

DIAGRAMAS VETORIAIS E QUANTIDADES COMPLEXAS APLICADOS AO ESTUDO DAS
CORRENTES ALTERNATIVAS

Tése de concurso para provimento
do cargo de Professor Catedrático
da Cadeira nº 36 -"Eletrotécnica
Geral"- da Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo, apre-
sentada por

ROMEU RENNO CARNEIRO

Setembro, 1949.

Apreciação geral.

Divide-se a "tese" do autor em 3 partes:

- I-Considerações gerais sobre as correntes elétricas;
- II-Aplicações dos diagramas vetoriais e das grandezas complexas à resolução dos circuitos monofásicos;
- III-Aplicações dos diagramas vetoriais e das grandezas complexas ao estudo das características de funcionamento das máquinas de corrente alternativa.

O exame desta terceira parte revela-nos estar o autor em condições de resolver graficamente os problemas relativos às máquinas elétricas. Entretanto, demonstrada a competência do A. como engenheiro, fica-se em dúvida quanto a sua capacidade didática, porquanto os diagramas são explicados em estilo pouco agradável e impreciso, ora com fastidiosa prolixidade relativamente a pontos facilmente compreensíveis, ora laconizando outros tópicos onde se fazia mister maiores esclarecimentos. Muitos dos assuntos versados somente pude compreender após exame da bibliografia indicada.

Tivesse entretanto o A. se limitado a esta terceira parte e o meu julgamento, baseado exclusivamente no que está escrito, seria muito mais favorável. Realmente, a leitura dos dois primeiros capítulos deixa a impressão de que o A., embora capaz de resolver graficamente os problemas ventilados na terceira parte da tese, não está perfeitamente familiarizado com os fundamentos teóricos dos métodos que empregou. São meus votos mui sinceros que o A., na defesa de tese, consiga modificar a impressão causada pela leitura do seu trabalho, cuja escrita sob premência de tempo.

Os técnicos modernos, ao que parece, estão convencidos de que podem escrever como muito bem entendem, sem a menor consideração para com o provável leitor e o maior menosprezo pela linguagem. Estão prontos a empregar termos e expressões de todas as línguas, desde, bem entendido, que não seja a portuguesa. Outrora eram especialmente galicistas; hoje predominam os anglicistas e, futuramente, talvez tenhamos os eslavicistas. Já se vem esboçando contudo um verdadeiro dialeto técnico, cujos cânones ainda não figuram em nenhuma gramática, mas são religiosamente observados, com impressionante uniformidade, pelos que escrevem em revistas técnicas. O autor da presente tese não fugiu à regra e desde o "Sumário" até a última página empregou o novo dialeto. Era intenção minha silenciar a respeito desta questão de linguagem. Mas, a Escola Politécnica passou agora a exigir conhecimentos de português por parte dos novos alunos e, logicamente, a mesma exigência deverá ter para com os novos professores, pelo menos. O que se pretende não é propriamente engenheiros literatos, mas engenheiros que escrevam sofrivelmente a língua pátria.

Acusando, como acuso o A. da tese de ter usado linguagem pouco correta, fico na obrigação de citar pelo menos alguns dos deslises por ele cometido, o que procurarei fazer de modo geral e o mais brevemente possível. Dentre os erros sistematicamente cometidos pelo A. citarei os seguintes:

a)-Acentuação. O A. acentua os paroxítonos, não homógrafos de outros vocábulos, e, frequentemente, na mesma linha, deixa de acentuar proparoxítonos, em que o acento é de rigor. Por exemplo, logo à página 1 estão acentuadas as palavras "dirétas", "réta", "fôrma", "corréta"; ao passo que não foram acentuadas "maquina", "iman", "angulo", "força", "numero", etc..

- b)-Uso desnecessário e abusivo dos artigos indefinidos (um, uma), especialmente antes de adjetivos, como "outro, certo, etc";
- c)-Uso imoderado e galicístico dos ^{possessivos} possessivos, neste caso seu, tornando difícil a boa compreensão;
- d)-Aversão, errônea, ao emprego de pronomes pessoais, sistematicamente substituídos pelas palavras mesmo. Mesmo pode ser adjetivo (eu mesmo fiz isto), pode ser pronome neutro (é o mesmo) e pode ser adverbio (êle não quer mesmo); mas nunca poderá ser pronome pessoal, como o A. emprega correntemente. Exemplo, página 3: projetando-se o vetor I sobre os mesmos....

*Pag. 1 linha 12: Para observarmos em sua
maneira elementar... Pag. 2 - Condições importantes
simultâneas para facilidade de seu estudo. (1.11)*

S U M Á R I O

O presente trabalho trata das aplicações dos métodos gráfico e simbólico à resolução dos circuitos monofásicos e ao estudo das características de funcionamento das máquinas de corrente alternativa.

Como introdução, na primeira parte são feitas considerações gerais sobre as correntes elétricas, como sejam a maneira elementar de sua geração, sua representação vetorial e indicação do emprego de quantidades complexas para a resolução analítica dos problemas de corrente alternativa; considerações sobre as leis fundamentais que regem os estudos das correntes contínuas e alternativas, e as novas formas sob as quais se apresentam no estudo destas últimas, levando em conta os vários fenômenos envolvidos; definições dos vários valores admitidos e considerados no caso das funções periódicas de um modo geral e enfim uma exposição resumida sobre os motivos que influem na preferência dada à utilização das correntes alternativas.

A segunda parte consiste no emprego do método vetorial e das quantidades complexas ao estudo dos circuitos série e paralelo contendo resistência ohmica, indutância e capacidade, circuito com indutância mutua, simplificação dos circuitos compostos e princípio básico da variação do fator de potência.

A terceira parte consta do estudo das características de funcionamento dos transformadores estáticos, alternadores, motores síncronos e motores de indução, com o auxílio de diagramas vetoriais assim como por meio de cálculo analítico.

BIBLIOGRAFIA

- (1) BRENN, HANS VON - Fundamentos de la Electrotecnia - Segunda edición - 1945.
- (2) BRENN, HANS VON - Técnica de la alta tensión - 1945.
- (3) DELALANDE, H. - Essais des Machines Électriques - 1923.
- (4) HERING, P. - Canalizaciones y Centrales Eléctricas - 1945.
- (5) HOBSON, J.E. and WITZKE, R.L. - Power Transformers and Reactors.
- (6) ILIOVICI, M.A. - Cours d'Electrotechnique - Deuxième édition - 1926 - Livre III - Étude Générale des Courants Alternatifs - Transformateurs.
- (7) ILIOVICI, M.A. - Cours d'Electrotechnique - Deuxième édition - 1926 - Livre IV - Générateurs et Moteurs a Courants Alternatifs - Commutatrices.
- (8) KEMP, PHILIP - Alternating Current Electrical Engineering - 1943.
- (9) KÖNIGSLÖW, A.V. - Teoría, cálculo y construcción de las Máquinas de corriente alterna sincrónicas - Segunda edición revisada - 1947.
- (10) - KÖNIGSLÖW, A.V. - Teoría, cálculo y construcción de las Máquinas de corriente alterna asincrónicas - 1945.
- (11) MARTIN, JUAN CORRALES - Teoría, cálculo y construcción de Transformadores.
- (12) ROBERJOT, P. - Cours Élémentaire d'Electricité Industrielle - Troisième tirage de la 2e. édition - 1924.
- (13) ROBERJOT, P. - Elementos de Electricidad Industrial - Tomo III - Máquinas Eléctricas - 1932.
- (14) SEIFFELNER, E.E. et PETER, H.H. - Traction Electrique - Deuxième édition - 1926.
- (15) SINGER, F.L. - Transformadores - 1945.
- (16) STAPELFELDT, H. - Fundamentos de la Electrotecnia - 1946.
- (17) STEINMETZ, CHARLES PROTEUS - Théorie et Calcul des Phénomènes du Courant Alternatif - 1903.
- (18) TEUCHERT, HANS - Alta Frecuencia y Radiotecnica - 1945.
- (19) TIMBIE, W.H. and HIGBIE, H.H. - Alternating Current Electricity and its applications to Industry - First Course - 1914.
- (20) TIMBIE, W.H. and HIGBIE, H.H. - Alternating Current Electricity and its applications to Industry - Second Course - 1914.
- (21) WAGNER, C.F. - Machines Characteristics.
- (22) WIEWEGGER, H. - Problemas de Electricidad - 1928.
- (23) WRIGHT, S.H. and HALL, C.F. - Characteristics of Aerial Lines.

Observações - I) Sob os numeros (5), (21) e (23) são indicados os autores e capitulos do livro: "Electrical Transmission and Distribution Reference Book", by Central Station Engineers of the Westinghouse Electric & Manufacturing Company.

II) Sob os numeros (1), (2), (9), (10), (11), (16) e (18) são indicados os autores e volumes da obra: "La Escuela del Tecnico Electricista", publicada sob a direção do Prof. ALFRED HOLZT.

I - CONSIDERAÇÕES GERAIS SOBRE AS CORRENTES ELÉTRICAS	
Refs.- (1)páginas 19-32,48-76,85-103,263-269 ; (2)p.184-188 ; (4)p.78-80,113-115,129-131,139-142 ; (6)p.1-10,58-60,64-69,117-119 ; (8)p.1-36,44,45,75-79,87-106,563-566 ; (12)p.306-319 ; (14)p.53-55 ; (16)p.44-95,290-296 ; (17)p.1-15,19-41,51-56,105-154 ; (18)p.12-33 ; (19)p.213-245 ; (22)p.129-133,195-200,206-217 ; (23)p.35-42.	
II- APLICAÇÕES DOS DIAGRAMAS VETORIAIS E QUANTIDADES COMPLEXAS	
À RESOLUÇÃO DOS CIRCUITOS MONOFÁSICOS DE CORRENTE ALTERNATIVA	13
Circuito série	13
Refs.- (1)p.106-111,124-136,201-203,207-210,214-225 ; (6)p.10-20,76-79 ; (8)p.47-56,65-69 ; (12)p.319-322,358-362 ; (17)p.57-60 ; (18)p.32,34,38,39 ; (19)p.245-257 ; (22)p.222-236,242-248.	
Circuito paralelo	17
Refs.- (1)p.136-158,210-213,225,241 ; (6)p.80-85 ; (8)p.70-71 ; (12)p.322-325,363-367 ; (17)p.71-81 ; (18)p.35-37 ; (19)p.258-260 ; (22)p.236-242,248-252.	
Resistências ôhmicas próprias dos condensadores	19
Refs.- (2)p.184-188 ; (17)p.149-154.	
Circuito contendo indutância mútua	22
Refs.- (1)p.281-284 ; (6)p.35-37,90-94,115-117 ; (17)p.147-149 ; (19)p.261-266.	
Substituição de um circuito qualquer por um circuito equivalente contendo uma resistência ôhmica, uma indutância e uma capacidade	24
Ref.- (6)p.39-40.	
Substituição de um circuito por uma bobina de indutância equivalente	25
Ref.- (6)p.39-40.	
Melhoramento do fator de potência	26
Refs.- (6)p.85-86 ; (8)p.521-541 ; (9)p.86-88 ; (10)p.253-259.	
III- APLICAÇÕES DOS DIAGRAMAS VETORIAIS E QUANTIDADES COMPLEXAS	
AO ESTUDO DAS CARACTERÍSTICAS DE FUNCIONAMENTO DAS MÁQUINAS DE CORRENTE ALTERNATIVA	28
1-Transformadores	28
Diagrama fundamental	28
Refs.- (5)p.403 ; (6)p.219-223,227-232,254-257 ; (8)p.181-185 ; (11)p.15-20,57-64 ; (15)p.14-18,23-25,30-51 ; (17)p.197-239 ; (20)p.164-185.	
Transformador ideal	33
Refs.- (6)p.223-225,232-233.	
Circuito equivalente a um transformador	34
Refs.- (6)p.225-227,257-259 ; (8)p.180 ; (11)p.66-69.	
Circuito equivalente modificado - Constantes com relação ao primário	34
Refs.- (11)p.69-70.	
Circuito equivalente modificado - Constantes com relação ao secundário	35
Refs.- (11)p.75-79.	

Regulação dos transformadores	33
Refs.- (6)p.233-240 ; (8)p.214,215 ; (11)p.20-21,70-73,84-87 ; (15)p.83,84.	
Valores maximo e minimo da regulação de um transformador	38
Refs.- (6)p.236.	
Diagramas das quedas de tensão	38
Refs.- (6)p.240-243 ; (11)p.107-109,112,113.	
Diagrama de Kapp	39
Refs.- (3)p.338-341; (6)p.243-249; (8)p.220-221; (13)p.243-256.	
Traçado pratico do diagrama de Kapp	41
Refs.- (3)p.325,329-333,336,337 ; (13)p.253-256.	
Determinação analitica da regulação de um transformador	45
Refs.- (11)p.73-75,107 ; (20)p.186-187 ; (8)p.219-220.	
2- Alternadores	47
Refs.- (3)p.292-307; (7)p.61-63; (9)p.75-81,93-119; (17)p.300-314.	
Diagrama de Behn-Eschenburg	48
Refs.- (3)p.308-309; (7)p.63-70; (8)p.288-292; (13)p.204-207; (20)p.43-47.	
Diagrama de Rothert	53
Refs.- (3)p.309-310; (7)p.87-91; (13)p.212-214.	
Diagrama do Instituto Americano de Engenheiros Eletricistas, A.I.E.E.	55
Refs.- (7)p.70-72; (20)p.47-50; (21)p.133-134.	
Diagrama de Potier	57
Refs.- (3)p.310-313; (7)p.72-87; (8)p.293,294; (13)p.196-203, 217-222.	
Diagrama Geral	66
Refs.- (21)p.134-135.	
Diagrama das Duas Reações	67
Refs.- (7)p.91-114; (21)p.132,133,135.	
Observações sobre os diagramas	71
Refs.- (7)p.61-63.	
3- Motores sincronos	72
Refs.- (8)p.396-408,415,526-527; (9)p.81-83,93-119; (13)p.269-274 ; (17)p.325-356.	
Equação de funcionamento do motor - Estabilidade	74
Refs.- (3)p.320,321 ; (7)p.129-142.	
Diagrama de Blondel	80
Refs.- (7)p.142-163 ; (20)p.559-570; (9)p.86-88.	
Emprêgo da curva em V a vazio para a resolução dos diagramas dos alternadores. Ref.- (13)p.286-287.	85
4- Motores assincronos	86
Refs.- (3)p.374-376; (13)p.297-315; (17)p.240-299.	
Circuito equivalente a um motor assincrono	87
Refs.- (8)p.340,341 ; (10)p.43.	
Diagrama circular	87
Refs.- (3)p.386-389; (7)p.205-220; (8)p.362-375; (10)p.31-56; (20)p.497-504.	

Página

onde se lê

leia-se

1, linha 29	quando $\omega t = 1$	quando $\sin \omega t = 1$
2, linha 5	ângulo descrito é ωt	ângulo descrito é ωT
5, linha 19	causando	causada pelo
5, linha 21	causando	causada pela
5, linha 24	causadas pele	causadas pela
7, linha 23	considerm	consideram
10, linha 2	voltímetro	voltômetro
10, linha 8	voltímetro	voltômetro
10, linha 9	voltímetro	voltômetro
10, linha 10	amperímetro	amperômetro
14, linha 2	A queda X_L	A queda $X_L I$
16, linha 28	$(X_L - X_C)R^{-1} \cdot 1 = \operatorname{tg} \varphi$	$(X_L - X_C)R^{-1} \cdot 1 = \operatorname{tg} \varphi$
18, linha 7	amp.	ampéres
28, linha 1	II - APLICAÇÕES	III - APLICAÇÕES
28, linha 2	CARATERISTICAS DA	CARATERISTICAS DE
28, linha 26	$1,25(n_1 I_1 + n_2 I_2)$	$1,25(n_1 i_1 + n_2 i_2)$
28, linha 27	fluxo $\varphi_1 + \varphi$	fluxo $\varphi_{d1} + \varphi$
30, linha 15	correnta	corrente
35, linha 3	equação	equação
37, linha 3	$\bar{A}$ vazio	A vazio
37, linha 7	$\bar{V}_{2.v} - \bar{V}_2$	$\bar{V}_{2.v} - \bar{V}_2$
39, linha 32	$\overline{BC} = V_2$	$\overline{CD} = V_2$
41, linha 31	wattmetro	wattômetro
41, linha 32	voltímetro	voltômetro
42, linha 8	wattmetro	wattômetro
42, linha 9	wattmetro	wattômetro
42, linha 26	wattmetro	wattômetro
43, linha 28	wattmetro	wattômetro
49, linha 11	são	são
49, fig. 72	(vetor horiz. e/indicação)	$\bar{V}$
51, linha 16	é necessario	é necessario
53, linha 23	são	são
54, linha 6	reação	reação
57, linha 33	(em vez de φ)	(em vez de $\pi/2 + \varphi$)
61, fig. 89	i_a	$- i_a$
73, fig. 103	$I \cdot \cos \varphi_v$	$I_v \cdot \cos \varphi_v$
74, linha 33	φ	φ'
75, fig. 105	(ponto de interseção $\overline{XX} - \overline{Y_1 Y_1}$)	B_2
76, linha 19	$\overline{OB}_v = P_v \cdot V/Z$	$\overline{OB}_v = P_v \cdot Z/V$
81, linha 3	variação	variação
83, linha 34	$(\overline{OB}_1/Z) \cdot \overline{OD}$	$(\overline{OB}_1/Z) \cdot \overline{OD}_1$
86, linha 2	obtenção	obtenção
88, linha 24	pontos A e C	pontos A e B

1 - CONSIDERAÇÕES GERAIS SOBRE AS CORRENTES ELÉTRICAS.

As máquinas elétricas ^{dão origem} geram força eletromotriz ou diferença de potencial elétrico, a corrente elétrica se estabelecendo quando a máquina é ligada a um circuito exterior por meio de condutores elétricos. 1

As correntes denominadas contínuas ou diretas são obtidas com o auxílio dos comutadores que são ao mesmo tempo os coletores de corrente das máquinas de corrente contínua. Em realidade as correntes geradas por estas máquinas são alternativas, e as correntes fornecidas pelas mesmas não têm um valor contínuo ou constante, isto é, ^{ininteligível} sua curva característica ^{da corrente?} não é uma linha reta, mas sim constituída por um grande numero de ondulações em torno de uma reta, motivo porque sua denominação correta é corrente ondulada ou pulsativa. 9

Para observarmos em sua maneira elementar a geração da força eletromotriz, consideremos ^{de que?} uma espira colocada em um anel de material magnético e girando com este no campo magnético de um ímã, que supomos permanente. A força eletromotriz tem por expressão o quociente de uma variação de fluxo magnético por um tempo, correspondendo assim ao numero de linhas de força cortadas na unidade de tempo: 12

$$e = - d\phi / dt .$$

A espira girando de um certo angulo a partir de sua posição inicial, a relação entre as áreas cortadas pelo fluxo magnético em um e outro caso é o coseno do angulo descrito; supondo que a espira se desloca com uma velocidade angular ω durante o tempo t , o angulo descrito é ωt . Assim, o fluxo abrangido pela espira é $\phi = \beta S$ na posição inicial, sendo S a área cortada pelo fluxo, com o plano da espira perpendicular ao sentido do fluxo, e β a indução magnética; descrito o angulo ωt pela espira, o fluxo passa a ser 15

$$\phi = \beta S \cos \omega t ,$$

e a força eletromotriz é pois:

$$e = \omega \phi \cdot \sin \omega t .$$

O valor maximo tem logar quando ^{sen} $\omega t = 1$ e é $E_{\max} = \omega \phi$, donde 9

$$e = E_{\max} \cdot \sin \omega t ,$$

isto é, a força eletromotriz, e também a corrente que circula na espira, quando esta fórma um circuito fechado, variam com o seno do angulo de deslocamento da espira, seus valores repetindo-se em grandeza e sentido para cada rotação da espira, constituindo assim um fenómeno periódico, sinusoidal ou harmonico ^{sinônimos?} no caso teórico em questão, e portanto alternativo. O intervalo T de tempo necessario á repetição dos valores da f.e.m. e de mesmo sentido ou sinal é o periodo, e o numero f de periodos na unidade de tempo (segundo) é a frequencia

de corrente alternativa. O conjunto de valores sucessivos pelo tempo total em um período é denominado ciclo. A frequência é o número de ciclos por segundo. Havendo f períodos em um segundo, tem-se

$$f \cdot T = 1 \text{ donde } f = 1/T \text{ ciclos/seg. e } T = 1/f \text{ seg.}$$

Decorrido o tempo ou período T o ângulo descrito é ωT e a f.e.m. sendo sinusoidal, seus valores começam a se repetir quando

$$\omega T = 2\pi \text{ donde } \omega = 2\pi/T = 2\pi f$$

A velocidade angular ω é denominada pulsação da corrente alternativa.

As correntes elétricas industriais em geral não são puramente sinusoidais, mas sim funções periódicas complexas. Essas correntes são supostas sinusoidais para facilidade de seu estudo, encontrando-se resultados praticamente satisfatórios, e nos casos necessários são feitas as modificações provenientes de sua forma verdadeira. Uma onda de forma qualquer é constituída pela composição de varias ondas harmonicas ou sinusoidais, denominadas harmônicos, de frequências multiplas da frequência da onda fundamental (série de Fourier). *Não conheço essa propriedade das ondas. Não figura nos livros.*

Uma determinada maquina eletrica tendo $2p$ pólos, em cada rotação ha p ciclos e sendo n o numero de rotações por minuto, a frequência f da corrente é

$$f = pn/60 \text{ ciclos/seg.}$$

As duas correntes alternativas

$$\begin{aligned} i_1 &= I_1 \cdot \sin \omega t \\ \text{e } i_2 &= I_2 \cdot \sin(\omega t - \varphi) \end{aligned}$$

representadas em coordenadas retangulares são duas sinusoides. O período de cada corrente é $T = 2\pi/\omega$, a pulsação é $\omega = 2\pi f$, sendo f a frequência. ωt e $(\omega t - \varphi)$ são as fases das correntes e a diferença $\omega t - (\omega t - \varphi) = \varphi$ é a diferença de fase entre as duas correntes ou seu defasamento.

Fazendo-se a representação grafica em coordenadas polares, estas correntes são representadas por circulos cujos diâmetros são os valores máximos I_1 e I_2 . Deste modo as funções ficam caracterizadas por vetores cujos comprimentos correspondem aos seus valores máximos. Para o instante zero, $\omega t = 0$ e $i_1 = 0$, a função i_1 sendo representada pelo vetor OA cujo comprimento é proporcional a I_1 e cujo ângulo com a horizontal é zero, correspondendo a $\omega t = 0$ (fig. 1).

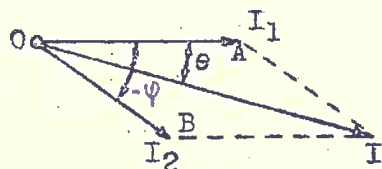
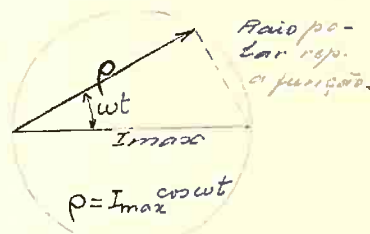


Fig. 1
Não corresponde ao tal diagrama polar

Neste mesmo instante $i_2 = I_2 \cdot \sin(-\varphi)$, a função i_2 sendo representada pelo vetor OB cujo comprimento é proporcional a I_2 e cujo ângulo com a horizontal é $-\varphi$. Diz-se então que a corrente i_2 está atrasada de φ com relação á corrente i_1 ou i_1



está adiantada de ψ com relação a i_2 . Os defasamentos para frente ou para trás no sentido trigonométrico; quando o defasamento é nulo as correntes estão em fase.

A soma ou diferença de varias funções sinusoidais de mesma pulsação é uma função sinusoidal de mesma pulsação, e a composição vetorial é feita de acordo com a lei do paralelogramo (fig. 1). As expressões analíticas de I e ϕ podem também ser deduzidas facilmente por calculo.

A resolução grafica dos problemas de corrente alternativa, envolvendo funções periódicas, embora bastante elucidativa é em certos casos falha sob o ponto de vista da precisão que se deseja em exemplos numéricos da pratica. A causa principal da falta de precisão é em geral a diferença da ordem de grandeza dos diversos valores usados em um mesmo diagrama vetorial, impedindo a obtenção de valores corretos para os resultados procurados.

Em certos casos são usados artificios graficos com o fim de se trabalhar com valores de mesma ordem de grandeza ou pouco diferentes entre si; assim acontece, por exemplo, nos casos dos diagramas de Behn-Eschenburg para os alternadores e de Kapp para os transformadores.

Sob o ponto de vista da exatidão dos calculos, o metodo analitico apresenta portanto vantagens sobre o metodo vetorial. O calculo analitico em corrente alternativa é feito com o emprego de quantidades complexas, isto é, por meio de expressões cujas origens se prendem diretamente à representação vetorial. 18

O operador j é um simbolo empregado nos calculos analiticos de corrente alternativa com o fim de introduzir nas expressões usadas uma dependencia de ordem geometrica entre seus varios componentes.

Consideremos a função alternativa sinusoidal

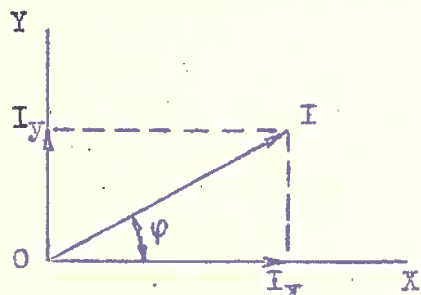


Fig. 2

$$i = I \cdot \sin(\omega t + \psi),$$

que é representada por um vetor de comprimento proporcional a I , fazendo com o eixo horizontal o angulo ψ (fig. 2).

Tomando-se um sistema de eixos retangulares, e projetando-se o vetor I sobre os mesmos, este fica decomposto em duas componentes, uma horizontal I_x e outra vertical I_y , sendo

$$I_x = I \cdot \cos \psi \quad \text{e} \quad I_y = I \cdot \sin \psi$$

Pode-se escrever portanto

$$I = (I_x^2 + I_y^2)^{1/2}$$

I é a soma vetorial de I_x e I_y e para se dar uma expressão a essa soma de maneira a facilitar os calculos, usa-se a notação empregada em Analise, segundo a qual as quantidades reais e positivas são representadas por vetores com o

vetor OA (Fig. 3), e as quantidades reais e negativas são representadas por vetores com o sentido OC; o vetor OD adiantado de 90° sobre OA representará

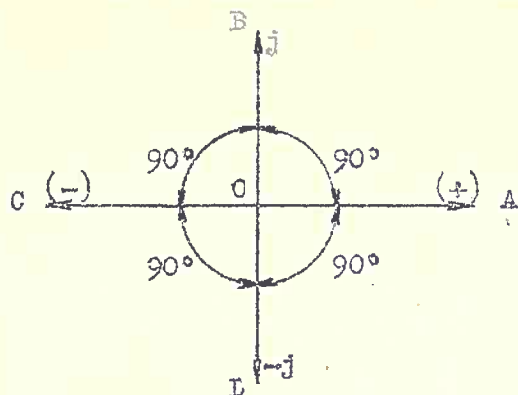


Fig. 3

as quantidades imaginárias positivas, e o vetor OD atrasado de 90° com relação a OA representará as quantidades imaginárias negativas. Inaceitável.

Adotando essa representação e fazendo

$$\sqrt{-1} = j,$$

tem-se para o caso anterior

$$I = I_x + jI_y.$$

Deste modo o símbolo ou operador j colocado antes de I_y nesta expressão, indica que I_y é um vetor defasado de 90° na frente de I_x . Quando se tiver pois a expressão

$$I = I_x + jI_y \quad (\text{valor complexo}),$$

pode-se escrever também

$$I = (I_x^2 + I_y^2)^{1/2} \quad (\text{valor absoluto}).$$

Como foi visto,

$$I_x = I \cos \varphi \quad \text{e} \quad I_y = I \sin \varphi, \quad \text{portanto}$$

$$I = I \cos \varphi + jI \sin \varphi \quad \text{donde} \quad \cos \varphi + j \sin \varphi = 1. \quad (19)$$

Tem-se ainda

$$\tan \varphi = I_y / I_x, \quad \sin \varphi = I_y / I \quad \text{e} \quad \cos \varphi = I_x / I$$

Como $j = \sqrt{-1}$, tem-se

$$j^2 = -1 \quad \text{e} \quad -j^2 = 1 \quad \text{donde} \quad -j = 1/j = j^{-1}$$

I_x estando 90° atrás de I_y tem-se também

$$-jI = I_y - jI_x$$

Rotação de -90° dada a figura, em torno de O.

E também

$$I = I_y - jI_x \quad (\text{valor complexo}) \quad (14)$$

$$\text{e} \quad I = (I_y^2 + I_x^2)^{1/2} \quad (\text{valor absoluto})$$

$$I = I_y + I_x/j = I_y + j^{-1} \cdot I_x$$

As leis fundamentais por meio das quais são estudadas analiticamente as correntes contínuas não são aplicáveis ao estudo das correntes alternativas, São, mediante convenções e generalizações, a não ser que se considerem valores correspondentes a um instante dado; com efeito, as fórmulas aplicadas em corrente contínua não consideram as variações periódicas de corrente e tensão, assim como os fenômenos originários dessas variações, existentes no caso das correntes alternativas. Para o estudo destas ultimas as leis fundamentais tomam outras formas, de maneira a considerar os referidos fatores.

A lei de Ohm

$$E = RI,$$

na qual E é a f.e.m. e I a corrente, em valores máximos constantes e R a re-

resistencia ohmica, valor constante do circuito, apresenta-se em expressão algébrica sob a forma

$$E = ZI ; \quad \text{só à pag 9 o A trata de val. eficazes.}$$

na qual E em ohms é a impedancia do circuito, ou sua resistencia aparente, e os valores de E em volts e I em amperes, como aplicados em geral nesta e em outras fórmulas, não correspondem aos valores máximos constantes como em corrente contínua, mas são valores eficazes ou efetivos. O valor da impedancia Z não é constante, pois varia com a frequência da corrente e com a saturação magnética dos circuitos contendo ferro e portanto com o valor da força eletromotriz. A impedancia Z é uma combinação da resistencia R com a reatancia X desse circuito, esta ultima sendo originária dos fenómenos de auto-indução e capacidade, nos circuitos de corrente alternativa.

A resistencia R em corrente alternativa não corresponde exatamente á resistencia ohmica dos circuitos de corrente continua, e não tem um valor constante como no caso de corrente continua. Com efeito, em corrente alternativa, além da potencia gasta para vencer a resistencia ohmica do circuito, ha consumo de potencia nos condutores devido aos fenómenos de indução mutua, isto é, proximidade de outros condutores eletricos, assim como devido aos fenómenos de histeresis magnética ^{causada pelo} ~~causando~~ atrito com a mudança contínua de polaridade das moléculas na magnetisação de peças proximas de ferro ou material magnético e também aos fenómenos de histeresis eletrostatica ^{causada pela} ~~causando a~~ compressão das moleculas de dieletricos, escoamento de corrente ou correntes de fuga em substancias isolantes geralmente imperfeitas, correntes locais parasitas e turbulentas (correntes de Foucault) causadas pela atuação da variação de fluxo nos proprios condutores e em peças condutoras proximas, etc.; a distribuição não uniforme da corrente alternativa na seção transversal do condutor (efeito pelicular ou efeito Kelvin), causando maior densidade de corrente na proximidade da periferia do condutor, representa também um acrescimo de potencia gasta, principalmente no caso de condutores de ferro ou aço; a ionização das moleculas do ar proximo a condutores de alta tensão, com a consequente produção de ozona acompanhada de um zumbido peculiar (efeito corona) representa também uma perda de potencia wattada, cujo valor depende de fatores diversos como sejam a frequência da corrente, tensão, e variação de tensão no caso de linhas longas; seção, espaçamento, comprimento, grau de irregularidade, estado de limpeza e tipo de condutor empregado, além de sua temperatura em serviço; altitude, pressão atmosférica, densidade do ar e enfim estado do tempo, si bom ou tormentoso. O conjunto desses consumos de potencia corresponde a um valor de resistencia que deve ser adicionado á resistencia ohmica própria do condutor,

esta resistência não sendo constante, mas dependendo da frequência da corrente, tensão, etc., devido à sua própria origem e natureza. Entretanto, a não ser em certos casos específicos, a resistência em corrente alternativa é considerada como sendo a resistência ôhmica de corrente contínua, isto é, como se produzisse unicamente o aquecimento dos condutores; quando se fazem necessárias, são introduzidas as correções provenientes daquelas ações enumeradas. A resistência total em um circuito de corrente alternativa, obtida levando-se em conta todos os fenômenos decorrentes de seu estabelecimento em um circuito é mais propriamente denominada resistência efetiva ou eficaz e sua unidade é também o ohm. A influência da temperatura no valor da resistência ôhmica é considerada em corrente alternativa do mesmo modo que em corrente contínua.

A reatância X é uma noção desconhecida em corrente contínua ^{em regime permanente} devido à 12 própria natureza da corrente, isto é, à sua continuidade ou constância depois de estabelecida em um circuito; a reatância se origina do movimento alternado da corrente e consequentes efeitos eletromagnéticos e capacitivos, não correspondendo a um gasto de potência wattada, isto é, a um consumo de energia. A reatância não é uma constante do circuito, pois varia com a frequência e também com a f.e.m. nos circuitos contendo material magnético, com a saturação deste, variando ainda com a f.e.m. no caso de condutores eletrolíticos. Assim, a reatância tem origem nos fenômenos de auto-indução, relativos ao eletromagnetismo, caso em que é denominada reatância indutiva X_L , e nos fenômenos de capacidade, quando então é denominada reatância capacitiva X_C , a unidade sendo o ohm em ambos os casos. 20

A reatância indutiva de um condutor é devida ao fluxo magnético que o circunda, quando percorrido por corrente alternativa; no caso de dois condutores paralelos, nos quais a corrente circula em sentidos contrários, a reatância indutiva é diminuída devido ao enfraquecimento do campo magnético no espaço exterior aos dois condutores, onde as linhas de força têm sentidos contrários. A reatância capacitiva de um condutor é devida ao efeito de condensador entre condutor e terra ou entre condutores paralelos, que formam as placas separadas pelo ar que constitui o dielétrico. Contradição

O fenômeno de auto-indução só é observado em corrente contínua quando -8 esta é estabelecida em um circuito, variando de zero a I , ou inversamente quando varia de I a zero, isto é, é retirada do circuito, e também quando a corrente varia de um valor I_1 a outro valor I_2 ; a variação da corrente corresponde uma variação de fluxo, e esta por sua vez induz força eletromotriz e consequentemente corrente no circuito fechado, sendo estas últimas a f.e.m. e corrente de auto-indução; o coeficiente de auto-indução ou indutância L é o quociente do fluxo ϕ pela corrente I : $L = \phi / I$ donde $\phi = L \cdot I$

Em corrente alternativa, com a variação da corrente e portanto da tensão continuamente, a indutância L corresponde, com a pulsagem ω da corrente, a reatância ωL . O fenômeno elétrico de auto-indução é comparável ao fenômeno mecânico da inércia, como se verifica pelas próprias equações de energia, $\frac{1}{2}LI^2$ em eletricidade para estabelecer a corrente I em um circuito de indutância L e $\frac{1}{2}MV^2$ em mecânica para se estabelecer a velocidade V em um corpo de massa M .

A lei de Joule

$$P = RI^2,$$

na qual P é a potência consumida na resistência R pela circulação da corrente I , apresenta-se em corrente alternativa sob a mesma forma, mas o valor da resistência R inclui, como já foi visto, um acréscimo sobre o valor da resistência puramente ôhmica, isto é, corresponde à resistência efetiva do circuito. Praticamente toma-se a resistência R como tendo o valor da resistência ôhmica de corrente contínua, levando-se porém em conta um valor eficaz ou efetivo da corrente I , ou valor que em corrente contínua produz o mesmo aquecimento sobre uma mesma resistência ôhmica.

As leis de Kirchhoff

$$\sum I = 0$$

$$\sum E - \sum (RI) = 0,$$

a primeira relativa aos nós de corrente, onde a soma de todas as correntes é nula, e a segunda referindo-se aos circuitos fechados nos quais a soma de todas as tensões é nula, ~~só~~ são aplicáveis às correntes alternativas quando se consideram valores correspondentes a um instante dado, isto é, valores momentâneos ou instantâneos. Com efeito, estas leis têm sua base fundamental nos sentidos positivos e negativos considerados para as correntes e tensões, e em corrente alternativa a variação constante de sentido da f.e.m. e corrente impossibilitam essa consideração.

*Desenvolva o A. as leis de Kirchhoff em c.a.?
Contudo, as aplicam na tén.
Convenções e generalizações*

A expressão da potência

$$P = EI,$$

na qual P é a potência em um circuito percorrido pela corrente I , sob a f.e.m. E , apresenta-se em corrente alternativa sob a forma

$$P = E \cdot I \cdot \cos \varphi,$$

isto é, acrescida de um coeficiente chamado fator de potência, que é o cosseno do ângulo de defasamento entre a f.e.m. E e a corrente I , isto é, é o cosseno do ângulo correspondente ao intervalo de tempo decorrido entre as amplitudes positivas (ou negativas) da f.e.m. E e da corrente I . Do mesmo modo que nas fórmulas anteriores aplicadas em corrente alternativa, os valores de E e I são

valores eficazes.

As fórmulas de composição de resistências:

em série: $R = R_1 + R_2 + \dots$

em paralelo: $R = (R_1^{-1} + R_2^{-1} + \dots)^{-1}$,

exprimindo os modos de compor as resistências ôhmicas em circuitos onde as mesmas estão colocadas em série ou paralelo, são aplicáveis aos circuitos de corrente alternativa considerando-se os valores efetivos dessas resistências. No entanto, de um modo geral em corrente alternativa tem-se resistências aparentes ou impedâncias, cuja composição é mais complexa que a de simples resistências ôhmicas. Em corrente alternativa as resistências ôhmicas por um lado e as reatâncias por outro lado, compõe-se algebricamente, mas com as impedâncias não acontece o mesmo, pois sua composição é feita vetorialmente. A impedância total é a resultante da composição geométrica das impedâncias parciais, ou a resultante da composição geométrica da resistência e reatância totais do circuito. No circuito série obtém-se a impedância total que é a resultante da composição da soma aritmética das resistências ôhmicas com a soma algebrica das reatâncias, e no circuito paralelo a impedância total é obtida pela composição vetorial das impedâncias nos vários ramos.

As correntes alternativas sendo funções periódicas, há vários valores que devem ser levados em linha de conta, e que consideraremos em sequência de importância e aplicação.

O valor momentâneo ou instantâneo é o valor que a função assume em um determinado instante, e varia portanto em função do tempo.

O valor máximo é o maior dos valores momentâneos recebidos pela função, e não a caracteriza perfeitamente, pois duas ondas com o mesmo valor máximo podem ter formas diferentes; deste modo as ações exercidas sob uma certa forma por essas funções serão diferentes, embora seus valores máximos sejam iguais. Por outro lado uma função pode ter valores máximos desiguais, como é o caso das ondas pulsativas. O emprego prático dos valores máximos das funções periódicas fica portanto limitado a alguns poucos casos.

O valor médio é a média aritmética de todos os valores instantâneos tomados pela função durante um período; para essa média é considerado um período inteiro, que caracteriza a função de um modo completo, pois todos os períodos são iguais. As funções pulsativas têm um valor médio diferente de zero, mas o valor médio de uma função alternativa é nulo, tendo em vista as próprias defini-

Passar!

algumas dessas funções. No entanto considera-se como valor médio de uma função alternativa a média dos valores assumidos pela função durante uma alternância ou semi-período, ou a média de todos os valores durante um período sem considerar os sinais. Para o caso das correntes alternativas justifica-se a consideração do valor médio como sendo a média dos valores em um período não levando em conta os sinais, pois o sinal negativo da corrente indica unicamente que esta circula em direção oposta, e não tem portanto uma significação absoluta. Entretanto o valor médio de uma função alternativa é indefinido em muitos casos, razão por que é pouco usado praticamente.

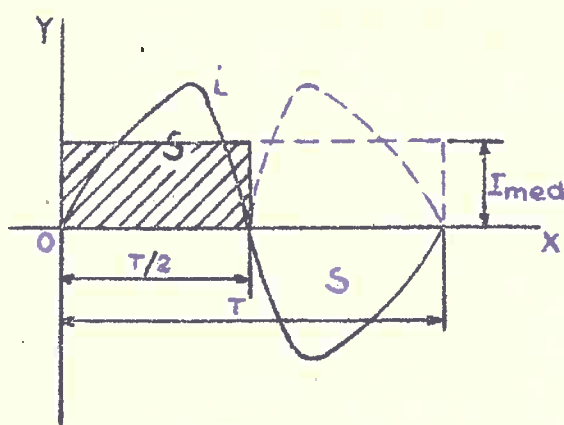


Fig. 4

Considerando um semi-período da função periódica alternativa não sinusoidal

$i = f(t)$, de período T ,
o valor médio é a altura I_{med} do retângulo de base $T/2$, ou considerando um período completo sem levar em conta os sinais, tem-se o mesmo valor (Fig. 4)

$$I_{med} = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} i \cdot dt$$

A função i sendo sinusoidal da forma

$$i = I_{max} \cdot \sin \alpha,$$

de período $T = 2\pi$, obtém-se:

$$I_{med} = (2/\pi) \cdot I_{max} = 0,637 I_{max}$$

A relação entre os valores médio e máximo é pois 0,637.

No caso de uma função periódica alternativa não sinusoidal, da forma

$$i = I_1 \cdot \sin(\omega t + \varphi_1) + I_3 \cdot \sin(3\omega t + \varphi_3) + \dots,$$

aplicando a fórmula geral para o valor médio, obtém-se:

$$I_{med} = 0,637 (I_1 + I_3 + \dots).$$

Pelo que foi visto anteriormente, uma função periódica alternativa só fica perfeitamente definida si forem considerados todos os seus valores instantâneos durante um período, ^{confirma - 12 pag 8.} não tendo significação prática a consideração de seu valor máximo * ou de seu valor médio. O único valor que pôde caracterizar praticamente uma função periódica alternativa é um valor que produza o mesmo efeito ^{I_eff = 0,707 I_max (estabelecido pelo efeito)} que essa função e é denominado valor efetivo ou eficaz, devido à sua própria natureza. No caso das correntes alternativas a noção de valor eficaz (ou valor do efeito causado por sua ação) provém de se constatar que as componentes da energia ou potência são dependentes entre si, deixando de ter existência real quando consideradas isoladamente; tais componentes são a intensidade de corrente, força eletromotriz ou diferença de potencial, fator de potência, intensidade de campo magnético, etc. Com efeito, na própria medida de suas grandezas

verifica-se a sua interdependência, como por exemplo é o caso da medida de uma tensão por meio de um voltômetro, ao qual é aplicada a diferença de potencial dando circulação a uma pequena corrente que permite a medida. De um modo geral os aparelhos de medidas eletrônicas fazem a apreciação de uma certa grandeza por comparação com a potência dispendida para esse fim.

As citadas grandezas aparecem sempre sob a forma de produtos ou de quadrados, como por exemplo as potências consumidas ^{e os voltímetros eletrostáticos?} pelos aparelhos de medidas:

voltômetro eletromagnético: $p = k.H.I$

voltômetro eletrodinâmico: $p = k.I^2$

amperômetro térmico: $p = r.I^2$, etc.,

isto é, as medidas de voltagens e correntes são feitas pelos efeitos ou potências consumidas nas mesmas.

Pelo que foi exposto vê-se que o valor eficaz de uma função alternativa se prende à consideração do quadrado dessa função, i^2 . Ora, a função i^2 é caracterizada pelos quadrados de seus valores momentâneos durante um período completo, estes quadrados podendo ser reunidos em um valor médio que então define o valor médio da função i^2 . A raiz quadrada deste valor médio caracteriza a função i sob o ponto de vista do efeito produzido por essa função, e é portanto o seu valor eficaz. Pode-se pois definir:

valor eficaz de uma função alternativa é a raiz quadrada da média dos quadrados dos valores momentâneos.

No caso de uma função periódica alternativa

$$i = f(t), \text{ de período } T,$$

representada graficamente pela figura 5, tomando-se os quadrados dos valores

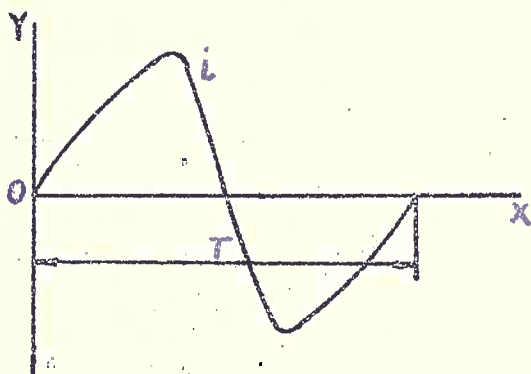


Fig. 5

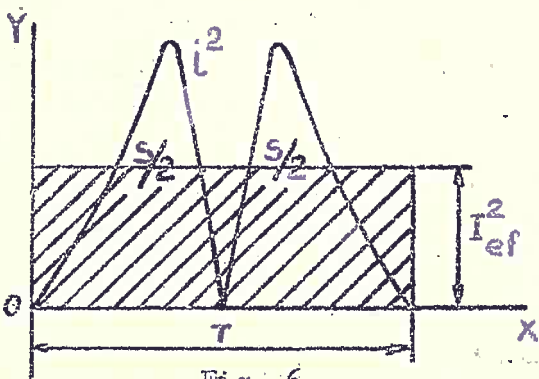


Fig. 6

momentâneos a função i^2 é representada pela curva da figura 6, e o seu valor médio é I_{ef}^2 , ou altura do retângulo cuja base é T e cuja área é igual à área S compreendida entre o eixo dos X e a onda - 9 ^{V. pag anterior.} da função i^2 . Tem-se pois:

$$I_{ef} = \left[\frac{1}{T} \int_0^T i^2 \cdot dt \right]^{1/2},$$

que é a expressão analítica correspondente à definição dada.

A função sendo sinusoidal, da forma

$$i = I_{max} \cdot \sin \alpha,$$

de período $T = 2\pi$, obtém-se por integração e simplificação:

$$I_{ef} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} \quad I_{max} = 0.707 I_{max}$$

A relação entre os valores eficaz e médio de uma função alternativa, denominada fator de forma k_1 , caracteriza a forma da onda representativa da função dada; no caso de funções periódicas sinusoidais o fator de forma é:

$$k_1 = I_{ef} / I_{med} = 0.707 / 0.637 = 1.11$$

No caso das correntes industriais, que não são perfeitamente sinusoidais, tem-se a série de harmônicos

$$i = I_1 \cdot \sin(\omega t + \varphi_1) + I_3 \cdot \sin(3\omega t + \varphi_3) + \dots$$

e a função i^2 é portanto

$$i^2 = I_1^2 \cdot \sin^2(\omega t + \varphi_1) + I_3^2 \cdot \sin^2(3\omega t + \varphi_3) + \dots + 2I_1 I_3 \cdot \sin(\omega t + \varphi_1) \times \sin(3\omega t + \varphi_3) + \dots$$

O valor eficaz da função i é a raiz quadrada da soma das médias dos termos do segundo membro da expressão acima. Ora, a média dos produtos de duas funções sinusoidais de períodos diferentes, em um caso geral é

$$(1/2\pi) \int_0^{2\pi} (\sin mt)(\sin nt) dt = (1/4\pi) \int_0^{2\pi} \cos(m-n)t \cdot dt - \cos(m+n)t \cdot dt,$$

que tem um valor nulo.

A média dos quadrados dos senos é

$$(1/2\pi) \int_0^{2\pi} \sin^2 mt \cdot dt = (1/2\pi) \int_0^{2\pi} (1/2 - 0.5 \cos 2mt) \cdot dt = 0.5$$

Portanto pôde-se escrever:

$$I_{ef} = (0.5 I_1^2 + 0.5 I_3^2 + \dots)^{1/2}$$

ou

$$I_{ef} = 0.707 (I_1^2 + I_3^2 + \dots)^{1/2}$$

Um harmônico de ordem k tem para valor eficaz

$$I_{k-ef} = 0.707 I_k, \text{ sendo } I_k \text{ o valor máximo.}$$

Portanto $I_{k-ef}^2 = 0.5 I_k^2$, e assim,

$$I_{ef}^2 = (I_{1-ef}^2 + I_{3-ef}^2 + \dots)^{1/2},$$

isto é, o valor eficaz de uma função periódica alternativa não sinusoidal é a raiz quadrada da soma dos quadrados dos valores eficazes de seus harmônicos.

Generalizando, pôde-se dizer que ao passo que em corrente contínua opera-se com grandezas algébricas e os fenômenos envolvidos são relativamente em pequeno número, em corrente alternativa as grandezas são vetoriais, envolvendo 4 um grande número de fenômenos de maior complexidade. Os cálculos em corrente alternativa são gráficos, mas podem ser feitos analiticamente, operando-se com quantidades complexas.

A preferência dada nos últimos tempos ao emprêgo industrial da corrente alternativa em grande escala é devida a muitos fatores, entre os quais são observados os seguintes:

- elasticidade do valor da tensão;
- redução das perdas nas transmissões e distribuições de energia; ^{e as perdas assinaladas à pag 5?} 5
- o uso de anéis, de baixo custo e operação mais simples e satisfatória, em substituição aos comutadores coletores usados em corrente contínua;
- produção de voltagens elevadas nos geradores;
- redução das seções dos condutores, com tensões mais elevadas, com a consequente economia no gasto de cobre e na posteação, pelo maior afastamento dos postes ou torres de transmissão, etc.

Evidentemente os fatores citados acarretam alterações que influem em sentido inverso, assim como por exemplo a elevação da tensão exige um isolamento mais perfeito e portanto um encarecimento devido aos isolantes empregados nas máquinas e isoladores nas transmissões e distribuições da energia. No entanto, em um balanço geral o emprêgo das correntes alternativas se apresenta mais vantajoso que o das correntes contínuas; a confirmação é feita pela sua grande produção atual e utilização na industria moderna.

Ha fundadas esperanças de que em futuro não muito remoto a transmissão da energia elétrica a grandes distâncias seja feita sob a forma de corrente contínua e altas tensões, evitando-se assim os fenômenos complexos assinalados pelo autor à pag. 11 in fine.

DOS CIRCUITOS MONOFÁSICOS DE CORRENTE ALTERNATIVA.

Circuito série

Circuito contendo indutância e resistência ôhmica em série.

Seja uma bobina de resistência ôhmica R e indutância L , representada na

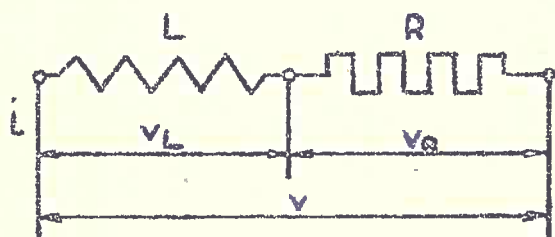


Fig.7

fig.7 de modo esquemático, indicando a resistência como se estivesse separada da indutância.

Sendo aplicada a d.d.p. sinusoidal v às extremidades do circuito, esta d.d.p. se comporá das tensões v_L e v_R e como se trata de valores momentâneos, pôde-se escrever

como em corrente contínua:

$$v - v_R - v_L = 0$$

$$\text{ou } v = v_R + v_L$$

O circuito estando fechado, circulará pelo mesmo uma corrente i também sinusoidal da forma

$$i = I_{\max} \cdot \sin \omega t,$$

Assim, $v_R = Ri = RI_{\max} \cdot \sin \omega t$

e $v_L = d\phi/dt = d(Li)/dt = L(di/dt) = \omega LI_{\max} \cdot \cos \omega t$

ou $v_L = \omega LI_{\max} \cdot \sin(\omega t + \pi/2) = j\omega LI_{\max} \cdot \sin \omega t$

Portanto

$$v = (RI_{\max} + j\omega LI_{\max}) \cdot \sin \omega t$$

O valor máximo é pois: $V_{\max} = (R + j\omega L)I_{\max}$

O produto ωL é a reatância indutiva da bobina e é designada por X_L :

$$X_L = \omega L \text{ ohms, onde } V_{\max} = (R + jX_L)I_{\max}$$

A soma vetorial da resistência R com a reatância X_L é a impedância da bobina, designada pela letra Z :

$$Z = R + jX_L, \text{ em valor complexo, ou}$$

$$Z = (R^2 + X_L^2)^{1/2}, \text{ em valor absoluto.}$$

Assim, $V_{\max} = ZI_{\max}$ volts, em valores máximos, ou

$$V = ZI \text{ volts em valores eficazes.}$$

Fazendo-se o diagrama vetorial das tensões, como indica a fig.8, a queda de tensão RI na resistência ôhmica está em fase com a corrente, pois

$$i = I_{\max} \cdot \sin \omega t \text{ e } v_R = RI_{\max} \cdot \sin \omega t, \text{ isto é, a diferença de fase é}$$

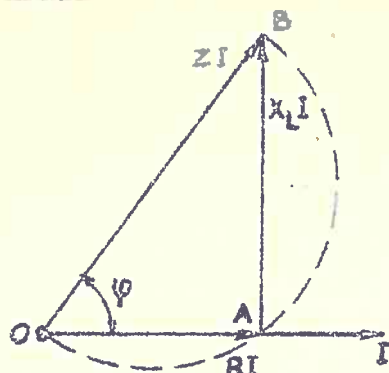


Fig. 8

isto é, em um circuito contendo resistencia ohmica e reatancia indutiva, a corrente vem atrasada da tensão de um angulo φ cuja tangente é o quociente da reatancia pela resistencia. Si $X_L = 0$, isto é, si a bobina só tem resistencia ohmica, tem-se $\operatorname{tg} \varphi = 0$ e $\varphi = 0$. Portanto em um circuito puramente ohmico

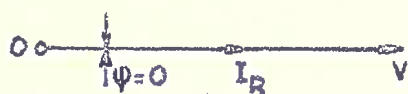


Fig. 9

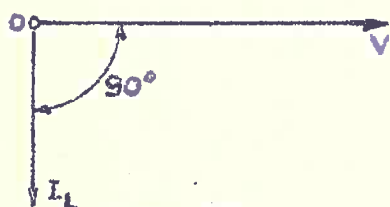


Fig. 10

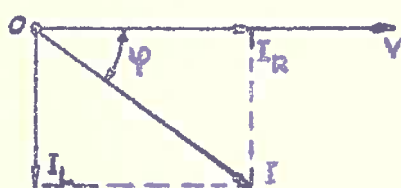


Fig. 11

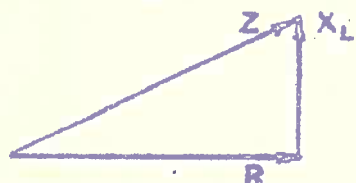


Fig. 12

Circuito contendo capacidade e resistencia ohmica.

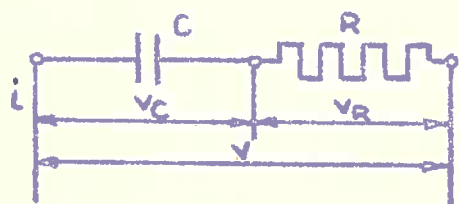


Fig. 13

O circuito estando fechado e a d.d.p. aplicada sendo sinusoidal, circulará pelo mesmo uma corrente da forma

Assim, $V_R = Ri = RI_{\max} \cdot \operatorname{sen} \omega t$ e $V_C = q/C = (1/C) \cdot q$

A queda RI por resistencia está 90° na frente da corrente, pois assim o indica o operador i que antecede a expressão de V_L .

Como se vê pela figura, a tensão $V = ZI$ está defasada para frente da corrente I de um angulo φ . isto é, a tensão v é da forma

$$v = V_{\max} \cdot \operatorname{sen} (\omega t + \varphi)$$

Pela figura, tem-se também $\operatorname{tg} \varphi = X_L/R$,

a corrente está em fase com a tensão (Fig. 9).

Si $R = 0$, ou a bobina só tem reatancia, $\operatorname{tg} \varphi$ é infinita e $\varphi = +\pi/2$, indicando que em um circuito puramente indutivo a corrente está defasada 90° atrás da tensão (Fig. 10).

De um modo geral a corrente I em um circuito contendo a resistencia ohmica R e a reatancia X_L estando atrasada de um angulo φ da tensão V , decompõe-se em duas correntes: $I_R = I \cdot \cos \varphi$ em fase com V (corrente wattada) e $I_L = I \cdot \sin \varphi$, atrasada de 90° da tensão V (corrente dewattada). Fig. 11.

Dividindo-se por I cada um dos vetores da fig. 8, obtém-se o diagrama ou triangulo das resistencias indicado na fig. 12.

Por essa figura tem-se:

$$\operatorname{sen} \varphi = X_L/Z \quad \text{e} \quad \cos \varphi = R/Z$$

Seja uma capacidade C em série com uma resistencia ohmica R , formando um circuito em cujas extremidades é aplicada a d.d.p. v (Fig. 13). Para valores momentaneos deve-se ter

$$v - v_R - v_C = 0 \quad \text{ou} \quad v = v_R + v_C$$

Mas como $i = dq/dt$, $dq = i \cdot dt$ e $q = \int i \cdot dt$, logo

$$v_C = (1/C) \int i \cdot dt = (1/C) \int I_{\max} \cdot \sin \omega t \cdot dt \quad \text{[2]}$$

ou $v_C = (-I_{\max}/\omega C) \int -\omega \sin \omega t \cdot dt$ *desnecessário*

ou ainda $v_C = (-I_{\max}/\omega C) \cdot \cos \omega t = (-j I_{\max}/\omega C) \cdot \sin \omega t$ 4

Logo $v = \left[R I_{\max} - j(I_{\max}/\omega C) \right] \sin \omega t$ $\int \sin \omega t \cdot dt = -\frac{1}{\omega} \cos \omega t + K$

O valor máximo de v é pois: $V_{\max} = I_{\max} (R - j \frac{1}{\omega C})$ *para $t=0$, $i=0$*

A expressão $1/\omega C$ é a reatância capacitiva do condensador, designada por X_C :

$$X_C = 1/\omega C \text{ ohms portanto } V_{\max} = I_{\max} (R - jX_C) \text{ volts.}$$

A impedância Z do circuito é $Z = R - jX_C$ em valor complexo, ou
 $Z = (R^2 + X_C^2)^{1/2}$ em valor absoluto.

Assim, $V_{\max} = Z I_{\max}$ em valores máximos, ou $V = Z I$ em valores eficazes.

Considerando as expressões $i = I_{\max} \cdot \sin \omega t$,

$$v_R = R I_{\max} \cdot \sin \omega t \quad \text{e} \quad v_C = -j(1/\omega C) \cdot I_{\max} \cdot \sin \omega t,$$

observa-se que a queda $R I_{\max}$ na resistência ôhmica está em fase com a corrente $I_{\max}$ e a queda $I_{\max}/\omega C$ no condensador está defasada de 90° atrás da corrente $I_{\max}$. Fazendo-se o diagrama vetorial das tensões como indica a figura

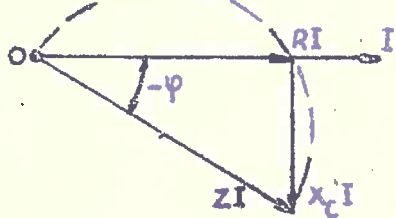


Fig.14

14, nota-se que a tensão V está defasada de um ângulo φ para trás da corrente I , e a tensão V é pois da forma $v = V_{\max} \cdot \sin(\omega t - \varphi)$, onde φ é dada por $\tan \varphi = -X_C/R$.

Assim, em um circuito contendo resistência ôhmica e reatância capacitiva, a corrente vem adiantada

da tensão de um ângulo φ , conforme a expressão anterior.

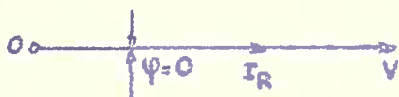


Fig.15

Si $X_C = 0$, isto é, si ha somente resistência ôhmica no circuito, tem-se $\tan \varphi = 0$ e $\varphi = 0$, indicando que a corrente está em fase com a tensão, (Fig.15).

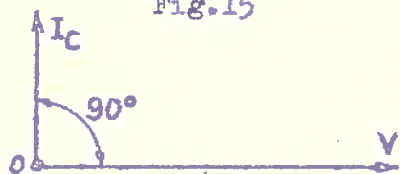


Fig.16

Si $R = 0$, ou o circuito é puramente capacitivo, tem-se para $\tan \varphi$ um valor infinito (negativo) e $\varphi = -\pi/2$, isto é, a tensão está defasada de 90° atrás da corrente (ou a corrente 90° na frente da tensão, fig. 16).

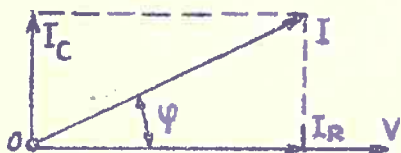


Fig.17

O circuito contendo resistência ôhmica e capacitância, a corrente I estando adiantada de um ângulo

φ da tensão V (Fig.17), decompõe-se em duas correntes: *pode-se dizer a corrente...*

rentes: $I_R = I \cos \psi$ em fase com V (corrente real) e $I_C = I \sin \psi$ em fase com V (corrente reativa).

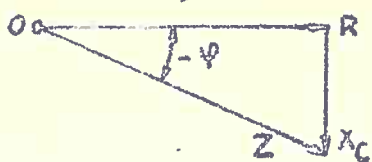


Fig. 18

tada de 90° da tensão V (corrente reativa). O triângulo das resistências da figura 18 é dividido-se por I cada um dos vetores da Fig. 18. Tem-se $\tan \psi = -X_C/R$, $\sin \psi = -X_C/Z$ e $\cos \psi = R/Z$.

Circuito contendo capacidade e indutância com resistência ôhmica em série.

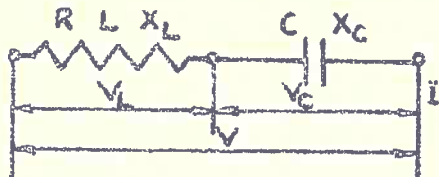


Fig. 19

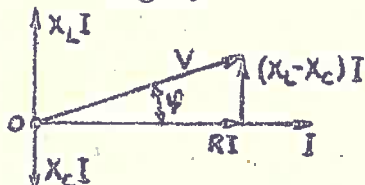


Fig. 20

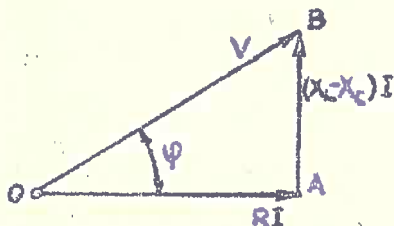


Fig. 21

Em vista do que foi estudado anteriormente, tem-se (Fig. 19): $V = (R + jX_L - jX_C) \cdot I$, sendo $Z = R + j(X_L - X_C)$ ou $Z = [R^2 + (X_L - X_C)^2]^{1/2}$. Logo $V = ZI$, tendo-se ainda: $\tan \psi = (X_L - X_C)/R$, $\sin \psi = (X_L - X_C)/Z$ e $\cos \psi = R/Z$.

O diagrama vetorial é o da figura 20.

No caso do circuito da fig. 19, sendo conhecidos os valores de R , L , e C , e a frequência f da corrente, pode-se ter os dois casos seguintes:

a) dada a corrente I calcular a d.d.p. V .

Analicamente tem-se:

$$V = I [R^2 + (X_L - X_C)^2]^{1/2} \text{ e } \tan \psi = (X_L - X_C)/R$$

Graficamente tem-se a construção da fig. 21.

b) dada a d.d.p. V calcular a corrente I .

Analicamente tem-se $I = V [R^2 + (X_L - X_C)^2]^{-1/2}$, sendo $X_L = \omega L$ e $X_C = (\omega C)^{-1}$.

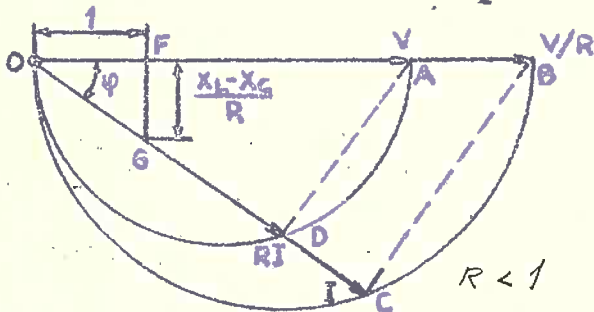


Fig. 22

Graficamente tem-se a construção da fig. 22: sobre um segmento OB igual a V/R marca-se $OF = 1$ e $FG = (X_L - X_C)/R$.

Com $V/2R$ por raio traça-se uma semi-circunferência e une-se O a G até encontrar essa curva. Tem-se:

ângulo $FOG = \psi$, pois $(X_L - X_C)/R \cdot I = \tan \psi$.

$OC = (V/R) \cdot \cos \psi$ e como $\cos \psi = R/Z$, $OC = (V/R)(R/Z) = V/Z = I$.

Traçando-se a semi-circunferência com o raio $V/2$, tem-se:

$$(OD/OC) = (OA/OB) \text{ donde } OD = R \cdot I$$

Assim, o vetor OC representa a corrente I em grandeza e direção. A fig. 22 corresponde ao caso em que a reatância indutiva predomina sobre a reatância capacitiva; no caso inverso as semi-circunferências ficariam acima do vetor da tensão V .

Confusão entre vetor e segmento.

Circuito contendo indutância com resistência ôhmica variável em série.

Seja um circuito como o indicado na fig.23 , no qual a resistência variável r está em série com a bobina de indutância L e resistência ôhmica R . Com a resistência r fora do circuito tem-se a corrente I_1 e quedas $R I_1$ e $X I_1$. Introduzindo gradativamente a resistência r em circuito obtém-se sucessivamente as

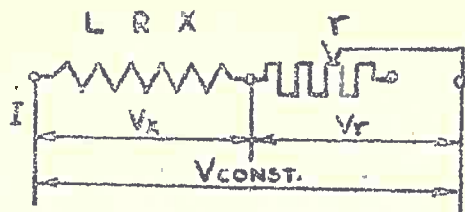


Fig.23

correntes I_2, I_3 , etc. e quedas $R I_2$ e $X I_2$, $R I_3$ e $X I_3$, etc., formando assim os semi-círculos indicados na figura 24 .

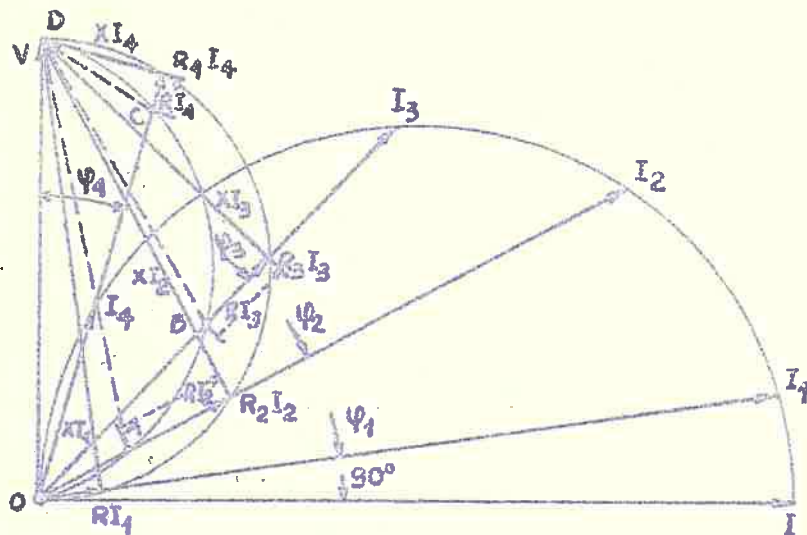


Fig.24

Sendo constantes os valores de X e R , as quedas ôhmicas da forma $R I$ e reativas da forma $X I$ mantêm uma relação constante, sendo semelhantes os triângulos formados por essas quedas. Os pontos A, B, C , pertencem a uma semi-circunferência passando pelos pontos O e D .

Circuito contendo capacidade com resistência ôhmica variável em série.

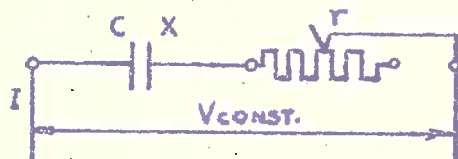


Fig.25

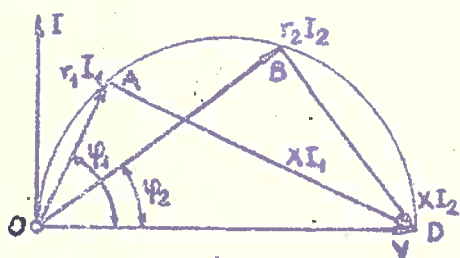


Fig.26

Com a capacidade C de reatância X em série com a resistência ôhmica variável r (Fig.25), obtém-se o diagrama da figura 26, o defasamento entre a corrente e tensão diminuindo à medida que vai sendo introduzida a resistência r no circuito. Os triângulos formados pelas quedas ôhmica e reativa sendo retângulos, de hipotenusa V , os vértices A, B , etc., pertencem a uma semi-circunferência como no caso anterior da indutância.

Circuito paralelo

Circuito contendo indutância e capacidade em paralelo.

Considerando valores momentâneos pôde-se escrever (Fig.27) :

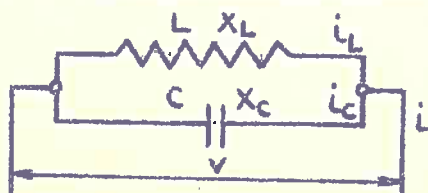


Fig.27

$$i = i_L + i_C \quad \text{ou} \quad v/Z = (v/X_L) + (v/X_C)$$

$$\text{ou} \quad Z^{-1} = X_L^{-1} + X_C^{-1}$$

O termo Z^{-1} ou $1/Z$, designado por Y , é a admitância do circuito, igual ao inverso da impedância.

pedância. Considerando os defasamentos, tem-se:

$$1/Z = (1/jX_L) + (1/-jX_C) \quad \text{donde} \quad Z = -j \frac{X_L \cdot X_C}{X_L - X_C} \quad \text{em valor complexo}$$

$$Z = (X_L X_C) / (X_L - X_C) \quad \text{ohms em valor absoluto.}$$

Substituindo X_L por ωL e X_C por $1/\omega C$ tem-se, em valor absoluto:

$$Z = (\omega L) / (\omega^2 LC - 1) \quad \text{ohms.}$$

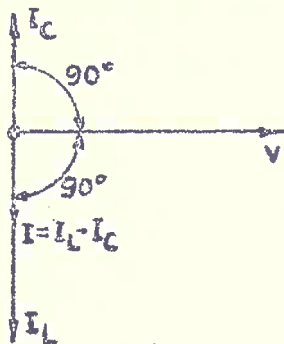


Fig.28

Tem-se para o circuito: $V = ZI$ volts,

$$I_L = V/X_L \text{ amp} \quad \text{e} \quad I_C = V/X_C = \omega CV \text{ amp}$$

O diagrama representativo é o da fig.28. Neste caso particular a corrente resultante I é a diferença das duas correntes I_L e I_C :

$$I = I_L - I_C \quad \text{amp.}$$

Circuito contendo indutancias em paralelo.

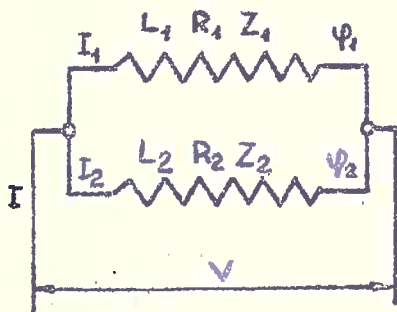


Fig.29

Seja o circuito da fig.29. Tem-se:

$$Z_1 = R_1 + jX_1 \quad \text{ou} \quad Z_1 = (R_1^2 + X_1^2)^{1/2} \quad (\text{valor absoluto})$$

$$Z_2 = R_2 + jX_2 \quad \text{ou} \quad Z_2 = (R_2^2 + X_2^2)^{1/2} \quad (\text{valor absoluto})$$

$$V = Z_1 I_1 = Z_2 I_2 \quad \text{volts}$$

$$\tan \phi_1 = X_1/R_1 \quad \text{e} \quad \tan \phi_2 = X_2/R_2,$$

$$\cos \phi_1 = R_1/Z_1 \quad \text{e} \quad \cos \phi_2 = R_2/Z_2.$$

Tem-se para o conjunto: $Z^{-1} = Z_1^{-1} + Z_2^{-1}$ donde $Z = Z_1 Z_2 / (Z_1 + Z_2)$ ohms.

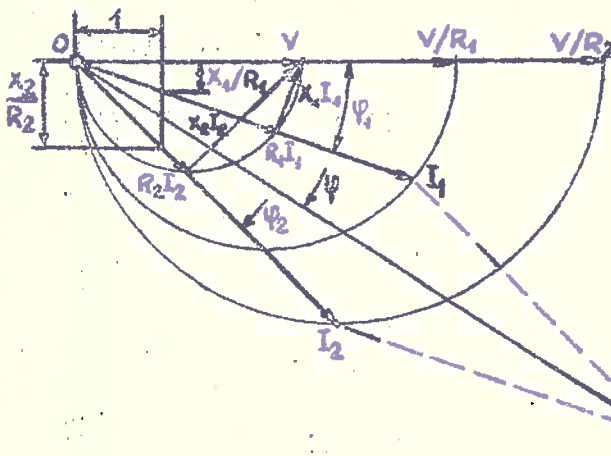


Fig.30

Substituindo Z_1 e Z_2 pelos seus valores complexos e simplificando (para tirar j da expressão do denominador multiplicam-se ambos os membros pela expressão conjugada), obtém-se Z que é da forma $Z = R + jX$ e $\tan \phi = X/R$. A corrente I será $I = V/Z$ amp.

A representação gráfica é indicada na figura 30.

Circuito contendo capacidades em paralelo, cada uma tendo em série uma resistência ohmica.

Para o circuito da fig.31 tem-se:

$$Z_1 = R_1 - jX_1 \quad \text{ou} \quad Z_1 = (R_1^2 + X_1^2)^{1/2}$$

$$Z_2 = R_2 - jX_2 \quad \text{ou} \quad Z_2 = (R_2^2 + X_2^2)^{1/2},$$

respectivamente em valores complexos e absolutos.

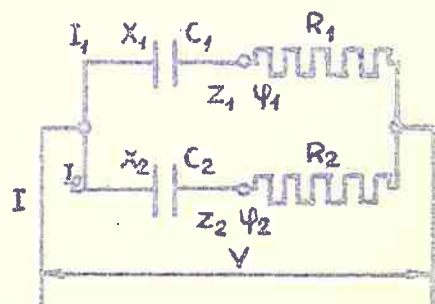


Fig.31

$$V = Z_1 I_1 = Z_2 I_2 \text{ volts, } \operatorname{tg} \varphi_1 = -X_1/R_1 \quad \operatorname{tg} \varphi_2 = -X_2/R_2 \quad \cos \varphi_1 = R_1/Z_1 \quad \cos \varphi_2 = R_2/Z_2$$

Para o conjunto:

$$Z = Z_1 Z_2 / (Z_1 + Z_2) = R - jX \text{ ou}$$

$$Z = (R^2 + X^2)^{1/2} \text{ e } \operatorname{tg} \varphi = -X/R$$

A corrente total é

$$I = V/Z \text{ amp.}$$

A representação vetorial é a da figura 32.

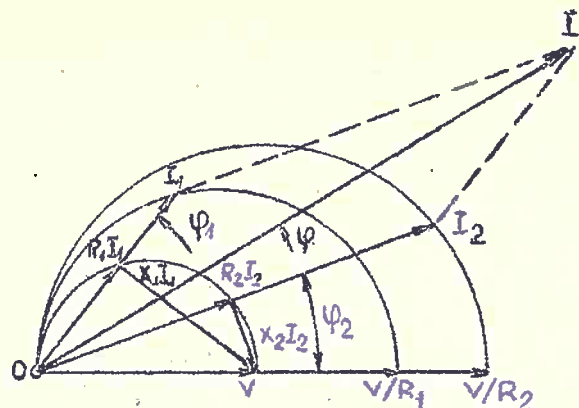


Fig. 32

Circuito de indutancia e capacidade em paralelo, considerando resistencias ohmicas em série em cada ramo.

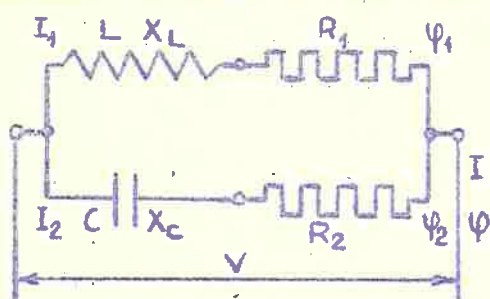


Fig. 33

Tem-se (Fig. 33):

$$Z_1 = R_1 + jX_L \text{ e } Z_2 = R_2 - jX_C$$

$$I_1 = V/Z_1 \text{ amp. e } I_2 = V/Z_2 \text{ amp.}$$

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = X_L/R_1 \text{ e } \operatorname{tg} \varphi_2 = -X_C/R_2$$

$$\cos \varphi_1 = R_1/Z_1 \text{ e } \cos \varphi_2 = R_2/Z_2$$

Para o circuito todo tem-se

$$Z = Z_1 Z_2 / (Z_1 + Z_2) = R \pm jX \text{ ou}$$

$$Z = (R^2 + X^2)^{1/2} \text{ ohms}$$

O sinal (+) indicará a predominância da indutancia e o sinal (-) a da capacidade.

Tem-se também:

$$\operatorname{tg} \varphi = \pm X/R \text{ e } I = V/Z \text{ amp.}$$

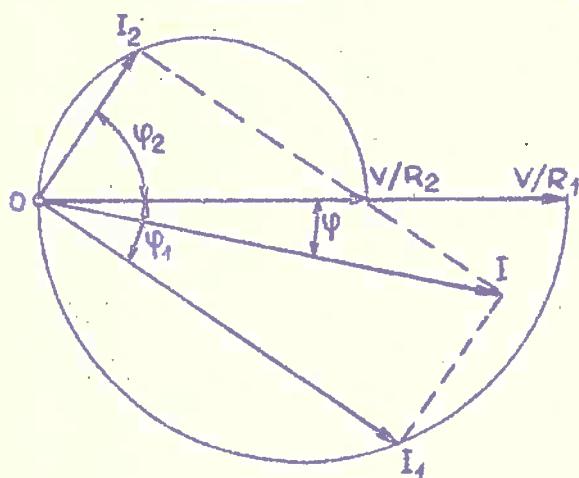


Fig. 34

A figura 34 é o diagrama vetorial correspondente ao circuito dado.

Resistencias ohmicas proprias dos condensadores.

Assim como as bobinas de indutancia sempre têm uma certa resistencia ohmica em série com a reatancia, também os condensadores nunca são puramente capacitivos, contendo também resistencias ohmicas:

Resistencia de fuga do condensador.

Resistencia de fuga de um condensador é a resistencia R_f que o condensador possui, como si estivesse em paralelo com suas placas, e é devida ao fato das substancias isolantes nunca o serem completamente, tendo sempre uma resistencia ohmica, embora muito elevada (Fig. 35). Sendo ρ a resistividade do ma-

terial entre as placas, de espessura e cm e área s cm² tem-se

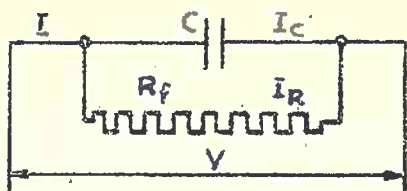


Fig. 35

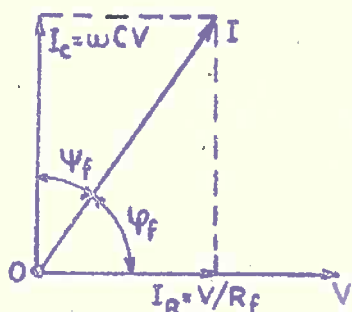


Fig. 36

minador e assim :

$$\cos \varphi_f = 1/(R_f \omega C) = \operatorname{tg} \psi_f = I_R/I_C$$

Nesta fórmula, C é em farads e R_f em ohms; exprimindo C em μF , tem-se em %

$$\cos \varphi_f = 10^8/(R_f \omega C) \%,$$

chamado fator de potencia correspondente á resistencia de fuga do condensador.

Resistencia em série do condensador.

18

O atrito molecular que se verifica continuamente em um condensador submetido a uma diferença de potencial alternativa dá origem á histeresis eletrostática ou dielétrica, fenómeno que corresponde á perda de energia em uma resistencia

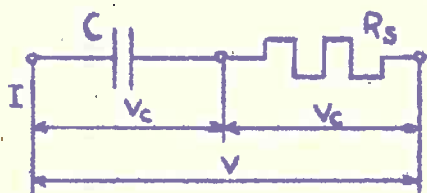


Fig. 37

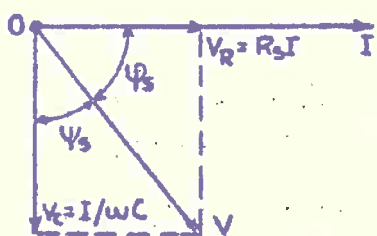


Fig. 38

parcela $R_s^2 \omega^2 C^2$ em relação a 1 no denominador da expressão acima e assim

$$\cos \varphi_s = R_s \omega C = \operatorname{tg} \psi_s = V_R/V_C.$$

Na fórmula acima C é expressa em farads e R_s em ohms. Exprimindo C em μF tem-se em % o fator de potencia correspondente á resistencia em série:

$$\cos \varphi_s = R_s \omega C \cdot 10^{-4} \%$$

$$R_f = e \cdot \rho / s \text{ ohms.}$$

A resistencia de fuga R_f faz com que o defasamento da corrente na frente da tensão seja menor que 90° , tornando-se igual a φ_f como indica a figura 36. Sendo R_f bastante grande, I_R é muito pequena, de modo que φ_f é proximo de 90° . Tem-se:

$$\cos \varphi_f = I_R/I \text{ ou } \cos \varphi_f = 1/(1 + R_f^2 \omega^2 C^2)^{1/2},$$

$$\text{notando-se que } I_R = V/R_f \text{ e } I = (I_R^2 + I_C^2)^{1/2}.$$

Como R_f é muito grande, na fórmula anterior de $\cos \varphi_f$ pôde-se desprezar a parcela 1 do denominador e assim :

tencia R_s em série com o condensador (Fig. 37).

A resistencia R_s também diminui o defasamento da corrente I na frente da tensão, que passa a ser φ_s em vez de 90° (Fig. 38).

Tem-se $\cos \varphi_s = V_R/V$, e como $V_R = R_s I$,

$$V = (V_R^2 + V_C^2)^{1/2} \text{ e } V_C = I/\omega C, \text{ deduz-se:}$$

$$\cos \varphi_s = R_s \omega C / (1 + R_s^2 \omega^2 C^2)^{1/2}$$

Como o valor de R_s é muito pequeno, V_R é também pequena e φ_s tem um valor proximo de 90° .

Sendo pois R_s muito pequena, pôde-se desprezar a

$$Z = r + \frac{g}{\omega^2 C^2} + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})$$

$g = g_0 f^n$ g_0 e n const. (Brotherton, 33) Capacitors

Circuito equivalente ao condensador.

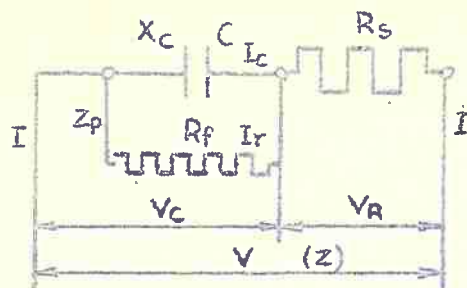


Fig.39

Figura 39, correspondente a um condensador de capacidade C . Tem-se: $I_c = \omega C V_c$; $I_r = V_c / R_f$

$$I = (I_c^2 + I_r^2)^{1/2} = V_c / R_s$$

Designando por Z_p a impedancia do circuito paralelo compreendendo C e R_f , tem-se:

$$Z_p = (R_f X_c^2 - j R_f^2 X_c) / (R_f^2 + X_c^2)$$

A impedancia total é pois:

$$Z = [R_s + (X_c^2 R_f) / (R_f^2 + X_c^2)] - j (R_f^2 X_c) / (R_f^2 + X_c^2)$$

que é da forma $Z = R - jX$ ou $Z = (R^2 + X^2)^{1/2}$, donde $V = ZI$ volts.

O fator de potencia $\cos \varphi$ do conjunto é dado por $\cos \varphi = R / (R^2 + X^2)^{1/2}$.

Tem-se tambem $\tan \varphi_f = I_c / I_r = \omega C R_f$

A fig 40 é o grafico correspondente. Dividindo-se por I os vetores da figura 40 obtem-se a figura 41, pela qual se póde calcular a impedancia Z .

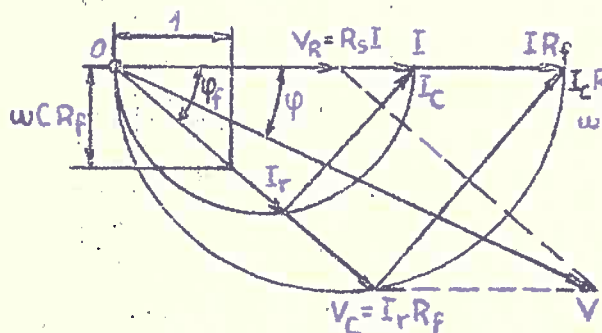


Fig.40

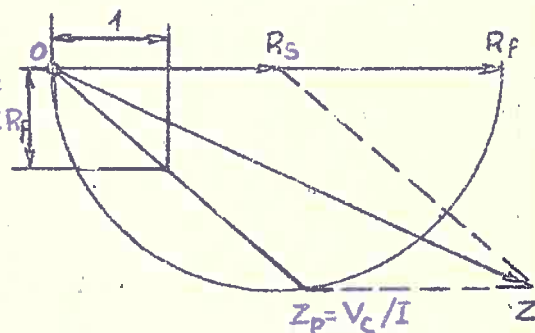


Fig.41

Construções inexequíveis.

Observações sobre os circuitos anteriores - Admitancia, condutancia e susceptancia.

No circuito série a impedancia total é, em valor complexo:

$$Z = (R_1 + R_2 + R_3 + \dots) + j (\pm X_1 \pm X_2 \pm X_3 \pm \dots)$$

ou

$$Z = [(R_1 + R_2 + R_3 + \dots)^2 + (\pm X_1 \pm X_2 \pm X_3 \pm \dots)^2]^{1/2} \text{ em valor absoluto.}$$

Póde-se tambem escrever, em valores complexos: $\bar{Z} = \bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{Z}_3 + \dots$,

analogia á fórmula de corrente continua: $R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots$

No circuito paralelo o inverso da impedancia total é igual á soma dos inversos das impedancias parciais, tambem em valores complexos:

$$\bar{Z}^{-1} = \bar{Z}_1^{-1} + \bar{Z}_2^{-1} + \bar{Z}_3^{-1} + \dots$$

analogia á fórmula de corrente continua: $R^{-1} = R_1^{-1} + R_2^{-1} + R_3^{-1} + \dots$

Considerando que o inverso da impedancia é a admitancia, designada por Y , tem-se

$$\bar{Y} = \bar{Y}_1 + \bar{Y}_2 + \bar{Y}_3 + \dots,$$

isto é, no circuito paralelo a admitancia total é igual à soma das admitancias parciais, em valores complexos. A unidade da admitancia é o mho, igual ao inverso do ohm.

A impedancia sendo da forma $R + jX$, tem-se

$$Y = Z^{-1} = (R + jX)^{-1} = (R - jX)/(R^2 + X^2)$$

Ou ainda $Y = R/(R^2 + X^2) + j(X/(R^2 + X^2))$ e como $R^2 + X^2 = Z^2$, tem-se:

$$Y = R/Z^2 + j X/Z^2.$$

$R/Z^2 = G$ é a condutancia do circuito, correspondendo à resistencia ohmica (unidade: mho).

$X/Z^2 = B$ é a susceptancia do circuito, correspondendo à reatancia (unidade: mho).

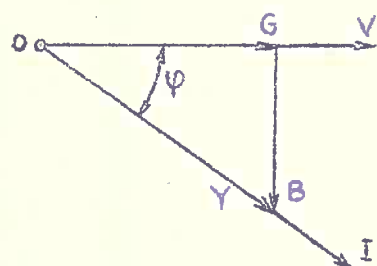
Tem-se pois:

$$Y = G + jB, \text{ em valor complexo e}$$

$$Y = (G^2 + B^2)^{1/2}, \text{ em valor absoluto.}$$

mesma notação
p3 modulo e com-
plexo.

14



Tem-se ainda

$$Y^2 = G^2 + B^2 \quad \text{e} \quad I = Y.V$$

Assim como se tem o triângulo retângulo formado por R , X , e Z , tem-se também o triângulo retângulo formado por G , B , e Y como indica a figura 42.

Fig.42

Circuito contendo indutancia mutua.

Sejam duas bobinas A (primaria) e B (secundaria), colocadas em presença

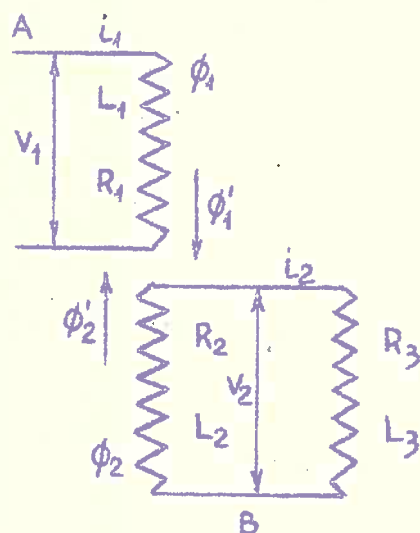


Fig.43

uma da outra, conforme indica a figura 43. Sendo

mantida aplicada à bobina A uma d.d.p. alternativa V_1 , circulará pela mesma uma corrente i_1 , que sendo

também alternativa produz um fluxo variavel ϕ_1 ; uma parte ϕ'_1 deste fluxo atravessa a bobina B,

e outra parte se dispersando pelo ar. O fluxo ϕ'_1 atravessando a bobina B que está em circuito fe-

chado, gera nesta bobina uma f.c.e.m.* e esta dá origem à corrente i_2 e à d.d.p. V_2 . Por sua vez

a corrente i_2 produz um fluxo variavel ϕ_2 , do qual uma parte ϕ'_2 atravessa a bobina A, a outra

parte se dispersando no ar. Chama-se indutancia mutua M do circuito o quociente da variação de fluxo ϕ'_1 pela corrente i_1 que a originou:

$M = \phi'_1/i_1$ donde $\phi'_1 = Mi_1$ (variação de fluxo no secundario)

Analogamente, a corrente secundaria i_2 fazendo haver no primario a variação de fluxo ϕ'_2 , tem-se:

* 60.05.365 (ASET): f.c.e.m. se opõe à circ. de corrente.

$M = \phi_2' / i_2$ donde $\phi_2' = M i_2$ (variação de fluxo no primário).

Considerando o primário como um receptor e o secundário como um gerador (sinal contrario ao do receptor), tem-se:

$$v_1 = R_1 i_1 + d\phi_1 / dt + d\phi_2' / dt$$

$$\text{e } -v_2 = R_2 i_2 + d\phi_2 / dt + d\phi_1' / dt$$

Como $\phi_1 = L_1 i_1$, $\phi_2 = L_2 i_2$ e ϕ_1' e ϕ_2' têm os valores vistos ha pouco, tem

$$v_1 = R_1 i_1 + L_1 (di_1 / dt) + M (di_2 / dt)$$

$$\text{e } -v_2 = R_2 i_2 + L_2 (di_2 / dt) + M (di_1 / dt)$$

A segunda expressão pôde ser escrita:

$$-M (di_1 / dt) = v_2 + R_2 i_2 + L_2 (di_2 / dt)$$

A tensão v_1 sendo sinusoidal, da forma $v_1 = V_1 \cdot \sin \omega t$, as correntes i_1 e i_2 também serão sinusoidais, das formas

$$i_1 = I_1 \cdot \sin (\omega t - \varphi_1) \quad \text{e} \quad i_2 = I_2 \cdot \sin (\omega t - \varphi_2), \quad \text{donde}$$

$$di_1 / dt = j\omega I_1 \cdot \sin (\omega t - \varphi_1) \quad \text{e} \quad di_2 / dt = j\omega I_2 \cdot \sin (\omega t - \varphi_2)$$

Passando pois aos valores maximos e em seguida aos valores eficazes das tensões, as duas equações anteriores se tornam nas seguintes:

$$\bar{V}_1 = R_1 \bar{I}_1 + jX_1 \bar{I}_1 + j\omega M \bar{I}_2 \quad \text{e} \quad -j\omega M \bar{I}_1 = \bar{V}_2 + R_2 \bar{I}_2 + jX_2 \bar{I}_2$$

Partindo-se da corrente I_2 , a parte á direita da figura 44 representará

a segunda equação, e a parte á esquer-

da a primeira equação, observando-se

que $-j\omega M \bar{I}_1$ é um vetor atraz de

90° do vetor da corrente I_1 . Sendo

dadas a tensão e corrente secundarias

V_2 e I_2 e o fator de potencia $\cos \varphi_2$

do secundario, assim como as constan-

tes R_1 , R_2 , L_1 , L_2 , M e a fre-

quencia f ou pulsação ω , pôde-se

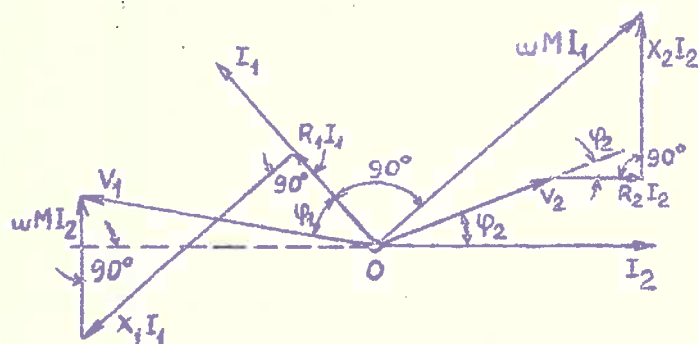


Fig. 44

determinar a corrente primaria I_1 (igual a $\omega M I_1 / \omega M$), a tensão V_1 e o fator de potencia do primário, $\cos \varphi_1$.

A segunda equação pôde ser escrita:

$$\bar{V}_2 + R_2 \bar{I}_2 + jX_2 \bar{I}_2 + j\omega M \bar{I}_1 = 0$$

Sendo R_3 e X_3 respectivamente a resistencia ohmica e a reatancia da carga secundarie, suposta indutiva, tem-se: $\bar{V}_2 = R_3 + jX_3 \bar{I}_2$.

Portanto, substituindo este valor de V_2 na equação anterior, obtem-se:

$$(R_2 + R_3) \bar{I}_2 + j(X_2 + X_3) \bar{I}_2 + j\omega M \bar{I}_1 = 0$$

Fazendo $(R_2 + R_3) = r_2$ e $(X_2 + X_3) = x_2$, tem-se:

$r_2 \bar{I}_2 + jx_2 \bar{I}_2 + j\omega M \bar{I}_1 = 0$, que dá para a corrente $\bar{I}_2$ o valor:

$$\bar{I}_2 = -j(\omega M \bar{I}_1) / (r_2 + jx_2)$$

Substituindo o valor de $\bar{I}_2$ na primeira equação do circuito, tem-se:

$$\bar{V}_1 = R_1 \bar{I}_1 + jX_1 \bar{I}_1 + (\omega^2 M^2 \bar{I}_1) / (r_2 + jx_2)$$

Multiplicando ambos os termos da fração pela expressão conjugada $r_2 - jx_2$ e simplificando, obtem-se:

$$\bar{V}_1 = \bar{I}_1 \left\{ \left[R_1 + r_2 \cdot (\omega^2 M^2) / (r_2^2 + x_2^2) \right] + j \left[X_1 - x_2 \cdot (\omega^2 M^2) / (r_2^2 + x_2^2) \right] \right\},$$

que é da forma $\underline{V_1 = I_1 (R + jX)}$ volts.

Assim, o circuito todo corresponde a uma única bobina de indutância de resistência R e reatância X , os valores destas duas constantes sendo os indicados na expressão anterior de V_1 .

O grau de acoplamento k de um circuito indutivo é o quociente da indutância mútua M pela raiz quadrada do produto das indutâncias L_1 e L_2 :

$$k = M / (L_1 L_2)^{1/2} \quad \text{donde} \quad M = k \cdot (L_1 L_2)^{1/2}$$

O acoplamento é denominado fraco quando o valor de k varia entre 0.1 e 0.5, sendo pequeno o fluxo resultante, e é denominado acoplamento cerrado quando seu grau varia entre 0.6 e 0.9, o fluxo resultante sendo grande.

Substituição de um circuito qualquer por um circuito equivalente contendo uma resistência ôhmica, uma indutância e uma capacidade.

Sendo dado um circuito qualquer contendo várias resistências ôhmicas, indutâncias e capacidades, ligadas de uma forma qualquer, vamos determinar os valores de uma resistência ôhmica R , uma indutância L e uma capacidade C que substituem o circuito, estando ligadas (a) em série ou (b) em paralelo.

O processo consiste em aplicar primeiramente aos terminais do circuito uma d.d.p. alternativa V_1 de frequência f_1 e medir a corrente I_1 e potência útil P_1 , donde se deduz o fator de potência $\cos \varphi_1 = P_1 / V_1 I_1$. Em seguida, aplicando uma d.d.p. alternativa V_2 de frequência f_2 , mede-se a corrente I_2 , potência útil P_2 , e o fator de potência será: $\cos \varphi_2 = P_2 / V_2 I_2$.

(a) - Resistência, indutância e capacidade em série. (Fig. 45).

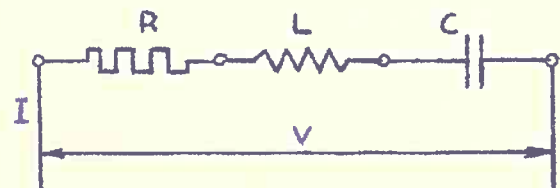


Fig. 45

Com a tensão V_1 de frequência f_1 e pulsação ω_1 , tem-se:

Porque a constante?

$$R = (V_1 / I_1) \cdot \cos \varphi_1 = P_1 / I_1^2 \quad \text{e}$$

$$X_L = \omega_1 L - 1 / (\omega_1 C) = (V_1 / I_1) \cdot \sin \varphi_1$$

E com a tensão V_2 de frequência f_2 e pulsação ω_2 tem-se:

$$R = (V_2/I_2) \cdot \cos \varphi_2 = P/I_2^2 \quad \text{e} \quad X_2 = \omega_2 L - 1/(\omega_2 C) = (V_2/I_2) \cdot \sin \varphi_2.$$

Das duas relações dando X_1 e X_2 deduz-se:

$$L = \left[(V_1/I_1) \omega_1 \cdot \sin \varphi_1 - (V_2/I_2) \omega_2 \cdot \sin \varphi_2 \right] (\omega_1^2 - \omega_2^2)^{-1} \text{ H. e}$$

$$C = (\omega_1^2 - \omega_2^2) \left[(V_1/I_1) \cdot \omega_1 \cdot \omega_2^2 \cdot \sin \varphi_1 - (V_2/I_2) \cdot \omega_1 \cdot \omega_2 \cdot \sin \varphi_2 \right]^{-1} \cdot 10^6 \mu\text{F}.$$

(b)-Resistência, indutância e capacidade em paralelo (Fig.46).

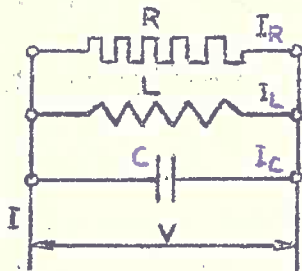


Fig.46

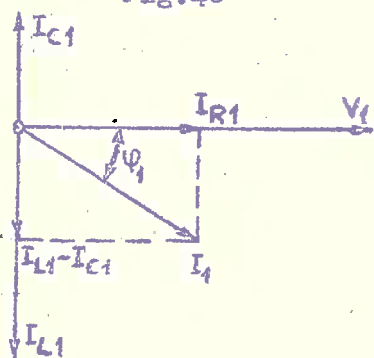


Fig.47

Com a tensão V_1 de frequência f_1 e pulsação ω_1 tem-se: $V_1 = I_{C1}/\omega_1 C = \omega_1 L I_{L1} = R I_{R1}$.

Mas $I_{R1} = I_1 \cdot \cos \varphi_1$, (Fig.47), donde

$$R = V_1 / (I_1 \cdot \cos \varphi_1) \quad \text{e} \quad I_{L1} - I_{C1} = I_1 \cdot \sin \varphi_1$$

Com a tensão V_2 de frequência f_2 e pulsação ω_2 tem-se: $V_2 = I_{C2}/\omega_2 C = \omega_2 L I_{L2} = R I_{R2}$, donde

$$R = V_2 / (I_2 \cdot \cos \varphi_2). \quad \text{Tem-se também:}$$

$$I_{L2} - I_{C2} = I_2 \cdot \sin \varphi_2.$$

Obtem-se portanto o sistema de duas equações:

$$V_1 \left[(1/\omega_1 L) - \omega_1 C \right] = I_1 \cdot \sin \varphi_1 \quad \text{e}$$

$$V_2 \left[(1/\omega_2 L) - \omega_2 C \right] = I_2 \cdot \sin \varphi_2,$$

que resolvido dá os valores de L e C :

$$L = (\omega_2^2 - \omega_1^2) \left[(I_1/V_1) \cdot \omega_1 \cdot \omega_2^2 \cdot \sin \varphi_1 - (I_2/V_2) \cdot \omega_1 \cdot \omega_2 \cdot \sin \varphi_2 \right]^{-1} \text{ H. e}$$

$$C = \left[(I_1/V_1) \cdot \omega_1 \cdot \sin \varphi_1 - (I_2/V_2) \cdot \omega_2 \cdot \sin \varphi_2 \right] (\omega_2^2 - \omega_1^2)^{-1} \cdot 10^6 \mu\text{F}.$$

Substituição de um circuito por uma bobina de indutância equivalente.

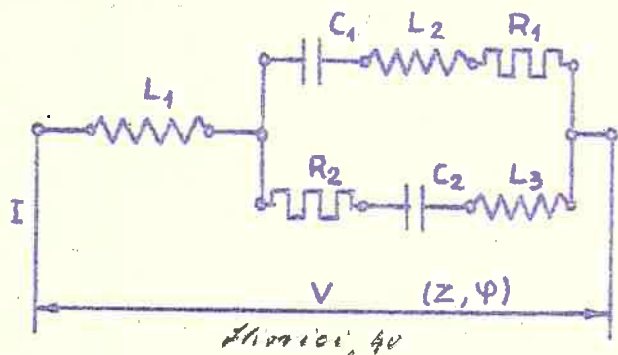


Fig.48

Em geral nos circuitos eletricos da pratica ha a predominancia da auto-indução sobre a capacidade, de maneira que um circuito dado contendo motores, geradores, resistencias ohmicas, bobinas de indutancia, capacidades, etc, pôde ser substituido por uma unica bobina de indutancia de resistencia

ohmica R e reatancia X ou coeficiente de auto-indução L (Figs.48 e 49).

Seja o circuito da fig.48, submetido a uma d.d.p. V, atravessado por uma corrente I atrasada de φ sobre a tensão. Este circuito corresponde a uma bobina de indutancia (Fig.49) de reatancia X e resistencia R que, submetida á

mesma d.d.p. V é atravessada pela mesma corrente I atrás da tensão de ψ .

Conhecendo V , I , e ψ ou fator de potencia $\cos\psi$ do circuito, pôde-se determinar X e R . Tem-se:

$$\sin\psi = X/Z = XI/V \text{ e } \cos\psi = R/Z = RI/V,$$

$$\text{pois } Z = V/I.$$

Portanto:

$$X = (V/I) \cdot \sin\psi \text{ ohms, } R = (V/I) \cdot \cos\psi \text{ ohms}$$

$$\text{e } L = (V/\omega I) \cdot \sin\psi \text{ H.}$$

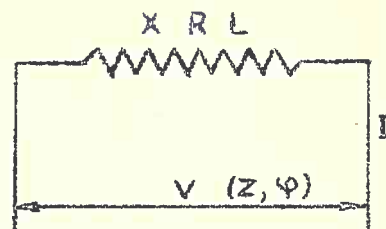


Fig.49

Melhoramento do fator de potencia.

Como foi visto, a indutancia de um circuito faz com que a corrente fique defasada para traz sobre a d.d.p., ao passo que o condensador produz um defasamento da corrente na frente da tensão; no caso da indutancia o defasamento ψ e fator de potencia $\cos\psi$ são chamados indutivos, e no caso do condensador, capacitivos.

Os circuitos da pratica sendo em geral indutivos, isto é, tendo fatores de potencia indutivos, em alguns casos ha necessidade de aumentar o valor desses fatores de potencia, com o fim de diminuir as correntes fornecidas para determinadas potencias uteis. Com efeito, a potencia util sendo da fórmula $VI\cos\psi$, aumentando-se a $\cos\psi$ a corrente I diminuirá, e tambem as perdas, que são da fórmula RI^2 .

O melhoramento do fator de potencia é obtido com o uso de um condensador em paralelo com o circuito, diminuindo o defasamento indutivo de tal modo que

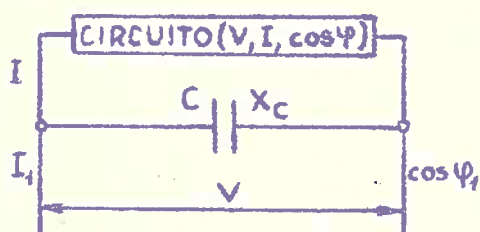


Fig.50

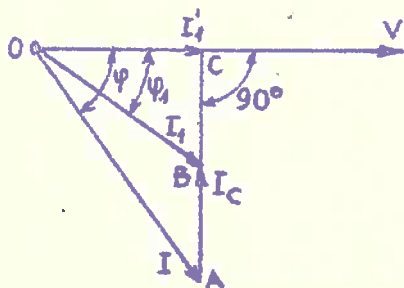


Fig.51

o fator de potencia aumente, atingindo o maximo 1 quando a corrente estiver em fase com a tensão, isto é, quando ψ for zero.

Seja o circuito da fig.50 submetido á d.d.p.

V e atravessada pela corrente I , de frequencia f e pulsação ω , com fator de potencia $\cos\psi$.

Para variar este fator de potencia de tal modo que tenha um valor $\cos\psi_1$ maior que $\cos\psi$, coloca-se em paralelo com o circuito o

condensador de capacidade C que será atravessado pela corrente I_C , fazendo com que a corrente no conjunto se torne I_1 . A corrente I_C do condensador estará 90° na frente sobre a

d.d.p. V e compondo-se com I (Fig.51) dá a

corrente I_1 defasada de ψ_1 atrás de V . Tem-se:

$$I_C = V/X_C = \omega CV \text{ amp. e } C = I_C / \omega V \text{ F.}$$

Para determinar o valor de I_C tem-se (Fig. 51): $\overline{AB} = \overline{AC} - \overline{BC}$ ou

$$I_C = I \cdot \sin \varphi - I \cdot \cos \varphi \cdot \tan \varphi_1$$

Portanto $C = I(\sin \varphi - \cos \varphi \cdot \tan \varphi_1) / \omega V$ F.

Como são conhecidos os valores de V , I , ω , φ , e φ_1 , determina-se pela fórmula acima o valor da capacidade C a ligar em paralelo com o circuito.

O valor da nova corrente I_1 no conjunto será: $I_1 = I \cdot \cos \varphi / \cos \varphi_1$ A., e como $\cos \varphi_1$ é maior que $\cos \varphi$, I_1 será menor que I .

Para o caso de se ter um $\cos \varphi_1 = 1$, isto é, $\varphi_1 = 0$, o valor de C é:

$$C = I \cdot \sin \varphi / \omega V \text{ F. ,}$$

e a corrente é mínima (vetor $\vec{OC}$): $I_1' = I \cdot \cos \varphi$ A.

Considerando o circuito dado substituído pela sua indutância equivalente

de constantes $X_L = (V/I) \cdot \sin \varphi$ ohms e $R = (V/I) \cdot \cos \varphi$ ohms ,

e sendo Z a impedância desse circuito, isto é, $Z = (R^2 + X_L^2)^{1/2}$ ohms,

tem-se:

$$C = (I / \omega V) \cdot (X_L I / V) = (X_L / \omega) \cdot (I^2 / V^2) = X_L / \omega Z^2 \text{ F. , ou}$$

$$C = L / Z^2 \text{ F.}$$

A impedância do conjunto será:

$$Z_t = V / I_1' = V / I \cos \varphi = V \left[(V/Z)(R/Z) \right]^{-1} = Z^2 / R \text{ ohms.}$$

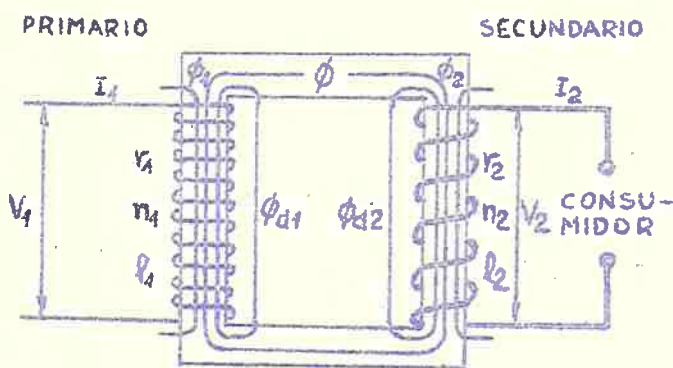
Da expressão anterior de C tem-se $Z^2 = L/C$ portanto $Z_t = L/CR$ ou $Z_t = X_L / \omega CR$ ohms , e como $1/\omega C = X_C$, $Z_t = X_L X_C / R$ ohms .

O melhoramento do fator de potência pôde ser feito com condensadores ou também com o emprego de motores síncronos superexcitados a vazio, cujas ações são idênticas às dos condensadores; por este motivo os motores síncronos construídos para êsse fim são denominados condensadores síncronos. A superexcitação do motor síncrono é feita pelo fortalecimento de seu campo indutor, com o aumento de potência fornecida a este pela sua excitatriz de corrente contínua. Os compensadores de fase atuam nos motores assíncronos do mesmo modo que as excitatrizes de corrente contínua dos motores síncronos, e são por esse motivo denominados excitatrizes trifásicas, tendo por finalidade o melhoramento do fator de potência dos motores assíncronos; a excitatriz trifásica fornece ao rotor do motor assíncrono os ampere-voltas necessários para a magnetização, evitando assim que essa magnetização seja solicitada à linha pelo estator do motor assíncrono. Quando superexcitado pela excitatriz trifásica o motor assíncrono pôde ter um fator de potência capacitivo, e o grupo funciona como gerador de potência de wattada.

1 - TRANSFORMADORES

Diagrama fundamental.

Consideremos um transformador monofásico cujo primário recebe uma tensão V_1 e é percorrido pela corrente I_1 , quando o secundário está fornecendo potência a um consumidor, com a tensão V_2 e corrente I_2 . No primário há n_1 espiras com a resistência total r_1 e no secundário n_2 espiras com a resistência



$$\mathcal{G} = \frac{4\pi NI}{10} = 1,25663711 \text{ Gilberts}$$

Fig.52

total r_2 (Fig.52).

As correntes I_1 e I_2 dão origem a forças magneto motrizes $1,25n_1i_1$ e $1,25n_2i_2$, em valores momentâneos, estas forças magnetomotrizes causando a imantação do ferro do núcleo e do espaço próximo. A maioria das linhas de força percorre o circuito magnético do núcleo e

atravessa os dois enrolamentos; este fluxo Φ comum aos dois enrolamentos, de valor momentâneo Φ , é o fluxo resultante no circuito magnético. Os espaços próximos ao núcleo de ferro são também atravessados por linhas de força, que constituem os fluxos de dispersão; designemos por Φ_{d1} o valor momentâneo do fluxo de dispersão do enrolamento primário (linhas de força que atravessam o enrolamento primário e não atravessam o secundário) e por Φ_{d2} o fluxo de dispersão do secundário (fluxo que só atravessa o secundário).

O fluxo resultante Φ é produzido pela força magnetomotriz resultante, $1,25(n_1i_1 + n_2i_2)$, em valor momentâneo. Cada uma das n_1 espiras do enrolamento primário é atravessada pelo fluxo $\Phi_{d1} + \Phi$, e a força contra eletromotriz e_1 será:

$$e_1 = n_1 \left[- \frac{d(\Phi_{d1} + \Phi)}{dt} \right] \quad \text{ou} \quad e_1 = - n_1 \frac{d\Phi_{d1}}{dt} - n_1 \frac{d\Phi}{dt}$$

O fluxo de dispersão Φ_{d1} exterior ao ferro ($\mu = 1$) é da forma geral μHS , onde H é o campo magnético e S a seção abraçada pelo fluxo. O campo H_1 é da forma geral $1,25n_1i_1/l$ gauss, sendo l o comprimento do circuito magnético. Portanto Φ_{d1} é da forma geral $1,25n_1i_1/(l/\mu S)$, sendo $l/\mu S$ a relutância do espaço percorrido por esse fluxo. Assim:

$$n_1\Phi_{d1} = (1,25n_1^2/R_1).i_1,$$

sendo R_1 a relutância, igual a $l/\mu S$.

O coeficiente de auto indução L_1 de um circuito onde o fluxo é $n_1\Phi_{d1}$,

produzido pela corrente i_1 , é $\ell_1 = n_1 \varphi_{d1} / i_1 = 1.25 n_1^2 / R_1$.

ℓ_1 é chamado coeficiente de auto-indução de dispersão do enrolamento primário, sendo $n_1 \varphi_{d1}$ o fluxo de dispersão desse enrolamento. Assim:

$n_1 \varphi_{d1} = \ell_1 i_1$, e substituindo na expressão da f.c.e.m.:

$$e_1 = -\ell_1 (di_1/dt) - n_1 (d\varphi/dt).$$

Por esta fórmula vemos que a f.c.e.m. e_1 se compõe da f.c.e.m. de auto-indução de dispersão $-\ell_1 (di_1/dt)$ e da f.c.e.m. $-n_1 (d\varphi/dt)$, produzida pelo fluxo φ comum aos dois enrolamentos, atravessando as n_1 espiras do primário. Analogamente tem-se no secundário:

$\ell_2 = 1.25 n_2^2 / R_2$, onde ℓ_2 é o coeficiente de auto-indução de dispersão do secundário e R_2 a relutância do espaço próximo a este enrolamento, atravessado pelo fluxo de dispersão $n_2 \varphi_2$. Assim também,

$$e_2 = -\ell_2 (di_2/dt) - n_2 (d\varphi/dt)$$

é a f.e.m. gerada no secundário.

Em valores momentâneos a tensão v_1 aplicada ao enrolamento primário se compõe da f.c.e.m. e_1 e queda ôhmica $r_1 i_1$, portanto, dando o sinal negativo a e_1 por ser uma f.c.e.m. primária, tem-se:

$$v_1 = -e_1 + r_1 i_1.$$

Analogamente, em valores momentâneos a tensão v_2 no secundário se compõe da f.e.m. e_2 secundária (v_2 e e_2 tomam o sinal negativo por se tratar da parte geradora do transformador, em oposição à parte receptora ou primária) e da queda ôhmica $r_2 i_2$:

$$-v_2 = -e_2 + r_2 i_2$$

Substituindo os valores de e_1 e e_2 :

$$v_1 = n_1 (d\varphi/dt) + \ell_1 (di_1/dt) + r_1 i_1$$

$$\text{e } -v_2 = n_2 (d\varphi/dt) + \ell_2 (di_2/dt) + r_2 i_2$$

Os ampere-voltas resultantes em carga, $n_1 i_1 + n_2 i_2$, sendo iguais aos ampere-voltas a vazio $n_1 i_v$, tem-se:

$$n_1 i_v = n_1 i_1 + n_2 i_2$$

$$i_1 = i_v + i_i \\ = -\frac{n_2}{n_1} i_2$$

i_v = cor. magnetizante
 i_i = cor. de carga.

(-9)

Estas tres ultimas expressões constituem as equações fundamentais dos transformadores.

Para se passar aos valores máximos e em seguida aos valores eficazes, supomos que o fluxo φ é sinusoidal da forma $\varphi = \phi \cdot \sin \omega t$; não se levando em conta as deformações das correntes nos circuitos primário e secundário, devemos ter:

$i_1 = I_1 \cdot \sin \omega t$ e $i_2 = I_2 \cdot \sin \omega t$, portanto:

$$n_1 (d\varphi/dt) = \omega n_1 \phi \cdot \cos \omega t = j \omega n_1 \phi \cdot \sin \omega t,$$

onde $\omega n_1 \phi$ é o valor máximo dessa parte da f.c.e.m. primária e o operador j

exprime que $\omega n_1 \phi$ está 90° na frente do fluxo ϕ . Tem-se também

$$l_1(di_1/dt) = \omega l_1 I_1 \cos \omega t = j x_1 I_1 \sin \omega t, \text{ sendo } x_1 = \omega l_1,$$

fórmula na qual $x_1 I_1$ é o valor máximo desta outra parte da f.c.e.m. primaria, o operador j exprimindo que $x_1 I_1$ está adiantada de 90° sobre I_1 . Ainda:

$$n_2(d\phi/dt) = j \omega n_2 \phi \sin \omega t, \text{ de valor máximo } \omega n_2 \phi, \text{ e}$$

$$l_2(di_2/dt) = j x_2 I_2 \sin \omega t, \text{ sendo } x_2 = \omega l_2; \text{ o valor máximo é } x_2 I_2.$$

Substituindo estes valores nas tres equações fundamentais obtém-se as expressões em valores máximos; dividindo-se por $2^{1/2}$ tem-se as tres equações em valores eficazes, que são colocados na ordem e disposição para o traçado do diagrama:

$$-j \omega n_2 \bar{\phi} = \bar{V}_2 + r_2 \bar{I}_2 + j x_2 \bar{I}_2$$

$$n_1 \bar{I}_v = n_1 \bar{I}_1 + n_2 \bar{I}_2$$

$$\bar{V}_1 = j \omega n_1 \bar{\phi} + r_1 \bar{I}_1 + j x_1 \bar{I}_1,$$

que são relações vetoriais. Examinando estas tres equações, nas quais ω é a pulsação da corrente devida à frequência f , n_1 e n_2 , r_1 e r_2 , e x_1 e x_2 respectivamente os números de espiras, resistências ôhmicas e reatâncias indutivas de dispersão dos enrolamentos primário e secundário e I_v a corrente a vazio que depende do fluxo ϕ , e supondo-se que sejam dados os valores da tensão V_2 , corrente I_2 e defasamento ϕ_2 entre I_2 e V_2 , obtém-se um sistema de tres equações a tres incógnitas, que são ϕ , I_1 e V_1 .

Diagrama vetorial representativo da equação das tensões secundarias:

$$-j \omega n_2 \bar{\phi} = \bar{V}_2 + r_2 \bar{I}_2 + j x_2 \bar{I}_2$$

Traça-se o vetor V_2 e a corrente I_2 atrasada de ϕ_2 sobre V_2 . A queda ôhmica $r_2 I_2$ está em fase com I_2 (vetor paralelo ao de I_2) e a queda por reatância $x_2 I_2$ está 90° na frente de I_2 . A resultante é $\omega n_2 \phi$; considerando-se $x_2 I_2$ como uma queda, como é realmente por auto-indução no circuito secundário, $\omega n_2 \phi$ que provém do fluxo comum ϕ é na realidade a f.e.m. secundaria E_2 :

$$E_2 = \omega n_2 \phi,$$

e o operador $(-j)$ anteposto a $\omega n_2 \phi$ na equação indica que E_2 está atrasada de 90° com relação ao fluxo ϕ . A direção deste fluxo é portanto para a direita como mostra a figura 50, e o seu valor, já sendo conhecido o valor de $\omega n_2 \phi$, é

$$\phi = \omega n_2 \phi / \omega n_2 = E_2 / \omega n_2.$$

A composição de $r_2 I_2$ com $x_2 I_2$ dá a queda por impedância no secundário, $z_2 I_2$.

Diagrama vetorial das correntes:

$$n_1 \bar{I}_v = n_1 \bar{I}_1 + n_2 \bar{I}_2,$$

que pôde ser escrita: $n_1 \bar{I}_1 = n_1 \bar{I}_v - n_2 \bar{I}_2$.

$$-\bar{V}_2 = j\omega n_2 \bar{\phi} + r_2 \bar{I}_2 + j x_2 \bar{I}_2, \text{ tem-se:}$$

$$k^{-1} \bar{V}_1 + \bar{V}_2 = k^{-1} (r_1 + j x_1) \bar{I}_v - (k^{-2} r_1 + r_2) \bar{I}_2 - j (k^{-2} x_1 + x_2) \bar{I}_2.$$

Fazendo-se: $k^{-2} r_1 + r_2 = R_2$, resistencia ohmica total do transformador relativa ao secundario, e

$k^{-2} x_1 + x_2 = X_2$, reatancia total do transformador com relação ao secundario, obtem-se:

$$k^{-1} \bar{V}_1 + \bar{V}_2 = k^{-1} (r_1 + j x_1) \bar{I}_v - R_2 \bar{I}_2 - j X_2 \bar{I}_2$$

A vazio, $I_2 = 0$ e designando por $V_{2.v}$ a tensão secundaria a vazio, com a mesma tensão primaria V_1 que produz V_2 em carga, tem-se:

$$k^{-1} \bar{V}_1 + \bar{V}_{2.v} = k^{-1} (r_1 + j x_1) \bar{I}_v$$

Subtraindo desta, membro a membro, a equação anterior, tem-se:

$$\bar{V}_{2.v} - \bar{V}_2 = R_2 \bar{I}_2 + j X_2 \bar{I}_2.$$

Estas duas ultimas equações permitem o traçado do diagrama fundamental simplificado. A ultima equação pôde ser escrita:

$$\bar{V}_{2.v} = \bar{V}_2 + R_2 \bar{I}_2 + j X_2 \bar{I}_2.$$

Tomando-se um vetor horizontal V_2 , a corrente I_2 estará defasada para traz do angulo φ_2 . A queda $R_2 I_2$ está em fase com I_2 e a queda $X_2 I_2$ adiantada de 90° sobre I_2 . A resultante é a tensão secundaria a vazio, $V_{2.v}$ (Fig. 54).

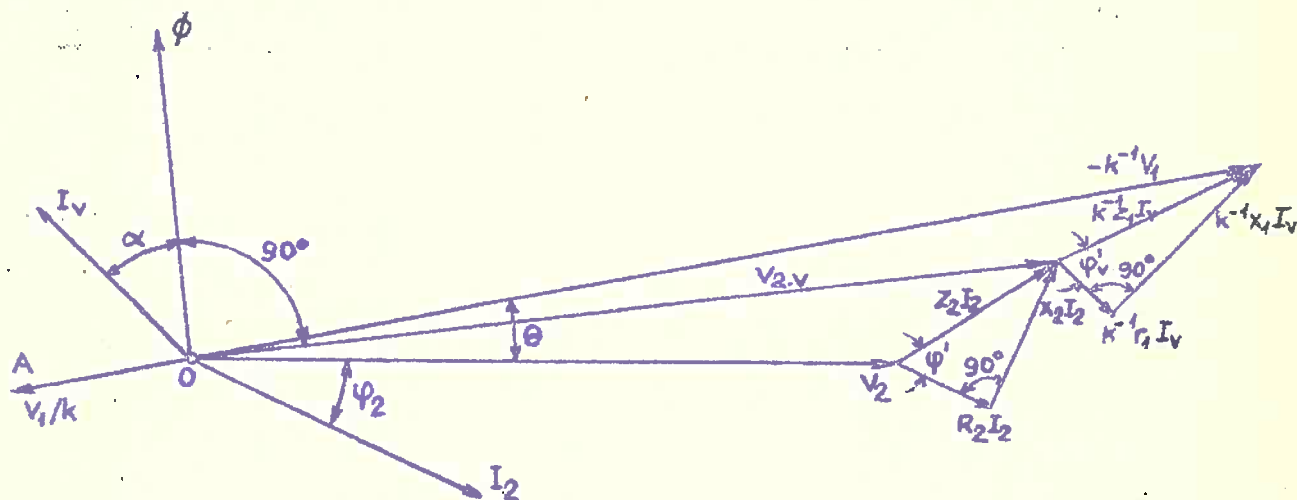


Fig. 54

A resultante das quedas ohmica $R_2 I_2$ e de reatancia $X_2 I_2$ é a queda de impedancia relativa ao secundario, $Z_2 I_2$, sendo $Z_2 = (R_2^2 + X_2^2)^{1/2}$.

A vazio, praticamente a f.e.m. E_2 é igual á tensão secundaria $V_{2.v}$ e em fase com a mesma, portanto o vetor do fluxo ϕ está praticamente 90° na frente de $V_{2.v}$, e a corrente a vazio I_v adiantada do fluxo ϕ do angulo α , como estão traçados no diagrama.

A primeira das duas equações obtidas atraz pôde ser escrita :

$$\bar{V}_{2.v} - k^{-1} r_1 \bar{I}_v - j k^{-1} x_1 \bar{I}_v = -k^{-1} \bar{V}_1$$

A partir do extremo do vetor $V_{2.v}$, o vetor $k^{-1} r_1 I_v$, em fase com I_v e traçado paralelo ao vetor I_v , o sentido sendo contrario devido ao sinal (-) da equação; o vetor $k^{-1} x_1 I_v$ está 90° atraz de I_v , devido ao operador j com sinal (-) indicado na equação. A resultante é o vetor $-k^{-1} V_1$, portanto o vetor V_1/k está no seu prolongamento, isto é, tem o sentido contrario. Conhecendo-se a relação de transformação $k = n_1/n_2$, o valor da tensão primaria será:

$$V_1 = k \cdot \bar{O}\bar{A}$$

Transformador ideal.

Assim é designado o transformador suposto sem resistencias ohmicas, e não tendo perdas magnéticas e perdas no ferro, isto é, sem corrente de magnetização e com relutancia magnética nula.

O transformador real será pois constituido pelo transformador ideal, as perdas sendo ocasionadas no circuito elettrico exterior a este, e é representada esquematicamente pela figura 55. Com efeito, tendo em vista esta figura, pôde-se escrever:

$$\bar{I}_v = \bar{I}_M + j \bar{I}_{HF} \quad \text{ou} \quad \bar{I}_v = (\bar{I}_M^2 + \bar{I}_{HF}^2)^{1/2}, \quad \text{Fig. 48}$$

e em valores momentaneos: $i_1 = i_v + i_1'$ *magnetiz*

Mas $\phi = 1.25(n_1 i_1' + n_2 i_2)/R$, e como $R = 0$, $n_1 i_1' + n_2 i_2 = 0$, donde

$$\phi = \phi_m \sin \omega t$$

$$\phi = \phi_m \sin \omega t = 0 \quad \phi = 0$$

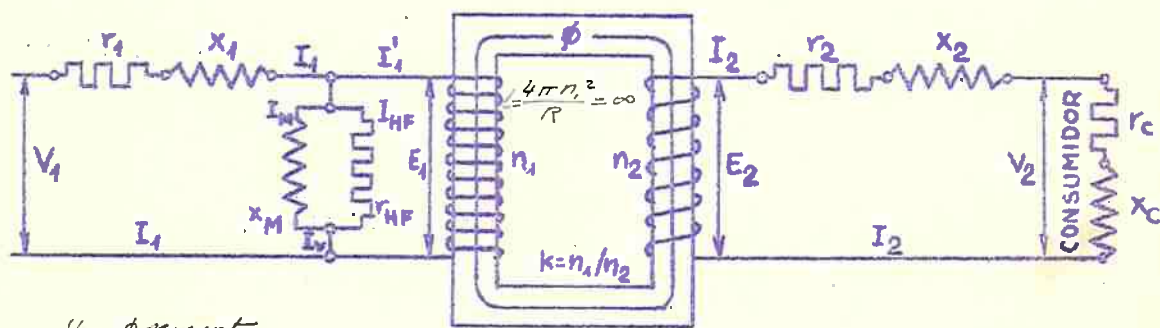
$$i_1' = (-n_2/n_1) i_2$$

e substituindo na equação de i_1 tem-se:

$$i_1 = i_v - (n_2/n_1) i_2, \text{ donde}$$

$$n_1 i_v = n_1 i_1 + n_2 i_2 \quad \text{ou} \quad n_1 \bar{I}_v = n_1 \bar{I}_1 + n_2 \bar{I}_2$$

que é uma das equações fundamentais. As duas outras podem ser escritas, pela observação do circuito da figura 55:



$$\phi = \phi_m \sin \omega t$$

Porque ϕ é o mesmo do caso anterior.

Fig. 55

$$\bar{V}_1 = j \omega n_1 \bar{\phi} + r_1 \bar{I}_1 + j x_1 \bar{I}_1$$

$$-\bar{V}_2 = j \omega n_2 \bar{\phi} + r_2 \bar{I}_2 + j x_2 \bar{I}_2$$

equações nas quais:

$$\omega n_1 \bar{\phi} = E_1$$

e

$$\omega n_2 \bar{\phi} = E_2$$

Tipologia
Circuito equivalente a um transformador.

Tendo em vista a figura 55, pôde-se escrever:

$$-\bar{E}_2 = (r_2 + r_c)\bar{I}_2 + j(x_2 + x_c)\bar{I}_2$$

Como foi visto há pouco, $i_1' = (-n_2/n_1)i_2$, donde $i_2 = -ki_1'$ ou $I_2 = -kI_1'$, portanto $I_1' = -I_2/k$, e substituindo na fórmula acima:

$$\bar{E}_2 = k\bar{I}_1'(r_2 + r_c) + jk\bar{I}_1'(x_2 + x_c)$$

Multiplicando pela relação de transformação k obtém-se:

$$\bar{E}_1 = \bar{I}_1'(k^2 r_2 + k^2 r_c) + j\bar{I}_1'(k^2 x_2 + k^2 x_c)$$

Assim, tendo em vista esta fórmula, o transformador pôde ser substituído pelo circuito elétrico da figura 56, que satisfaz a equação acima.

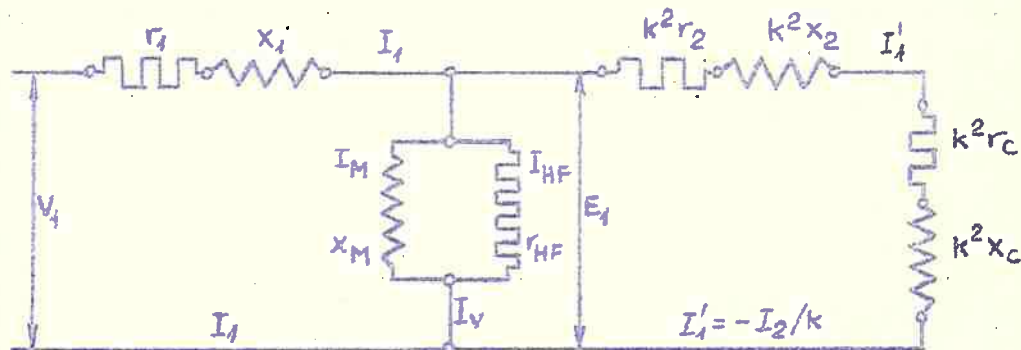


Fig. 56

A parte correspondente ao primário já foi vista no estudo anterior.

Circuito equivalente modificado - Constantes com relação ao primário.

Como a influencia da corrente a vazio I_v é relativamente pequena sobre as quedas no primário, pôde-se substituir sem grande erro o circuito da figura 56 pelo circuito da figura 57, o que simplificará o cálculo da regulação.

A transposição da reatância x_M e resistencia r_{HF} para a entrada do circuito corresponde a admitir que r_1 e x_1 são percorridas pela corrente I_1' em vez de I_1 , que é a componente de I_1' e I_v ; corresponde a supor que o fluxo e as perdas no ferro têm o mesmo valor a vazio e em carga.

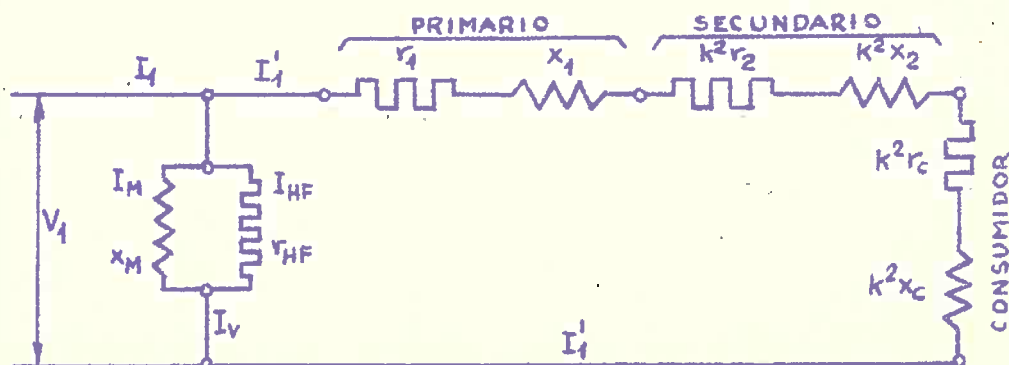


Fig. 57

Para o circuito da figura 57 pôde-se escrever:

$$\bar{V}_1 = \bar{I}_1 \left[(r_1 + k^2 r_2) + j(x_1 + k^2 x_2) + k^2 r_c + jk^2 x_c \right]$$

Na equação acima,

$r_1 + k^2 r_2 = R_1$, resistencia ohmica total do transformador com relação ao primario,

$x_1 + k^2 x_2 = X_1$, reatancia total do transformador com relação ao primario,

$k^2 r_2$ é a resistencia ohmica do secundario transportada para o primario, e

$k^2 x_2$ é a reatancia do secundario transportada para o primario.

Admitindo-se portanto que I_1' seja igual a I_1 , isto é, desprezando I_v , e com as convenções anteriores, tem-se:

$$\bar{V}_1 = \bar{I}_1 \left[R_1 + jX_1 + k^2(r_c + jx_c) \right]$$

Mas $R_1 + jX_1 = Z_1$ e em valor absoluto $Z_1 = (R_1^2 + X_1^2)^{1/2}$, sendo Z_1 a impedancia do transformador com relação ao primario.

Tambem: $r_c + jx_c = z_c$ e em valor absoluto $z_c = (r_c^2 + x_c^2)^{1/2}$, sendo z_c a impedancia do circuito consumidor.

Portanto:

$$\bar{V}_1 = \bar{I}_1 (\bar{Z}_1 + k^2 \bar{z}_c)$$

No enrolamento primario tem-se tambem

$$\bar{z}_1 = r_1 + jx_1 \text{ e em valor absoluto } z_1 = (r_1^2 + x_1^2)^{1/2}$$

E no secundario

$$\bar{z}_2 = r_2 + jx_2 \text{ e em valor absoluto } z_2 = (r_2^2 + x_2^2)^{1/2}$$

$$\text{Assim, tem-se: } \bar{Z}_1 = R_1 + jX_1 = (r_1 + k^2 r_2) + j(x_1 + k^2 x_2)$$

$$\text{ou: } \bar{Z}_1 = (r_1 + jx_1) + k^2(r_2 + jx_2),$$

$$\text{logo: } \bar{Z}_1 = \bar{z}_1 + k^2 \bar{z}_2$$

Circuito equivalente modificado - Constantes com relação ao secundario.

Analogamente, pôde-se tomar as constantes do transformador com relação ao secundario, conforme indicado na figura 58. Assim tem-se, não levando em conta a corrente a vazio:

$$k^{-1} \bar{V}_1 = \bar{I}_2 \left[(r_2 + k^{-2} r_1) + j(x_2 + k^{-2} x_1) + r_c + jx_c \right],$$

sendo $r_2 + k^{-2} r_1 = R_2$, resistencia ohmica total do transformador com relação ao secundario,

$x_2 + k^{-2} x_1 = X_2$, reatancia total do transformador com relação ao secundario.

dario. $k^{-2}r_1$ é a resistencia ohmica do primario com relação ao secundario, e $k^{-2}x_1$ é a reatancia do primario com relação ao secundario. Assim:

$$k^{-1} \cdot \bar{V}_1 = \bar{I}_2 (R_2 + jX_2 + r_c + jx_c) .$$

Mas $R_2 + jX_2 = Z_2$, e em valor absoluto $Z_2 = (R_2^2 + X_2^2)^{1/2}$, sendo Z_2 a impedancia do transformador com relação ao secundario, e como $r_c + jx_c = z_c$, como já foi visto, tem-se:

$$k^{-1} \cdot \bar{V}_1 = \bar{I}_2 \cdot (\bar{Z}_2 + \bar{z}_c) .$$

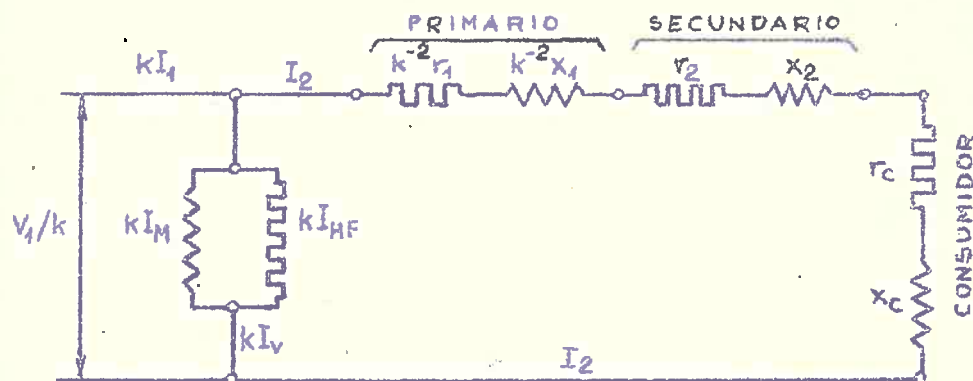


Fig.58

No enrolamento secundario, sendo $z_c = r_c + jx_c$ e no primario, $z_1 = r_1 + jx_1$, tem-se:

$$Z_2 = R_2 + jX_2 = (r_2 + k^{-2}r_1) + j(x_2 + k^{-2}x_1)$$

$$\text{ou } \bar{Z}_2 = (r_2 + jx_2) + k^{-2}(r_1 + jx_1) , \text{ isto é,}$$

$$\bar{Z}_2 = \bar{z}_2 + k^{-2} \cdot \bar{z}_1 .$$

A impedancia do circuito consumidor, $z_c = r_c + jx_c$ ou $z_c = (r_c^2 + x_c^2)^{1/2}$ é também chamada impedancia de carga.

Sendo P a potencia nominal em voltamperes (potencia secundaria) e $\cos \varphi_2$ o fator de potencia secundario, tem-se:

$$r_c = P \cdot \cos \varphi_2 / I_2^2 \text{ e } x_c = P \cdot \sin \varphi_2 / I_2^2 . \text{ A tensão secundaria é:}$$

$$V_2 = z_c I_2 = I_2 (r_c^2 + x_c^2)^{1/2} .$$

Tem-se também as relações seguintes:

$$R_1 = r_1 + k^2 r_2 \text{ e } R_2 = r_2 + k^{-2} r_1 \text{ donde } r_1 = R_1 - k^2 r_2 \text{ e } r_1 = k^2 R_2 - k^2 r_2$$

$$\text{Portanto: } R_1 = k^2 R_2 , R_2 = k^{-2} R_1 \text{ ou } R_1 / R_2 = k^2$$

Da mesma forma pôde-se deduzir que

$$X_1 = k^2 X_2 , X_2 = k^{-2} X_1 \text{ ou } X_1 / X_2 = k^2$$

$$Z_1 = k^2 Z_2 , Z_2 = k^{-2} Z_1 \text{ ou } Z_1 / Z_2 = k^2$$

Regulação dos transformadores.

Sendo constante a tensão primaria V_1 de alimentação de um transformador,

a tensão secundária V_2 varia com a variação da carga secundária, isto é, com a variação da corrente secundária I_2 e fator de potencia secundario $\cos \varphi_2$.

A' vazio a tensão secundária é $V_{2.v}$. Como será visto posteriormente, si fator de potencia secundario $\cos \varphi_2$ é indutivo, a tensão V_2 diminui com o aumento de carga, e si $\cos \varphi_2$ é capacitivo pôde-se ter V_2 maior que $V_{2.v}$, conforme o valor de φ_2 . Assim, com carga ha uma queda de tensão, em valor absoluto igual a $V_{2.v} - V_2$.

A queda de tensão relativa, geralmente tomada com relação á tensão em carga V_2 , é chamada coeficiente de regulação ou simplesmente regulação, comumente em % :

$$\left[(V_{2.v} - V_2) / V_2 \right] \cdot 100 \%$$

Em geral a regulação de um transformador se refere á corrente I_2 de plena carga, para um determinado fator de potencia $\cos \varphi_2$, quasi sempre unitário ou igual a 0,8, qua são os valores mais usuais encontrados na pratica.

Nota-se pela fórmula acima que quanto menor a regulação tanto maior a tensão secundária V_2 em carga, para uma mesma tensão primaria V_1 , isto é, melhor as qualidades do transformador. No entanto ha um limite minimo para a regulação devido á sua influencia sobre a corrente de curto circuito do transformador.

Para o estudo da regulação dos transformadores vamos utilizar a equação vista no traçado do diagrama simplificado:

$$\bar{V}_{2.v} = \bar{V}_2 + R_2 \bar{I}_2 + jX_2 \bar{I}_2$$

Traçando-se o diagrama correspondente a esta equação e projetando-se $V_{2.v}$ sobre a direção de V_2 tem-se (Fig.59) :

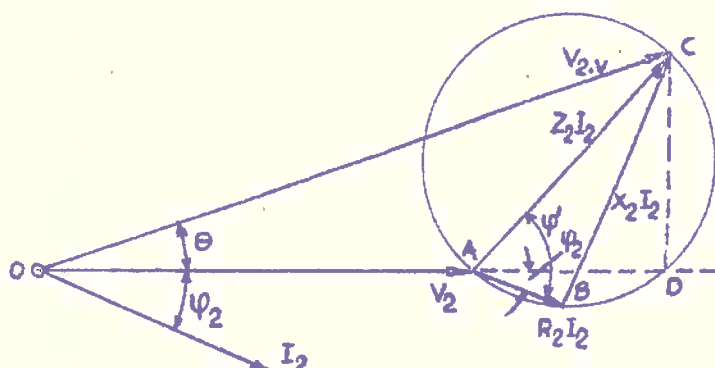


Fig.59

$$\overline{OD} = \overline{OC} \cdot \cos \theta = \overline{OA} + \overline{AD} \quad \text{ou}$$

$$\bar{V}_{2.v} \cos \theta = \bar{V}_2 + R_2 \bar{I}_2 \cos \varphi_2 + X_2 \bar{I}_2 \sin \varphi_2$$

Como praticamente θ é pequeno, tem-se com aproximação :

$$\bar{V}_{2.v} = \bar{V}_2 + R_2 \bar{I}_2 \cos \varphi_2 + X_2 \bar{I}_2 \sin \varphi_2$$

donde a regulação

$$(V_{2.v} - V_2) / V_2 = (R_2 I_2 / V_2) \cdot \cos \varphi_2 + (X_2 I_2 / V_2) \cdot \sin \varphi_2, \text{ ou em \% :}$$

$$\left[(V_{2.v} - V_2) / V_2 \right] \cdot 100 \% = (R_2 I_2 / V_2) \cdot \cos \varphi_2 \cdot 100 \% + (X_2 I_2 / V_2) \cdot \sin \varphi_2 \cdot 100 \%,$$

com aproximação; na fórmula acima,

$(R_2 I_2 / V_2) \cdot 100\%$ é a queda ohmica relativa de tensão em %, correspondente ás resistencias ohmicas dos enrolamentos; e

$(X_2 I_2 / V_2) \cdot 100\%$ é a queda relativa de tensão indutiva, em %, correspondente ás

reatancias dos enrolamentos, provindo das dispersões magnéticas desses enrolamentos.

Assim, a regulação ou queda relativa de tensão é igual ao produto da queda ohmica por $\cos \varphi_2$, mais o produto da queda indutiva por $\sin \varphi_2$.

Portanto, si $\cos \varphi_2 = 1$ (circuito secundario puramente ohmico), tem-se somente a queda ohmica $(R_2 I_2 / V_2) \cdot 100\%$, e si $\cos \varphi_2 = 0$ (circuito secundario puramente indutivo), tem-se somente a queda indutiva $(X_2 I_2 / V_2) \cdot 100\%$

Valores maximo e minimo da regulação de um transformador.

Pela figura 59 tem-se tambem : $\overline{AD} = Z_2 I_2 \cdot \cos(\varphi' - \varphi_2)$,

sendo φ' o defasamento interno do transformador. Mas $\overline{AD} = \overline{OD} - \overline{OA}$,

e considerando que θ é pequeno : $\overline{AD} = \overline{OC} - \overline{OA}$ ou

$$\overline{V_{2.v}} - \overline{V_2} = Z_2 I_2 \cdot \cos(\varphi' - \varphi_2),$$

ou ainda : $(V_{2.v} - V_2) / V_2 = (Z_2 I_2 / V_2) \cdot \cos(\varphi' - \varphi_2)$

$$\text{e : } \left[(V_{2.v} - V_2) / V_2 \right] \cdot 100\% = (Z_2 I_2 / V_2) \cdot \cos(\varphi' - \varphi_2) \cdot 100\%,$$

onde $(Z_2 I_2 / V_2) \cdot 100\%$ é a queda de tensão relativa de impedancia do transformador, em %.

Pela equação acima, sendo constante a corrente I_2 , a regulação variará com a variação de $(\varphi' - \varphi_2)$:

si $\varphi_2 = \varphi'$; $\cos(\varphi' - \varphi_2) = 1$ e a regulação é maxima, e

si $\varphi_2 = \varphi' - \pi/2$, $\cos(\varphi' - \varphi_2) = 0$ e a regulação é nula.

Diagramas das quedas de tensão.

Alcivici 240

Dividindo-se por V_2 cada um dos vetores da figura 59, obtem-se o diagrama da figura 60.

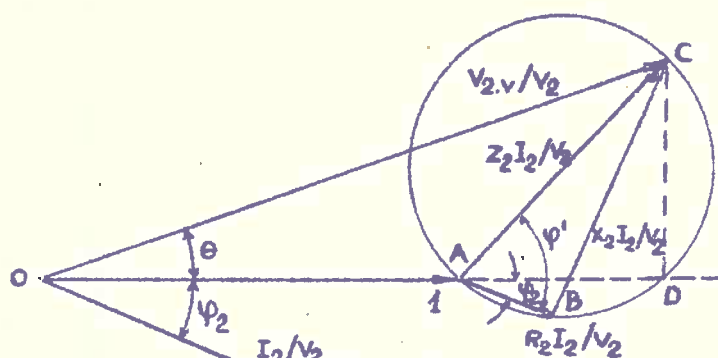


Fig. 60

Tem-se : $\overline{AD} = \overline{OD} - \overline{OA}$,

e como aproximadamente

$$\overline{OD} = \overline{OC},$$

tem-se tambem :

$$\overline{AD} = (V_{2.v} / V_2) - 1 \quad \text{ou}$$

$$\overline{AD} = (V_{2.v} - V_2) / V_2.$$

Tomando-se em % na figura 61., tem-se em $\overline{AD}$ a regulação do transformador em % : $\overline{AD} = \left[(V_{2.v} - V_2) / V_2 \right] \cdot 100\%$ e tambem:

$$\overline{AB} = (R_2 I_2 / V_2) \cdot 100\%, \quad \overline{BC} = (X_2 I_2 / V_2) \cdot 100\% \quad \text{e} \quad \overline{AC} = (Z_2 I_2 / V_2) \cdot 100\%$$

Com uma corrente I_2 dada, o triângulo ABC é sempre o mesmo (Fig. 61), e

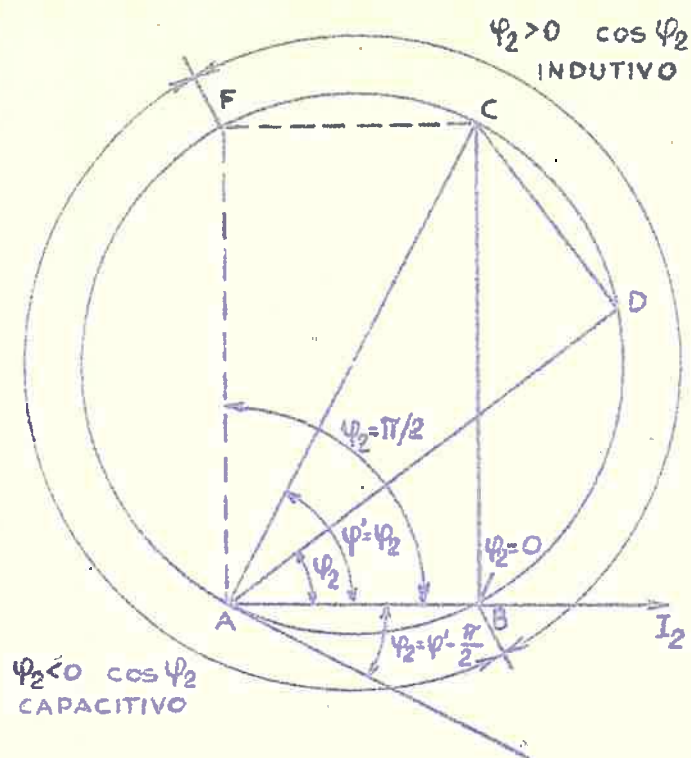


Fig. 61

a variação de ψ_2 ou $\cos \psi_2$ tem-se a variação da regulação

$\psi_2 = 0$, regulação $(R_2 I_2 / V_2) \cdot 100\%$

$\psi_2 = \frac{\pi}{2}$, regulação $(X_2 I_2 / V_2) \cdot 100\%$

Si $\psi_2 = \psi'$, a regulação é

$(Z_2 I_2 / V_2) \cdot 100\%$ (maxima) e

si $\psi_2 = \psi' - \pi/2$, a regulação é zêro (minima).

O ponto D estando situado na parte BCF da circunferencia, tem-se fatores de potencia secundarios indutivos ($\psi_2 > 0$) e estando na parte BAF tem-se fatores de potencia secundarios capacitivos ($\psi_2 < 0$).

Diagrama de Kapp .

O diagrama de Kapp é o grafico tambem correspondente á equação

$$\bar{V}_{2.v} = \bar{V}_2 + R_2 \bar{I}_2 + jX_2 \bar{I}_2 .$$

Traçando-se primeiramente os vetores de $R_2 I_2$, $X_2 I_2$ e $Z_2 I_2$, forma-se o

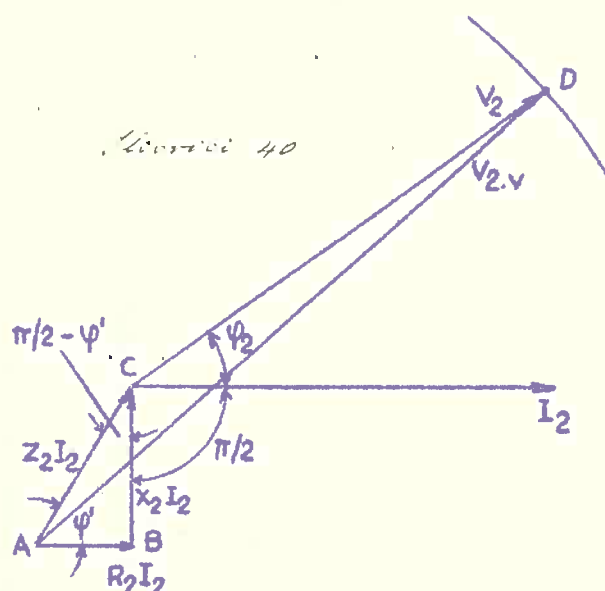


Fig. 62

triângulo ABC, chamado triângulo fundamental de Kapp. Nesse triângulo o defasamento interno do transformador é dado por $\text{tg } \psi' = X_2 / R_2$.

Pelo ponto C traça-se uma paralela a $R_2 I_2$, essa réta representando a direção da corrente secundaria I_2 . Ainda pelo ponto C traça-se uma réta fazendo o angulo ψ_2 com a direção de I_2 e com centro em A traça-se um arco de circulo de raio $V_{2.v}$ que corta aquela réta no ponto D; tem-se (Fig. 62) -:

Com efeito, observando a figura 62, vê-se que V_2 é o terceiro lado de um triângulo cujos outros dois lados são $Z_2 I_2$ e $V_{2.v}$, sendo que o angulo entre

$V_2 = Z_2 I_2$ é $(\pi - \varphi_1 + \varphi_2)$; observando-se a figura 62 nota-se que o vetor $\vec{CD}$ está nessas mesmas condições, portanto: $\vec{CD} = V_2$.

Vejam agora a variação da tensão secundária V_2 com a variação da corrente I_2 e fator de potência $\cos \varphi_2$.

Corrente secundária variável, fator de potência secundário constante.

I) $\cos \varphi_2$ indutivo, $\varphi_2 > 0$.

Se $I_2 = 0$ (funcionamento a vazio) o triângulo ABC se transforma em um ponto e

$$V_2 = V_{2.v} \text{ e a regulação é nula.}$$

A medida que I_2 aumenta, o ponto C se desloca, ocupando os pontos C_1 e C_2 a tensão secundária V_2 vai diminuindo; em C_2 tem-se (Fig. 63):

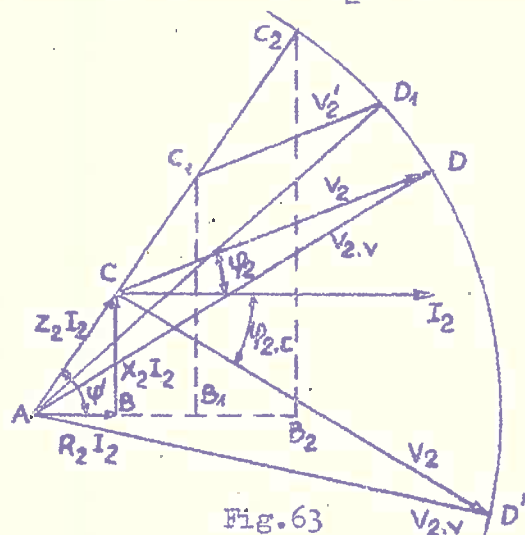


Fig. 63

$$V_2 = 0$$

e a corrente I_2 é a corrente de curto circuito secundária $I_{2.c}$.

II) $\cos \varphi_2$ capacitivo, $\varphi_2 < 0$.

Com um fator de potência secundário capacitivo tem-se o ponto D' na figura 63 nota-se que V_2 diminui também com o aumento da carga, isto é, da corrente I_2 .

Corrente secundária constante, fator de potência secundário constante

Se a corrente I_2 é constante, o triângulo ABC permanece sempre o mesmo. Variando φ_2 tem-se os dois casos: (Fig. 64)

I) $\cos \varphi_2$ indutivo, $\varphi_2 > 0$.

Quando $\varphi_2 = 0$, $\cos \varphi_2 = 1$ e $V_2 = \vec{CD}_1$.

Pelos pontos A e C tracemos dois arcos de círculo de raio igual à tensão secundária a vazio. O ângulo φ_2 aumentando no sentido positivo, isto é, $\cos \varphi_2$ diminuindo no sentido indutivo, a tensão secundária V_2 vai diminuindo até o ponto D₂ onde se tem o valor mínimo de V_2 para a corrente I_2 dada. A partir desse ponto V_2 aumenta com o aumento de φ_2 (Fig. 64).

II) $\cos \varphi_2$ capacitivo, $\varphi_2 < 0$

O ângulo φ_2 aumentando no sentido negativo, isto é, $\cos \varphi_2$ diminuindo no sentido capacitivo, a tensão secundária V_2 aumenta também; para um defasamento φ_2' tem-se: $V_2 = V_{2.v}$, e portanto a queda de tensão $V_{2.v} - V_2$ é nula, o mesmo acontecendo com a regulação.

Para valores maiores de φ_2 , a tensão em carga V_2 é maior que a tensão a

vazio $V_{2.v}$, isto é, de sobretensão. A tensão V_2 é máxima quando $\varphi_2 = \pi - \varphi'_2$.

(ponto D_5).

A partir do ponto D_5 a tensão V_2 diminui novamente.

Tem-se para o ponto D :

$$\overline{DF} = \overline{CF} - \overline{CD}$$

ou

$$\overline{DF} = V_{2.v} - V_2,$$

isto é, de um modo geral os comprimentos $\overline{DF}$, $\overline{D_1F_1}$, etc., representam as quedas absolutas de tensão no secundário; $\overline{D_4F_4}$ e $\overline{D_5F_5}$ são elevações de tensão.

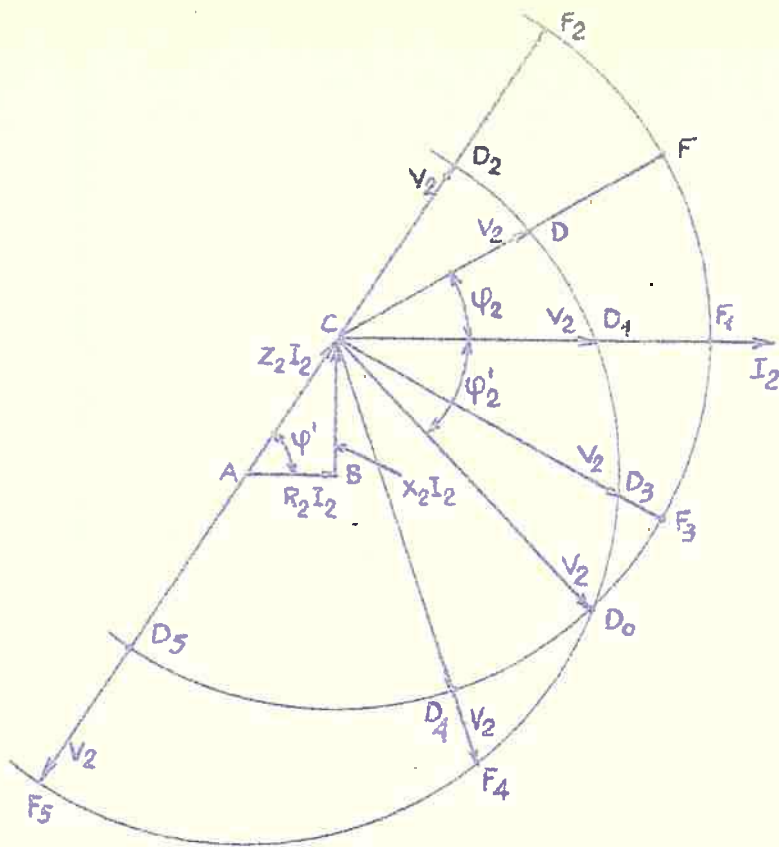


Fig.64

Traçado pratico do diagrama de Kapp.

Assim como para os alternadores, em geral as características de carga e regulação de um transformador não são feitas diretamente com a carga deste, mas sim determinadas por meio de diagrama, em geral o diagrama de Kapp.

Para os pequenos transformadores o ensaio poderá ser feito diretamente em carga, mas para os transformadores de grande potencia seria difficil encontrar um consumo adequado para a carga da experiencia.

Como foi visto, o diagrama de Kapp tem por base a construção do triangulo fundamental ABC, e é necessario portanto determinar os valores de cada um dos tres lados desse triangulo, isto é, $R_2 I_2$, $X_2 I_2$ e $Z_2 I_2$. Além disto é necessario determinar a relação entre os numeros de espiras $n_1/n_2 = k$, isto é, relação de transformação a vazio, e resistencias r_1 e r_2 dos dois enrolamentos.

Pelo ensaio para a determinação da relação de transformação a vazio, determina-se tambem a corrente a vazio e o valor das perdas no ferro, usando um voltômetro no primario que indica a tensão normal V_1 aplicada, um amperômetro no primario que indica a corrente a vazio I_v , um wattmetro no primario que indica a potencia correspondente ás perdas no ferro P_{HF} e um voltômetro no secundario que dá a tensão secundaria a vazio, $V_{2.v}$. Tem-se :

$$P_{HF} = V_1 \cdot I_{HF} = V_1 I_v \cdot \cos \varphi_v, \text{ e conhecendo } P_{HF}, V_1 \text{ e } I_v \text{ tem-se :}$$

$$\cos \varphi_v = P_{HF} / V_1 I_v,$$

defasamento a vazio.

Pode-se tomar qualquer enrolamento como sendo o primário; em geral prefere-se a baixa tensão para facilitar a experiência; se o primário na realidade é a alta tensão, reduz-se cada valor para o outro enrolamento, com as fórmulas já vistas.

A relação de transformação a vazio é pois : $k = n_1/n_2 = V_1/V_{2.v}$, esta relação k podendo ser determinada com o emprego de uma tensão menor que a normal.

A potência lida no wattmetro inclui a pequena perda no cobre $r_1 I_1^2$, e além disto a potência gasta na bobina voltométrica do wattmetro e na bobina do voltômetro; a correção devida a estas últimas perdas pode ser feita facilmente, conhecendo-se as resistências dessas bobinas.

Admite-se praticamente que as perdas no ferro são constantes, qualquer que seja a carga do transformador.

A medida das resistências é em geral feita por meio de corrente contínua, com amperômetro e voltômetro, ou com o uso de uma ponte, como a de Wheatstone. Determinados os valores de r_1 e r_2 tem-se

$$R_1 = r_1 + k^2 r_2 \quad \text{e} \quad R_2 = r_2 + k^{-2} r_1$$

Na medida da resistência é necessário medir a temperatura do ensaio com o fim de fazer a correção da temperatura para determinada carga, usando a fórmula já conhecida

$$R_2 = R_1 \cdot (234,5 + t_2) / (234,5 + t_1) .$$

A determinação dos valores da impedância e reatância é feita por meio de um ensaio em curto-circuito, consistindo em colocar o secundário em curto-circuito por meio de um amperômetro e aplicar uma tensão baixa no primário, de modo a obter a corrente normal I_2 no secundário; no primário usa-se um voltômetro, um amperômetro e um wattmetro (os ensaios aqui referidos correspondem aos executados em um transformador monofásico, ou a uma fase de um transformador trifásico, ou polifásico em geral).

Com o secundário em curto-circuito tem-se: $V_2 = 0$, e a corrente circulando no primário é I_1 .

A equação $\bar{V}_{2.v} = \bar{V}_2 + R_2 \bar{I}_2 + jX_2 \bar{I}_2$ pode ser escrita : $\bar{V}_{2.v} = \bar{V}_2 + Z_2 \bar{I}_2$.

Sendo $V_2 = 0$ quando o secundário está em curto, a tensão aplicada ao primário é $V_{1.z}$, apenas suficiente para dar a queda de impedância no transformador; esta tensão $V_{1.z}$ é chamada tensão de impedância correspondente ao primário, igual a $Z_1 I_1$. Com relação ao secundário tem-se $V_{2.z}$, satisfazendo a relação

$$V_{2.z} = k^{-1} V_{1.z} ,$$

sendo $V_{2.z}$ a tensão de impedância correspondente ao secundário.

Portanto a equação do circuito secundário $\bar{V}_{2.v} = \bar{V}_2 + Z_2 \bar{I}_2$

se transforma em $V_{2.z} = Z_2 I_2$, em curto-circuito, ou também :

$$k^{-1} V_{1.z} = Z_2 I_2$$

Assim o valor da queda de impedancia $Z_2 I_2$ relativa ao secundário é igual à tensão aplicada ao primário, $V_{1.z}$, dividida pela relação k entre os números de espiras.

A impedancia relativa ao secundário é pois :

$$Z_2 = V_{2.z} / I_2 \text{ ou } Z_2 = k^{-1} V_{1.z} / I_2 = V_{1.z} / k I_2$$

Como

$$Z_2 = (R_2^2 + X_2^2)^{1/2}, \text{ tem-se } X_2 = (Z_2^2 - R_2^2)^{1/2} \text{ ou}$$

$$X_2 = \left[(V_{2.z} / I_2)^2 - R_2^2 \right]^{1/2} = \left[(V_{1.z} / k I_2)^2 - R_2^2 \right]^{1/2}$$

As tensões de impedancia $V_{1.z}$ e $V_{2.z}$ respectivamente com relação ao primário e secundário são dadas em volts, sendo designadas simplesmente por volts de impedancia. Em geral essas tensões são dadas em porcentagens sobre as respectivas tensões normais, V_1 e V_2 , que evidentemente exprimem um mesmo número :

$$(V_{1.z} / V_1) \cdot 100 \% = (V_{2.z} / V_2) \cdot 100 \%$$

No ensaio em curto-circuito em geral não se obtém somente a tensão $V_{1.z}$ correspondente às correntes I_1 e I_2 normais de funcionamento no primário e secundário, este último em curto; geralmente começa-se aplicando um valor bem pequeno de tensão no primário, e tomando-se varias leituras da tensão crescente primaria e corrente correspondente secundaria, até o valor normal I_2 ou mesmo até 20 % acima deste valor. As medidas assim tomadas são levadas a um grafico dando os varios valores da tensão primaria (volts) em função da corrente secundaria (amperes); esta carateristica de curto-circuito é em geral uma réta. Com esta carateristica pôde-se determinar a regulação do transformador para varias cargas, como 1/2 carga, 3/4 de carga, etc.

O wattmetro colocado no circuito do ensaio tem por finalidade a determinação analitica da regulação do transformador, como será visto posteriormente.

Feitos os ensaios indicados, vejamos a seguir a sequencia do traçado do diagrama de Kapp. Por meio deste diagrama pôde-se traçar a carateristica da carga do transformador, isto é, determinar os varios valores de V_2 correspondentes às varias correntes I_2 de carga do secundário (Fig. 65). Vejamos porém apenas a determinação de um valor da tensão V_2 para uma corrente I_2 , por exemplo a corrente I_2 de funcionamento em plena carga. Outros pontos da curva podem ser obtidos de modo analogo.

A relação k é dada com aproximação $k = V_1 / V_{2.v}$.

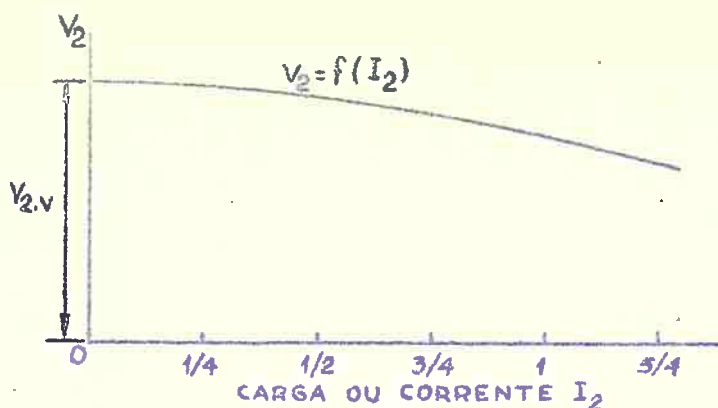


Fig. 65

O diagrama pôde ser traçado com relação ao primário ou ao secundário, indiferentemente. Tracemo-lo com relação ao secundário.

A resistência com relação ao secundário será

$$R_2 = r_2 + k^{-2} r_1$$

E a queda por resistência ôhmica $R_2 I_2 = I_2 (r_2 + k^{-2} r_1)$.

Na característica de curto-circuito obtem-se, correspondente à corrente I_2 , a queda de impedância com relação ao primário, $V_{1.z}$. A queda com relação ao secundário será $V_{2.z} = k^{-1} V_{1.z} = Z_2 I_2$.

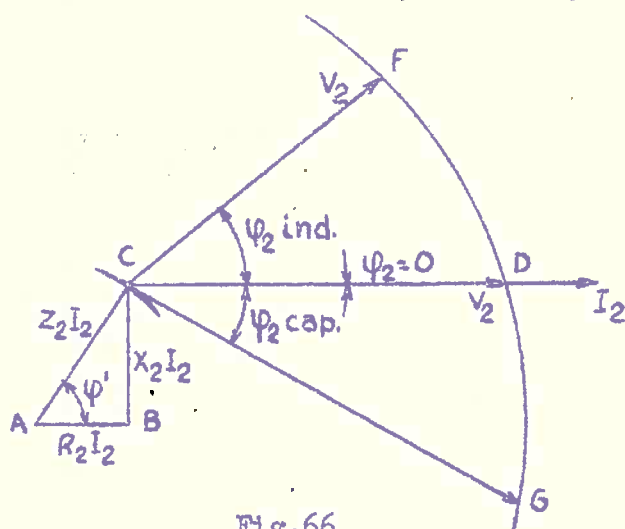


Fig. 66

O triângulo ABC pôde ser traçado do modo seguinte (Fig. 66) :

toma-se $\overline{AB} = R_2 I_2$

horizontal, e pelo ponto B levanta-se uma perpendicular a $\overline{AB}$; com centro em A e raio $Z_2 I_2$ traça-se um arco de círculo que corta a perpendicular no ponto C. Tem-se portanto $\overline{BC} = X_2 I_2$, queda por reatância.

Com centro em A traça-se um arco de raio $V_{2.v}$, tensão secundária a vazio. Por C traça-se $\overline{CD}$ (correspondente a $\varphi_2 = 0$ e $\cos \varphi_2 = 1$) e $\overline{CF}$ (se $\cos \varphi_2$ é indutivo) ou $\overline{CG}$ (se $\cos \varphi_2$ é capacitivo). A tensão secundária em carga é

$V_2 = \overline{CD}$, se $\cos \varphi_2 = 1$, $V_2 = \overline{CF}$, se $\cos \varphi_2$ é indutivo, ou $V_2 = \overline{CG}$, se $\cos \varphi_2$ é capacitivo. A regulação é :

$$100 \cdot (V_{2.v} - V_2) / V_2 \%$$

Em geral o triângulo ABC é pequeno com relação às outras medidas do gráfico, isto é, V_2 e $V_{2.v}$, e por esse motivo não se obtém precisão na determinação de V_2 . Emprega-se um outro processo pelo qual se determina diretamente a queda absoluta de tensão $V_{2.v} - V_2$ (Fig. 67).

Em um sistema de eixos coordenados retangulares toma-se $\overline{AB} = R_2 I_2$ a partir de O e por B levanta-se uma perpendicular. Traça-se um arco de círculo de raio igual a $Z_2 I_2$ com centro em O, cortando a perpendicular no ponto C. Assim, ABC é o triângulo fundamental que pôde ser tomado em uma escala que dê maior precisão que no diagrama anterior. Tem-se :

$$\overline{BC} = X_2 I_2$$

Si $\cos \varphi_2$ é indutivo, toma-se $\overline{AD}$ fazendo com $\overline{AC}$ o angulo φ_2 ; si $\cos \varphi_2$ é capacitivo toma-se $\overline{AG}$ fazendo com $\overline{AC}$ o angulo φ_2 ; si $\cos \varphi_2 = 1$ ou $\varphi_2 = 0$, a rêta traçada se confunde com $\overline{AC}$. Tem-se:

para $\cos \varphi_2$ indutivo: $V_{2.v} - V_2 = \overline{FD}$

para $\cos \varphi_2$ capacitivo: $V_{2.v} - V_2 = \overline{JG}$

e para $\cos \varphi_2 = 1$: $V_{2.v} - V_2 = \overline{HC}$

Com efeito, consideremos um dos casos, por exemplo o do $\cos \varphi_2$ indutivo (rêta $\overline{AD}$):

$$\overline{FD}^2 = \overline{AD}^2 - \overline{AF}^2$$

Mas $\overline{AD} = Z_2 I_2$ e $\overline{AF} = Z_2 I_2 \cdot \sin(\varphi' - \varphi_2)$,

Fig. 67.

$$\text{logo } \overline{FD}^2 = (Z_2 I_2)^2 - [Z_2 I_2 \cdot \sin(\varphi' - \varphi_2)]^2 = (Z_2 I_2)^2 \cdot \cos^2(\varphi' - \varphi_2)$$

$$\text{e } \overline{FD} = Z_2 I_2 \cdot \cos(\varphi' - \varphi_2)$$

Como foi visto anteriormente, $(V_{2.v} - V_2)/V_2 = (Z_2 I_2/V_2) \cdot \cos(\varphi' - \varphi_2)$

Logo $\overline{FD} = V_{2.v} - V_2$ e a regulação em % será:

$$(\overline{FD}/V_2) \cdot 100 \%$$

Martin 23

Determinação analitica da regulação de um transformador.

Póde-se determinar com bôa aproximação a regulação de um transformador por meio de calculo, e para este fim vamos deduzir a fórmula a ser empregada.

Pelo ensaio em curto-circuito foi determinado o valor da reatancia com relação ao secundario:

$$X_2 = [(V_{1.z}/kI_2)^2 - R_2^2]^{1/2}.$$

Já foi tambem visto que $X_1 = k^2 X_2$, $I_2 = kI_1$ e $R_2 = k^{-2} R_1$

Substituindo na fórmula acima:

$$X_1 = [(V_{1.z}/I_1)^2 - R_1^2]^{1/2},$$

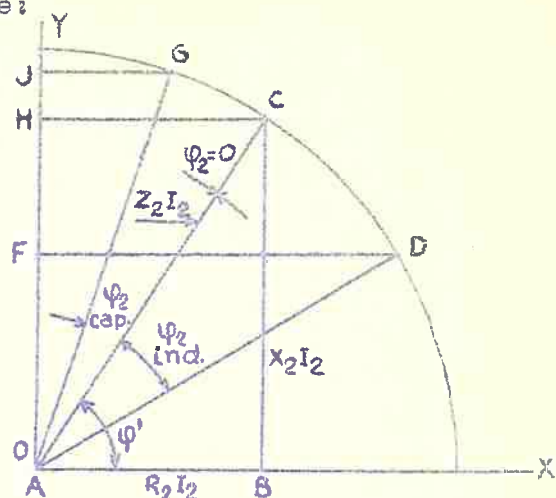
e a queda por reatancia é pois:

$$X_1 I_1 = [V_{1.z}^2 - R_1^2 I_1^2]^{1/2}.$$

Ora, o wattômetro ligado ao circuito primario dá o valor da potencia P_{wl} , que é a potencia wattada consumida no ensaio de curto-circuito com a corrente normal I_1 no primario. Como a resistencia total do transformador com relação ao circuito primario é R_1 , a potencia P_{wl} será: $P_{wl} = R_1 I_1^2$.

A queda por reatancia será portanto

$$X_1 I_1 = [V_{1.z}^2 - (P_{wl}/I_1)^2]^{1/2} \text{ volts}$$



Assim, P_{wl}/I_1 corresponde à queda total por resistência com relação ao primário, e deve ter o mesmo valor que $R_1 I_1$, sendo $R_1 = r_1 + k^2 r_2$.

Consideremos agora a figura 59 vista atrás, modificando-a de modo a ser representada pelas figuras 68 e 69.

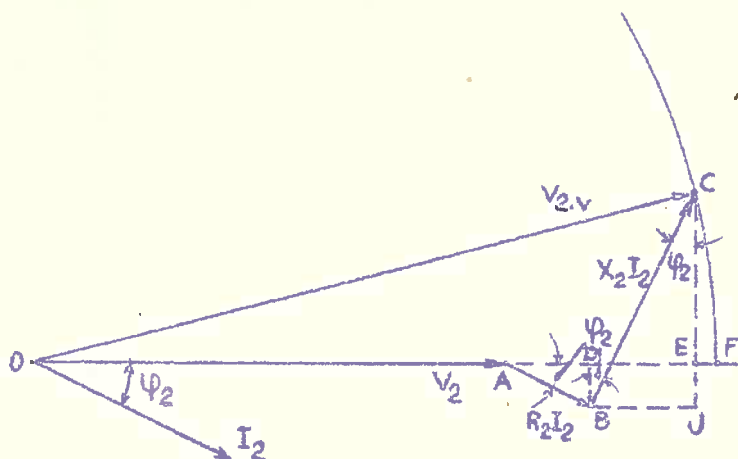


Fig. 68

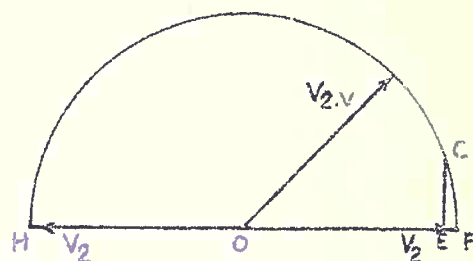


Fig. 69

Projetando-se $V_{2.v}$ sobre a direção de V_2 tem-se

$$V_{2.v} = \overline{OA} + \overline{AD} + \overline{DE} + \overline{EF}$$

Ora, $\overline{OA} = V_2$, $\overline{AD} = R_2 I_2 \cdot \cos \varphi_2$, $\overline{DE} = X_2 I_2 \cdot \sin \varphi_2$,

e $\overline{EF}$ pôde ser obtido da figura 69: $\overline{EF} \cdot \overline{EH} = \overline{CE}^2$ donde $\overline{EF} = \overline{CE}^2 / \overline{EH}$

e

$$\overline{EH} = 2V_2 + \overline{EF}$$

Mas em comparação com $2V_2$, $\overline{EF}$ é muito pequeno e pôde ser desprezado; assim:

$$\overline{EH} = 2V_2$$

Pela fig. 68 tem-se: $\overline{CE} = \overline{CJ} - \overline{EJ} = \overline{CJ} - \overline{DB}$

Ora,

$$\overline{CJ} = X_2 I_2 \cdot \cos \varphi_2 \quad \text{e} \quad \overline{DB} = R_2 I_2 \cdot \sin \varphi_2$$

Assim,

$$\overline{EF} = (X_2 I_2 \cdot \cos \varphi_2 - R_2 I_2 \cdot \sin \varphi_2)^2 / 2V_2$$

Portanto, substituindo na fórmula de $V_{2.v}$ tem-se:

$$V_{2.v} = V_2 + R_2 I_2 \cdot \cos \varphi_2 + X_2 I_2 \cdot \sin \varphi_2 + (X_2 I_2 \cdot \cos \varphi_2 - R_2 I_2 \cdot \sin \varphi_2)^2 / 2V_2$$

donde a regulação

$$\begin{aligned} (V_{2.v} - V_2) / V_2 &= (R_2 I_2 / V_2) \cos \varphi_2 + (X_2 I_2 / V_2) \sin \varphi_2 + \\ &+ (1/2) \left[(X_2 I_2 / V_2) \cos \varphi_2 - (R_2 I_2 / V_2) \sin \varphi_2 \right]^2, \text{ e em \% :} \end{aligned}$$

$$100(V_{2.v} - V_2) / V_2 = 100(R_2 I_2 / V_2) \cos \varphi_2 + 100(X_2 I_2 / V_2) \sin \varphi_2 +$$

$$+ (1/200) \left[100(X_2 I_2 / V_2) \cos \varphi_2 - 100(R_2 I_2 / V_2) \sin \varphi_2 \right]^2$$

Para simplificar esta fórmula, façamos:

$$100(R_2 I_2 / V_2) = q_{2r} \text{ e } 100(X_2 I_2 / V_2) = q_{2x}$$

Ter-se ha analogamente $100(Z_2 I_2 / V_2) = q_{2z}$

A regulção é pois expressa pela fórmula :

$$100(V_{2.v} - V_2) / V_2 = q_{2r} \cdot \cos \varphi_2 + q_{2x} \cdot \sin \varphi_2 + (q_{2x} \cdot \cos \varphi_2 - q_{2r} \cdot \sin \varphi_2)^2 / 200 \%$$

Para o circuito primario tem-se analogamente as quedas

$$100(R_1 I_1 / V_1) = q_{1r}, \quad 100(X_1 I_1 / V_1) = q_{1x} \text{ e } 100(Z_1 I_1 / V_1) = q_{1z}$$

Mas como já foi visto, $R_1/R_2 = k^2$, $X_1/X_2 = k^2$ e $Z_1/Z_2 = k^2$, portanto, consi-

derando tambem que $I_2/k = I_1$ e $kV_2 = V_1$, obtem-se por substituição :

$$R_2 I_2 / V_2 = R_1 I_1 / V_1, \quad X_2 I_2 / V_2 = X_1 I_1 / V_1 \text{ e } Z_2 I_2 / V_2 = Z_1 I_1 / V_1$$

Deste modo, tem-se :

Porcentagem de resistencia : $q_{1r} = q_{2r} = q_r$

Porcentagem de reatancia : $q_{1x} = q_{2x} = q_x$

Porcentagem de impedancia : $q_{1z} = q_{2z} = q_z$

e a regulção em % é dada por :

$$q_r \cdot \cos \varphi_2 + q_x \cdot \sin \varphi_2 + (q_x \cdot \cos \varphi_2 - q_r \cdot \sin \varphi_2)^2 / 200 \%$$

2 - ALTERNADORES

Os ensaios diretos para a obtenção das carateristicas de carga ou regulção dos alternadores são usados em geral nos casos de maquinas de pequena potencia, ou nos ensaios finais dos geradores de grande potencia, quando já instalados em definitivo com suas maquinas motrizes, antes de entrarem em utilização comercial de fornecimento de energia. Com efeito, o ensaio direto além de necessitar da maquina motriz de mesma ordem de potencia do alternador, precisa ainda de um consumidor de mesma ordem de potencia, com grande elasticidade de variação para o caso dos varios fatores de potencia.

Em geral na pratica industrial procura-se determinar o valor da corrente de excitação i para a obtenção de uma tensão V nos terminais, com uma corrente I e fator de potencia $\cos \varphi$ (regulção), ou então determinar o valor da tensão V nos terminais, com uma corrente I , fator de potencia $\cos \varphi$ e corrente de excitação i (carateristica de carga). Tanto o primeiro como o segundo caso são resolvidos praticamente com o auxilio de diagramas vetoriais, utilizando-se curvas carateristicas da maquina, como as carateristicas a vazio, de curto-circuito

e desviada, obtidas com a utilização de uma potência relativamente pequena.

Os diagramas dos alternadores baseiam-se no estudo dos campos magnéticos indutor, induzido e resultante dessas máquinas, destacando-se os seguintes:

Diagrama de Behn-Eschenburg.

Diagrama de Rothert.

Diagrama do A.I.E.E. (Instituto Americano dos Engenheiros Eletricistas).

Diagrama de Potier.

Diagrama Geral (designação dada por C.F. Wagner : "General Method", página 134 de - Electrical Transmission and Distribution Reference Book, Westinghouse Electric & Manufacturing Company).

Diagrama das Duas Reações.

Vamos em seguida fazer o estudo destes diagramas na ordem indicada, que corresponde também aproximadamente à ordem da menor à maior aproximação de resultados.

Diagrama de Behn-Eschenburg.

No diagrama de Behn-Eschenburg, também denominado diagrama de força eletromotriz, e algumas vezes diagrama de reatância ou impedância síncrona, o alternador é considerado como composto de um indutor percorrido por corrente contínua e de um induzido de impedância síncrona Z , reatância síncrona $X = \omega L$, e resistência R , no qual se gera uma f.e.m. alternativa E , monofásica ou polifásica. O diagrama de Behn-Eschenburg é semelhante ao diagrama de Kapp para transformadores.

Com uma corrente fornecida I há no induzido uma queda de tensão

$$ZI = RI + jXI,$$

e a tensão V nos terminais do induzido nessas condições é dada pela diferença vetorial entre a f.e.m. E produzida pela corrente contínua i de excitação e a queda de tensão interna ZI :

$$\bar{V} = \bar{E} - Z\bar{I} = \bar{E} - (R\bar{I} + jX\bar{I})$$

A impedância Z não tem um valor constante, variando quando há saturação magnética do ferro dos alternadores, pois neste caso a indutância L e portanto a reatância X diminui com o aumento da corrente de excitação da máquina. Behn-Eschenburg admite como base fundamental de seu diagrama, que a indutância L só depende da excitação e pode ser determinada por meio de um ensaio em curto-circuito, com a excitação dada.

Com o alternador em curto-circuito a tensão V nos terminais é nula, e se a excitação i é a mesma, a f.e.m. E não se altera, mas a corrente debitada é I_c , muito maior que I normal com V normal:

$$E = RI_c + jXI_c = I_c (R^2 + X^2)^{1/2} \quad \text{ou} \quad E = ZI_c \quad \text{donde} \quad Z = E/I_c$$

a - Determinação da tensão nos terminais e regulação.

Neste caso são dadas a corrente de excitação i ou f.e.m. E correspondente e corrente I fornecida, com um fator de potência $\cos \varphi$.

A resistência R do induzido é determinada por um ensaio em corrente contínua, e são executados os ensaios a vazio e em curto-circuito, traçando-se as curvas correspondentes em um gráfico, no qual se pôde traçar também a curva de

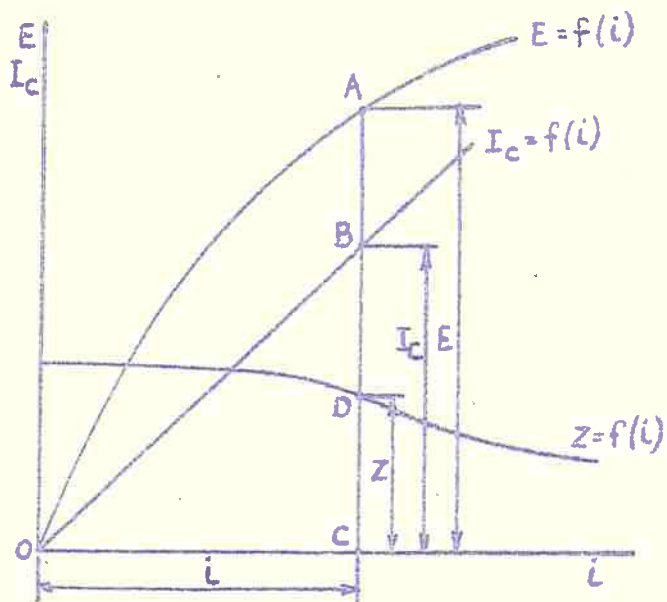


Fig. 70

excitação i ou diretamente na curva de Z (comprimento $\overline{CD}$, na escala adotada).

Conhecendo-se R e Z pôde-se traçar o triângulo das resistências (Fig. 71), tomando-se um vetor horizontal $\overline{OA}$ proporcional à re--19sistência R , levantando-se uma perpendicular por A e com centro em O traçando-se um arco com raio proporcional a Z , que corta em B a perpendicular traçada; tem-se portanto em $\overline{AB}$ um comprimento que é proporcional à reatância X .

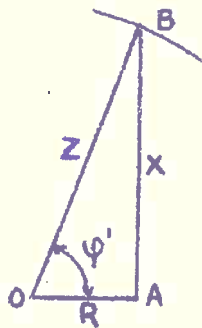


Fig. 71

Considerando-se agora a equação dos alternadores :

$$\vec{E} = \vec{V} + (R + jX)\vec{I} \quad \text{ou} \quad \vec{E} = \vec{V} + Z\vec{I},$$

representada graficamente pela fig. 72, nota-se que a tensão V é um dos lados de um triângulo, os outros dois lados sendo E e ZI , e o ângulo entre V e ZI sendo $(\pi - \varphi' + \varphi)$.

Deste modo a determinação de V será baseada neste fato, fazendo-se a construção indicada a seguir.

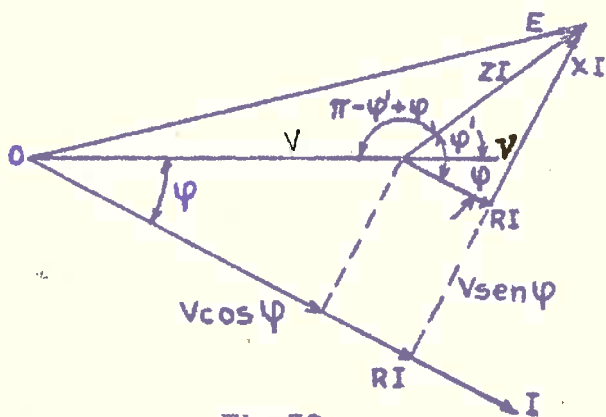


Fig. 72

Multiplicando-se cada um dos lados do triângulo das resistências pela corrente I dada obtém-se o triângulo das quedas de tensão, OAB na figura 73. A partir do ponto B traça-se um vetor horizontal indicando a direção da corrente

I. Com centro em O e raio proporcional à f.e.m. E traça-se um arco de círculo.

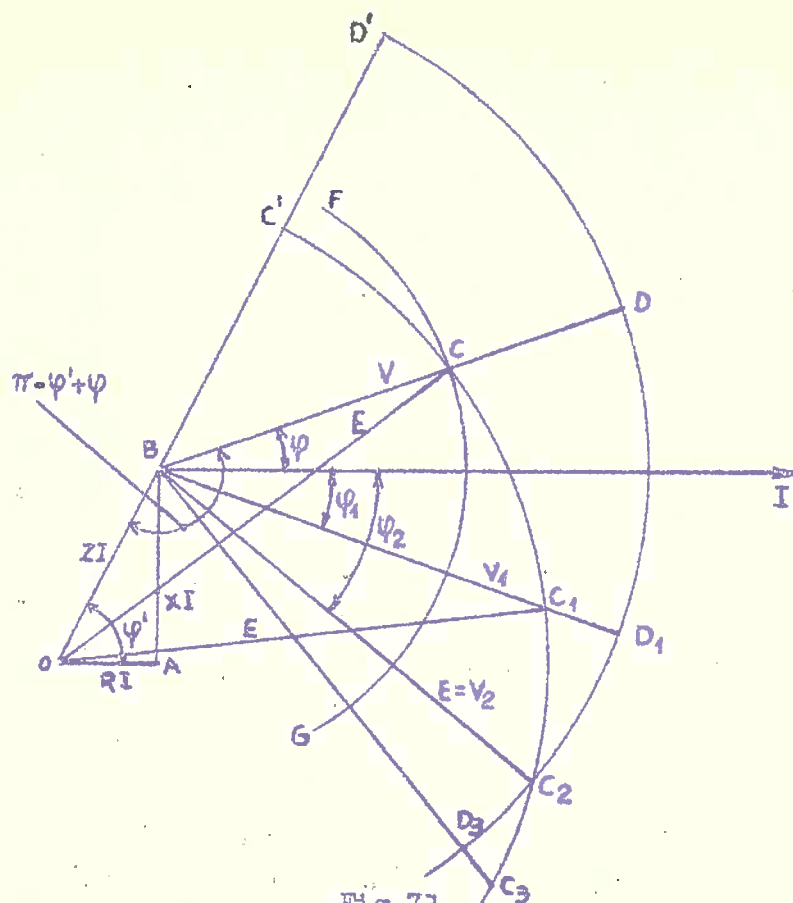


Fig. 73

vetor de I e fazendo com este o ângulo φ_1 ; a tensão V_1 nos terminais é dada por $\overline{BC}_1$.

Fazendo-se centro em B com raio E traça-se um outro arco de círculo; prolongando-se o vetor de tensão V tem-se $\overline{CD} = E - V$, que é a queda de tensão em carga. Assim também $\overline{C_1D_1} = E - V_1$, no caso do defasamento capacitivo.

Para o ponto C_2 de encontro dos dois arcos de círculo tem-se:

$$E - V_2 = 0 \text{ pois } E = V_2,$$

isto é, com o defasamento capacitivo φ_2 a queda de tensão é nula, e portanto a regulação é também nula. Para defasamentos capacitivos maiores que φ_2 tem-se tensões nos terminais maiores que a f.e.m. interna, isto é, tem-se sobretensão (pontos tais como C_3 e D_3).

Observa-se pela figura 73 que as quedas de tensão aumentam quando o defasamento aumenta no sentido indutivo, isto é, quando o fator de potência indutivo diminui; quando $\varphi = \varphi'$, defasamento do circuito exterior igual ao defasamento interno do alternador, tem-se a queda máxima de tensão, proporcional a $\overline{C'D'}$. No sentido capacitivo a queda de tensão diminui à medida que o defasamento aumenta (ou diminui o fator de potência), tornando-se nula para um certo valor do defasamento φ_2 , e negativa a seguir, isto é, havendo neste caso elevações de tensão em vez de quedas de tensão. Este caso se apresenta quando o alternador alimenta circuitos contendo capacidades ou motores síncronos superexcitados a vazio (condensadores síncronos).

Sendo indutivo o fator de potência, traça-se a partir de B, e acima do vetor da corrente I , uma reta $\overline{BC}$ fazendo o ângulo φ com o vetor I , esta reta cortando o arco de círculo no ponto C. Sendo $\overline{OB} = ZI$, $\overline{OC} = E$ e $(\pi - \varphi' + \varphi)$ o ângulo entre $\overline{BC}$ e $\overline{OB}$, o vetor $\overline{BC}$ será proporcional à tensão V , que fica assim determinada.

A regulação é portanto:

$$100(E - V)/V \%$$

No caso de um fator de potência capacitivo $\cos \varphi_1$, toma-se um vetor $\overline{BC}_1$ abaixo do

Traçando-se o arco de círculo FCG com raio proporcional a V e centro em B, este arco é o logar geometrico das extremidades do vetor da f.e.m. E , com corrente fornecida I constante e defasamento φ variavel. Quanto maior o defasamento indutivo, tanto maior deverá ser a f.e.m. E e portanto a excitação i para manter constante a tensão V ; quanto maior o defasamento capacitivo, portanto menor o fator de potencia capacitivo, tanto menor a f.e.m. E e excitação i correspondente, para manter constante a tensão V nos terminais.

A resolução do diagrama de Behn-Eschenburg vista atraz corresponde ao caso de um alternador monofasico; quando se tratar de um alternador trifasico o problema é resolvido de modo identico considerando-se apenas uma fase com seus caracteristicos correspondentes, ou considerando os valores entre-fase, que são $3^{1/2}$ vezes maiores.

A resolução anterior dá apenas o calculo de um valor de tensão V correspondente a uma corrente I , que em geral é a corrente normal da maquina. Deste modo foi determinado um ponto da carateristica de carga; para o traçado completo da curva de carga é necessario considerar varios valores de corrente, e determinar os valores correspondentes da tensão V . A sequencia deste calculo é a mesma já vista, traçando-se primeiramente as carateristicas a vazio e de curto-circuito, determinando o valor da impedancia Z correspondente á excitação i dada e traçando-se o triangulo das resistencias; deste modo fica conhecido o defasamento interno φ' do alternador.

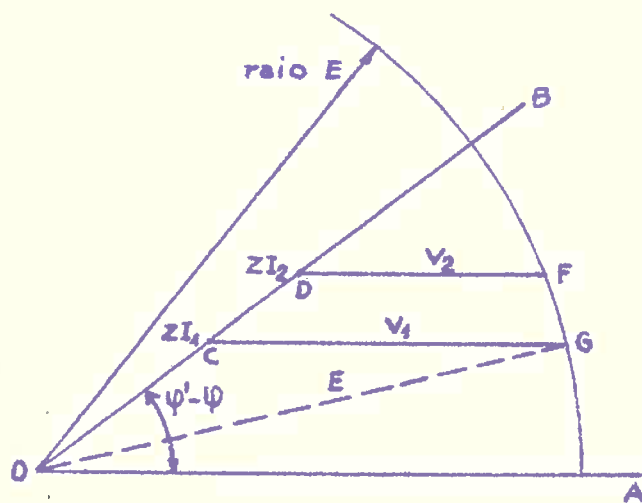


Fig. 74

A determinação dos varios valores de tensão V correspondentes ás varias correntes fornecidas I é feita praticamente com o traçado do grafico indicado na figura 74. Traça-se um eixo horizontal $\overline{OA}$ e um eixo $\overline{OB}$ fazendo com o primeiro um angulo igual a $(\varphi' - \varphi)$, sendo φ' o defasamento interno determinado pelo triangulo das resistencias, e φ o defasamento correspondente ao fator de potencia dado $\cos \varphi$, do circuito exterior. Com centro em O traça-se um arco de círculo de raio proporcional á f.e.m. E , obtida na carateristica a vazio, correspondente á excitação dada i . Sobre o eixo $\overline{OB}$ marcam-se os varios produtos ZI_1 , ZI_2 , etc., da impedancia determinada, pelos varios valores de corrente. Pelos pontos C, D, etc., assim obtidos, traçam-se horizontais que cortam o arco de círculo nos pontos F, G, etc. Os comprimentos $\overline{CG}$, $\overline{DF}$, etc., representam os valores procurados V_1 , V_2 , etc., de tensão nos terminais, na escala adotada. Com efeito, os triangulos tais como OCG têm para lados E e ZI_1 , e o angulo

A determinação dos varios valores de tensão V correspondentes ás varias correntes fornecidas I é feita praticamente com o traçado do grafico indicado na figura 74. Traça-se um eixo horizontal $\overline{OA}$ e um eixo $\overline{OB}$ fazendo com o primeiro um angulo igual a $(\varphi' - \varphi)$, sendo φ' o defasamento interno determinado pelo triangulo das resistencias, e φ o defasamento correspondente ao fator de potencia dado $\cos \varphi$, do circuito exterior. Com centro em O traça-se um arco

formado pelo lado $\overline{CG}$ com o lado $\overline{OC}$ ou ZI_1 é $(V - \varphi + \varphi)$, portanto CG rep-

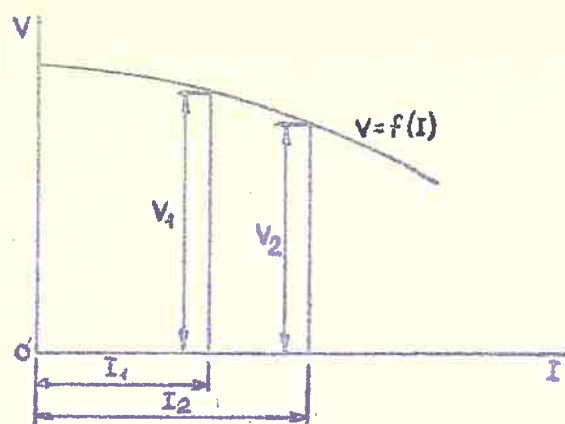


Fig. 75

senta a tensão V_1 nos terminais, com a corrente I_1 fornecida pelo alternador. Tomando-se I em abscissas e V em ordenadas em um sistema de eixos retangulares, obtém-se a característica de carga

$$V = f(I)$$

do alternador com excitação constante e fator de potência $\cos \varphi$. (Fig. 75).

Da mesma forma podem ser construídas as

varias características de carga, cada uma para um determinado fator de potência.

b - Determinação da corrente de excitação e regulação.

Neste caso, em que são dadas a tensão V , corrente I e fator de potência $\cos \varphi$, o problema só pôde ser resolvido por meio de tentativas e aproximações, pois não se conhecendo o valor da excitação não se pôde determinar o valor da impedância Z correspondente.

A determinação do valor da excitação correspondente a valores conhecidos da tensão V , corrente I e fator de potência $\cos \varphi$, é feita admitindo-se varios valores para a excitação e calculando-se as tensões correspondentes.

Em geral os circuitos eletricos são indutivos, de maneira que se tem quasi sempre quedas de tensão; portanto a primeira tentativa deve ser feita tomando-se um valor para a f.e.m. E_1 um pouco maior que a tensão V dada, e o valor i_1 da corrente de excitação é dado diretamente pela característica a vazio, correspondente ao valor E_1 adotado. Traçando-se o diagrama para essas condições, determina-se o valor da tensão, V_1 , que vamos supor por exemplo que seja menor que a tensão V dada. Adota-se então um novo valor E_2 para a f.e.m., maior que E_1 , e calcula-se a tensão V_2 traçando-se novo diagrama; deste modo são feitas tentativas até se obter valores de tensão proximos do valor dado V , e de preferencia dois valores que compreendam este ultimo; supondo-se que V_m e V_n estão nestas condições, e sendo i_m e i_n os valores de correntes de excitação correspondentes, o valor corrêto da excitação i para a tensão V nos terminais é deter-

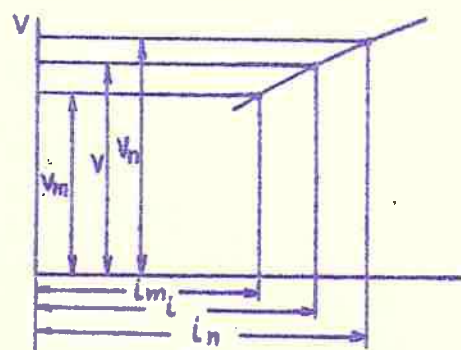


Fig. 76

minado do modo indicado na figura 76.

A excitação i corresponde a f.e.m. E obtida na característica a vazio, e a regulação é pois :

$$100(E - V)/V \%$$

Observando-se a figura 72, o valor da f.e.m. E pôde ser determinado pela fórmula :

$E = V + IZ \cos \varphi + IZ \sin \varphi$

$$E = \left[(V \cos \varphi + RI)^2 + (V \sin \varphi + XI)^2 \right]^{1/2} \text{ volts,}$$

desde que já tenha sido determinado o valor da reatância síncrona X por meio de um ensaio em curto-circuito. O alternador sendo posto em curto-circuito com a circulação da corrente normal I_n , retirando-se o curto-circuito e mantendo-se a mesma excitação, a tensão V_z obtida nessas condições corresponde à queda por impedância síncrona, ZI_n , pois em curto-circuito aquela tensão foi usada para vencer esta impedância. Assim, $V_z = ZI_n$ e $Z = V_z / I_n$. Conhecendo-se a resistência R tem-se a reatância síncrona

$$X = (Z^2 - R^2)^{1/2}.$$

A reatância síncrona X determinada pelo diagrama de Behn-Eschenburg é na realidade formada pela reatância própria do enrolamento induzido e pela reatância correspondente à reação do induzido; a reatância própria do induzido é devida à força magnetomotriz gerada neste por ação da corrente que o percorre, produzindo uma queda interna de tensão, e a reação do induzido é causada pela ação magnetizante deste sobre o campo indutor, enfraquecendo-o e assim reduzindo o valor da tensão gerada, no caso de circuitos exteriores indutivos, ou reforçando esse campo indutor no caso de circuitos exteriores capacitivos. A reatância própria do induzido tem efeitos idênticos quando se trata de fatores de potência indutivos ou capacitivos, esses efeitos de enfraquecimento ou reforço do campo sendo causados pelas forças magnetomotrizes correspondentes geradas nessa reatância, contrariando ou adicionando-se à força magnetomotriz induzida.

A reatância síncrona X e impedância síncrona Z usadas no diagrama de Behn-Eschenburg são determinadas por um ensaio em curto-circuito; ora, em curto-circuito, para uma excitação dada, o fluxo é muito menor que em marcha normal, portanto o ferro é menos saturado e o valor da impedância Z e reatância X são maiores que na marcha normal (indutância L maior). Assim, pelo diagrama de Behn-Eschenburg obtêm-se valores de queda de tensão e de regulação maiores que na realidade, bem como valor excessivo de corrente de excitação, motivo por que é denominado método pessimista.

Diagrama de Rothert.

Rothert admite que em um alternador fornecendo a corrente I com um fator de potência $\cos \varphi$, a tensão V nos terminais se origina da força magnetomotriz resultante F_v , esta provindo da composição da força magnetomotriz indutora F com a f.m.m. F_x de reação do induzido: $F_v = F + F_x$.

Considerando-se correntes de excitação correspondentes a estas forças magnetomotrizes tem-se: $i_v = i + i_x$,

estas correntes relacionando-se com as f.m.m. pela fórmula geral $F = 1,25Ni$.

Com o alternador em curto-circuito e fornecendo a corrente I , a tensão V

é nula e portanto são também nulas a f.m.m. F_v e corrente de excitação i_v correspondentes; neste caso tem-se

$$\bar{F} + \bar{F}_x = 0 \text{ ou } F = -F_x \text{ e } \bar{i} + \bar{i}_x = 0 \text{ ou } i = -i_x,$$

isto é, o alternador fornecendo em curto-circuito a corrente I , a f.m.m. indutora F é igual e oposta à f.m.m. F_x de reação do induzido. Tem-se também que a corrente de excitação i_x correspondente à reação do induzido é igual e oposta à corrente de excitação indutora i , esta última sendo a corrente de excitação que produz a corrente I no induzido em curto-circuito.

A f.m.m. de reação do induzido considerada por Rothert corresponde à reunião de uma f.m.m. F_a de reação propriamente dita, produzida pela passagem da corrente I nos condutores do induzido, com uma f.m.m. correspondente à dispersão das linhas de força magnéticas próximas a esses condutores.

No funcionamento a vazio tem-se $I = 0$ e portanto não há reação do induzido, isto é:

$$F_x = 0 \text{ e } i_x = 0.$$

Assim, a tensão V a vazio é produzida pela f.m.m. F_v ou corrente de excitação i_v dadas pelas relações $F_v = F$ e $i_v = i$, isto é, a corrente de excitação i_v é a corrente que produz a tensão V

nos terminais do alternador.

Considerando-se de um modo geral uma corrente i de excitação, a f.m.m. F e fluxo ϕ correspondentes são:

$$F = 1,25Ni \text{ e } \phi = 1,25Ni / (l/\mu S).$$

Assim, o fluxo ϕ_v corresponde à excitação i_v que produz a tensão V a vazio e está 90° na frente

dessa tensão, como indicado na fi-

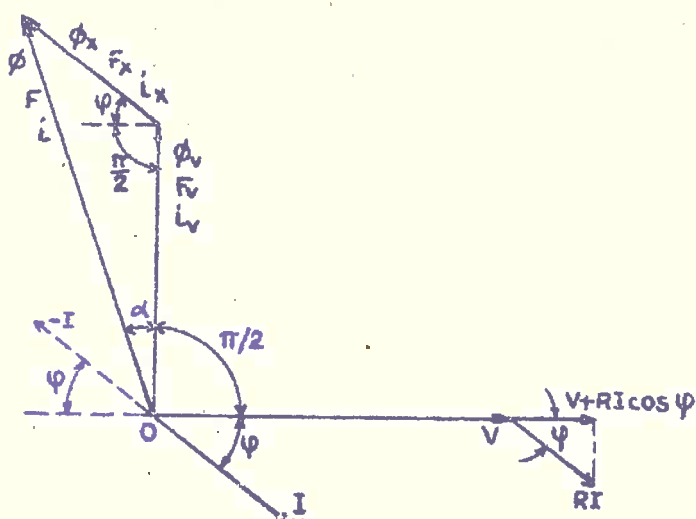


Fig. 77

gura 77; o fluxo ϕ_x corresponde à excitação i_x e à f.m.m. F_x e tem a mesma direção que a corrente I , mas o sentido contrario desta corrente I , que produz a f.m.m. de reação F_x .

Para se levar em conta a queda ohmica interna RI do induzido, considera-se em vez da tensão V uma tensão $V + RI \cos \phi$.

Pela figura 77 vê-se que a determinação da corrente i de excitação para o funcionamento do alternador com a tensão V nos terminais, corrente I e fator de potência $\cos \phi$, corresponde à determinação do terceiro lado de um triângulo, cujos dois outros lados são i_v e i_x fazendo entre si o ângulo $(\pi/2 + \phi)$, conforme a figura 78. A corrente de excitação i_v é a corrente que produz a tensão V ou $(V + RI \cos \phi)$ e é

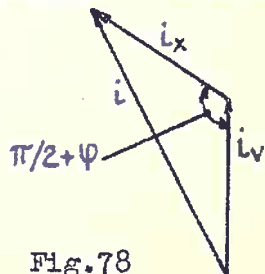


Fig. 78

obtida diretamente por meio da característica a vazio. A corrente i_x é a corrente de excitação que produz a corrente I no induzido do alternador em curto-circuito, e é obtida diretamente por meio da característica de curto-circuito.

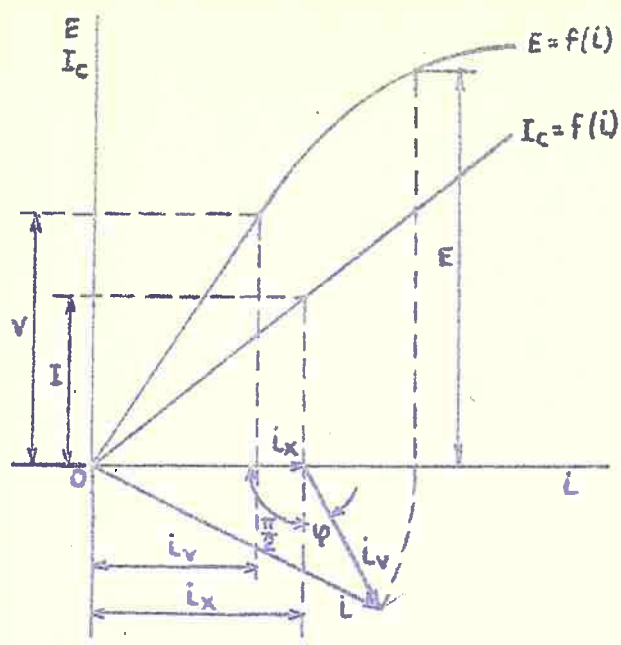


Fig. 79

característica de curto-circuito.

3)- traçado do triângulo que tem para lados i_v e i_x , fazendo entre si o ângulo $(\pi/2 + \varphi)$. O terceiro lado desse triângulo dá o valor procurado da corrente de excitação i .

Com o valor de i obtém-se o valor da f.e.m. E na característica a vazio, e a regulação é dada por

$$100(E - V)/V \%$$

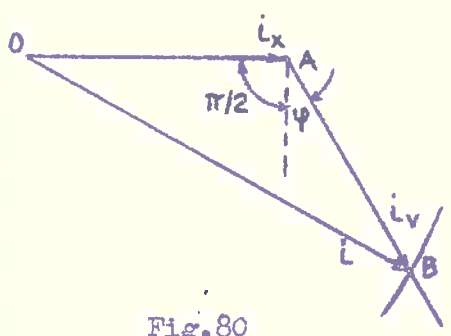


Fig. 80

mado por i_x com o lado desconhecido i_v . Com centro em O e raio i determina-se este terceiro lado i_v , (Fig. 80), ao qual corresponde a tensão V procurada, na característica a vazio.

O problema inverso, isto é, determinação da tensão V nos terminais, conhecendo i , I e $\cos \varphi$, corresponde igualmente ao traçado de um triângulo de qual se conhecem o lado i_x (excitação correspondente à corrente I na característica de curto-circuito), o lado i , e o ângulo $(\pi/2 + \varphi)$ for-

Diagrama do Instituto Americano de Engenheiros Eletricistas, A.I.E.E.

Neste diagrama, que é designado também por diagrama de reatância síncrona ajustada, são utilizadas a característica a vazio e a característica de wattada para a corrente I em consideração, esta corrente sendo em geral a corrente normal de plena carga.

O diagrama do A.I.E.E. assemelha-se até certo ponto com o diagrama de Behn-Eschenburg, e por este motivo é algumas vezes designado pelo nome de diagrama

de Behn-Eschenburg americano. Em ambos os diagramas supõe-se que a queda de tensão em carga é devida à impedância síncrona Z da máquina, composta da reatância síncrona $X = \omega L$ e resistência ôhmica interna R ; a diferença está apenas no modo de determinar o valor da reatância X ou indutância L . Para a determinação dessa reatância Behn-Eschenburg utiliza a característica de curto-circuito, ao passo que no diagrama do A.I.E.E. a reatância síncrona X é determinada pelo ensaio em dewattado, portanto em condições muito próximas do funcionamento normal, pois a corrente de excitação i e corrente fornecida I são as mesmas do funcionamento normal, e só é diferente o fator de potência.

O valor da reatância X obtido pelo ensaio em dewattado é maior que seu valor em funcionamento normal, mas muito mais próximo deste que o valor obtido por Behn-Eschenburg. Com efeito, para a mesma corrente I no induzido, a f.m.m. de reação do induzido se opõe tanto mais à f.m.m. indutora, quanto menor o fator de potência indutivo, isto é, quanto maior o defasamento da corrente I atrás da tensão V ; ora, no funcionamento em dewattado a corrente I está 90° atrás da tensão V ($\cos \varphi = 0$), portanto nestas condições o ferro está menos saturado que em funcionamento normal com um determinado $\cos \varphi$, e o valor da indutância L e reatância X assim determinados são maiores que na realidade. Em consequência

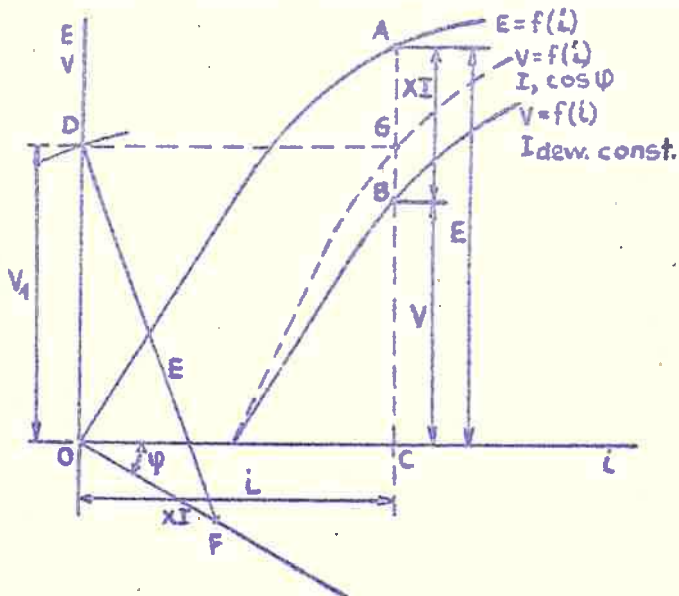


Fig. 81

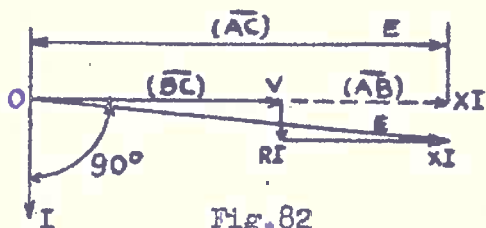


Fig. 82

os valores obtidos para quedas de tensão e regulação são também maiores, mas mais próximos que os obtidos pelo diagrama de Behn-Eschenburg. Considerando a equação dos alternadores $\vec{E} = \vec{V} + R\vec{I} + jX\vec{I}$, e desprezando-se o valor da queda ôhmica RI que em geral é insignificante, para o funcionamento em dewattado a queda XI estará em fase com V , e a equação se torna (Fig. 82):

$$E = V + XI$$

Pela figura 81, para uma excitação qualquer i a tensão V em funcionamento dewattado é dada por $\overline{BC}$, a queda XI é dada por $\overline{AB}$ e a f.e.m. interna E é dada por $\overline{AC}$.

Considerando-se agora o funcionamento com um determinado fator de potência $\cos \varphi$, diferente de zero, e supondo-se que o valor da reatância X é o mesmo que no funcionamento em dewattado, sendo V_1 a tensão nos terminais e I a corrente, tem-se na figura 83 o diagrama correspondente, que forma um triângulo tendo para lados E , V_1 e XI , sendo $(\pi/2 + \varphi)$ o ângulo entre V_1 e XI .

O diagrama do A.I.E.L. se baseia na construção de triangulos deste tipo e tra-

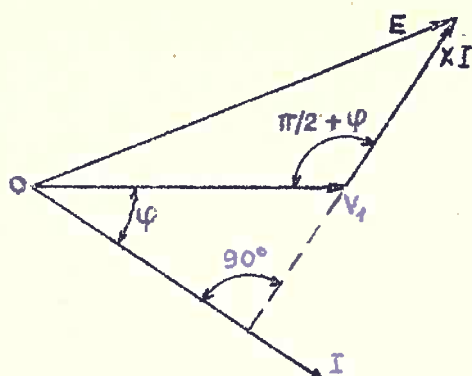


Fig. 83

çado da curva de variação da tensão V nos terminais em função da corrente de excitação i , para o fator de potencia $\cos \varphi$ considerado.

A construção para se determinar um dos pontos da curva de $V = f(i)$ para o $\cos \varphi$ dado é indicada na figura 81: para uma excitação i qualquer ($\overline{OC}$) obtém-se a f.e.m. E ($\overline{AC}$) e a queda XI ($\overline{AB}$); traçando-se um

eixo $\overline{OF}$ pela origem O , fazendo o angulo φ com o eixo Oi , e abaixo deste, marca-se um comprimento $\overline{OF}$ igual a $\overline{AB}$ ou XI , e com centro em F e raio igual a $\overline{AC}$ ou E traça-se um arco de circulo que corta em D o eixo das ordenadas; tem-se pois em OFD o triangulo correspondente ao da figura 83 e portanto $\overline{OD}$ representa o valor da tensão V_1 nos terminais do alternador fornecendo uma corrente I com a excitação i e fator de potencia $\cos \varphi$.

Por construção semelhante, na mesma figura, pôde-se obter varios pontos da curva $V = f(i)$, indicada em linha tracejada na figura 81. Esta curva permite obter-se diretamente o valor da tensão nos terminais para uma excitação dada, ou vloe-versa. Em ambos os casos, tendo-se ainda a f.e.m. E , a regulação nessas condições será $100(E - V)/V \%$.

Embora seja sem importancia a consideração da queda por resistencia ohmica,

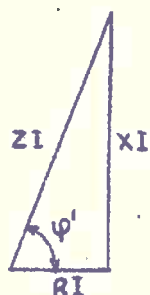


Fig. 84

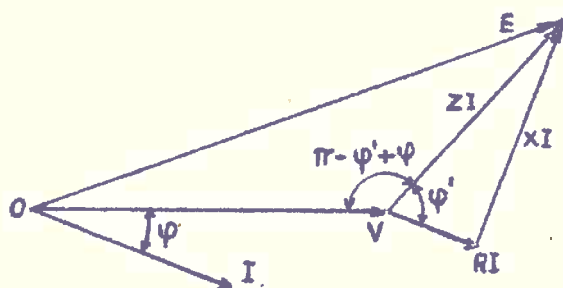


Fig. 85

esta pôde ser levada em conta traçando-se o triangulo das resistencias (Fig. 84) com os valores de RI e XI conhecidos, e determinando-se o valor da queda ZI , e do defasiamiento interno φ' .

Nestas condições o traçado

do triangulo ODF da figura 81 é feito tomando-se $\overline{OF}$ com um comprimento proporcional a ZI (em vez de XI), e o angulo formado por $\overline{OD}$ e $\overline{OF}$ deve ser neste caso $\pi - \varphi' + \varphi$ (em vez de $\pi/2 + \varphi$), conforme se nota pela figura 85.

Por meio do diagrama do A.I.E.E. pôde-se traçar as curvas de $V = f(i)$ para a corrente de plena carga ou para uma corrente I qualquer e para varios valores de fator de potencia.

Diagrama de Potier.

O diagrama de Potier considera separadamente os dois efeitos que produzem

a queda de tensão em carga, isto é, a reatância devida à dispersão do fluxo, atuando diretamente na f.e.m., e a reação do induzido propriamente dita, que atua sobre a f.m.m. indutora; por este motivo este diagrama dá resultados mais exatos que os diagramas anteriores, nos quais estes dois efeitos são considerados em conjunto, e expressos pela reatância síncrona do alternador, que na realidade é um valor fictício. O diagrama de Potier é algumas vezes designado por diagrama das forças magnetomotrizes.

Seja um alternador trifásico de pólos salientes e induzido fixo, com as fases ligadas em estrela, por exemplo, fornecendo a corrente I por fase, sob a tensão V na fase e fator de potência $\cos \varphi$; vamos determinar por meio do diagrama de Potier o valor da f.m.m. F por par de pólos indutores, ou o valor da corrente de excitação i necessária para o funcionamento nestas condições de carga da máquina.

A corrente de excitação i percorrendo as espiras dos pólos indutores, gera a f.m.m. F em cada par de pólos N e S, esta f.m.m. dando origem a um fluxo ϕ , a maior parte do qual atravessa o entreferro e corta os condutores do induzido; o restante deste fluxo fecha-se ao redor das bobinas de excitação, sem cortar os

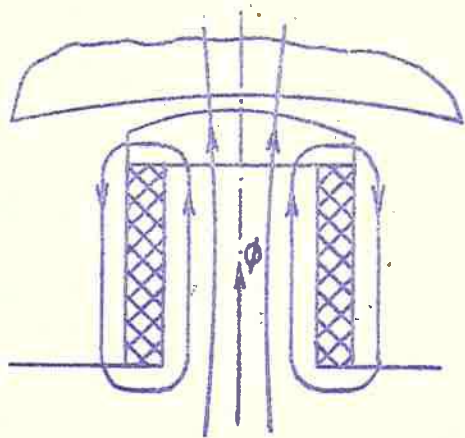


Fig.86

condutores do induzido; esta parte do fluxo é o fluxo de dispersão magnética do indutor (Fig. 86). Sendo S a seção do pólo e β a indução magnética, tem-se:

$$\phi = \beta S, \quad \beta = \mu H \quad \text{e} \quad R = l / \mu S,$$

e o aumento do fluxo ϕ para compensar a dispersão de fluxo indutor importará no aumento da indução β e diminuição da permeabilidade μ ;

deste modo a relutância R aumenta e será neces-

sário um acréscimo de corrente de excitação para vencer o acréscimo de relutância do núcleo. No entanto este acréscimo em geral não é considerado praticamente; quando necessário faz-se a correção devida a este fluxo de perdas.

Com a rotação da máquina o campo indutor se desloca ao longo do entreferro constituindo assim um campo girante de frequência $f = pn/60$, sendo p o número de pares de pólos e n o número de rotações por minuto. A pulsação é

$$\omega = 2\pi f = 2\pi pn.$$

O campo girante indutor tem uma distribuição mais próxima da sinusoidal quando se trata dos rotores cilíndricos dos turbo-alternadores, devido à colocação dos condutores da excitação.

Com a passagem da corrente I pelos condutores do induzido, em cada fase deste é gerada uma f.m.m. alternativa $F'_a = 1,25 N_f I$, que é proporcional à corrente I e está em fase com a mesma (N_f é o número de espiras por fase). As f.m.m. das três fases compõem-se formando um campo girante

ao qual corresponde uma f.m.m. $F_a = (3/2)F$, que tem um valor constante e se desloca ao longo do induzido com a mesma velocidade que o campo indutor; quando a corrente I passa por um máximo em uma bobina, a direção da f.m.m. F_a ou fluxo ϕ_a correspondente coincide com o eixo dessa bobina. Este campo magnético gerado pela corrente fornecida é denominado reação do induzido e o fluxo magnético correspondente é chamado fluxo de reação do induzido.

A posição relativa ocupada no entreferro pelos campos girantes ou f.m.m. indutora F e de reação do induzido F_a depende do fator de potência $\cos \psi$ do circuito exterior, isto é, do defasamento ψ entre a corrente e a tensão.

Suponhamos um determinado momento no qual o eixo de um pólo norte coincide com o eixo de uma das fases, como indica a figura 87. Neste instante o fluxo

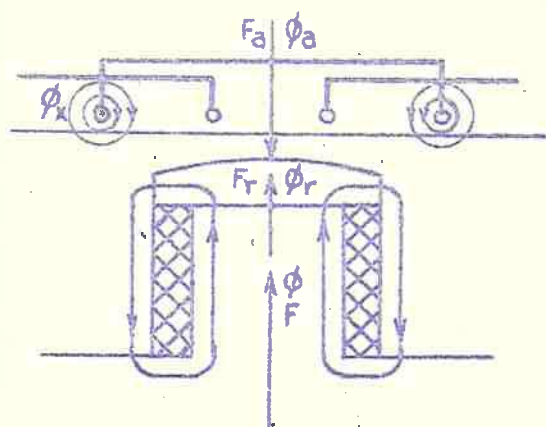


Fig. 87

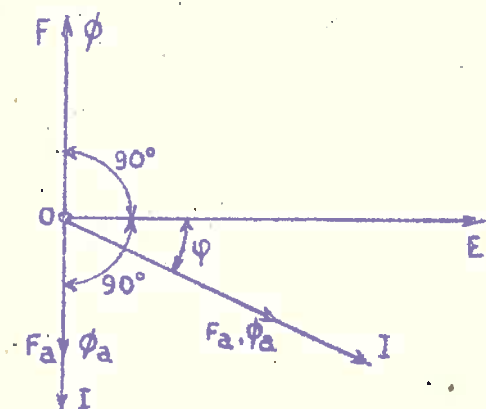


Fig. 88

$\phi_r = \phi - \phi_a$, e a f.m.m. resultante é $F_r = F - F_a$

No entanto, assim como foi visto para o indutor, tem-se também no enrolamento induzido linhas de força que se fecham em torno de seus condutores, sem atravessar o circuito comum, constituindo um fluxo de perdas que designaremos por ϕ_x (Fig. 87). O fluxo ϕ_x opõe-se ao fluxo resultante ϕ_r , e o trajeto de suas linhas de força sendo principalmente pelo ar (entreferro), a relutância pode ser considerada como constante, e portanto o fluxo ϕ_x é aproximadamente proporcional à corrente I ou à f.m.m. F_a de reação do induzido. Portanto o fluxo resultante final que corta os condutores do induzido é $\phi' = \phi_r - \phi_x$.

Observando que os fluxos magnéticos são proporcionais às f.e.m. que geram,

que corta os condutores dessa fase tem um valor máximo e a f.e.m. induzida é nula. No funcionamento em de-wattado, isto é, com um fator de potência $\cos \psi = 0$, a corrente I está atrasada de 90° da tensão e passa nesse instante por seu valor máximo; assim o fluxo ϕ_a ou f.m.m. F_a , em fase com a corrente I , coincide com o eixo do pólo, e está 90° atrás da direção da f.e.m. E ; como o fluxo indutor ϕ ou f.m.m. F está 90° na frente da f.e.m., o campo de reação do induzido está em oposição com o campo indutor (Fig. 88). Portanto para o funcionamento com um fator de potência $\cos \psi = 0$, isto é, quando o alternador fornece a corrente I sobre indutâncias puras, o fluxo resultante ϕ_r dos fluxos indutor ϕ e de reação do induzido ϕ_a é a sua diferença aritmética:

e estão adiantados de 90° destas f.m.m., tem-se para a relação anterior :

ao fluxo ϕ' corresponde a tensão produzida V nos terminais mais a queda interna por resistência ohmica RI , isto é, ao fluxo ϕ' corresponde a tensão $(V + RI)$;
ao fluxo ϕ_r corresponde a f.m.m. F_r ou ampere-voltas $(AV)_r$, aos quais corresponde a f.e.m. E_r produzida;

ao fluxo ϕ_x de dispersão corresponde a f.e.m. de perdas E_x , ou queda de tensão em uma reatância x de perdas ou dispersão de fluxo no induzido; sendo I a corrente percorrendo os condutores do induzido, tem-se que ao fluxo ϕ_x corresponde a tensão xI .

Portanto, no funcionamento com um fator de potência $\cos \varphi = 0$ tem-se a expressão aritmética seguinte, obtida substituindo-se na relação anterior os fluxos pelas tensões correspondentes :

$$V + RI = E_r - xI$$

Considerando-se agora a relação deduzida anteriormente, $F_r = F - F_a$, a f.m.m. F_r corresponde o fluxo ϕ_r e f.e.m. E_r ; a esta f.e.m. E_r , tem-se correspondentemente o valor i_r de corrente de excitação na característica a vazio; sendo $2n_1$ o numero de espiras por par de pólos indutores N e S , tem-se

$$F_r = 2n_1 \cdot i_r ;$$

a f.m.m. F corresponde a f.e.m. total E gerada e corrente de excitação i , os valores de E e i se correspondendo na característica a vazio; tem-se também

$$F = 2n_1 \cdot i ;$$

a f.m.m. F_a de reação do induzido, proporcional á corrente fornecida I , corresponde a corrente de excitação i_a , cujo valor é então proporcional á corrente I :

$F_a = 2n_1 \cdot \mu \cdot I$ e $i_a = \mu I$, sendo μ um coeficiente dependendo dos numeros de condutores e espiras do indutor.

Substituindo-se as f.m.m. por correntes de excitação na relação das primeiras, tem-se :

$$i_r = i - i_a$$

Em resumo, no funcionamento em dewattado tem-se as duas relações entre tensões e entre correntes de excitação :

$$V + RI = E_r - xI \quad \text{ou} \quad E_r = V + RI + xI \quad \text{e} \quad i_r = i - i_a$$

No caso geral, para um defasamento qualquer entre a corrente I e tensão V nos terminais, os campos magnéticos ou f.m.m. F indutora e F_a de reação do induzido não estarão mais em oposição, mas têm entre si um certo defasamento. Portanto para o caso geral as duas relações anteriores transformam-se em relações geometricas, das fórmulas :

$$\bar{E}_r = \bar{V} + R\bar{I} + x\bar{I} \quad \text{e} \quad \bar{i}_r = \bar{i} + \bar{i}_a$$

E como a queda xI se dá em uma reatância, tem-se :

$$\bar{E}_r = \bar{V} + R\bar{I} + jx\bar{I} \quad \text{e} \quad \bar{i} = \bar{i}_r - \bar{i}_a$$

Estas relações são verdadeiras fazendo-se a suposição dos campos magnéticos e fluxos correspondentes serem perfeitamente sinusoidais; a forma dos fluxos

É mais próxima da sinusoidal quando se trata de turbo-alternadores, com rotores cilíndricos contendo enrolamento de excitação distribuído. No entanto o diagrama é também usado no caso de alternadores de pólos salientes com resultados satisfatórios.

Supondo-se conhecidos os valores da queda xI e da excitação i_a , vamos traçar o diagrama de Potier, que é a expressão gráfica das duas equações anteriores, e em seguida iremos ver os modos de determinar os valores de xI e i_a .

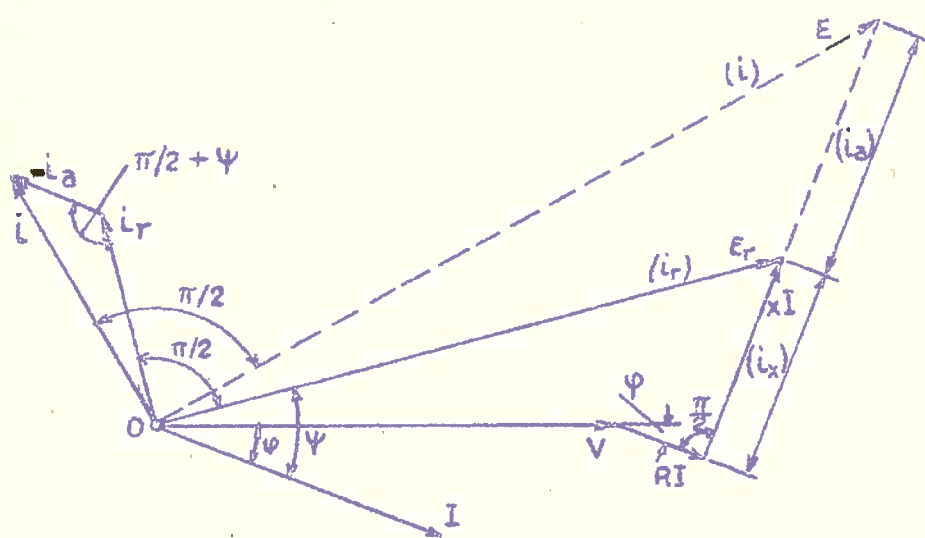


Fig. 89

Seja determinar a excitação i necessária para o funcionamento do alternador com uma tensão V nos terminais, fornecendo a corrente I com um fator de potência $\cos \psi$. Traça-se um vetor V horizontal e marca-se a direção da corrente I atrás de V do ângulo ψ .

Pela extremidade de V traça-se um vetor RI paralelo ao da corrente I , e pela extremidade de RI traça-se xI adiantado de 90° ; obtém-se então o diagrama de

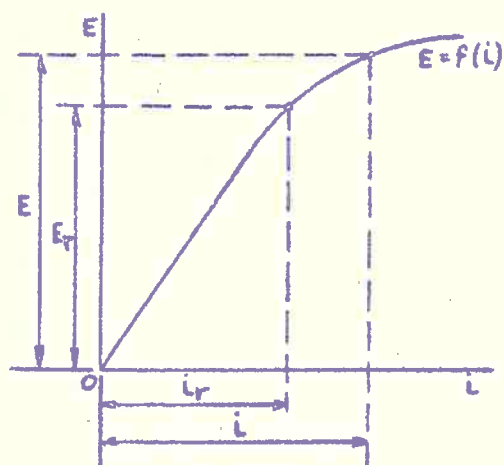


Fig. 90

tensões que fica fechado pelo vetor E_r , satisfazendo a primeira equação (Fig. 89):

$$\vec{E}_r = \vec{V} + \vec{RI} + jx\vec{I}$$

O valor da f.e.m. E_r levado à característica a vazio dá o valor da corrente de excitação i_r correspondente (Fig. 90). Como os fluxos estão sempre adiantados de 90° das f.e.m. que produzem, e como as f.m.m. ou correntes de excitação estão em fase com os fluxos correspon-

dentes, o valor de i_r é marcado no diagrama (Fig. 89) adiantado 90° de E_r . A corrente de excitação i_a estando em fase com I , o vetor $(-i_a)$ é representado por um vetor paralelo a I , mas em sentido contrario (sinal $-$); o vetor resultante de i_r e $(-i_a)$ é a corrente de excitação i procurada, satisfazendo a segunda equação

$$\vec{i} = \vec{i}_r - \vec{i}_a$$

Com o valor i obtém-se a f.e.m. E na característica a vazio e a regulação é pois:

$$100(E - V)/V \%$$

Na figura 89, transformando-se os valores de corrente de excitação em tensões correspondentes e girando-se o triângulo de 90° de modo que i_r coincida com E_r , tem-se nas linhas tracejadas os valores de i_a e i correspondentes a

tensões; inversamente, a quôda xI tem-se uma excitação i_x correspondente.

No caso do problema inverso, isto é, determinação da tensão V nos terminais para valores conhecidos de corrente i de excitação, corrente I fornecida com fator de potência $\cos \psi$, a resolução do diagrama de Potier é feita por meio de tentativas e curva de erros. Admite-se um valor de tensão V_1 e calcula-se a corrente de excitação i_1 correspondente; para uma tensão V_2 tem-se uma excitação i_2 determinada pelo diagrama; quando os valores de i_1 e i_2 são próximos do valor de i , o que é conseguido em algumas tentativas, e de preferência compreendem o valor i , traça-se uma reta pelos pontos (V_1, i_1) e (V_2, i_2) e com o valor i obtém-se com aproximação o valor de V correspondente.

Determinação dos valores da quôda xI e corrente de excitação i_a .

Os valores de xI e i_a podem ser determinados por meio da característica dewattada levantada para a corrente I considerada, este processo sendo devido a Potier, ou também com o auxílio da característica de curto-circuito.

a) - Determinação de xI e i_a por meio da característica dewattada.

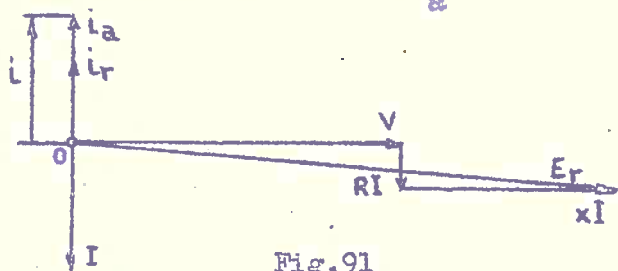


Fig. 91

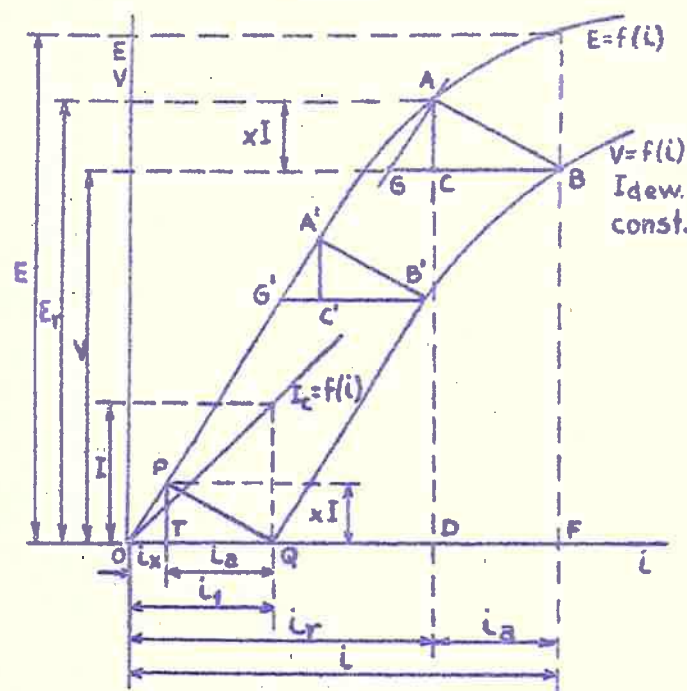


Fig. 92

No funcionamento em dewattado, a corrente I estando 90° atrás da tensão V nos terminais, e desprezando-se o valor de RI que em geral é muito pequeno, tem-se: $E_r = V + xI$, igualdade aritmética (Fig. 91).

Do mesmo modo a relação das correntes de excitação se transforma em uma igualdade aritmética:

$$i = i_r + i_a$$

Tem-se na figura 92, para a excitação i_r , a f.e.m. E_r e para a excitação $i = i_r + i_a$ tem-se a f.e.m. interna E e tensão V em carga dewattada. Como

$$E_r = V + xI, \text{ tem-se } xI = E_r - V$$

$$\text{ou } xI = \overline{AD} - \overline{CD} = \overline{AC}$$

Tem-se ainda $i_a = i - i_r$ ou

$$i_a = \overline{OF} - \overline{OD} = \overline{DF}$$

Como xI e i_a são proporcionais à corrente I , os lados $\overline{AC} = xI$ e $\overline{CB} = i_a$ do triângulo retângulo ACB são constantes quando se tem sempre a mesma corrente I , como é o caso da característica dewattada. Assim, a característica dewattada corresponde à curva obtida pelo deslocamento do triângulo constante ACB , o

ponto A se deslocando sobre a característica a vazio, e o ponto B deslocando-se sobre uma curva que é a curva dewattada. Em outros termos, a característica dewattada é obtida pelo deslocamento da característica a vazio paralelamente a si mesma, cada ponto desta se deslocando de um comprimento $\overline{AB}$ e sempre paralelamente a essa linha $\overline{AB}$. Deste modo, traçando-se pelo ponto Q de origem da característica dewattada, uma réta $\overline{QP}$ paralela a $\overline{AB}$, e pelo ponto P baixando-se a perpendicular $\overline{PT}$, tem-se em PTQ o triângulo constante igual a ACB, e

$$\overline{PT} = xI \quad \text{e} \quad \overline{TQ} = i_a$$

A tensão xI corresponde a corrente de excitação $\overline{OT}$, que designaremos por i_x :

$$\overline{OT} = i_x$$

O comprimento $\overline{OQ}$ é pois a soma aritmética, que designaremos por i_1 :

$$\overline{OQ} = i_x + i_a = i_1$$

Como se vê na figura 92, o deslocamento $\overline{AB}$ de um ponto A da característica a vazio, para um ponto B da característica dewattada, é a resultante de um deslocamento vertical igual a xI e de um deslocamento horizontal igual a i_a .

Tendo em vista esta dedução feita, vejamos a maneira de determinar xI e i_a .

I) - Dados: características a vazio e dewattada.

Marca-se um ponto A na característica a vazio e copia-se em um papel transparente esta característica indicando o ponto A e os eixos de coordenadas; deslocando-se o papel transparente, mantendo paralelos os eixos, faz-se coincidir a curva a vazio do papel transparente com a característica dewattada do gráfico; marca-se sobre esta o ponto B que é o ponto A deslocado. Tem-se assim o deslocamento $\overline{AB}$ donde se obtém a queda xI e corrente de excitação i_a .

Pôde-se proceder também como no caso (II) seguinte.

II) - Dados: característica a vazio e um ponto da característica dewattada.

Seja B o ponto dado, na figura 92. Observando esta figura, com o deslocamento do triângulo ACB ou PTQ, pôde-se supor que o triângulo OPQ também se desloca, com o lado $\overline{OP}$ sempre paralelo à parte réta inicial da característica a vazio. Tendo este fato em vista, procura-se construir este triângulo OPQ, o vértice Q se colocando no ponto B: pelo ponto B dado traça-se uma réta horizontal e marca-se a partir de B, para a esquerda, um comprimento

$$\overline{BG} = \overline{OQ} = i_1 = i_a + i_x$$

O ponto Q inicial da característica dewattada é obtido por meio da característica de curto-circuito; a excitação i_1 é a abscissa correspondente à ordenada I na característica de curto-circuito.

Pelo ponto G traça-se uma paralela à parte réta inicial da característica a vazio, cortando-a no ponto A. Assim obtém-se a translação $\overline{AB}$ e baixando de A uma perpendicular a $\overline{BG}$ tem-se:

$$\overline{AC} = xI \quad \text{e} \quad \overline{CB} = i_a$$

que são os valores procurados.

Evidentemente o ponto B deve estar acima da parte reta inicial da característica dewattada, pois em caso contrario (ponto B', na parte reta) o ponto B' estará sobre a curva a vazio e uma paralela por G' não se prestará para determinar o ponto A' e portanto o triangulo desejado A'B'G' (Fig.92).

Este ultimo processo de determinação das constantes xI e i_a é o mais usado praticamente, pois em geral é difficil obter-se por ensaio a curva dewattada completa. Na pratica obtem-se um ou mais pontos desta caracteristica fazendo o alternador em ensaio fornecer corrente a um outro alternador funcionando como motor sincrono, com excitação fraca.

Tratando-se de um processo grafico, ha sempre um pequeno erro na construção do triangulo ABG; no entanto ha uma compensação para esse erro, pois si i_a (i_a) fôr menor, $\overline{AC}$ ou (xI) será maior, e vice-versa.

Pelo que foi visto, sendo dado apenas um ponto da caracteristica dewattada, pôde-se traçar esta curva completa traçando-se paralelas á réta $\overline{AB}$ e marcando sobre estas, a partir dos pontos onde cortam a caracteristica a vazio, comprimentos iguais a $\overline{AB}$, tais como $\overline{A'B'}$, $\overline{PQ}$, etc.; os pontos obtidos B', Q, etc., (Fig.92), unidos entre si formam a curva dewattada.

No caso de ser dado um ponto ou toda a curva dewattada para uma corrente I constante, e se precisar por exemplo determinar a excitação para uma tensão V,

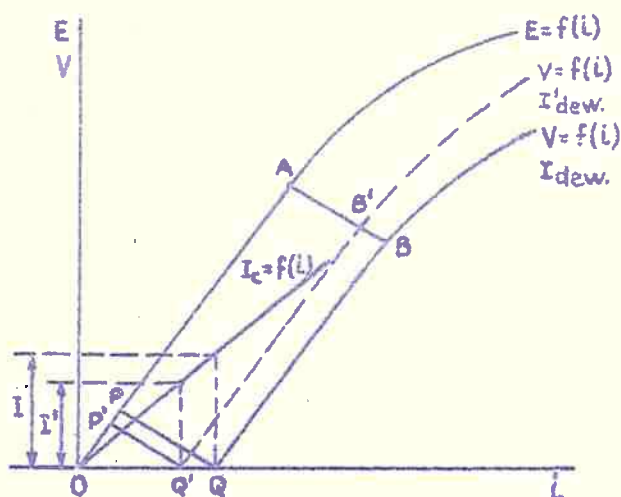


Fig.93

paralela a $\overline{AB}$ ou $\overline{PQ}$ e os triangulos semelhantes obtidos nos dão (Fig.93) :

$$I'/I = \overline{OQ'}/\overline{OQ}, \quad \overline{OQ'}/\overline{OQ} = \overline{P'Q'}/\overline{PQ} = \overline{AB'}/\overline{AB} \quad \text{donde} \quad \overline{AB'}/\overline{AB} = I'/I.$$

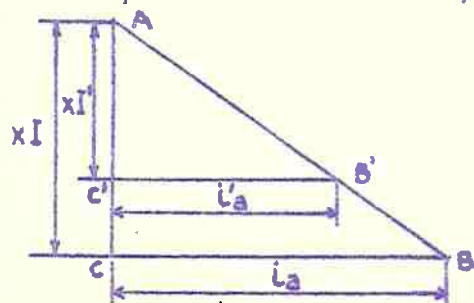


Fig.94

Do mesmo modo, obtem-se nos triangulos semelhantes ACB e AC'B' (Fig.94) : $\overline{AB'}/\overline{AB} = xI'/xI = i_a'/i_a$, donde se obtem

$$xI' = (\overline{AB'}/\overline{AB}).xI = (I'/I).xI$$

$$i_a' = (\overline{AB'}/\overline{AB}).i_a = (I'/I).i_a$$

Como $i_a = \mu I$ e xI são proporcionais á corrente I, a réta $\overline{AB}$ tambem o será: $\overline{AB} = k.I$

Em resumo, sendo dadas as características a vazio e de curto-circuito, e um ponto B da característica de wattada para a corrente I , assim como a resistência R do induzido, a sequência do traçado do diagrama de Potier para determinar a regulação do alternador com uma tensão V nos terminais, corrente I e fator de potência $\cos \varphi$, é a seguinte (V. figura 92) :

1) - Toma-se o valor da corrente I na curva de curto-circuito e determina-se o valor da corrente $i_1 = i_x + i_a$.

2) - Pelo ponto B traça-se uma horizontal e marca-se $\overline{BG} = i_1$; por G traça-se uma paralela à parte retilínea inicial da curva a vazio, cortando esta última no ponto A; baixa-se pelo ponto A uma vertical que corta $\overline{BG}$ no ponto C. Assim :

$$\overline{AC} = xI \quad \text{e} \quad \overline{CB} = i_a.$$

3) - Constrói-se o diagrama da figura 89, tomando-se V horizontal, I atrasada do ângulo φ e RI em fase com I ; xI é marcada 90° na frente de RI , e obtém-se E_r .

4) - Ao valor E_r na característica a vazio corresponde a corrente de excitação i_r na figura 90; esta é marcada no diagrama (Fig. 89), adiantada de 90° sobre E_r ; tomando-se em seguida o valor de i_a paralelo e em oposição a I , o vetor i resultante é a corrente de excitação procurada. Na característica a vazio, ao valor i corresponde a f.e.m. E e a regulação é portanto

$$100(E - V)/V \%$$

b) - Determinação de xI e i_a por meio da característica de curto-circuito.

Como foi visto, tem-se:

$$i_1 = i_a + i_x,$$

onde i_1 é a corrente de excitação necessária para manter a corrente I no alternador em curto-circuito ($V = 0$), essa corrente i_1 correspondendo à corrente I tomada na curva de curto-circuito.

Portanto i_1 é conhecida, e basta determinar o valor de i_a , pois neste caso i_x é obtida pela diferença aritmética $i_x = i_1 - i_a$, e xI pode ser determinada na curva a vazio, correspondendo à excitação i_x (Fig. 92). Como foi também visto, $i_a = \mu I$, isto é, o valor de i_a é obtido multiplicando-se a corrente I por um coeficiente μ .

Para um alternador trifásico com ligação estrela, sendo N_f o número de espiras por fase do induzido, n_i o número de espiras indutoras por pólo e p o número de pares de pólos, tem-se :

$$\mu = 1,1(N_f/pn_i) \quad \text{no caso de pólos salientes, e}$$

$$\mu = 1,61(N_f/pn_i) \quad \text{no caso de rotores cilíndricos.}$$

Estes valores de μ são provenientes de fórmulas do G.M.E. (Gros Matériel Electrique).

Deste modo, calcula-se $i_a = \mu I$ e determinam-se os valores de i_x e xI .

Observando-se a figura 92 nota-se que a excitação i_x corresponde à queda

xI é proporcional a xI e portanto á corrente I , desde que não haja saturação na máquina (x constante); como $i_a = \mu I$ é também proporcional á corrente I , a corrente $i_1 = i_x + i_a$ é proporcional á corrente I , antes da saturação magnética. Como os pares de valores (I, i_1) , variando-se a excitação com o induzido em curto-circuito, formam a curva de curto-circuito, esta é uma réta antes da saturação da máquina; ao atingir a saturação o aumento da corrente I é cada vez menor com o aumento da excitação, e a curva de curto-circuito se inclina para o eixo das abscissas.

Caso dos alternadores monofasicos.

O campo alternativo dos alternadores monofasicos se decompõe em dois campos girantes de amplitude metade da do campo alternativo, e girando em sentido contrario um do outro :

$$H_m \cdot \sin \omega t \cdot \cos \lambda x = (H_m/2) \cdot \sin(\omega t + \lambda x) + (H_m/2) \cdot \sin(\omega t - \lambda x) .$$

Com o uso de amortecedores o campo parasita de frequencia dupla é praticamente eliminado, ficando apenas um dos campos que gira juntamente com o campo indutor, como no caso dos alternadores trifasicos. Portanto o diagrama de Potier se aplica também aos alternadores monofasicos amortecidos; neste caso, como o valor maximo do campo girante é a metade do valor maximo do campo alternativo, a f.m.m. de reação do induzido é $0,5F_a$ e a corrente de excitação correspondente é $0,5i_a$.

Diagrama Geral.

Neste diagrama é considerada uma característica a vazio ideal do alternador, deixando-se inicialmente de levar em conta a influencia da saturação; neste caso a curva a vazio é em seu todo uma linha réta orientada segundo a parte inicial da característica, passando em geral pela origem dos eixos. O efeito da saturação magnética é considerado no final do diagrama, levando-se em conta o aumento de corrente de excitação necessario para compensar êsse efeito.

O diagrama Geral considera a dispersão magnética em torno dos condutores do induzido, do mesmo modo que no diagrama de Potier, por uma reatancia x ou queda de tensão xI ; a determinação do valor desta queda xI é feita da mesma maneira que no diagrama de Potier, por meio da característica dewattada (Fig.95). A composição da tensão V nos terminais do alternador em carga, com a queda xI , dá a f.e.m. E_x , á qual corresponde na característica a vazio, uma corrente de excitação i_x , da qual uma parte i_s é a necessaria para compensar a saturação da máquina. Assim, na figura 95 tem-se :

$$\overline{FG} = i_s .$$

Para produzir nos terminais a tensão V a vazio é necessaria uma corrente de excitação i_v , não considerando a saturação :

$$\overline{AB} = i_v$$

Na figura 96 tem-se i_v adiantada de 90° da tensão produzida V , porque essa corrente está em fase com o fluxo que produz V a vazio; a corrente i_1 , sendo a excitação que corresponde á circulação da corrente I no induzido em curto-circuito, é portanto empregada para compensar a reação do induzido, estando por isso em oposição com o vetor de I .

O valor da excitação final i procurado pelo diagrama Geral é obtido compondo-se i' com i_s , esta ultima sendo, como vimos, uma parte de i_r que produz E_r ; por este motivo i_s é tomada 90° na frente de E_r . A corrente de excitação i corresponde a f.e.m. E na característica a vazio e a regulação é dada por:

Em geral a queda ohmica RI é desprezada, por ter um valor relativamente pequeno. Para se considerar a queda RI toma-se $V + RI \cos \varphi$ em vez de V, para determinar a corrente i_v correspondente.

Considerando-se o diagrama de Potier, a corrente de excitação i_a correspondente à reação do induzido é decomposta nas correntes i_{ad} e i_{aw} , a primeira seguindo a direção de i e a segunda 90° na frente da primeira (Fig.97). Assim o fluxo ϕ_r que produz E_r é também decomposto nos dois fluxos ϕ_d e ϕ_w , sendo

ϕ_d produzido por i e i_{ad} e ϕ_w produzido por i_{aw} .

Traçando-se o diagrama de Potier, a f.e.m. E estará 90° atrás do vetor corrente i ou fluxo ϕ , conforme indicado na figura 98. A corrente I é decomposta nas correntes wattada I_w e dewattada I_d , a primeira na direção de E e a segunda 90° atrás dessa f.e.m. E .

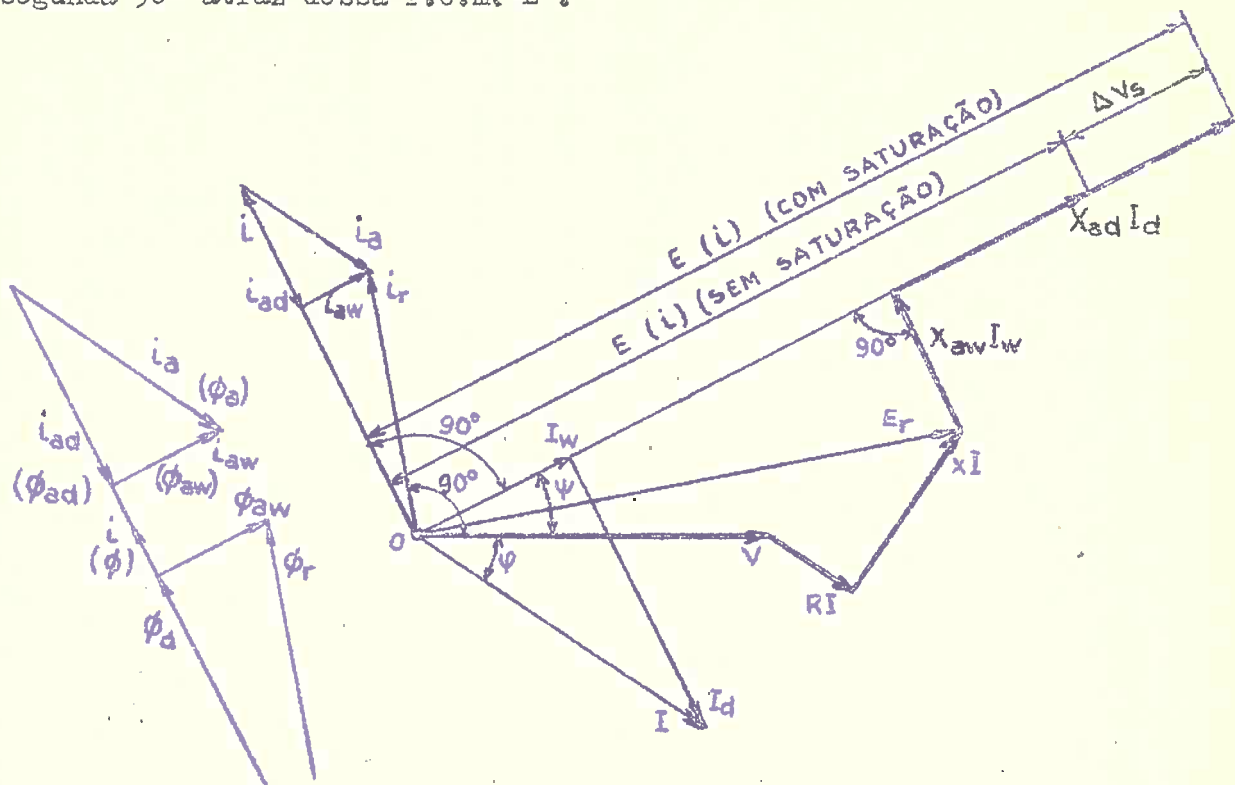


Fig.97

Fig.98

Como se observa pela figura 99, a f.e.m. E estando 90° atrás da corrente

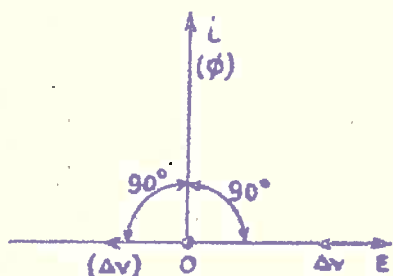


Fig.99

de excitação i que a produz, e as quedas de tensão sendo de sentido inverso da f.e.m. E , conclui-se que as quedas de tensão designadas de um modo geral por Δv estão 90° adiantadas da excitação i ou fluxo ϕ correspondente. Deste modo, referindo-nos novamente à figura 98, a corrente i_{aw} (fluxo transversal ϕ_{aw}) corresponderá uma queda de tensão

$X_{aw} I_w$ que está 90° na frente de i_{aw} , sendo $X_{aw} I_w$ a queda por reação transversal; e a corrente i_{ad} (fluxo longitudinal ϕ_{ad}) corresponderá uma queda de tensão $X_{ad} I_d$ que está 90° na frente de i_{ad} , sendo $X_{ad} I_d$ a queda por reação longitudinal.

Portanto, não levando em conta a saturação da máquina, a f.e.m. interna E é a soma vetorial da tensão V nos terminais com a queda ohmica RI , queda por reatância xI , queda $X_{aw} I_w$ e queda $X_{ad} I_d$. A corrente i_s devida à saturação corresponderá uma queda de tensão Δv_s .

O valor final da f.e.m. E é pois a soma vetorial anterior acrescida desta queda Δv_s .

Para simplificar o diagrama, em vez de se decompor apenas a corrente i_a de reação do induzido, decompõe-se a soma $(i_a + i_x)$ ou i_l nas duas direções i_d

Obtem-se assim o diagrama da figura 100.

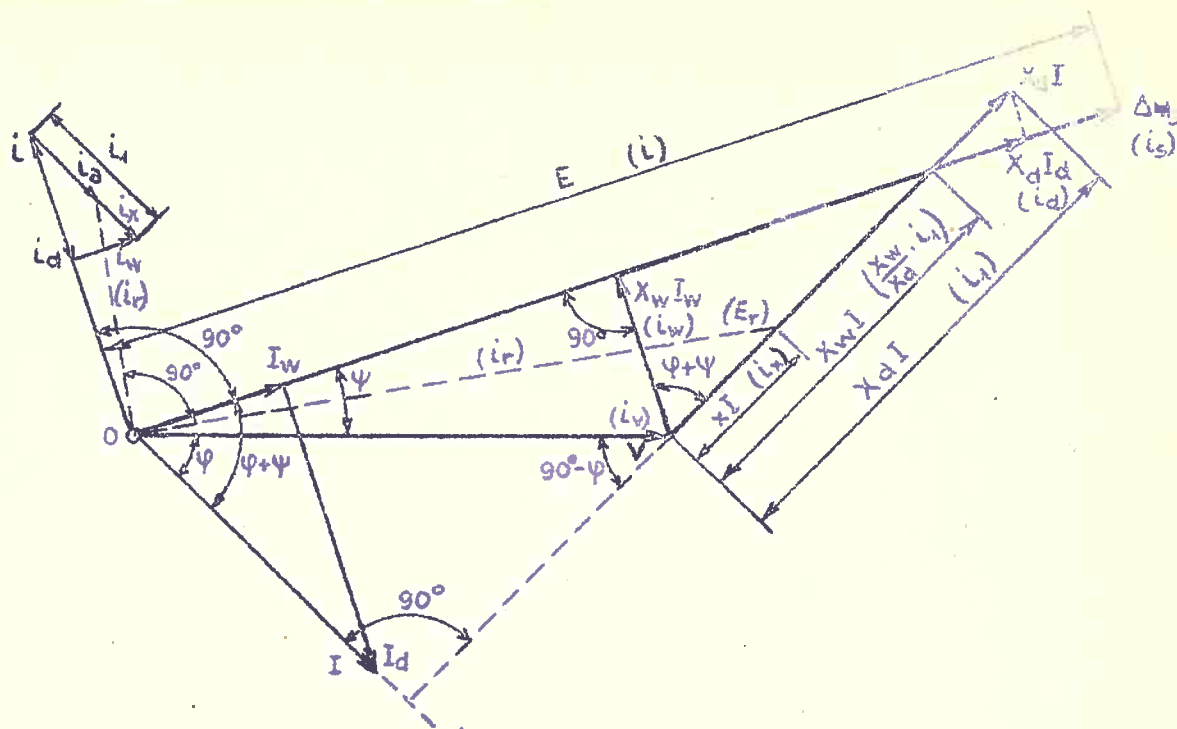


Fig. 100

Neste caso, a corrente i_w corresponde a queda $X_{w w} I$ e a corrente i_d corresponde a queda $X_{d d} I_d$. Sendo Δv_s a queda correspondente à corrente i_s (saturação), tem-se:

$$\bar{E} = \bar{V} + x_w \bar{I}_w + x_d \bar{I}_d + \bar{\Delta v}_s$$

A queda X_{dI} corresponde a queda $X_d I$ em quadratura com a corrente I (a projeção de $X_d I$ é $X_d I_d$), esta queda $X_d I$ sendo a queda por reatância síncrona do alternador (corrente i_1), igual à soma da queda xI de reatância dos condutores do induzido (corrente i_x), com a queda por reação do induzido (corrente i_a) observa-se que $i_1 = i_a + i_x$.

A queda $\frac{X I}{\omega}$ corresponde a queda $\frac{X I}{\omega}$ em quadratura com a corrente I (a projeção de $\frac{X I}{\omega}$ é $\frac{X I}{\omega}$).

A queda $X_d I$ é proporcional à corrente i_1 , não considerando a saturação, portanto a queda $X_w I$ será proporcional a $(X_w/X_d) \cdot i_1$.

Pela figura 100 tem-se :

$$\frac{X I}{W} = V \cdot \sin \psi = \frac{X I}{W} \cdot \cos(\varphi + \psi) \quad .$$

Desenvolvendo: $V \cdot \sin \psi = \sum_{\text{W}} I \cdot \cos \varphi \cdot \cos \psi - \sum_{\text{W}} I \cdot \sin \varphi \cdot \sin \psi$.

$$(V + X_W I \cdot \sin \varphi) \cdot \sin \psi = X_W I \cdot \cos \varphi \cdot \cos \psi \quad .$$

Donde: $\text{tg } \psi = (X_w \cdot \cos \varphi) / (V + X_w \cdot \sin \varphi)$

O ângulo Ψ de atraso da tensão V nos terminais sobre a f.e.m. E a vazio, com excitação de marcha em carga é denominado defasamento interno.

Tem-se também, pela primeira equação:

$$X_w = V \cdot \sin \psi \cdot [I \cdot \cos(\varphi + \psi)]^{-1}$$

Pela figura 100 tem-se ainda que

$$\bar{E} = \bar{V} \cdot \cos \psi + X_d \bar{I} \cdot \sin(\psi + \psi) + \Delta \bar{V}_s .$$

O ângulo ψ pôde ser determinado por um ensaio, correspondendo ao deslocamento angular do rotor com a máquina em carga, e X_w é calculada por meio da fórmula anterior. A determinação de X_w pôde ser feita também por um ensaio de análise, ou calculada considerando a disposição do enrolamento nas ranhuras.

O traçado do diagrama das Duas Reações é até certo ponto identico ao do diagrama Geral: a f.e.m. E_r , correntes i_v e i_s são determinadas do modo indicado nas figuras 95 e 96, página 67.

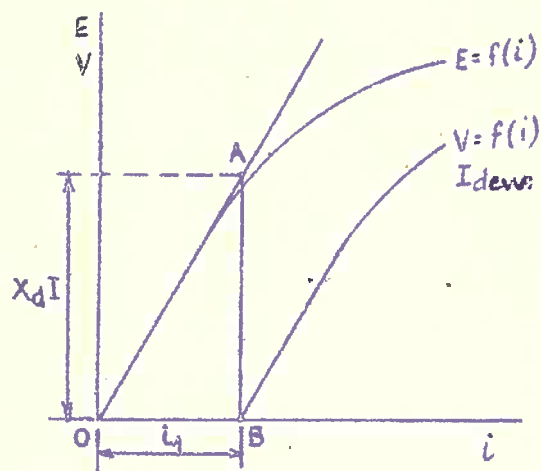


Fig. 101

nal ao comprimento $\overline{AB}$, e portanto $X_d = \overline{AB}/I$.

A construção da figura é analoga á da figura 96, tomando-se i_v adiantada

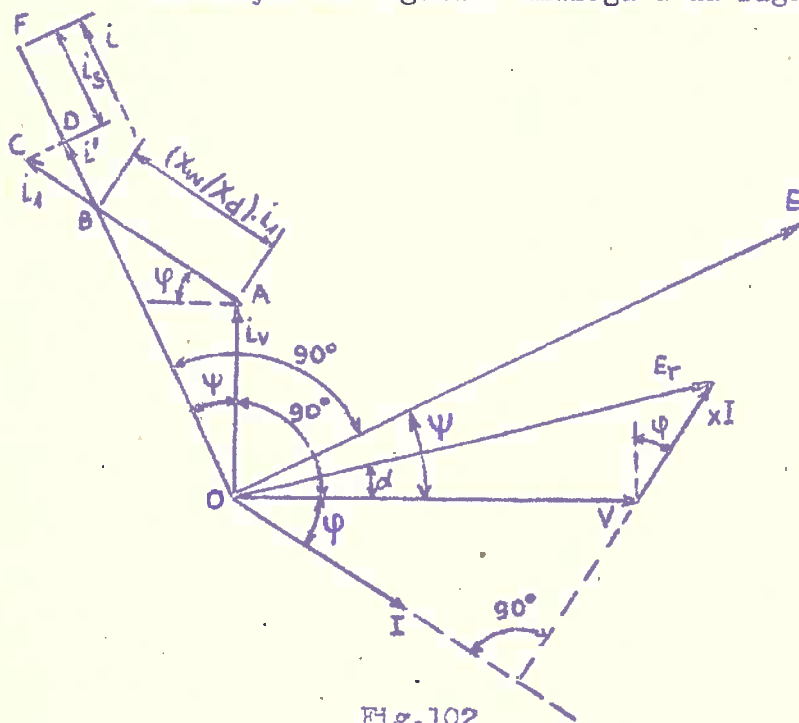


Fig. 102

em carga, si não houvesse saturação. No prolongamento de $\overline{OD}$ toma-se $\overline{DF} = i_s$ e obtém-se

$$\overline{OF} = i ,$$

que é a corrente de excitação procurada.

Na característica real a vazio tem-se o valor da f.e.m. E correspondente á corrente i e a regulação é portanto

$$100(E - V)/V \% .$$

cado nas figuras 95 e 96, página 67.

O valor da reatância X_d é determinado na característica a vazio sem saturação: a máquina estando em curto-circuito, a corrente i_1 é empregada toda para vencer a queda $X_d I$ por reatância síncrona; tirando-se o curto-circuito, a tensão lida no voltômetro dá o valor de $X_d I$. Este valor é obtido como indica a figura 101, correspondente á corrente i_1 , isto é, o valor de $X_d I$ é proporcio-

nal ao comprimento $\overline{AB}$, e portanto $X_d = \overline{AB}/I$.
de 90° da tensão V ; a corrente i_1 é marcada paralelamente e em sentido contrario ao da corrente I . Toma-se sobre i_1 um comprimento $\overline{AB}$ proporcional a $(X_w/X_d).i_1$ e unem-se os pontos O e B . Projctando o ponto C sobre a direção $\overline{OB}$ obtém-se o ponto D e o comprimento $\overline{OD} = i'$, que é a corrente de excitação necessária para produzir V

O diagrama Geral e o diagrama das Duas Reações, assim como os ensaios para a determinação da reatância X_w são indicados no livro "Electrical Transmission and Distribution Reference Book", da Westinghouse Electric & Manufacturing Company, capítulo 7 : "Machine Characteristics", por C.F. Wagner, páginas 132 , 133 e 134. O diagrama das Duas Reações é denominado "Two Reaction Potier Voltage Method" e a expressão - diagrama Geral - se origina da denominação - "General Method" -, feita no referido capítulo.

Observações sobre os diagramas.

Nos ensaios diretos de funcionamento dos alternadores as potências a fornecer e a consumir nas experiências são da ordem da potência normal de cada máquina; por meio dos diagramas, como foi visto, necessitam-se as características

- 1) - característica a vazio $E = f(i)$,
- 2) - característica de curto-circuito $I_c = f(i)$,
- 3) - característica em dewattado $V = f(i)$, com I constante dewattada .

Considerando-se um alternador trifásico funcionando com a corrente I , tensão V e fator de potência $\cos \varphi$, a potência é dada por :

$$P = \sqrt{3} \cdot V I \cos \varphi .$$

No funcionamento para a obtenção da característica a vazio tem-se $I = 0$, para a característica de curto-circuito $V = 0$ e para a dewattada $\cos \varphi = 0$, isto é, a potência é aproximadamente nula em cada um dos casos, tendo um valor bastante reduzido.

Além da vantagem do consumo de pequena potência na determinação das características dos alternadores já construídos, os diagramas permitem a predeterminação das características de alternadores projetados para construção.

Considerando os varios diagramas observa-se o seguinte:

Diagrama de Behn-Eschenburg - A reatância síncrona considerada neste diagrama, formada pela reatância própria do induzido e pela reatância correspondente à reação do induzido, é determinada por um ensaio em curto-circuito, abaixo da saturação, e portanto o valor dessa reatância é maior que o verdadeiro; correspondentemente a queda de tensão é maior que a real, o mesmo acontecendo com a corrente de excitação procurada, e calculada.

Diagrama de Rothert - A corrente de excitação correspondente à reação do induzido é determinada por um ensaio em curto-circuito, abaixo da saturação, e seu valor é menor que o verdadeiro, assim como o valor da corrente de excitação procurada; consequentemente a queda de tensão calculada é menor que a real.

Diagrama do A.I.E.E. - A reatância síncrona é determinada pelo ensaio em dewattado, muito pouco abaixo da saturação do funcionamento, e seu valor é pouco maior

que o real; a queda de tensão é pois pouco maior que a verdadeira, do mesmo modo que a corrente de excitação calculada.

Diagrama de Potier - A reatância própria do induzido (x) é determinada por meio de uma corrente de excitação (i_r) pouco menor que a verdadeira, portanto com menor saturação e fluxo menor, isto é, menor dispersão; seu valor é pois menor que o real, assim como a queda de tensão e corrente de excitação calculadas.

Como já foi visto, o diagrama de Behn-Eschenburg tem o nome de "metodo pessimista", porque o valor da corrente de excitação obtido é maior que o necessario para o funcionamento determinado; inversamente, pelo diagrama de Potier, o valor da corrente de excitação obtido é menor que o necessario, motivo por que o diagrama é denominado "metodo otimista".

Diagrama Geral - A reatância própria do induzido (x) é determinada do mesmo modo que para o diagrama de Potier, e é pois menor que a verdadeira; assim, a f.e.m. (E_r) resultante é menor, e portanto a corrente de excitação correspondente á saturação (i_s) é também menor; como a corrente de excitação correspondente á reação do induzido (i_l) é determinada por um ensaio em curto-circuito, abaixo da saturação, seu valor é menor que o verdadeiro. Deste modo a corrente de excitação indutora encontrada é também menor que a verdadeira, assim como a queda de tensão.

Diagrama das Duas Reações - Pelas razões expostas na consideração anterior do diagrama Geral, as correntes correspondentes á saturação (i_s) e á reação do induzido (i_l) são menores que as verdadeiras, e também assim a queda de tensão e excitação determinadas.

3 - MOTORES SINCRONOS

Funcionamento a vazio.

O estudo dos motores sincronos será feito considerando-se um motor polifásico a campo girante, com valores referentes a uma fase, e os principais resultados aplicam-se aos motores monofásicos. De um modo geral vamos nos referir ao caso dos motores sincronos constituídos por alternadores funcionando como motores, que é o caso mais comum na pratica.

No momento em que um alternador é ligado em paralelo com as barras de um sistema elétrico, estando em sincronismo perfeito com estas, o induzido não é percorrido por corrente e portanto nenhuma potencia elétrica é gerada; a máquina motriz fornece a potencia mecânica correspondente ás perdas a vazio do alternador. Com efeito, as duas tensões tendo o mesmo valor, mesma forma de onda e mesma frequencia, e estando em opposição de fase, não ha tensão resultante no circuito

local formado pelas barras e alternador, e portanto nenhuma corrente circulará no induzido deste último. Nesse momento de ligação tem-se as duas f.c.m. a 180° uma da outra, conforme a figura 103, podendo-se considerar a f.c.m. E do al-

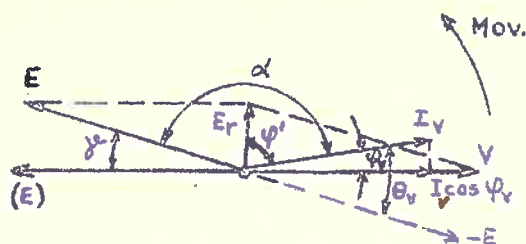


Fig.103

ternador como uma f.c.e.m. igual e oposta em fase à tensão V das barras. Retirando-se o acionamento motriz do alternador (potência mecânica P_0), seu rotor tende a diminuir de rotação, e seu campo girante se atraz de um pequeno ângulo com relação ao campo girante das barras, o mesmo acontecendo com seu vetor de f.c.e.m., que se atraz de um ângulo γ , dando origem a uma f.e.m. resultante E_r e corrente I_v de circulação. O ângulo γ é tal que a corrente I_v circulando pelo induzido do alternador, faz com que este receba por fase a potência elétrica das barras:

$$P_v = VI_v \cos \varphi_v = P_0 + RI_v^2 \quad \text{W/fase},$$

correspondente à soma da potência de perdas que era antes fornecida pela máquina motriz, com a perda por Joule RI_v^2 em seu enrolamento. Assim a máquina passa a funcionar como motor síncrono a vazio quando sua máquina motriz deixa de acioná-la.

Funcionamento em carga.

Quando uma carga mecânica é aplicada ao eixo do motor, o efeito é semelhante ao da retirada do acionamento, isto é, a f.c.e.m. E se atraz de um ângulo maior (Fig.104), dando origem a uma f.e.m. resultante E_r e corrente I também maiores, e portanto a uma potência elétrica recebida também maior, e de valor

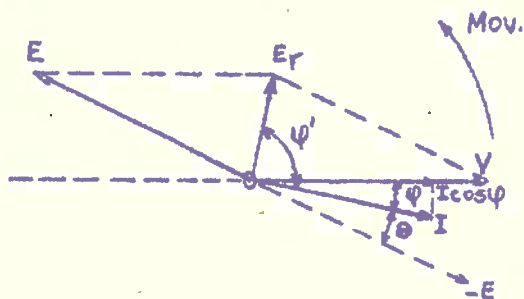


Fig.104

correspondente à carga mecânica aplicada.

Sendo V a tensão na fase da linha, E a f.c.e.m. por fase do motor síncrono, E_r a f.e.m. resultante, I a corrente no induzido do motor, Z a sua impedância síncrona por fase, X a reatância síncrona e R a resistência ôhmica por fase, tem-se:

$$Z = (R^2 + X^2)^{1/2}, \quad I = E_r / Z \quad \text{donde } E_r = ZI$$

A corrente I está sempre atrazada de E_r de um ângulo ψ' (defasamento interno), dado pela relação: $\tan \psi' = X/R$, e no caso da figura 104, I está atrazada da tensão aplicada V de um ângulo φ , sendo $\cos \varphi$ o fator de potência com que o motor está funcionando, indutivo neste caso.

A potência recebida das barras ou potência consumida pelo motor, por fase, é

$$P = VI \cos \varphi.$$

A potência eletromagnética é $E I \cos \theta = VI \cos \varphi - RI^2$,

e a potencia util total recebida no eixo e

$$P_u = q.VI \cos \varphi - (P_m + P_j + P_{HF} + P_s + P_{exc}),$$

quando a excitatriz é ligada ao eixo do motor, sendo P_m as perdas mecanicas por atrito e ventilação, P_j as perdas no cobre do induzido, P_{HF} as perdas no ferro por histeresis e correntes de Foucault, P_s as perdas suplementares e P_{exc} a potencia gasta para a excitação. Com excitação independente a potencia consumida da linha de corrente alternativa é

$$P_u = q.VI \cos \varphi - (P_m + P_j + P_{HF} + P_s)$$

Observação - O rendimento do motor é portanto

$$\eta = 100.P_u / P \% = 100.P_u / (P_u + P_m + P_j + P_{HF} + P_s + P_{exc}) \%,$$

fórmula na qual $P_{exc} = vi / \eta_{exc}$ com excitatriz propria no eixo e $P_{exc} = v.i$ com excitação independente; v e i são respectivamente os valores de tensão e corrente de excitação, corrente contínua.

Equação e diagrama de funcionamento do motor - Estabilidade.

A) - Potencia eletrica consumida constante - Variação da excitação

Pela figura 104 tem-se a equação de funcionamento do motor, em valores eficazes:

$$\bar{E}_r = \bar{V} + \bar{E} \quad \text{ou} \quad Z\bar{I} = \bar{V} + \bar{E}, \text{ pois } E_r = ZI.$$

Em valores momentaneos a equação é $e_r = v + e = Ri + L.di/dt$.

Supondo-se que a impedancia sincrona por fase seja constante, a f.e.m. resultante E_r é proporcional á corrente I circulando por fase do induzido; na realidade Z não é constante, pois é a resultante da resistencia ohmica com a reatancia sincrona X , esta ultima variando com a corrente de excitação quando a saturação é atingida.

A tensão V da linha é constante de um modo geral, e a f.c.e.m. E varia diretamente com a corrente de excitação i , e corresponde a esta na carateristica a vazio, $E = f(i)$.

Supondo-se constante a tensão V da linha, assim como a potencia eletrica consumida pelo motor, vamos verificar o efeito da variação da corrente de excitação i sobre a corrente consumida I por fase e fator de potencia $\cos \varphi$.

Seja a potencia P consumida por fase, constante: $P = VI \cos \varphi$. Supondo-se Z constante, X tambem o será, e como R é constante, tem-se:

$$\operatorname{tg} \varphi' = X/R = \text{constante, portanto } \varphi' \text{ é constante.}$$

Variando-se a excitação i , a f.c.e.m. E varia correspondentemente, de acordo com a carateristica a vazio; assim, no triangulo OAB (Fig. 105) o lado $\overline{OA}$ ou V é constante, e o lado $\overline{AB}$ varia com a excitação, produzindo uma variação do lado OB que representa a f.e.m. resultante $E = ZI$; portanto a corrente I tambem

varia, e como P e V são constantes, nota-se pela fórmula da potência que $\cos \varphi$ variará em sentido inverso.

Em resumo, a variação da corrente de excitação produz uma variação da corrente I e fator de potência $\cos \varphi$, seu produto $I \cdot \cos \varphi$ ou corrente wattada permanecendo constante do mesmo modo que a potência P .

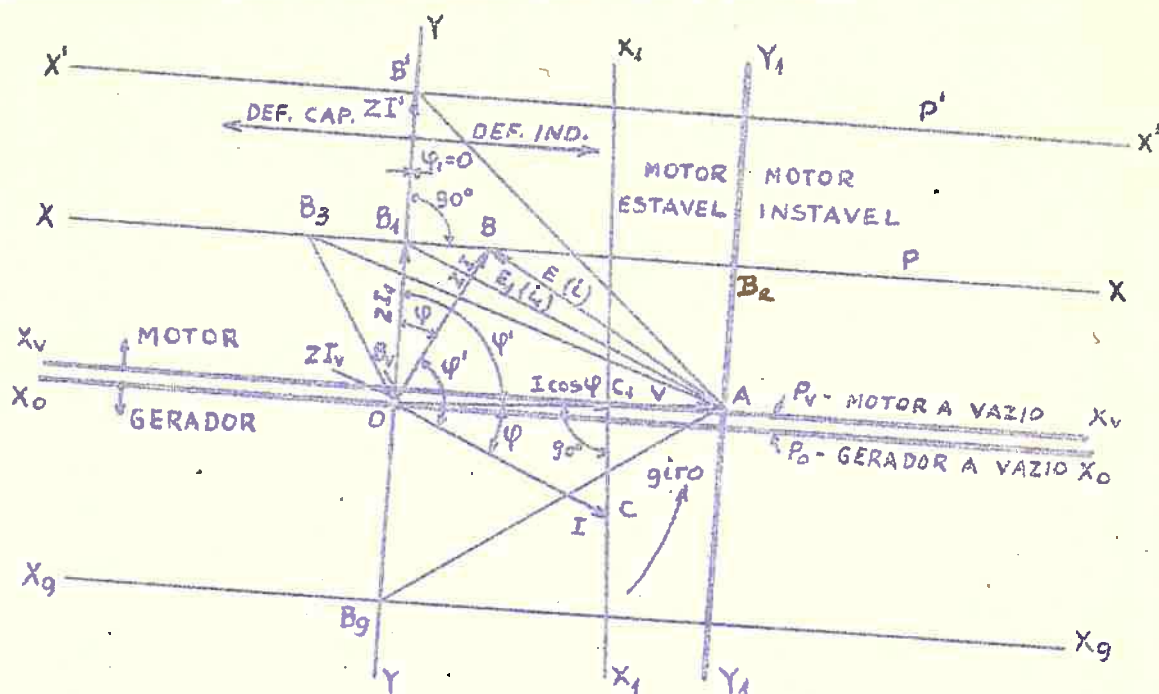


Fig. 105

Para $I \cdot \cos \varphi$ constante, I e φ variando, o lugar geométrico do ponto C é a réta $X_1 X_1$ perpendicular a $\overline{OA}$ e distante de O do comprimento $\overline{OC}_1 = I \cdot \cos \varphi$. Na realidade a potência P não se mantém constante variando a excitação, porque as perdas variam. Fazendo-se o vetor $\overline{OC}$ girar de um ângulo φ' no sentido da flexa, com escala conveniente para a corrente I , o ponto C irá se colocar sobre o ponto B ; a réta $\overline{OA}$ girando de φ' no mesmo sentido, sua nova direção será a da réta YY e o ponto C_1 irá se colocar em B_1 . Portanto:

$$\overline{OB} = ZI = Z \cdot \overline{OC} \quad \text{donde} \quad I = \overline{OB}/Z \quad \text{e} \quad \overline{OB}_1 = Z \cdot \overline{OC}_1 = Z \cdot I \cdot \cos \varphi = P \cdot Z/V \quad \text{e} \quad P = \overline{OB}_1 \cdot V/Z$$

Deste modo, a variação da excitação i faz com que o ponto B se desloque ao longo da réta XX perpendicular a YY . A réta XX é uma réta de potência P constante. Com uma excitação i_1 dando uma f.c.e.m. $E_1 = \overline{AB}_1$, o ponto B se colocará sobre B_1 donde a corrente $I_1 = \overline{OB}_1/Z$ e $\overline{OB}_1 = ZI_1$,

e a potência $P = (V/Z) \cdot ZI_1 = VI_1$, portanto $\cos \varphi_1 = 1$ e $\varphi_1 = 0$,

isto é, a corrente I_1 está em fase com a tensão V ; com um valor maior de excitação tem-se o ponto B_3 de funcionamento, correspondendo a valores maiores da f.c.e.m. e f.e.m. resultante, assim como da corrente. Portanto com a excitação i_1 , com a qual o fator de potência é unitário, a corrente I_1 é a mínima.

Com excitação menor que i_1 o defasamento φ é indutivo (I atrás de V) e a corrente aumenta quando a excitação diminui; com excitação maior que i_1 o defasamento φ é capacitivo (I na frente de V) e a corrente também aumenta.

A curva de variação da corrente I em função da excitação i do motor é indicada na figura 106, e é denominada curva em V do motor síncrono. Na mesma figura é indicada a variação correspondente do fator de potência.

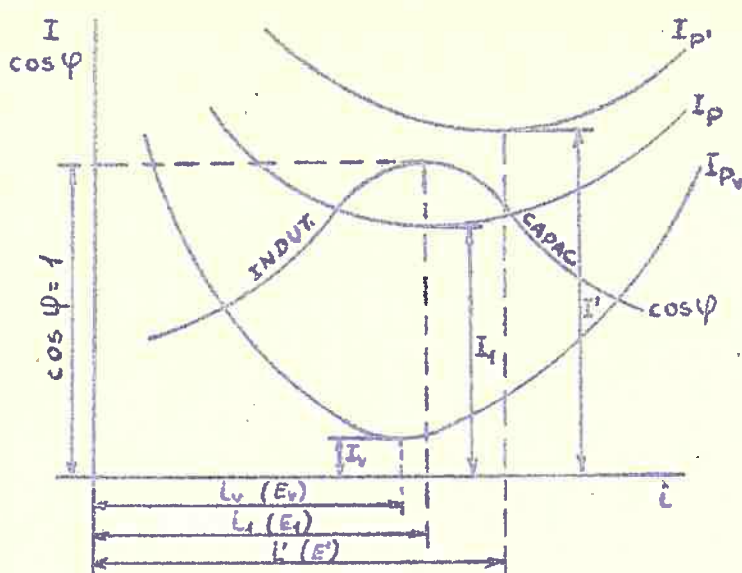


Fig. 106

Com potências maiores, $P' > P$ por exemplo, tem-se a reta $X'X'$ de potência elétrica P' consumida pelo motor, sendo

$$\overline{OB'} = P' \cdot Z/V > \overline{OB}_1,$$

isto é, as retas de maior potência estão mais afastadas do ponto O , e do mesmo modo as retas de menor potência estão mais próximas desse ponto.

Com a potência P' tem-se :

$I' = \overline{OB'}/Z > I_1$ e $i' > i_1$, com a corrente mínima I' (Fig. 105).

O motor funcionando a vazio, isto é, consumindo apenas da linha uma potência por fase $P_v = VI_v \cdot \cos \varphi_v$, a reta de potência P_v consumida a vazio é $X_v X_v$ distante do ponto O de

$$\overline{OB}_v = P_v \cdot Z/V = ZI_v \text{ donde } P_v = \overline{OB}_v \cdot V/Z.$$

A corrente mínima é pois $I_v = \overline{OB}_v/Z$. A f.c.e.m. neste caso será $\overline{AB}_v = E_v$, á qual corresponde na característica a vazio uma excitação i_v , com a corrente mínima I_v , sendo $\cos \varphi_v = 1$.

A reta $X_o X_o$ (Fig. 105) é uma reta de potência P_o por fase, fornecida pela máquina motriz, apenas suficiente para compensar as perdas

$$P_o = (1/q) \cdot (P_m + P_{HF} + P_{exc}), \text{ (potência mecânica),}$$

com excitatriz própria no eixo, ou

$$P_o = (1/q) \cdot (P_m + P_{HF}), \text{ (potência mecânica),}$$

com a excitatriz independente.

A f.c.e.m. E sendo igual e oposta á tensão V aplicada, a extremidade do vetor de E estará no ponto O donde $ZI_o = 0$ e $I_o = 0$, isto é, não ha circulação de corrente em seu induzido e a máquina funciona em paralelo com as barras sem consumir ou fornecer potência às mesmas, pois a potência por fase é

$$VI_o \cdot \cos \varphi_o = 0 \text{ (potência elétrica).}$$

As retas de potência paralelas e compreendidas entre as retas $X_v X_v$ e $X_o X_o$ correspondem pois ao funcionamento da máquina recebendo potência elétrica das barras e potência mecânica da máquina motriz ao mesmo tempo, a soma dessas potências sendo empregada para compensar suas perdas internas. A diferença entre a potência elétrica P_v e a potência mecânica P_o é a perda no cobre :

$$P_v - P_o = RI_v^2.$$

$$\text{Assim, } P_v = P_o + RI_v^2 = (1/q) \cdot (P_m + P_{HF} + P_{exc}) + RI_v^2.$$

Praticamente $P_v = P_o$ pois RI_v^2 é muito pequena.

Portanto com o funcionamento nas retas de potencia da área compreendida entre as retas $X_v X_v$ e $X_o X_o$, a maquina não fornece potencia mecanica nem eletrica. Abaixo da reta $X_o X_o$ a maquina passa a funcionar como gerador; com efeito, para o ponto de funcionamento B_g por exemplo (Fig.105), na reta $X_v X_v$, o vetor $\overline{AB}_g$ da f.e.m. está na frente da tensão V , seu campo girante se adiantou do mesmo modo, e a maquina nestas condições está fornecendo potencia às barras.

Com uma excitação menor que $\overline{AB}_2$ (Fig.105), a potencia mecanica no eixo mantendo-se constante, o ponto B_2 é forçado a se colocar em uma reta de potencia eletrica consumida menor, a diferença de potencia sendo fornecida pela energia cinética do motor, que então diminuirá de rotação, saindo do sincronismo e parando. O motor fica pois estavel até o ponto B_2 e em seguida instavel si a excitação é diminuida. O mesmo acontece no funcionamento como gerador, com potencia eletrica fornecida constante. A reta $Y_1 Y_1$ separa pois as regiões de estabilidade e instabilidade da maquina funcionando como motor ou gerador.

B) - Potencia elétrica consumida variavel - Excitação constante.

Supondo-se ainda constante a tensão V e mantendo uma excitação i constante (E constante), vamos estudar a variação da potencia eletrica consumida quando a potencia util no eixo varia.

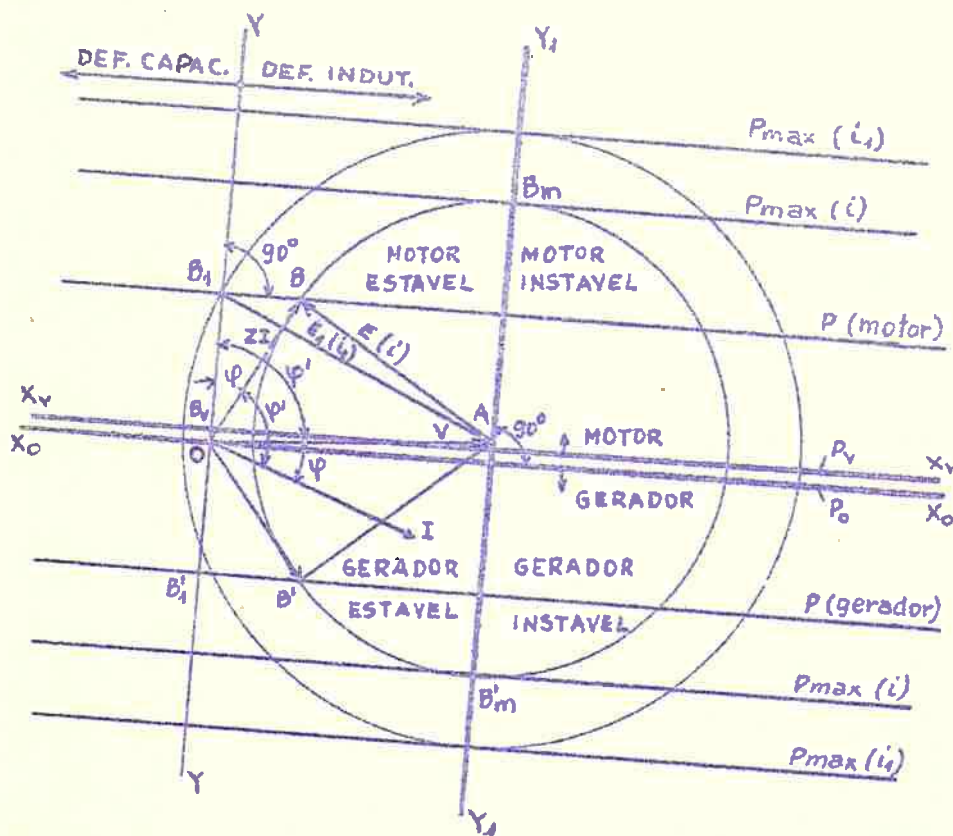


Fig.107

O lugar geometrico do ponto B com excitação constante é a circunferencia de raio $\overline{AB} = E$ (ou i), de centro A (Fig.107).

Aumentando-se a carga no eixo, isto é, aumentando-se P_u , a corrente I aumenta e também ZI aumenta, portanto o ponto B se desloca ao longo da circunferencia, ficando situado em retas de potencia consumida cada vez maiores, isto é, a

potencia eletrica consumida aumenta (Fig.107); até B_m a potencia consumida au-

menta com o aumento de corrente e potencia util no eixo, sendo B_m o ponto pertencente à réta de potencia maxima consumida com a excitação i . Aumentando-se ainda mais a potencia no eixo, I tende a aumentar mais e o ponto B tende a se colocar em uma réta de menor potencia consumida: o motor fica instavel, sai do sincronismo e pára.

Com excitações maiores as circunferencias serão maiores e portanto também as potencias maximas consumidas; assim o motor admitirá maiores cargas no eixo e terá mais estabilidade. Com excitações menores dá-se o contrario e o motor será menos estavel. A réta $\overline{AY}_1$ separa pois as regiões de estabilidade e instabilidade do motor.

Partindo-se do ponto B' de funcionamento com excitação constante i , a potencia solicitada aumentando, I aumenta e B' se desloca ao longo da circunferencia (funcionamento como gerador), ocupando rétas de potencia fornecida cada vez maiores, até o ponto B'_m . A partir de B'_m , a um aumento de potencia solicitada a potencia fornecida tende a diminuir e o gerador fica instavel. Para o gerador ficar estavel será necessario que sua excitação seja aumentada, tendo-se circunferencias maiores e portanto estabilidade maior; com menor excitação o gerador ficará com menor estabilidade. Com a excitação constante i o gerador atingindo o limite de estabilidade e a potencia solicitada aumentando ainda mais, a tensão V diminuirá, si a maquina funciona isolada, ou o excesso de potencia deverá ser fornecido por outra maquina em paralelo. A diminuição da tensão nos terminais corresponde a variação da corrente e do fator de potencia, devido à diminuição da frequencia do gerador isolado, com a menor rotação de seu rotor. Evidentemente a estabilidade do gerador depende do limite de capacidade da maquina motriz, acima do qual sua rotação é diminuida, causando o abaixamento da frequencia e tensão; de outra fôrma a excitação teria que ser aumentada para manter constante a tensão nos terminais, e a corrente I aumentaria até danificar o isolamento.

Portanto o aumento de demanda no limite de estabilidade do gerador isolado reverterá em uma diminuição dessa mesma demanda, devida à diminuição da frequencia e tensão do sistema electrico.

Tendo em vista o que foi exposto, vamos definir agora os termos estabilidade e instabilidade de motores e geradores: estabilidade de um motor é o regimen de funcionamento no qual o motor pôde fornecer mais potencia mecanica quando esta é solicitada; no caso contrario tem-se a instabilidade do motor. As mesmas definições se aplicam aos geradores, com relação à potencia electrica solicitada.

C) - Excitação constante - Tensão variavel.

Pôde-se considerar ainda neste caso a figura 107, com um valor constante

da corrente i ou f.c.e.m. E , variando ZI e V com a carga elétrica consumida, supondo-se por exemplo que a linha alimentadora não tenha regulador de tensão.

No ponto B de funcionamento como motor, si a potencia no eixo aumenta, produz um aumento da potencia elétrica consumida, ZI aumenta e V diminui, a potencia consumida aumentando até que B se coloque em B_m . A partir deste ponto a potencia consumida tenderá a diminuir com o aumento de potencia no eixo, o motor tem que tomar emprestado o suplemento de potencia á sua energia cinética, diminui de rotação, sai do sincronismo e pára.

Como gerador, no ponto B' de funcionamento tem-se o mesmo caso, a potencia maxima fornecida correspondendo ao ponto B'_m , a partir do qual o gerador tenderá a fornecer menos potencia elétrica, a

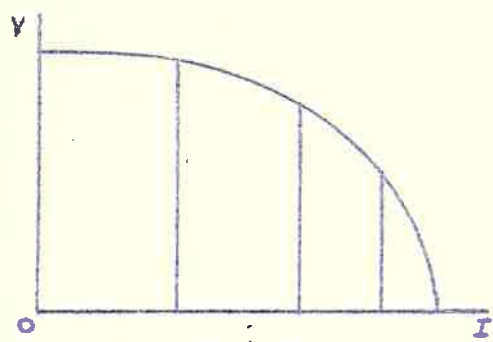


Fig. 108

tensão V cairá mais depressa com o aumento de corrente (Fig. 108), até atingir o maximo de capacidade da maquina motriz; em seguida a rotação diminui assim como a frequência, e o aumento de potencia elétrica solicitada causa sua propria redução.

A réta Y_1Y_1 (Fig. 107) separa pois as regiões de estabilidade e instabilidade do motor e gerador, com tensão V variavel e excitação constante.

Nos estudos anteriores, considerando-se que a resistencia R é pequena com relação á reatancia sincrona X da maquina, pôde-se desprezar R considerando-a

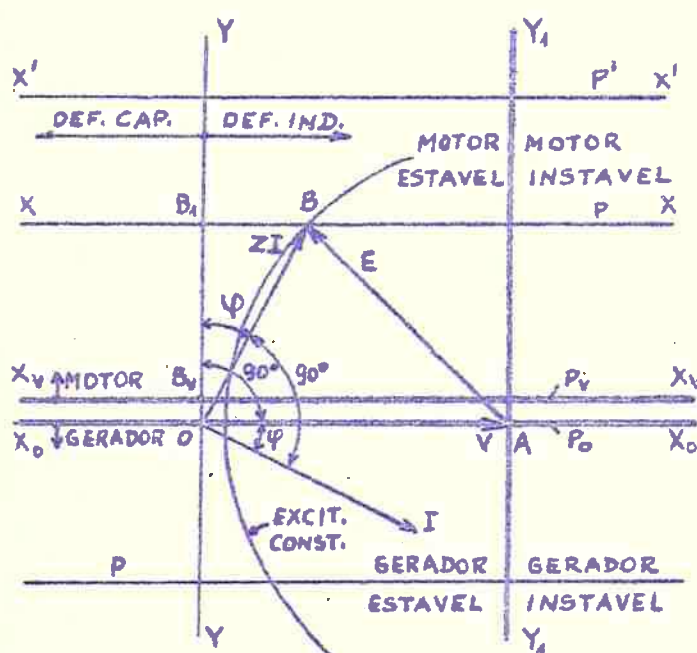


Fig. 109

mula (exceto para o caso das perdas no cobre RI^2) e então $tg \psi' = X/R = \infty$ e $\psi' = 90^\circ$. Assim, as rétas de potencia constante serão paralelas ao vetor da tensão V (Fig. 109), a réta X_0X_0 de funcionamento a vazio como gerador coincidindo com a direção da tensão V . A réta YY que separa as regiões de funcionamento com fatores de potencia indutivos e capacitivos, e a réta Y_1Y_1 que separa as regiões de estabilidade e instabilidade, ficam então perpendiculares ás retas de potencia.

Observando as fórmulas de potencia :

potencia util no eixo $P_u = V \cos \varphi - RI^2 - (1/q) \cdot (P_m + P_{HF} + P_s + P_{exc})$,

com excitação propria, ou $P_u = V \cos \varphi - RI^2 - (1/q) \cdot (P_m + P_{HF} + P_s)$,

$$\left[I_w - (V/2R) \right]^2 + I_d^2 = (1/4R^2) \cdot (V^2 - 4RP_e),$$

que é da forma $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$,

isto é, com a variação da excitação i as correntes I_w e I_d (ou corrente I e defasamento φ) variam de modo que o ponto C descreve uma circunferência com centro O_1 no eixo das abscissas ($y_0 = 0$), a uma distância $x_0 = V/2R$ da origem do sistema de eixos coordenados retangulares, essa circunferência tendo um raio

$$r = (1/2R) \cdot (V^2 - 4RP_e)^{1/2}$$

Para valores nulos de I_d tem-se os pontos C' e C'', correspondendo aos valores mínimo e máximo da corrente $I = I_w$, dados por

$$I_{\min} = \overline{OC'} = I'_w = (1/2R) \left[V - (V^2 - 4RP_e)^{1/2} \right]$$

$$I_{\max} = \overline{OC''} = I''_w = (1/2R) \left[V + (V^2 - 4RP_e)^{1/2} \right],$$

que são as raízes da equação anterior, fazendo-se $I_d = 0$. Em ambos os casos $\varphi = 0$ portanto $\cos \varphi = 1$ (V e I em fase).

Com uma potência P_e nula tem-se uma circunferência de raio $V/2R$, com centro em O_1 e passando portanto pelo ponto O; os valores mínimo e máximo da corrente são pois: $I_{\min} = 0$ e $I_{\max} = V/R$, com $\cos \varphi = 1$. O motor não chega a funcionar com a corrente $I_{\max}$ igual a V/R porque neste caso já está instável, como será visto (ponto C'', figura 111).

Com a corrente mínima $I = 0$ a potência elétrica consumida $V I \cos \varphi$ é nula, assim como as perdas no cobre RI^2 . O funcionamento com $P_e = 0$ corresponde pois a uma potência motora útil nula, a potência de perdas sendo fornecida pela máquina motriz, isto é, a máquina funciona como gerador a vazio, recebendo de seu acionamento a potência por fase $P_o = (1/q) \cdot (P_m + P_{HF} + P_{exc})$, que é uma potência mecânica referida a cada fase da máquina.

Considerando novamente a figura 110, fazendo-se com que o vetor da corrente gire de um ângulo φ' no sentido da flecha, e adotando uma escala apropriada, o ponto C irá se colocar sobre o ponto B. Deste modo tem-se:

$$\overline{OB} = ZI = Z \cdot \overline{OC} \text{ donde } I = \overline{OB}/Z.$$

O vetor $\overline{OA}$ girando no mesmo sentido, do mesmo ângulo φ' , sua nova direção será a da reta $\overline{OY}$; como na mudança de $\overline{OC}$ para $\overline{OB}$ foi usado o fator Z de escala, o centro O_1 ficará sobre $\overline{OY}$ a uma distância $VZ/2R$ do ponto O, fora do limite do espaço da figura; na figura 111 seguinte é tomado um ângulo φ' menor com o fim de mostrar as novas posições dos vetores; nesta figura o centro da circunferência se colocou no ponto C, sendo $\overline{OC} = VZ/2R$.

O ponto C' ocupará a nova posição B_1 , empregando-se o mesmo fator Z, isto é:

$$\overline{OB}_1 = (Z/2R) \left[V - (V^2 - 4RP_e)^{1/2} \right]$$

a potencia de perdas internas sendo recebida da linha, e igual a potencia eletromagnética a vazio (potencia util nula, $P_u = 0$).

Com circunferencias de potencia de raio maior que $\overline{CO}$, o vetor de f.c.m. se adianta do vetor de tensão V e a maquina funciona como gerador, fornecendo potencia elétrica; com efeito, com potencia gerada, portanto de sinal contrario, a fórmula do raio da circunferencia passa a ser $(Z/2R) \cdot (V^2 + 4RP_e)^{1/2}$, os raios assim obtidos sendo maiores que $VZ/2R$, ou $\overline{CO}$.

Com uma potencia $P_e = V^2/4R$ o raio da circunferencia é

$$(Z/2R) [V^2 - 4R \cdot (V^2/4R)]^{1/2} = 0,$$

isto é, a circunferencia se transforma em um ponto, O ; com valores de P_e maiores que $V^2/4R$ o raio seria imaginario, portanto o maximo da potencia é $V^2/4R$ correspondente a uma circunferencia de raio nulo.

Pelo que foi visto, no funcionamento como motor, quanto maior a potencia tanto menor é o raio e portanto a circunferencia de potencia constante, e vice-versa; no funcionamento como gerador, quanto maior a potencia maior é o raio e tambem a circunferencia de potencia constante.

Supondo-se $R = 0$, por ser pequeno em relação a X , tem-se $\varphi' = 90^\circ$, as retas $\overline{CO}$ e $\overline{CA}$ se tornam paralelas e os raios das circunferencias de potencia serão infinitos, isto é, estas se transformam em retas paralelas ao vetor da tensão V , tal como no caso da figura 109, na pagina 79.

Assim como foi visto no estudo dos diagramas de potencia elétrica consumida constante, pôde-se observar facilmente que a reta $Y_1 Y_1$, passando pelos pontos A e C , separa as regiões de estabilidade e instabilidade como motor e como gerador. Para $I_{\max} = V/R$ (ponto C') o motor está instavel.

Melhoramento do fator de potencia - No caso de excitação variavel (Fig. 111), o ponto B estando situado entre B_1 e B_2 , o fator de potencia do motor é indutivo, isto é, a corrente I está atras da tensão V ; o motor então absorve potencia reativa da linha, esta potencia sendo proporcional a $I \cdot \sin \varphi$.

No caso do ponto B_1 tem-se $\varphi_1 = 0$, $\cos \varphi_1 = 1$, ou corrente em fase com a tensão. Baixando-se uma perpendicular do ponto B_1 sobre a direção de V tem-se: $\overline{OB}_1 = ZI_1$, $I_1 = \overline{OB}_1/Z$ (corrente minima com a potencia P_e), $\overline{OD}_1 = RI_1$, $\overline{B_1 D_1} = XI_1$.

A potencia elétrica consumida é: $P_1 = VI_1 \cdot \cos \varphi_1 = VI_1 = (V/Z) \cdot \overline{OB}_1$,

a perda por Joule $P_j = RI_1^2 = (\overline{OB}_1/Z) \cdot \overline{OD}_1 = (1/Z) \cdot \overline{OB}_1 \cdot \overline{OD}_1$,

a potencia eletromagnética $P_{e-1} = (1/Z) \cdot \overline{OB}_1 \cdot \overline{D_1 A}$,

a potencia de perdas é $(1/q) \cdot (P_m + P_{HF} + P_s + P_{exc})$,

e a potencia util é $P_{u-1} = P_{e-1} - (1/q) \cdot (P_m + P_{HF} + P_s + P_{exc})$.

Para o ponto B_1 tem-se $\varphi = 0$ e a potencia reativa é nula. Para o ponto B_2 a potencia wattada consumida é proporcional a $\overline{OF} : VI_2 \cos \varphi_2 = (V/Z) \cdot \overline{OF}$, e a potencia reativa consumida é proporcional a $\overline{B_2F} : VI_2 \sin \varphi_2 = (V/Z) \cdot \overline{B_2F}$, isto é, a potencia reativa consumida da linha aumenta quando a excitação diminui. O angulo φ_2 é o defasamento maximo indutivo, com a potencia eletromagnética P_e , correspondendo ao fator de potencia indutivo minimo.

Com pontos de funcionamento á esquerda da réta $\overline{OC}$ o defasamento é capacitivo, a corrente estando na frente da tensão; a potencia wattada conserva seu sinal (consumida, portanto), mas a potencia reativa muda de sinal, isto é, o motor passa a fornecer potencia reativa á linha (pontos B_3 e B_4).

O fator de potencia capacitivo minimo é $\cos \varphi_3$, sendo $\overline{OB_3}$ tangente á circunferencia de potencia P_e . A potencia reativa maxima que o motor pôde fornecer, com a potencia P_e , é proporcional a $\overline{CB_4}$ (perpendicular a $\overline{OC}$), e como este é tambem o raio da circunferencia, a potencia reativa maxima é

$$(V/2R) \cdot (V^2 - 4RP_e)^{1/2}$$

O motor tem seu rendimento maximo quando trabalha com um fator de potencia unitário, pois neste caso a corrente é minima, assim como as perdas no cobre.

Quanto menor a potencia eletromagnética consumida pelo motor tanto maior será sua circunferencia de potencia, sendo tambem maior sua região de estabilidade e sua capacidade de fornecimento de potencia reativa; o maximo se verifica com o motor a vazio superexcitado. O motor sincrono funciona como motor com relação á potencia wattada (consumida) e como gerador com relação á potencia reativa (fornecida). A vazio a potencia wattada consumida é só a necessaria para compensar suas perdas internas.

Suponhamos um sistema elétrico constituido por um gerador, linha de transmissão de resistencia ohmica R e consumidores tendo um fator de potencia $\cos \varphi$ indutivo, absorvendo a corrente I com tensão V . Ligando-se um motor sincrono junto aos consumidores, este pôde ser excitado convenientemente de modo a fornecer toda a potencia reativa necessaria aos consumidores, de modo que o fator de potencia destes seja elevado para 1, por exemplo. A potencia wattada consumida que era $VI \cos \varphi$ passa a ser VI_1 , sendo $I_1 = I \cos \varphi + I_w$, fórmula na qual I_w é a potencia wattada consumida pelo motor sincrono. Como I_w é pequena com o motor a vazio, ou com pequena carga, tem-se $I_1 < I$. A perda no cobre RI^2 na linha de transmissão diminui bastante, passando a ser $RI_1^2 < RI^2$, diminuindo tambem a perda no cobre do induzido do gerador; admitindo-se que a capacidade maxima em kVA do gerador é $P_g = VI \cdot 10^{-3}$ kVA, sua capacidade de fornecimento de potencia wattada foi aumentada de $VI \cos \varphi \cdot 10^{-3}$ kW para $VI \cdot 10^{-3}$ kW, com um fator de potencia unitário.

O motor sincrono é de preferencia usado junto aos consumidores, o circuito

local absorvendo uma corrente I_1 menor da linha de transmissão e do gerador, reduzindo a perda no cobre da linha, que é bastante importante no caso de linha longa, e aumentando a capacidade desta e do gerador; uma outra vantagem é a possibilidade do emprego do motor para fornecer potencia mecânica onde ela é mais necessaria, proxima aos consumidores.

Quando o motor é usado junto ao gerador, como no caso de um gerador de uma usina funcionando como motor sincrono superexcitado a vazio, a corrente na linha de transmissão não é diminuida e sua capacidade não é melhorada; com efeito, a corrente I na linha permanece a mesma e sua composição com a corrente do motor sincrono é que dá uma resultante menor, circulando pelo induzido do gerador, aumentando assim sua capacidade de fornecimento de potencia wattada.

No entanto, como se pôde observar pela fórmula do raio das circunferencias de potencia, quanto maior a resistencia R tanto menor será o raio, a potencia será maior e a estabilidade do motor será menor. Por este motivo o motor sincrono proximo aos consumidores tem menor estabilidade que junto ao gerador. Nota-se que a resistencia R inclui a fase do motor e o fio correspondente da linha. Por outro lado o raio da circunferencia de potencia é diretamente proporcional à impedancia Z , que é maior quando a reatancia é maior. Com o motor sincrono proximo ao consumidor a reatancia da linha é incluída e tende a melhorar a estabilidade. Do mesmo modo um motor com grande reação do induzido (reatancia sincrona grande) é mais estavel que um de pequena reação do induzido.

O motor ou condensador sincrono junto aos consumidores é usado na pratica para elevar o fator de potencia até aproximadamente 0,9, pois a elevação até a unidade exigiria um motor sincrono de grandes proporções e custo, não sendo uma solução economica.

O motor sincrono pôde ser empregado para a regulação de tensão de uma linha de transmissão, e como tal é denominado reator sincrono. Sendo instalado um motor sincrono em um ponto da linha onde a tensão deve permanecer constante independentemente da carga, quando esta é grande e o fator de potencia é baixo, a superexcitação do motor sincrono causa uma diminuição da corrente resultante, diminuindo portanto a queda de tensão RI no trecho da linha entre o motor e o gerador e mantendo constante a tensão neste ponto; a carga sendo pequena, a subexcitação do motor sincrono causa uma demanda de potencia reativa que aumenta a queda RI no referido trecho, continuando a manter constante a tensão. Um regulador de tensão como o Tirril faz automaticamente a variação da excitação do motor, com a variação da carga na linha.

Emprego da curva em V a vazio para a resolução dos diagramas dos alternadores.

Em geral a característica dewattada dos alternadores é obtida com dificuldade, e somente por um ou dois pontos, além do ponto para o qual a tensão é nula,

com o alternador em curto-circuito. O emprego da curva em V e I do alternador funcionando como motor síncrono facilita a obtenção do ponto da característica dewattada necessário para a determinação da excitação em carga e regulação do alternador.

Com efeito, a corrente de excitação i' com a qual o alternador fornece uma determinada corrente I dewattada sob a tensão V , é aproximadamente a mesma com

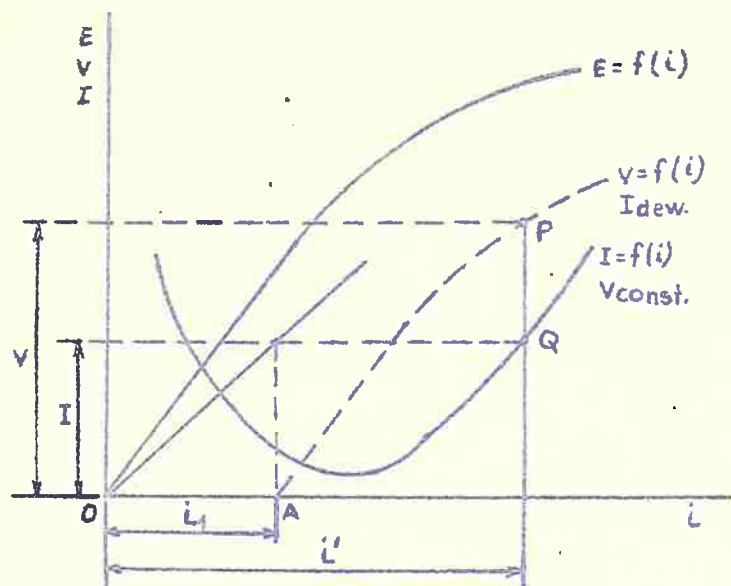


Fig. 112

a qual a máquina funcionando como motor absorve a corrente I sob a tensão V , pois neste ultimo caso a potencia util é apenas a correspondente às perdas, portanto reduzida, e a corrente é praticamente dewattada.

Pela figura 112, para a corrente I tem-se o ponto A da característica dewattada, obtido por meio da curva de curto-

circuito, e o ponto Q ao qual corresponde uma corrente absorvida I dewattada sob a tensão V , com a excitação i' . Deste modo, para a mesma excitação i' como abscissa, e com uma ordenada V tem-se o ponto P da característica dewattada com corrente I constante. Tendo-se o ponto P e a excitação i_1 (OA) para a qual a tensão é nula, pôde-se traçar um dos diagramas já vistos no estudo dos alternadores. Para uma outra corrente diferente de I , procede-se do mesmo modo, obtendo o ponto correspondente da característica dewattada para essa nova corrente.

4 - MOTORES ASSINCRONOS

O motor assíncrono é um caso particular do transformador de corrente alternativa, funcionando como um transformador estático quando seu rotor está parado e como um transformador de secundário movel quando em funcionamento, transformando energia elétrica em mecânica fornecida em seu eixo.

Para simplicidade vamos estudar o funcionamento do motor assíncrono fazendo referência a uma fase, e os valores entre-fase, isto é, na linha, são obtidos por meio de relações já conhecidas.

Analogamente ao caso de um transformador, sejam: V_e a tensão e I_e a corrente, defasados do ângulo φ , N_e o número de espiras e R_e a resistência ôhmica do estator; V_r a tensão e I_r a corrente, defasados do ângulo φ_r , N_r o número de espiras e R_r a resistência ôhmica do rotor. Seja ainda ϕ o fluxo comum ao

estator e rotor, $\phi_{d.e}$ o fluxo de dispersão no estator, ao qual corresponde a reatância de dispersão X_e , e $\phi_{d.r}$ o fluxo de dispersão no rotor, ao qual corresponde a reatância de dispersão X_r .

No funcionamento a vazio tem-se no estator a corrente magnetizante I_M em fase com o fluxo e a corrente wattada I_W que é a soma das correntes devidas

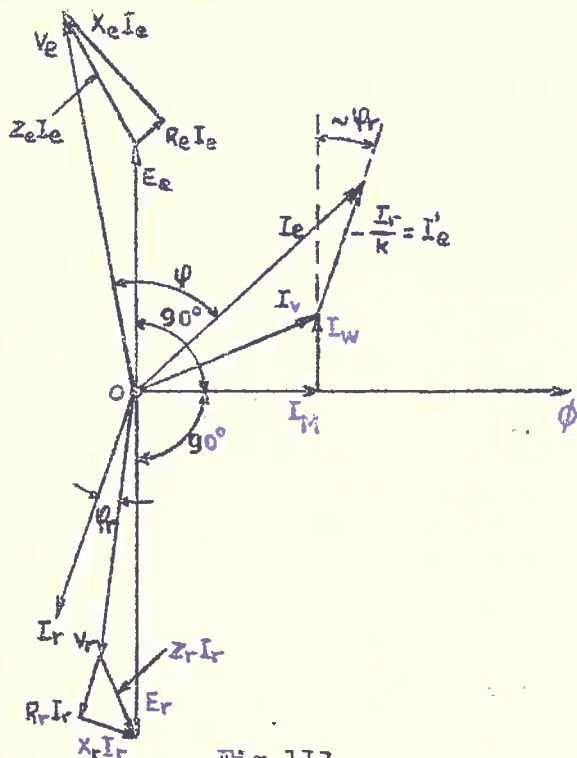


Fig.113

às perdas no ferro, perdas no cobre a vazio e perdas mecânicas por atrito e ventilação; a corrente I_W está 90° na frente do fluxo, isto é, em fase com E_e . A composição de I_M e I_W dá a corrente a vazio I_V .

Deste modo o diagrama do motor assíncrono, semelhante ao do transformador, é o indicado na figura 113; note-se que a corrente I_e no estator é a resultante da composição da corrente a vazio I_V com a corrente $I'_e = -I_r/k$, correspondente à corrente I_r de carga no rotor.

Circuito equivalente a um motor assíncrono.

De maneira semelhante à consideração feita para o transformador, o motor assíncrono pôde ser considerado como equivalente ao circuito da figura 114, sob

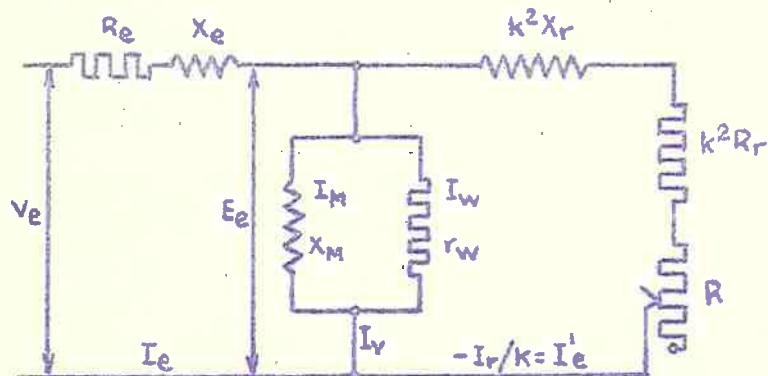


Fig.114

o ponto de vista de seu funcionamento. A potência mecânica fornecida em seu eixo é representada neste caso por uma resistência ôhmica R variável com a carga, pois é uma potência útil ou wattada do mesmo modo que a potência térmica produzida na resistência. Essa resistência ôhmica

é inversamente proporcional ao deslize, pois no sincronismo (deslize $d = 0$) a corrente no rotor é nula, portanto a resistência é infinita, e quando o deslize aumenta a corrente aumenta, correspondendo a uma diminuição da resistência.

Diagrama circular. Tendo em vista as considerações anteriores, a variação da corrente I_r no rotor ou da corrente I'_e no diagrama da figura 113, é a variação da corrente em um circuito de reatância com resistência ôhmica variável em série, alimentado

pela tensão E_g . Como já foi visto no estudo dos circuitos R-L (figura 117), o lugar geométrico da extremidade do vetor I_e' é uma semi-circunferência, como indica a figura 115, o ponto P sendo o ponto de funcionamento com determinada carga, correspondendo a um certo valor da resistência R no circuito.

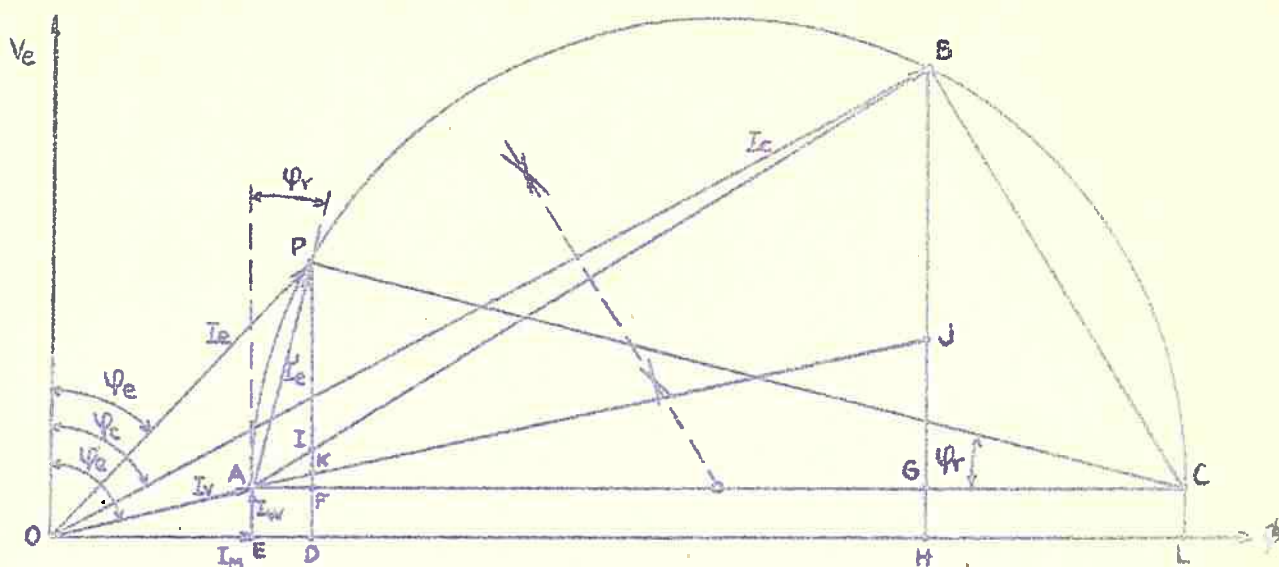


Fig. 115

O ponto A é o ponto de funcionamento a vazio, correspondendo a uma corrente praticamente nula no rotor, a resistência variável sendo infinita. Na realidade existe uma pequena resistência no rotor, correspondente às perdas mecânicas e às perdas no cobre e no ferro do rotor, de valor muito reduzido; as perdas mecânicas que são as únicas consideradas praticamente, já são levadas em conta por meio da corrente I_w , como foi dito.

Com o rotor parado a sua corrente é máxima, não se levando em conta que o rotor pôde ser levado a girar em sentido contrário ao do campo, o que o faria absorver corrente ainda maior. Essa corrente máxima no rotor corresponde a um valor nulo da resistência variável e portanto potência máxima absorvida da linha alimentadora; a corrente máxima no rotor não chega a ficar em quadratura atrás da tensão, isto é, o ponto de funcionamento não chega a atingir o ponto C, mas se localiza no ponto B.

A extremidade do vetor da corrente I_e no estator acompanha o ponto P ao longo da semi-circunferência; o ponto A é determinado portanto por um ensaio a vazio, obtendo-se a corrente I_v e fator de potência $\cos \phi_v$, o motor girando sem carga; o ponto B é determinado por um ensaio em curto-circuito, isto é, com o rotor parado, obtendo-se a corrente I_c e o fator de potência $\cos \phi_c$. Os pontos A e B definem a posição da semi-circunferência APBC, seu centro estando na interseção da horizontal $\overline{AC}$ com a perpendicular levantada ao meio de $\overline{AB}$. Em geral a corrente I_c é muito grande e prejudicaria o isolamento do motor, motivo por que o ensaio é feito com corrente menor, com tensão reduzida, e o ponto B pôde ser determinado pelo cálculo.

A potência consumida sendo da forma $P = V_e I_e \cos \varphi_e$, com V_e e I_e variando tendo valores na fase, e sendo V_e constante, a potência consumida é proporcional a $I_e \cos \varphi_e$, ou $\overline{PD}$ no diagrama. As perdas aproximadamente constantes, que são as perdas a vazio no cobre e no ferro do estator, e as perdas mecânicas, dependem da corrente I_w , portanto podem ser medidas pelo comprimento $\overline{AF}$ ou $\overline{IF}$.

Com o rotor parado toda a potência consumida da linha é gasta nas perdas, portanto $\overline{BH}$ representa a perda total, e sendo $\overline{GH}$ o valor das perdas constantes, $\overline{BG}$ dará o valor das perdas no cobre do estator e rotor. As perdas totais no cobre são proporcionais ao quadrado da corrente no rotor, porque a corrente no estator é aproximadamente proporcional à corrente no rotor. Deste modo, para o ponto P de funcionamento as perdas totais no cobre são proporcionais ao quadrado de $\overline{AP}$. No entanto, tem-se: $\overline{AP}^2 = \overline{AF} \cdot \overline{AC}$ e $\overline{AB}^2 = \overline{AG} \cdot \overline{AC}$, logo $\overline{AP}^2 / \overline{AB}^2 = \overline{AF} / \overline{AG}$, mas $\overline{AF} / \overline{AG} = \overline{IF} / \overline{BG}$, portanto $\overline{AP}^2 / \overline{AB}^2 = \overline{IF} / \overline{BG}$ e

$$\overline{IF} = (\overline{BG} / \overline{AB}^2) \cdot \overline{AP}^2.$$

Assim, as perdas totais no cobre para um ponto P qualquer de funcionamento são proporcionais a $\overline{IF}$; com efeito, sendo $\overline{BG}$ as perdas totais no cobre com a corrente de curto-circuito (rotor parado), e $\overline{AB}^2$ o quadrado da corrente no rotor parado, a relação entre $\overline{BG}$ e $\overline{AB}^2$ é a constante de medida das perdas. Dividindo-se o comprimento $\overline{BG}$ proporcionalmente às perdas no estator e no rotor, tem-se o ponto J de tal modo que $\overline{BJ}$ representa as perdas no cobre do rotor e $\overline{JG}$ as perdas no cobre do estator, com rotor parado. Sendo R_t o valor da resistência entre dois terminais, medida por meio de corrente contínua, o valor da perda no cobre de uma fase do estator é sempre dado por $R_t I^2 / 2$, com ligação estrela ou triângulo, conforme pôde ser facilmente verificado; a potência medida em curto-circuito, com o rotor parado, sendo a soma das perdas no cobre do estator e rotor, nessas condições, obtém-se por diferença o valor da perda no cobre do rotor.

Unindo o ponto A ao ponto J o comprimento $\overline{IF}$ fica dividido também em duas partes, $\overline{IK}$ representando o valor das perdas no cobre do rotor e $\overline{KF}$ as perdas no cobre do estator para o ponto de funcionamento P.

Em resumo, para um ponto P qualquer de funcionamento tem-se, na escala correspondente:

$\overline{DF}$ - perdas a vazio, $\overline{KF}$ - perdas no cobre do estator, $\overline{IK}$ - perdas no cobre do rotor, $\overline{IF}$ - perdas totais no cobre e $\overline{PD}$ - potência total consumida.

A potência fornecida no eixo é pois medida pelo comprimento $\overline{PI}$, sendo uma potência mecânica. O rendimento é portanto $\overline{PI} / \overline{PD} \cdot 100 \%$.

O fator de potência máximo corresponde ao defasamento φ mínimo, portanto ao caso em que o vetor da corrente no estator é uma tangente à circunferência, isto é, caso do ponto de funcionamento Q (Fig. 116).

A potencia maxima fornecida no e e da da por RS , sendo R o ponto tangencia de uma r eta paralela AB (Fig.116).

Como KI representa as perdas no cobre do rotor, na figura 115, o comprimento PK e a medida do conjugado do motor, por ser proporcional a potencia fornecida a este. O conjugado maximo e medido por meio de

Passando-se da figura 113 á figura 115, o defasamento φ_r é o angulo entre o prolongamento de $\overline{EA}$ e a réta $\overline{AP}$ (Fig.115), portanto será também igual ao angulo ACP (lados perpendiculares). Tem-se pois, para o ponto P de funcionamento :

sendo X_2 a reatância do rotor parado e d o deslize do rotor. Portanto:

Com o rotor parado o deslize é 1 e portanto

pois neste caso o defasamento φ_r é o ângulo ACB. Deste modo tem-se:

e o deslize é medido por $(\overline{BC}/\overline{AB}).\text{tg } \varphi_r$, ou $d = (\overline{BC}/\overline{AB}).(\overline{AP}/\overline{PC})$,

para o ponto P qualquer de funcionamento.