

Modelagem ARCH e GARCH em séries temporais financeiras

Aluna: Karin Ayumi Tamura

Orientador: Pedro Alberto Morettin

Índice

Introdução.....	3
1. Modelagem ARCH.....	4
2. Modelagem GARCH.....	12
Referência Bibliográfica.....	18

Introdução

Neste relatório iremos estudar o modelos ARCH (*auto regressive conditional heterocedasticity*) e GARCH (*"generalized ARCH"*) que são modelos não lineares apropriados para séries financeiras que apresentam variâncias condicionais evoluindo no tempo. Em seguida, vamos ilustrar a teoria estudada usando exemplos das séries de retornos da Petrobrás e do IBOVESPA, utilizando os softwares EVIEWS e MINITAB.

1. Modelagem ARCH

Os modelos auto regressivos com heterocedasticidade condicional foram introduzidos com o objetivo de estimar a variância da inflação em 1982.

Definição: Um modelo ARCH(r) é definido por:

$$X_t = \sqrt{h_t} \varepsilon_t,$$
$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1}^2 + \dots + \alpha_r X_{t-r}^2,$$

onde ε_t i.i.d.(0,1), $\alpha_0 > 0$, $\alpha_i \geq 0$ e $i > 0$.

Na prática, supomos que ε_t tem distribuição normal padronizada ou t-student.

Consideremos o caso especial ARCH(1)

$$X_t = \sqrt{h_t} \varepsilon_t, \quad (1.1)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1}^2, \quad (1.2)$$

com $\alpha_0 > 0$ e $\alpha_1 \geq 0$.

Calculemos:

i. Média incondicional

$$E(X_t) = E\{E(X_t | F_{t-1})\} = 0;$$

ii. Variância incondicional

$$Var(X_t) = E(X_t^2) = E\{E(X_t^2 | F_{t-1})\} = E(\alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1}^2) = \alpha_0 + \alpha_1 E(X_{t-1}^2).$$

Se o processo $\{X_t\}$ for estacionário de segunda ordem, então para todo t,

$$E(X_t^2) = E(X_{t-1}^2) = Var(X_t), \text{ do que decorre}$$

$$Var(X_t) = \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1}, \text{ com } 0 \leq \alpha_1 < 1. \quad (1.3)$$

iii. Covariância incondicional

$$Cov(X_t, X_{t+k}) = E(X_t X_{t+k}) = E\{E(X_t X_{t+k} | F_{t+k-1})\} =$$
$$E\{X_t E(X_{t+k} | F_{t+k-1})\} = E\{X_t E(\sqrt{h_{t+k}} \varepsilon_{t+k} | F_{t+k-1})\} = 0,$$

para todo $k > 0$, pois X_t está em F_{t+k-1} e $E(\varepsilon_{t+k} | F_{t+k-1}) = 0$. Dessa forma

$$\gamma_X(k) = 0, \text{ para } k \geq 1,$$

indicando que X_t é uma sequência de variáveis não-correlacionadas, com média zero e variância dada por (1.3).

Sabemos que os retornos, em geral, apresentam caudas longas, de modo que a curtose é maior que 3. Assim, se admitimos que X_t siga um modelo ARCH, as caudas serão mais pesadas do que as da distribuição normal, o que é uma propriedade vantajosa do modelo.

A curtose de X_t será dada por

$$K = 3 \frac{1 - \alpha_1^2}{1 - 3\alpha_1^2} > 3.$$

Utilizando (1.1) e (1.2) e calculando

$$\begin{aligned} X_t^2 - (\alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1}^2) &= h_t(\varepsilon_t^2 - 1), \\ \text{ou seja, } X_t^2 &= \alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1}^2 + \nu_t, \end{aligned} \quad (1.4)$$

na qual $\nu_t = h_t(\varepsilon_t^2 - 1) = h_t(X - 1)$, onde $X \sim \chi^2(1)$, o que mostra que temos um modelo AR(1) para X_t^2 , mas com erros não gaussianos.

De (1.4) temos que a f.a.c de X_t^2 é dada por $\rho_{X^2}(k) = \alpha_1^k, k > 0$. Para um modelo ARCH(r) teremos $X_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^r \alpha_i X_{t-i}^2 + \nu_t$, onde os ν_t são como no caso de $r=1$. Ou seja, temos um modelo AR(p) para X_t^2 com inovações não gaussianas. A variância dos retornos

$$X_t^2 \text{ formam ruído branco com variância } Var(X_t) = \frac{\alpha_0}{1 - \sum_{i=1}^r \alpha_i}.$$

Identificação

Antes de construirmos os modelos ARCH, é necessário removermos a correlação serial, se ela existir através dos modelos ARIMA. Se este for o caso, teremos $\varphi(B)X_t = \theta_0 + \theta(B)\varepsilon_t$, sendo $\varepsilon_t \sim ARCH(r)$.

Para verificarmos se existe heterocedasticidade condicional, podemos utilizar dois testes, examinando-se a série X_t^2 : teste Box-Pierce-Ljung e teste de multiplicadores de Lagrange.

Estimação

Os estimadores dos parâmetros do modelo são obtidos pelo método de máxima verossimilhança condicional. Os programas SPLUS, EViews, RATS e PcGIVE, dentre outros, podem ser usados para estimar os modelos ARCH.

Verificação

Uma maneira de verificarmos se o modelo é adequado é calcular a estatística Q de Ljung-Box para a sequência $\frac{X_t}{\sqrt{h_t}}$ de resíduos padronizados para um modelo ARCH(r). Além disso, podemos calcular os coeficientes de assimetria e curtose estimados e fazer um gráfico Q x Q para avaliar a suposição de normalidade.

Para verificarmos se ainda existe heterocedasticidade condicional no resíduos, pode-se aplicar o teste de multiplicador de Lagrange para a sequência $\left(\frac{X_t}{\sqrt{h_t}}\right)^2$.

As previsões para a volatilidade utilizando o modelo ARCH(r) são obtidas recursivamente

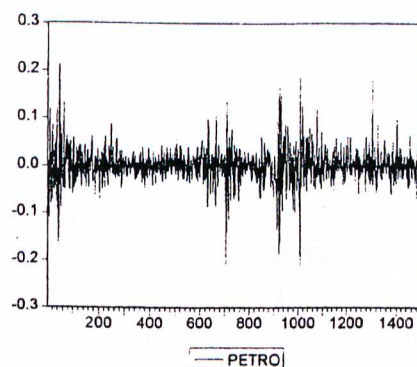
$$\hat{h}_t(1) = \alpha_0 + \alpha_1 X_t^2 + \dots + \alpha_r X_{t-r}^2,$$

é a previsão de h_{t+1} , como origem fixada no instante t. As previsões ℓ passos a frente com origem em t,

são dadas por $\hat{h}_t(\ell) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^r \alpha_i X_{t+\ell-i}^2$, se $\ell - i \leq 0$.

Exemplo: Utilizando a série de retornos diários da Petrobrás, vamos ajustar um modelo ARCH. Lembremos que o retorno é definido como a primeira diferença do logaritmo da série original de preços das ações.

O gráfico a seguir mostra a série de retornos diários da Petrobrás PN, de 02/01/1994 a 27/12/2000.



A figura abaixo indica que a série é auto-correlacionada e que um modelo AR seria apropriado.

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 0.111	0.111	18.387	0.000
		2 -0.020	-0.033	18.993	0.000
		3 -0.065	-0.060	25.288	0.000
		4 -0.037	-0.024	27.309	0.000
		5 -0.053	-0.050	31.569	0.000
		6 -0.059	-0.054	36.803	0.000
		7 0.018	0.025	37.317	0.000
		8 0.046	0.032	40.461	0.000
		9 0.087	0.071	51.793	0.000
		10 0.032	0.015	53.323	0.000
		11 -0.015	-0.016	53.656	0.000
		12 -0.032	-0.018	55.161	0.000
		13 0.029	0.047	56.429	0.000
		14 -0.003	-0.002	56.442	0.000
		15 -0.023	-0.016	57.233	0.000
		16 -0.015	-0.012	57.582	0.000
		17 0.031	0.025	59.009	0.000
		18 0.007	-0.008	59.078	0.000
		19 0.026	0.028	60.095	0.000
		20 0.015	0.013	60.450	0.000
		21 0.054	0.054	64.914	0.000
		22 -0.023	-0.035	65.728	0.000
		23 -0.052	-0.040	69.856	0.000
		24 0.014	0.035	70.145	0.000

Fixemos a ordem máxima de $k=10$ para o modelo AR. Na tabela a seguir temos os valores de AIC, BIC e log-verossimilhança para cada modelo estimado. Vemos que a ordem $p=9$ deve ser escolhida usando qualquer um dos três critérios, dados na tabela a seguir.

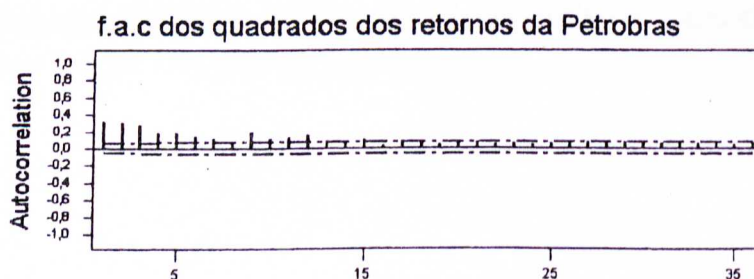
Modelo	AIC	BIC	Log-verossimilhança
AR(1)	-3,90508	-3,89798	2924,95
AR(2)	-3,90486	-3,89421	2923,84
AR(3)	-3,90652	-3,89231	2924,12
AR(4)	-3,90953	-3,89176	2925,42
AR(5)	-3,91042	-3,88909	2925,13
AR(6)	-3,91898	-3,89408	2930,56
AR(7)	-3,91793	-3,88945	2928,81
AR(8)	-3,92376	-3,89170	2932,20
AR(9)	-3,93185	-3,89978	2936,26
AR(10)	-3,93076	-3,89510	2934,48

Estimando-se este modelo, somente os coeficientes ϕ_1, ϕ_3 e ϕ_9 são significativos ao nível de significância 5%, pois os p-valores ("Prob.") dos respectivos coeficientes são menores do que 0,05. Veja o quadro a seguir.

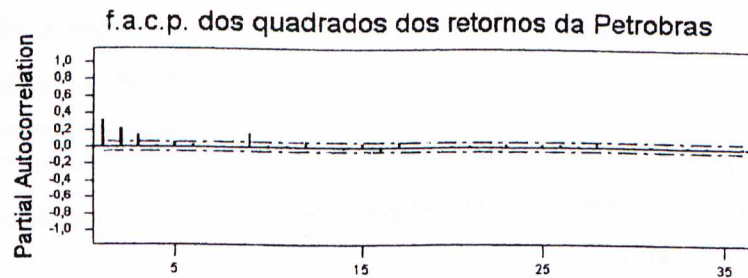
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(1)	0.098212	0.025625	3.832709	0.0001
AR(3)	-0.050991	0.025532	-1.997176	0.0460
AR(9)	0.080169	0.025384	3.158229	0.0016
R-squared	0.019290	Mean dependent var		0.001140
Adjusted R-squared	0.017970	S.D. dependent var		0.034144
S.E. of regression	0.033835	Akaike info criterion		-3.932602
Sum squared resid	1.701229	Schwarz criterion		-3.921912
Log likelihood	2930.823	F-statistic		14.61435
Durbin-Watson stat	1.995475	Prob(F-statistic)		0.000001

Assim ajustamos o modelo $X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_3 X_{t-3} + \phi_9 X_{t-9} + \varepsilon_t$.

O gráfico abaixo é a função de auto correlação dos quadrados dos retornos da Petrobrás.



As três primeiras auto correlações parciais não nulas dos quadrados dos retornos da Petrobrás da f.a.c.p. dada a seguir sugerem um modelo ARCH(3).



Um primeiro modelo proposto seria

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_3 X_{t-3} + \phi_9 X_{t-9} + a_t,$$

$$a_t = \sqrt{h_t} \varepsilon_t,$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2 + \alpha_2 a_{t-2}^2 + \alpha_3 a_{t-3}^2.$$

Assumindo $\varepsilon_t \sim N(0,1)$, o quadro a seguir mostra que ϕ_3 e ϕ_9 são não significantes para o modelo ao nível de significância 5%.

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
AR(1)	0.154980	0.022928	6.759415	0.0000
AR(3)	-0.028677	0.020118	-1.425422	0.1540
AR(9)	0.007730	0.013095	0.590342	0.5550
Variance Equation				
C	0.000392	2.07E-05	18.95834	0.0000
ARCH(1)	0.201692	0.032650	6.177445	0.0000
ARCH(2)	0.222594	0.022070	10.08600	0.0000
ARCH(3)	0.268312	0.036089	7.434791	0.0000
R-squared	0.010382	Mean dependent var		0.001140
Adjusted R-squared	0.006376	S.D. dependent var		0.034144
S.E. of regression	0.034035	Akaike info criterion		-4.216008
Sum squared resid	1.716681	Schwarz criterion		-4.191065
Log likelihood	3145.818	F-statistic		2.591360
Durbin-Watson stat	2.093462	Prob(F-statistic)		0.016782

Re-estimando o modelo apenas, com a primeira ordem do modelo AR, obtemos o seguinte modelo ajustado

$$X_t = 0,1605X_{t-1} + a_t,$$

$$a_t = \sqrt{h_t} \varepsilon_t,$$

$$h_t = 0,004 + 0,1937a_{t-1}^2 + 0,2370a_{t-2}^2 + 0,2711a_{t-3}^2.$$

com todos os coeficientes significativamente diferente de zero. Os resultados do modelo ajustado acima são obtidos do quadro a seguir.

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
AR(1)	0.160487	0.022426	7.156222	0.0000
Variance Equation				
C	0.000391	2.05E-05	19.04710	0.0000
ARCH(1)	0.193714	0.031519	6.145956	0.0000
ARCH(2)	0.236985	0.021510	11.01755	0.0000
ARCH(3)	0.271064	0.033226	8.158188	0.0000
R-squared	0.009017	Mean dependent var	0.001134	
Adjusted R-squared	0.006360	S.D. dependent var	0.034517	
S.E. of regression	0.034407	Akaike info criterion	-4.205107	
Sum squared resid	1.766301	Schwarz criterion	-4.187367	
Log likelihood	3152.522	F-statistic	3.393893	
Durbin-Watson stat	2.088409	Prob(F-statistic)	0.008983	

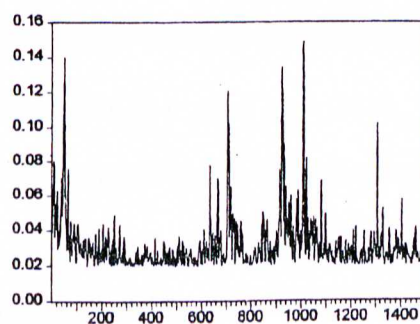
O quadro abaixo representa a f.a.c. e f.a.c.p. dos resíduos do modelo, com as estatísticas de Ljung-Box, com p-valores maiores do que 0,354, indicando que o modelo é adequado para modelar dependência linear entre sucessivos retornos.

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1	0.005	0.005	0.0348		
2	0.007	0.007	0.1187	0.730	
3	-0.021	-0.021	0.7736	0.679	
4	-0.015	-0.015	1.1078	0.775	
5	-0.042	-0.042	3.7936	0.435	
6	-0.026	-0.026	4.7901	0.442	
7	0.014	0.014	5.0677	0.535	
8	0.027	0.025	6.1737	0.520	
9	0.027	0.024	7.2414	0.511	
10	0.042	0.040	9.8763	0.361	
11	0.008	0.007	9.9848	0.442	
12	0.001	0.003	9.9867	0.532	
13	0.046	0.052	13.212	0.354	
14	0.003	0.008	13.226	0.431	
15	-0.027	-0.023	14.298	0.428	
16	-0.010	-0.007	14.461	0.491	
17	0.013	0.013	14.711	0.546	
18	0.007	0.007	14.777	0.612	
19	0.017	0.017	15.239	0.645	
20	0.026	0.021	16.263	0.640	
21	0.042	0.038	19.004	0.522	
22	-0.017	-0.018	19.424	0.558	
23	-0.019	-0.019	19.956	0.586	
24	0.008	0.012	20.050	0.639	

Pelo quadro a seguir, que apresenta as f.a.c e f.a.c.p. dos quadrados dos resíduos, podemos observar que estes não apresentam mais heterocedasticidade condicional.

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	-0.005	-0.005	0.0313
		2	-0.008	-0.008	0.1264
		3	-0.028	-0.028	1.2941
		4	-0.018	-0.018	1.7814
		5	0.003	0.002	1.7910
		6	-0.002	-0.003	1.7984
		7	0.021	0.020	2.4829
		8	0.012	0.012	2.7084
		9	0.056	0.056	7.3707
		10	0.036	0.038	9.3535
		11	0.002	0.005	9.3586
		12	0.023	0.028	10.181
		13	0.038	0.043	12.414
		14	0.020	0.022	12.994
		15	0.049	0.052	16.682
		16	-0.022	-0.020	17.424
		17	0.009	0.009	17.542
		18	0.034	0.033	19.266
		19	0.021	0.017	19.916
		20	0.017	0.014	20.380
		21	0.049	0.048	24.037
		22	0.007	0.002	24.114
		23	0.016	0.014	24.520
		24	-0.009	-0.013	24.654

O gráfico a seguir apresenta a estimativa da volatilidade dada pelo modelo. Analisando-o, observamos que os cinco maiores picos (em ordem cronológica) representam: crise no México, crise na Ásia, moratória na Rússia, desvalorização do Real e queda da bolsa de Nasdaq.



2. Modelagem GARCH

Um modelo GARCH pode ser usado para descrever a volatilidade com menos parâmetros que um modelo ARCH.

Definição: Um modelo GARCH(r,s) é definido por:

$$X_t = \sqrt{h_t} \varepsilon_t,$$
$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^r \alpha_i X_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^s \beta_j h_{t-j},$$

onde ε_t i.i.d.(0,1), $\alpha_0 > 0$, $\alpha_i \geq 0$, $\beta_j \geq 0$, $\sum_{i=1}^q (\alpha_i + \beta_j) < 1$ e $q = \max(r, s)$.

Para o modelo definido anteriormente, dado que o denominador seja positivo, as caudas de X_t serão mais longas do que as da normal. Assim a curtose é dada por

$$K = 3 \frac{1 - (\alpha_1 + \beta_1)^2}{1 - (\alpha_1 + \beta_1)^2 - 2\alpha_1^2} > 3.$$

A identificação da ordem de um modelo GARCH a ser ajustado a uma série real usualmente é difícil. Recomenda-se que se use modelos de ordem baixa, como (1,1), (1,2) ou (2,1), e depois se escolha o modelo com base em vários critérios, como AIC ou BIC, valores de assimetria e curtose, da log-verossimilhança dentre outros.

Os estimadores dos parâmetros do modelo são obtidos pelo método da máxima verossimilhança condicional, que podem ser obtidos computacionalmente, por meio de métodos numéricos de maximização.

As previsões, com origem t , considerando um modelo GARCH(1,1) são dadas por

$$\hat{h}_t(1) = \alpha_0 + \alpha_1 X_t^2 + \beta_1 h_t,$$

e para $\ell > 1$,

$$\hat{h}_t(\ell) = \alpha_0 + (\alpha_1 + \beta_1) \hat{h}_t(\ell - 1).$$

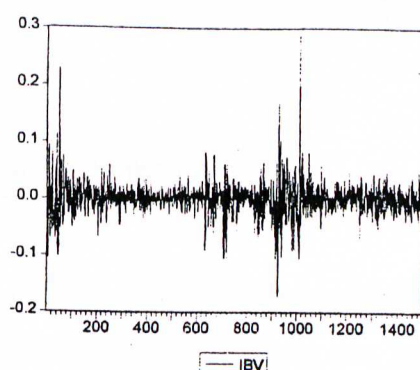
Se $\alpha_1 + \beta_1 = 1$, teremos o modelo IGARCH ("integrated GARCH"). Neste caso teremos

$$X_t = \sqrt{h_t} \varepsilon_t,$$
$$h_t = \alpha_0 + \beta_1 h_{t-1} + (1 - \beta_1) X_{t-1}^2,$$

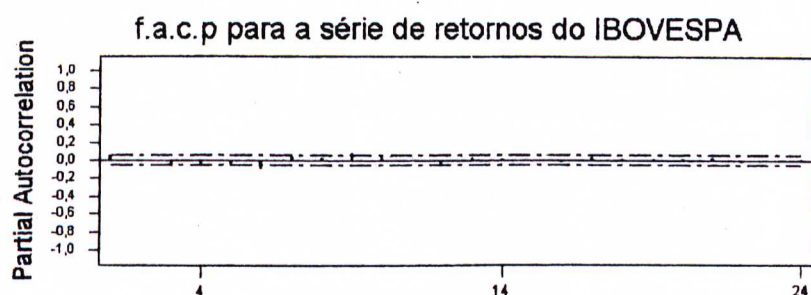
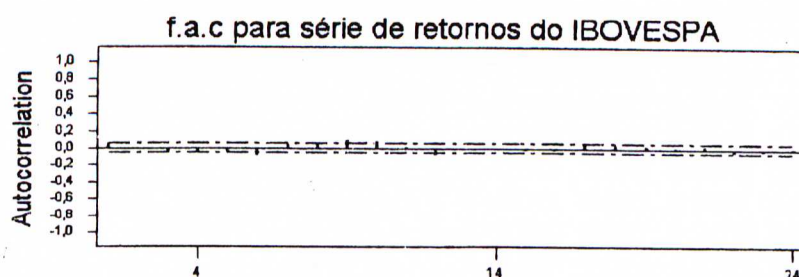
com $0 < \beta_1 < 1$. Mas nesse caso a variância incondicional de X_t não estará definida.

Exemplo: Utilizando a série de retornos diários do IBOVESPA, vamos ajustar um modelo GARCH.

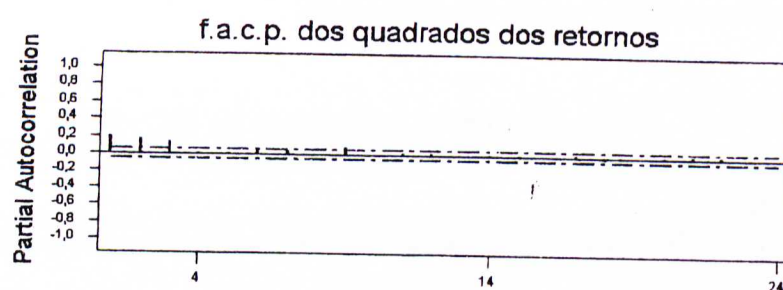
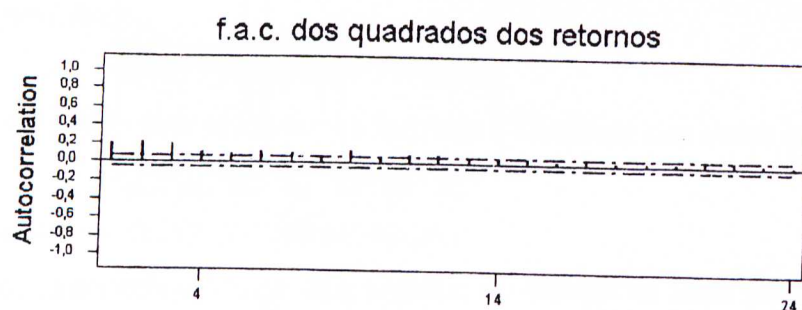
O gráfico a seguir mostra a série de retornos diários do IBOVESPA de 03/01/95 a 27/01/00.



Para esses dados foi ajustado um processo auto regressivo incompleto, obtido por inspeção das f.a.c e f.a.c.p. das a seguir, respectivamente, indicando uma dependência linear entre as observações, pois algumas auto-correlações parciais são significativas.



Analisando as f.a.c e f.a.c.p. dos quadrados dos retornos da série do IBOVESPA, dados a seguir, respectivamente, e o quadro dado logo a seguir, observamos que há uma forte dependência, sem um padrão bem definido.



	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.002026	0.000532	3.807156	0.0001
AR(1)	0.052974	0.026792	1.977226	0.0480
AR(5)	-0.051765	0.025321	-2.044373	0.0409
AR(10)	0.043851	0.023277	1.883835	0.0596

Variance Equation				
C	2.33E-05	4.80E-06	4.852250	0.0000
ARCH(1)	0.193782	0.016774	11.55267	0.0000
GARCH(1)	0.780603	0.019759	39.50547	0.0000

R-squared	0.009958	Mean dependent var	0.000887
Adjusted R-squared	0.005947	S.D. dependent var	0.028288
S.E. of regression	0.028204	Akaike info criterion	-4.758010
Sum squared resid	1.178059	Schwarz criterion	-4.733053
Log likelihood	3546.960	F-statistic	2.482712
Durbin-Watson stat	2.033689	Prob(F-statistic)	0.021523

Um modelo AR(10)-GARCH(1,1) será ajustado. Assim, eliminando-se os coeficientes não significativos, o modelo ajustado, com nível de significância 6% é

$$X_t = 0,0020 + 0,0530X_{t-1} - 0,0518X_{t-5} + 0,0439X_{t-10} + a_t,$$

$$a_t = \sqrt{h_t} \varepsilon_t,$$

$$h_t = 0,0002 + 0,1938a_{t-1}^2 + 0,7806h_{t-1}.$$

Os valores da estatística de Ljung-Box para os resíduos padronizados são dados por $Q(10)=11,198$ ($P=0,13$) e $Q(20)=26,607$ ($P=0,064$), enquanto que, para os quadrados dos resíduos padronizados, temos $Q(10)=9,524$ ($P=0,217$) e $Q(20)=22,732$ ($P=0,158$), obtidos dos dois quadros a seguir, respectivamente.

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 0.047	0.047	3.2781	
		2 0.002	0.000	3.2829	
		3 -0.001	-0.002	3.2861	
		4 -0.046	-0.046	6.4160	0.011
		5 0.013	0.018	6.6776	0.035
		6 -0.011	-0.013	6.8691	0.076
		7 0.040	0.041	9.2403	0.055
		8 0.027	0.022	10.363	0.066
		9 0.021	0.020	11.012	0.088
		10 0.011	0.008	11.198	0.130
		11 0.023	0.027	12.009	0.151
		12 -0.031	-0.033	13.468	0.143
		13 0.024	0.029	14.339	0.158
		14 0.063	0.060	20.364	0.041
		15 -0.035	-0.041	22.222	0.035
		16 -0.011	-0.013	22.395	0.050
		17 -0.018	-0.014	22.870	0.062
		18 0.032	0.035	24.401	0.059
		19 0.016	0.010	24.811	0.073
		20 0.034	0.034	26.607	0.064
		21 0.046	0.036	29.848	0.039
		22 -0.020	-0.022	30.472	0.046
		23 -0.018	-0.016	30.970	0.056
		24 0.022	0.028	31.735	0.062

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	-0.002	-0.002	0.0080	
		2	0.055	0.055	4.5428	
		3	0.023	0.023	5.3055	
		4	-0.005	-0.008	5.3478	0.021
		5	0.014	0.011	5.6407	0.060
		6	-0.011	-0.011	5.8342	0.120
		7	-0.018	-0.020	6.3421	0.175
		8	-0.045	-0.045	9.4334	0.093
		9	-0.005	-0.003	9.4735	0.149
		10	-0.006	0.000	9.5238	0.217
		11	-0.011	-0.008	9.6903	0.287
		12	0.036	0.036	11.626	0.235
		13	-0.017	-0.015	12.047	0.282
		14	0.057	0.052	16.894	0.111
		15	-0.022	-0.023	17.593	0.129
		16	-0.023	-0.031	18.415	0.142
		17	-0.002	-0.004	18.423	0.188
		18	-0.038	-0.033	20.581	0.151
		19	-0.020	-0.020	21.162	0.172
		20	0.032	0.040	22.732	0.158
		21	-0.020	-0.015	23.330	0.178
		22	0.013	0.013	23.572	0.213
		23	0.024	0.024	24.446	0.223
		24	-0.028	-0.032	25.595	0.222

A aplicação do teste do multiplicador de Lagrange, com $p=12$, confirma a ausência de heterocedasticidade condicional no resíduos do modelo. O resultado do teste dado no quadro a seguir forneceu $p\text{-value}=0,459$.

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.964534	0.099913	9.653725	0.0000
STD_RESID^2(-1)	-0.005114	0.026125	-0.195742	0.8448
STD_RESID^2(-2)	0.055111	0.026091	2.112239	0.0348
STD_RESID^2(-3)	0.023917	0.026122	0.915570	0.3600
STD_RESID^2(-4)	-0.004891	0.026128	-0.187181	0.8515
STD_RESID^2(-5)	0.015115	0.026175	0.577456	0.5637
STD_RESID^2(-6)	-0.008171	0.026171	-0.312208	0.7549
STD_RESID^2(-7)	-0.020911	0.026174	-0.798911	0.4245
STD_RESID^2(-8)	-0.046641	0.026177	-1.781759	0.0750
STD_RESID^2(-9)	-0.002311	0.026206	-0.088171	0.9298
STD_RESID^2(-10)	-0.002026	0.026181	-0.077376	0.9383
STD_RESID^2(-11)	-0.007931	0.026140	-0.303395	0.7616
STD_RESID^2(-12)	0.036692	0.026141	1.403594	0.1607
R-squared	0.008025	Mean dependent var	0.997507	
Adjusted R-squared	-0.000111	S.D. dependent var	1.868238	
S.E. of regression	1.868342	Akaike info criterion	4.096748	
Sum squared resid	5106.896	Schwarz criterion	4.143403	
Log likelihood	-3010.400	F-statistic	0.986313	
Durbin-Watson stat	1.999067	Prob(F-statistic)	0.459561	

A estimativa do desvio padrão condicional pra os retornos do IBOVESPA usando o modelo é dada pelo gráfico a seguir. Analisando-o, observamos que os quatro maiores picos (em ordem cronológica) representam: crise no México, crise na Ásia, moratória na Rússia e desvalorização do Real. Comparando com o exemplo da série de retorno da Petrobrás, é possível verificar que a influência da queda da bolsa de Nasdaq não aparece destacada.

