ao longo dos paralelos da superfície interna $\sigma_{2ein}(z)$ e externa $\sigma_{2eex}(z)$ da casca

z [cm]	$\sigma_{2ein}(z)$ [ton/cm ²]		Diferença	Teoria	$\sigma_{2eex}(z)$ [ton/cm ²]		Diferença
	Teoria	Elementos Finitos			Teoria	Elementos Finitos	
346,41	-0,3808	-0,4045	0,0237	0,8544	0,8450	0,0094	
343,52	-0,0733	-0,1045	0,0312	0,6476	0,6285	0,0191	
340,64	0,2355	0,2031	0,0324	0,5679	0,5421	0,0258	
337,75	0,5216	0,4928	0,0288	0,5763	0,5466	0,0297	
334,86	0,7710	0,7487	0,0223	0,6407	0,6107	0,0300	

FIGURA 13 - Gráficos dos valores das tensões ao longo dos paralelos da superfície interna $\sigma_{2ein}(z)$ da casca cônicaFIGURA 14 - Gráficos dos valores das tensões ao longo dos paralelos da superfície externa $\sigma_{2eex}(z)$ da casca cônica

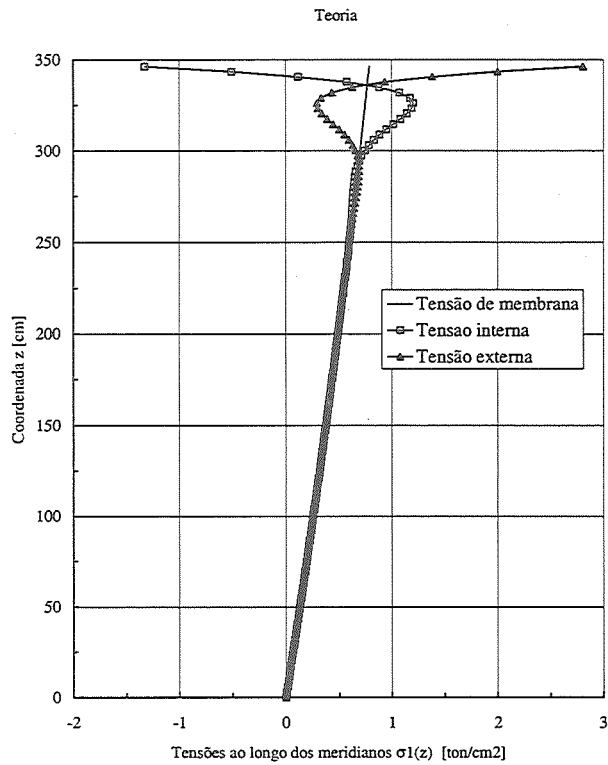


FIGURA 15 - Gráfico comparativo dos valores das tensões ao longo dos meridianos da casca cônica : $\sigma_{1m}(z)$, $\sigma_{1ein}(z)$ e $\sigma_{1eex}(z)$

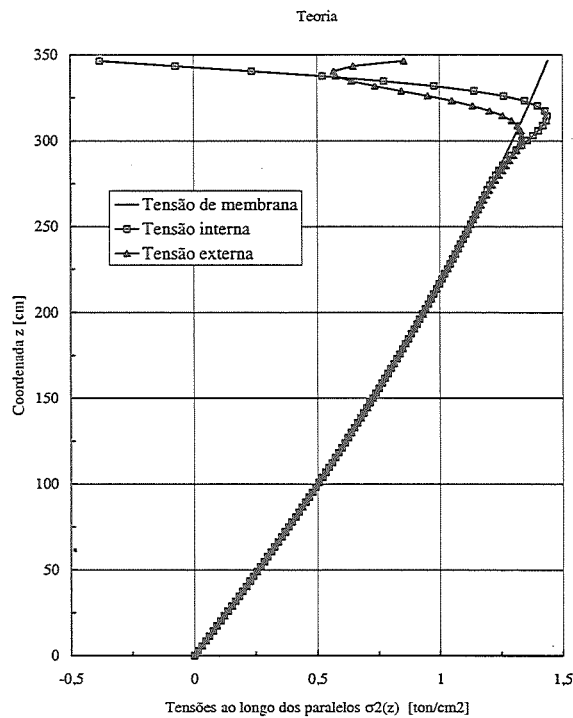


FIGURA 16 - Gráfico comparativo dos valores das tensões ao longo dos paralelos da casca cônica : $\sigma_{2m}(z)$, $\sigma_{2ein}(z)$ e $\sigma_{2eex}(z)$

Os gráficos anteriores, sobrepostos, com os valores encontrados para as tensões anteriormente encontradas e as de membrana atuantes ao longo dos meridianos e dos paralelos da superfície média da casca cônica mostram que as mesmas possuem valores praticamente coincidentes abaixo da região de $z = H - \lambda z = 261,18$ [cm].

5.2.2 CASCA CÔNICA COM BORDA SUPERIOR APOIADA FIXA

Para os deslocamentos radiais e rotações ao longo do meridiano da superfície média da casca cônica, encontrou-se :

TABELA 5 - Valores dos deslocamentos radiais $\xi_a(z)$ e rotações $\phi_a(z)$

z [cm]	$\xi_a(z)$ [cm]			$\phi_a(z)$ [radianos]		
	Teoria	Elementos Finitos	Diferença	Teoria	Elementos Finitos	Diferença
346,41	0,0000	0,0000	0,0000	-0,0241	-0,0241	0,0001
343,52	0,0678	0,0674	0,0004	-0,0231	-0,0232	0,0001
340,64	0,1304	0,1300	0,0004	-0,0207	-0,0208	0,0001
337,75	0,1846	0,1845	0,0002	-0,0174	-0,0175	0,0001
334,86	0,2290	0,2291	0,0000	-0,0139	-0,0140	0,0001
331,98	0,2634	0,2635	0,0001	-0,0105	-0,0105	0,0000
329,09	0,2883	0,2884	0,0001	-0,0074	-0,0073	0,0001
326,20	0,3049	0,3047	0,0002	-0,0047	-0,0046	0,0001
323,32	0,3145	0,3139	0,0006	-0,0025	-0,0024	0,0001
320,43	0,3185	0,3173	0,0012	-0,0008	-0,0006	0,0002
317,54	0,3182	0,3164	0,0018	0,0004	0,0007	0,0002
303,11	0,2872	0,2836	0,0036	0,0024	0,0024	0,0000

Os momentos solicitantes ao longo dos paralelos e dos meridianos da superfície média da casca cônica e suas correspondentes diferenças absolutas foram :

TABELA 6 - Valores dos momentos ao longo dos paralelos $M1a(z)$ e dos meridianos $M2a(z)$

z [cm]	$M1a(z)$ [ton.cm/cm]			$M2a(z)$ [ton.cm/cm]		
	Teoria	Elementos Finitos	Diferença	Teoria	Elementos Finitos	Diferença
346,41	0,0000	0,0005	0,0005	-0,0071	-0,0059	0,0011
343,52	-0,0625	-0,0636	0,0011	-0,0255	-0,0250	0,0006
340,64	-0,0986	-0,1009	0,0023	-0,0357	-0,0356	0,0001
337,75	-0,1148	-0,1181	0,0034	-0,0396	-0,0400	0,0003
334,86	-0,1168	-0,1207	0,0039	-0,0393	-0,0399	0,0006

Para as tensões atuantes ao longo dos meridianos da superfície interna e externa da casca cônica, obteve-se :

TABELA 7 - Valores para as tensões ao longo dos meridianos da superfície interna $\sigma_{1ain}(z)$ e externa $\sigma_{1aex}(z)$ da casca

z [cm]	$\sigma_{1ain}(z)$ [ton/cm ²]			$\sigma_{1aex}(z)$ [ton/cm ²]		
	Teoria	Elementos Finitos	Diferença	Teoria	Elementos Finitos	Diferença
346,41	0,7659	0,7214	0,0445	0,7659	0,7269	0,0390
343,52	1,1443	1,1471	0,0028	0,3945	0,3844	0,0101
340,64	1,3622	1,3739	0,0117	0,1795	0,1631	0,0164
337,75	1,4590	1,4776	0,0186	0,0819	0,0603	0,0216
334,86	1,4693	1,4914	0,0221	0,0676	0,0434	0,0241

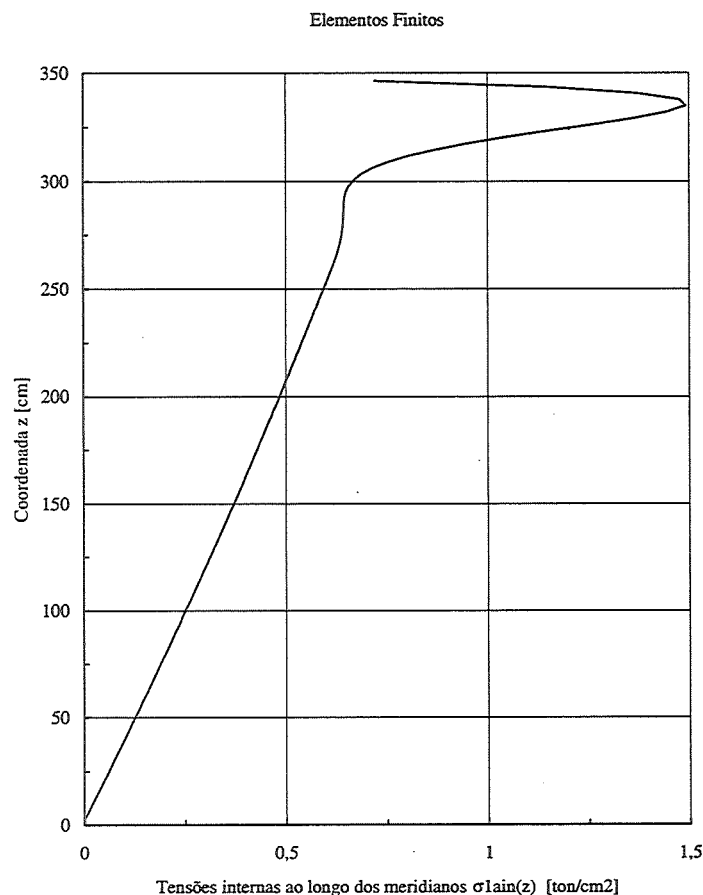


FIGURA 17 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos meridianos da superfície interna $\sigma_{1ain}(z)$ da casca cônica

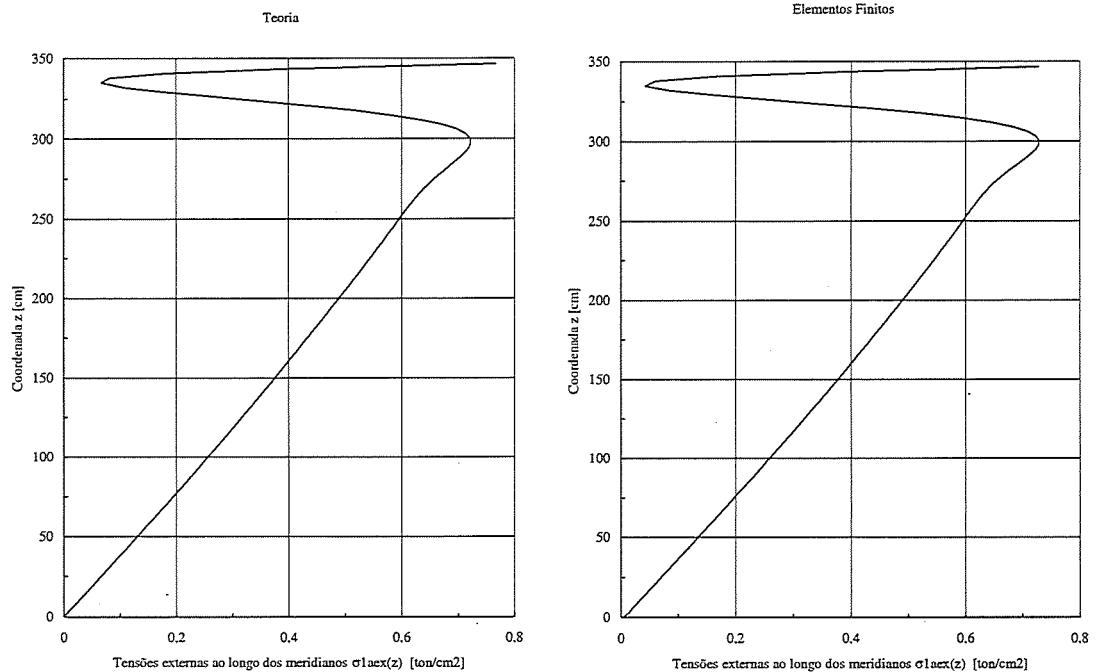


FIGURA 18 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos meridianos da superfície externa $\sigma_{1aex}(z)$ da casca cônica

E, para as tensões atuantes ao longo dos paralelos da superfície interna e externa da casca cônica, encontrou-se :

TABELA 8 - Valores para as tensões ao longo dos paralelos da superfície interna $\sigma_{2ain}(z)$ e externa $\sigma_{2aex}(z)$ da casca

z [cm]	$\sigma_{2ain}(z)$ [ton/cm ²]		Diferença	$\sigma_{2aex}(z)$ [ton/cm ²]		Diferença
	Teoria	Elementos Finitos		Teoria	Elementos Finitos	
346,41	0,2793	0,2529	0,0264	0,1943	0,1816	0,0127
343,52	0,6357	0,6175	0,0182	0,3292	0,3179	0,0113
340,64	0,9239	0,9070	0,0168	0,4957	0,4798	0,0159
337,75	1,1455	1,1327	0,0128	0,6698	0,6530	0,0168
334,86	1,3067	1,2987	0,0080	0,8353	0,8205	0,0148

Também neste caso, esses resultados, colocados em gráficos, permitem uma melhor visualização do comportamento das tensões ao longo dos paralelos da casca.

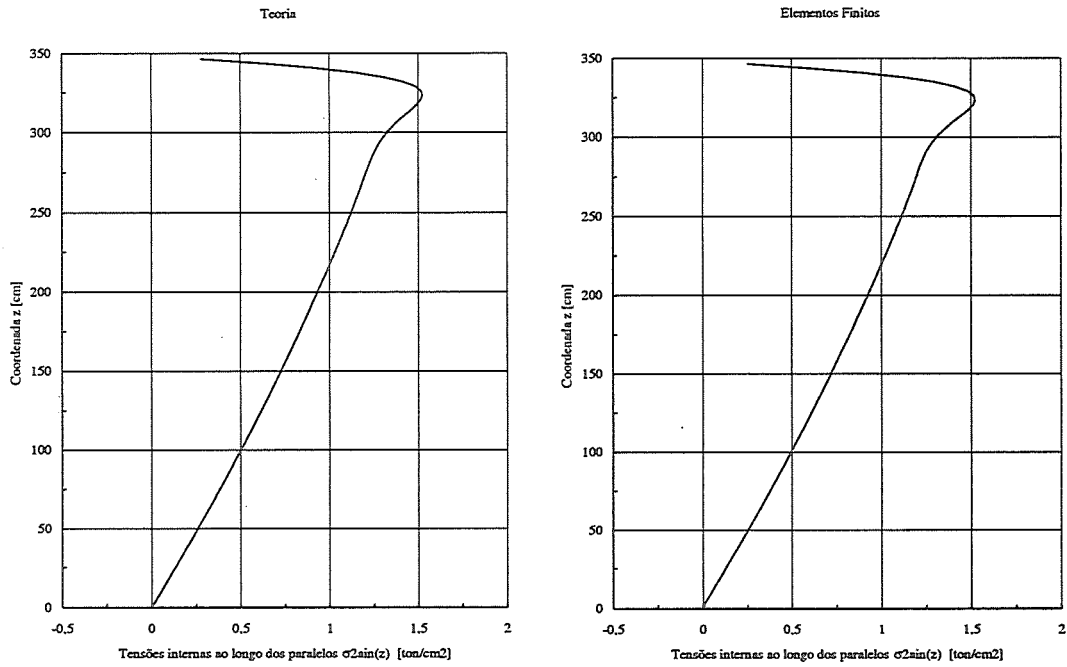


FIGURA 19 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos paralelos da superfície interna $\sigma_{2ain}(z)$ da casca cônica

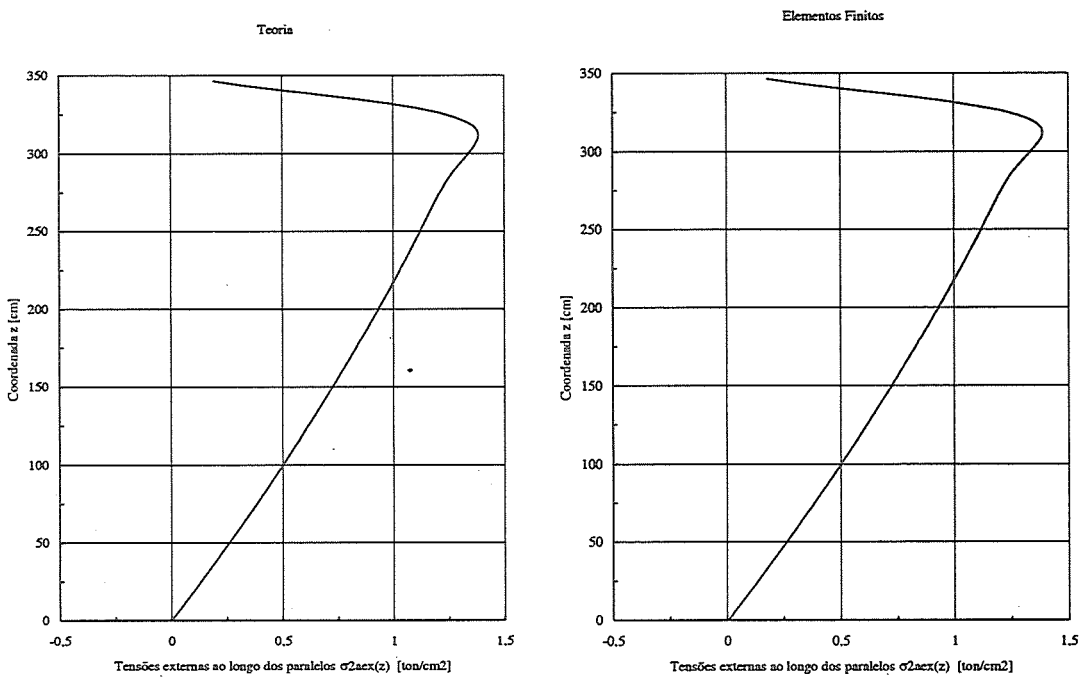


FIGURA 20 - Gráficos para os valores das tensões ao longo dos paralelos da superfície externa $\sigma_{2aex}(z)$ da casca cônica

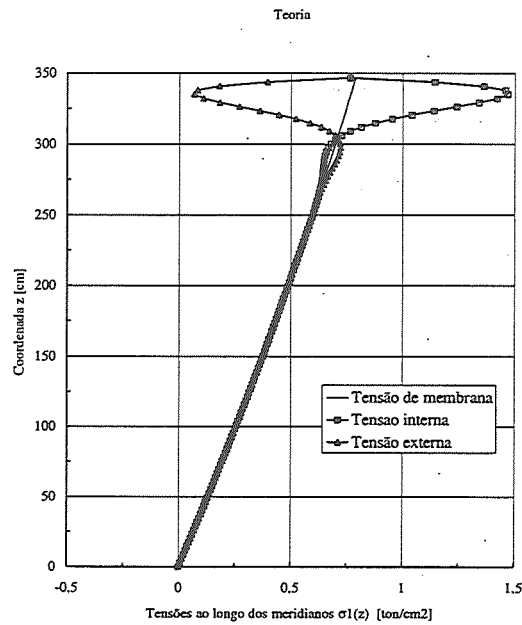


FIGURA 21 - Gráfico comparativo para os valores das tensões ao longo dos meridianos da casca cônica : $\sigma_{1m}(z)$, $\sigma_{1ain}(z)$ e $\sigma_{1aex}(z)$

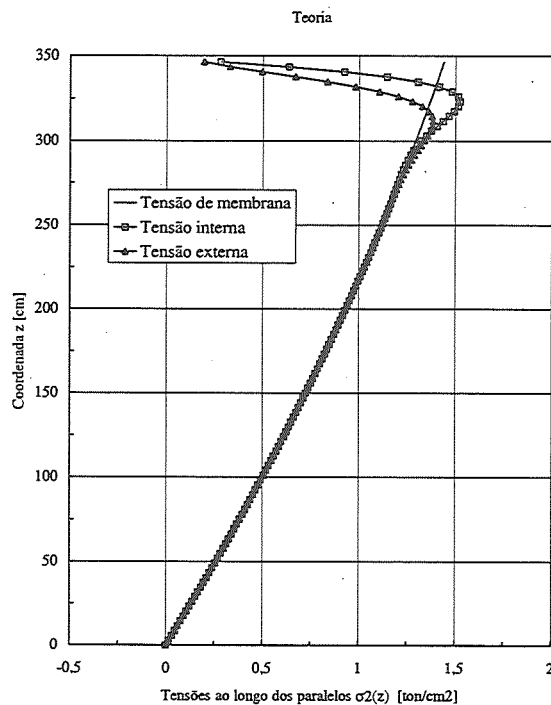


FIGURA 22 - Gráfico comparativo para os valores das tensões ao longo dos paralelos da casca cônica : $\sigma_{2m}(z)$, $\sigma_{2ain}(z)$ e $\sigma_{2aex}(z)$

Observar, nos gráficos anteriores, que as tensões teóricas ao longo dos meridianos e paralelos da casca cônica, como para a borda engastada, possuem seus valores praticamente coincidentes com as tensões de membrana para a região abaixo de $z = H - \lambda z = 261,18$ [cm].

6 CONCLUSÕES

Muitos estudos têm explorado o assunto referente ao comportamento das cascas de revolução, principalmente das cascas cilíndricas, sendo que muitos desses trabalhos surgem da busca por um tratamento teórico que possa prever as tensões na estrutura real.

Atualmente, existem recursos computacionais sofisticados que facilitam o trabalho da predição do comportamento das estruturas, mas normalmente não são acessíveis aos engenheiros não acadêmicos, que, na verdade, são os que convivem diariamente com problemas de projeto estrutural. Este trabalho tentou introduzir um equacionamento teórico aproximado para ser utilizado por esses engenheiros.

A comparação dos resultados obtidos pelas expressões teóricas aproximadas (capítulo 2) com os obtidos pela análise por elementos finitos (capítulo 3) foi a forma encontrada para defrontar duas ferramentas diferentes de cálculo estrutural, mostrando que é possível, dentro de hipóteses bem definidas, vislumbrar o comportamento das cascas cilíndricas e cônicas por meio da utilização de uma boa calculadora científica ou de um simples programa de planilha eletrônica.

Para a casca cilíndrica, nada se apresentou neste trabalho, já que a solução teórica simplificada para seu comportamento, dentro das hipóteses obedecidas, é facilmente encontrada em várias das referências bibliográficas citadas (capítulo 7). Apresentou-se solução para as cascas cônicas, porque, como foi dito, pouco ou quase nada se encontra referente a soluções teóricas aproximadas para o uso do engenheiro de projetos.

Pelas orientações de BELLUZZI, transformando-se a casca cônica em casca esférica equivalente, encontraram-se equações, para deslocamentos, rotações, momentos e tensões, de aplicação relativamente fácil no dia-a-dia do projetista.

Obviamente, era esperado que os resultados obtidos, tanto por um desenvolvimento teórico, como pelo método dos elementos finitos, fossem idênticos, porém, não se esperava que a solução de uma casca cônica utilizando-se como modelo uma esférica equivalente pudesse levar a um equacionamento aceitável para a sua aplicação na engenharia. Apresentou-se, portanto, um equacionamento teórico aproximado que muito se assemelha à resolução pelo método dos elementos finitos.

Esse fato pode ser observado pelas colunas "Diferença" das tabelas do capítulo 5, que mostram como são pequenos os valores encontrados para as diferenças absolutas entre os parâmetros obtidos pelas equações aproximadas e os obtidos por elementos finitos.

Concluindo, as equações desenvolvidas neste trabalho, para cascas cônicas com bordas engastadas ou apoiadas fixas sob a ação de pressão hidrostática, podem ser utilizadas para prever o comportamento estrutural das mesmas, desde que se observem as hipóteses fundamentais de "Kirchoff-Love" (ver capítulo 2) e o limite de inclinação para as cascas cônicas recomendados por BELLUZZI.

Apesar de distante, a simulação do comportamento real das cascas, já que, após construídas, em campo, encontram-se inúmeros outros parâmetros que não foram considerados (plastificação do aço, deformações geométricas iniciais de fabricação, ocorrência de mudanças bruscas de espessura, imperfeições iniciais e tensões residuais devido ao processo de soldagem, descontinuidade na região da união cilindro "versus" cone, etc.), procurou-se apresentar um melhor esboço do comportamento estrutural das mesmas do que a simples utilização da teoria de membrana sem a consideração da flexão causada pelas "perturbações de borda".

7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. AMERICAN SOCIETY OF MECHANICAL ENGINEERS (1968a). *ASME Boiler and pressure vessel code section VIII: rules for construction of pressure vessels - Division 1*. New York.
2. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1988). *NBR 6123/88 - Forças devidas ao vento em edificações*. Rio de Janeiro.
3. BADIALE, R.C. (1997a). *Reservatórios metálicos elevados para a aplicação na área de processos da industria sucro-alcooleira*. São Carlos. 158p. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
4. BADIALE, R.C.; CALIL Jr., C. (1996). CRA071 - Projeto e construção de um silo para açúcar. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA AGRÍCOLA, 25., Bauru, julho.
5. BADIALE, R.C.; CALIL Jr.,C. (1997b). CRA047 - Estudo da estabilidade de silos cilíndricos sob compressão axial. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA AGRÍCOLA, 26., Campina Grande, julho.
6. BEDNAR, H. H. (1986). *Pressure vessels design handbook*. 2. ed. New York, Van Nostrand.
7. BELLUZZI, O. (1967). *Ciencia de la construccion*. Madrid, Aguilar. v.3.
8. BROWNELL, L. E.; YOUNG, E. H. (1959). *Process equipment design*. New York, John Wiley.
9. BULL, J. W. (1990). *Finite element applications to thin-walled structures*. New York, Elsevier.
10. McLEAN, R.F. (1984). Safer silos. In: RHODES, J., WALKER, A.C. *Developments in thin-walled structures 2*. London, Elsevier. cap.6, p.211-237.
11. PIROK, J.N.; WOZNIAK, R.S. (1968b). Steel tanks. In: GAYLORD, E.H.; GAYLORD, C.N. *Structural engineering handbook*. New York, McGraw-Hill. section 23, p.23.1-23.26.
12. PISARENKO, G.S.; YÁKOVLEV, A.P.; MATVÉEV, V.V. (1979). Cálculo de bóvedas de paredes delgadas. In: MANUAL de resistencia de materiales. Moscú, Editorial Mir. cap.16, p.425-436.
13. SAP90 ETABS SAFE (1995). *Computer software for structural and earthquake engineering: installation guide*. Berkeley, Computers and Structures, Inc.

CADERNOS DE ENGENHARIA DE ESTRUTURAS (Números Publicados)

- | Nº. | Ano | Autores / Título |
|-----|------|--|
| 1 | 1997 | HANAI, J.B. ; MINATEL , M.N. <i>Retrospectiva da produção científica e tecnológica do Departamento de Engenharia de Estruturas: 1955-1996.</i> |
| 2 | 1998 | PARSEKIAN, G.A.; CORRÊA, M.R.S. <i>Cálculo e armação de lajes de concreto armado com a consideração do momento volvente.</i> |
| 3 | 1998 | SILVA, N.A.; VENTURINI, W.S. <i>Aplicação do método dos elementos de contorno à análise de placas com apoios internos.</i> |
| 4 | 1998 | MAGALHÃES, J.R.M.; MALITE, M. <i>Treliças metálicas espaciais: alguns aspectos relativos ao projeto e à construção.</i> |
| 5 | 1998 | OLIVEIRA, F.L.; MACHADO JR., E.F. <i>Avaliação da segurança estrutural de sistemas inovadores: estudo de caso.</i> |
| 6 | 1998 | NASCIMENTO, J.W.B.; CALIL JR., C. <i>Painéis estruturais para paredes de silos verticais prismáticos.</i> |
| 7 | 1999 | MACÊDO, A.N.; CALIL JR., C. <i>Estudo de emendas dentadas em madeira laminada colada (MLC): avaliação de método de ensaio – NBR 7190/1997.</i> |
| 8 | 1999 | BRANDÃO, A.M.S.; PINHEIRO, L.M. <i>Qualidade e durabilidade das estruturas de concreto armado: aspectos relativos ao projeto.</i> |
| 9 | 1999 | RIBEIRO, L.F.L.; GONÇALVES, R.M. <i>Comportamento momento-rotação de ligações com chapa de topo: resultados experimentais.</i> |
| 10 | 1999 | PINHEIRO, R.V.; LAHR, F.A.R. <i>Emprego da madeira do gênero Pinus na construção de estruturas de cobertura.</i> |
| 11 | 1999 | SOARES, R.C.; EL DEBS, A.L.H.C. <i>Otimização de seções transversais de concreto armado sujeitas à flexão: aplicação a pavimentos.</i> |
| 12 | 1999 | MUNAIAR NETO, J.; PROENÇA, S.P.B. <i>Estudo de modelos constitutivos viscoelásticos e elasto-viscoplásticos.</i> |
| 13 | 1999 | BADIALE, R.C.; SÁLES, J.J. <i>Reservatórios metálicos elevados para aplicação na indústria sucro-alcooleira.</i> |