Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 35, n. 1, 1305 (2013)
www.sbfisica.org.br

Experimentos com supercapacitores e lâmpadas

(Experiments with supercapacitors and bulbs)

Gláucia Grüninger Gomes Costa, Rui Carlos Pietronero, Tomaz Catunda[1]

Instituto de Física de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, Brasil

Recebido em 20/4/2012; Aceito em 24/5/2012; Publicado em 18/2/2013

Circuitos com supercapacitores e lâmpadas são abordados fazendo-se uso da luminosidade das lâmpadas como um indicador da corrente no circuito. Desta maneira, pode-se demonstrar visualmente que os capacitores podem armazenar energia. Neste artigo é proposta uma sequência de experimentos qualitativos, onde a complexidade dos circuitos é aumentada gradualmente, que demonstram os conceitos fundamentais dos capacitores e circuitos RC. Pode-se demonstrar qualitativamente, que o tempo de carga e descarga do circuito está relacionado à constante de tempo RC. Além disso, demonstra-se que o capacitor descarregado tem o comportamento análogo a um curto-circuito. Por outro lado, no estado estacionário a carga do capacitor é constante e ele se comporta como um circuito aberto. Mostramos também que é fundamental considerar o efeito da resistência interna dos supercapacitores na análise quantitativa dos dados experimentais. A aplicação didática destes experimentos também é comentada.

Palavras-chave: supercapacitores, circuito RC, laboratório de eletricidade, ensino de física.

Circuits with supercapacitors and bulbs are discussed making use of light bulbs as an indicator of current in the circuit. Thus, one can visually demonstrate that capacitors can store energy. This paper proposes a series of qualitative experiments, where the complexity of the circuits is gradually increased, demonstrating the fundamental concepts of capacitors and RC circuits. It can be demonstrated qualitatively, that the time of loading and unloading of the circuit is related to the time constant RC. Furthermore, it demonstrates that the uncharged capacitor behaves similar to a short circuit. Moreover, at steady state the capacitor charge is constant and it behaves as an open circuit. We also show that it is essential to consider the effect of internal resistance of supercapacitors in quantitative analysis of experimental data. The application of these teaching experiments is also discussed.

Keywords: supercapacitors, RC circuit, electricity laboratory, physics teaching.

1. Introdução

A estratégia de se utilizar circuitos com baterias e lâmpadas para abordar qualitativamente os circuitos de corrente contínua é bem conhecida [1-3]. Com o aparecimento de capacitores de alta capacitância ($\sim$ Farads) é possível observar o transiente de circuitos RC usando lâmpadas. Estes dispositivos são chamados de supercapacitores e possuem características intermediárias entre capacitores e baterias. Normalmente eles são usados como uma segunda bateria [4], funcionando como dispositivos de segurança no caso de interrupção de energia de alimentação em microcomputadores e assim manter os dados da memória RAM, em câmeras, impressoras, projetores, DVD etc. A característica principal do supercapacitor é armazenar alta densidade de energia por volume ($\sim$ Joules/cm^3), uma ordem de grandeza maior que capacitores eletrolíticos comuns. Por exemplo, neste trabalho utilizamos supercapacitores com $C = 0{,}22$ F com tensão máxima de 5,5 V.

Demonstramos a seguir a aplicação de supercapacitores no estudo de circuitos RC (curva de carga e descarga do capacitor) assim como outros circuitos simples e muito didáticos. Basicamente, estes circuitos demonstram que o capacitor é capaz de armazenar cargas e como se dá a dinâmica do processo (o tempo característico RC). Além disso, demonstra-se que o capacitor pode se comportar como um curto-circuito quando descarregado (com carga nula) e um circuito aberto, impedindo a passagem de corrente quando o estado estacionário é atingido e sua carga fica constante no tempo. Entretanto, mostramos o efeito da resistência em série dos supercapacitores é muito significativo, e precisa ser considerado em análises quantitativas.

2. Base teórica

Consideremos inicialmente o caso de um capacitor (previamente descarregado) que em $t = 0$ é ligado em série

[1]E-mail: tomaz@ifsc.usp.br.

a um resistor e uma fonte de tensão DC com fem constante, ε. A dependência temporal da carga do capacitor (de capacitância C) é dada por [5, 6]

$$q(t) = Q_f \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right], \tag{1}$$

onde $\tau = R.C$, $Q_f = \varepsilon.C$. A corrente, $I(t) = +\, \mathrm{d}Q/\mathrm{d}t$, é então dada por

$$I(t) = I_0.\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right), \tag{2}$$

onde $I_0 = \varepsilon/R$.

Deve-se notar que a corrente $I(t)$ possui uma descontinuidade em $t = 0$, visto que salta de zero ($I(t) = 0$ para $t < 0$) para $I(t = 0^+) = I_0 = \varepsilon/R$ e é dada pela Eq. (2) somente para $t \geq 0$.

Na descarga de um capacitor supomos que ele esteja inicialmente carregado (com carga Q_0), sendo que em $t = 0$ ele é ligado em paralelo a um resistor. Neste caso temos

$$q(t) = Q_0.\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right), \tag{3}$$

e, normalmente adota-se $I(t) = -\, \mathrm{d}Q/\mathrm{d}t$ e, da mesma forma que na carga, a corrente também é dada pela Eq. (2) para $t \geq 0$ e, também, apresenta uma descontinuidade em $t = 0$ pois $I = 0$ para $t < 0$. Porém, tanto na carga quanto na descarga, a tensão no capacitor é uma função contínua pois $V_C(t) = C.q(t)$, visto ser um capacitor ideal, sendo $q(t)$ contínua.

A Fig. 1.a mostra a curva de carga e descarga de um supercapacitor ligado a uma lâmpada. Inicialmente o supercapacitor está descarregado e, em $t = 0$, ele é ligado à fonte de tensão com a chave (Ch) posicionada em (a). O comportamento transiente é aproximadamente exponencial (Eq. (1)) com tempo de resposta $\tau \sim 2{,}2$ s, logo em $t = 11{,}5$ s o sistema praticamente atingiu o estado estacionário. Neste instante, a chave é colocada na posição (b) e o capacitor começa a descarregar, novamente com comportamento aproximadamente exponencial. Entretanto, é importante notar que a tensão no supercapacitor tem uma descontinuidade em $t = 0$ (quando ele começa a carregar) e em $t \sim 11{,}5$ s. Desta maneira, o comportamento do circuito supercapacitor-lâmpada se difere do comportamento de um circuito RC. Veremos a seguir que o mesmo comportamento é observado num circuito com um resistor comum ao invés da lâmpada. Ou seja, este comportamento peculiar não se deve à lâmpada, mas às características do supercapacitor.

O comportamento de $V_{SC}(t)$ pode ser explicado modelando o supercapacitor como um capacitor ideal, de capacitância C, em série com uma resistência interna, r. Ou seja, em $t = 0$ temos $q(0) = 0$, logo a tensão inicial no supercapacitor é $V_{SC}(0) = rI(0)$. Neste caso, a corrente inicial é dada por $I_0 = \varepsilon/(r + R)$. Em um instante t qualquer temos

$$V_{SC}(t) = rI(t) + \frac{q(t)}{C}. \tag{4}$$

É importante observar que a carga no supercapacitor continua sendo dada pela Eq. (1), com a diferença que neste caso a resistência equivalente do circuito é $(r + R)$. Consequentemente, $\tau = C\ (r + R)$. Podemos reescrever a Eq. (4), substituindo as Eqs. (1) e (2) na Eq. (4), obtendo

$$V_{SC}(t) = \varepsilon + (\Delta V - \varepsilon).\exp(-\frac{t}{\tau}), \tag{5}$$

com

$$\Delta V = \varepsilon\frac{r}{r + R}. \tag{6}$$

Desta forma se explica a tensão saltar de $V_{SC}(0) = 0$ para ΔV, em $t = 0$ na curva de carga. Analogamente, no processo de descarga do supercapacitor, a tensão salta de $V_{SC}(0) = \varepsilon$ para $(\varepsilon - \Delta V)$. As Eqs. (4) e (5) podem ser usadas para estimar o valor de r a partir da observação do comportamento transiente do circuito.

3. Experimentos

Nas atividades apresentadas, utilizam-se supercapacitores em conjunto com lâmpadas, para que se tenha uma constante de tempo possível de ser medida [7], pois é necessário que os capacitores possuam altos valores de capacitância, ou seja, maiores que 0,1 F, visto que normalmente as lâmpadas possuem resistência da ordem de Ohms.

Os experimentos descritos, neste trabalho, foram realizados com o supercapacitor NEC-TOKIN Série FS (0,22 F/5,5 V) [8] e lâmpadas de lanterna National (2,2 V/0,25 A). O capacitor utilizado nestes experimentos teve como medida de sua capacitância 0,24 F e resistência interna, $r \sim 13\ \Omega$.

Algumas características do supercapacitor utilizado são: $C = 0{,}22$ F, $V_{max} = 5{,}5$ V, forma cilíndrica (diâmetro $\phi = 1{,}5$ cm, altura $h = 1{,}0$ cm), portanto volume $v = 1{,}76$ cm^3. Isto significa que a carga máxima que pode ser armazenada ($Q_{max} = C.V_{max}$) é 1,21 C e a energia máxima ($U_{max} = Q.V/2$) é 3,33 J. Podemos comparar com outro capacitor eletrolítico comum, com $C = 0{,}09$ F, $V_{max} = 15$ V e $U_{max} = 10{,}13$ J, também cilíndrico, mas muito maior ($\phi = 5$ cm, $h = 14$ cm, $v = 274{,}75$ cm^3). Estes dados implicam que a densidade de energia armazenada (J/cm^3) no supercapacitor é 47 vezes maior que no capacitor eletrolítico comum.

Os transientes dos circuitos, apresentados neste artigo, foram coletados usando o osciloscópio digital (Tektronix, TDS 2022B Two Channel Digital Storage Oscilloscope 200 Mhz). Posteriormente, as curvas foram ajustadas como decaimentos monoexponenciais (Eqs. (1) a (3)) usando o programa OriginPro.

3.1. Circuito RC simples

Nos experimentos aqui apresentados, a observação do comportamento transiente do supercapacitor será feita através do brilho das lâmpadas, o qual será o indicador qualitativo da corrente elétrica no circuito. O transiente de carga e descarga, na lâmpada, pode ser visto na Fig. 1, onde o tempo de resposta observado é de $\sim$ 2,2 s.

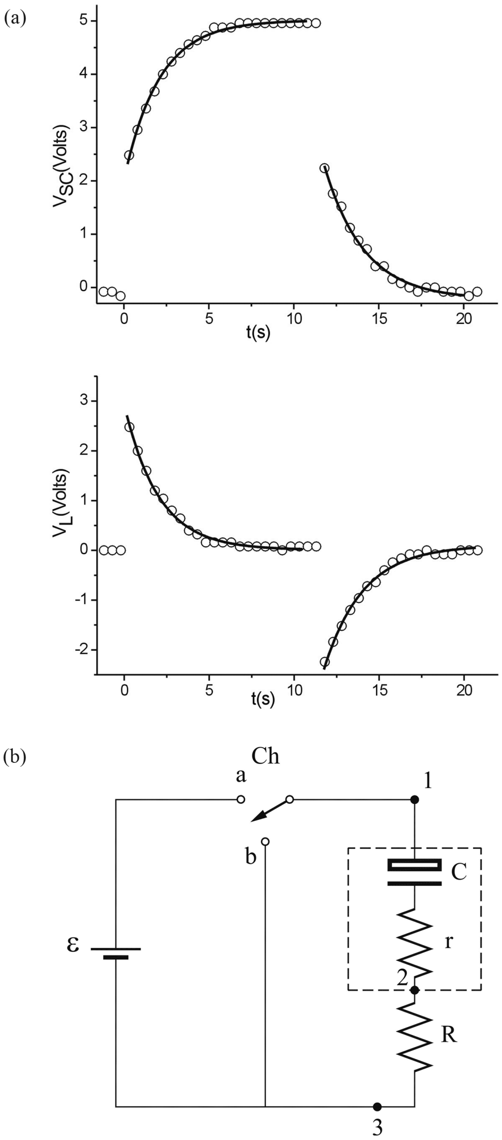

Figura 1 - (a) Comportamento transiente de carga e descarga de um circuito supercapacitor-lâmpada, com $\varepsilon = 5$ V, onde $V_{SC}(t)$ e $V_L(t)$ representam as tensões no supercapacitor e na lâmpada, respectivamente. A curva na parte superior representa o transiente no supercapacitor, e na parte inferior o transiente na lâmpada, sendo a linha contínua em ambas as curvas o ajuste exponencial com tempo de resposta $\sim$ 2,2 s. (b) Circuito para o estudo da carga e descarga de um supercapacitor ligado a uma fonte de potência, ε, conectado a um resistor R, que pode ser uma lâmpada (R_L). O supercapacitor é representado em linha tracejada, como um capacitor ideal, C, com uma resistência em série de valor r.

Entretanto, observamos que o comportamento do supercapacitor, neste circuito supercapacitor-lâmpada (Fig. 1.a), apresenta um salto de tensão em $t = 0$, que é decorrente do fato do supercapacitor se comportar como um capacitor ideal, de capacitância C, associado em série com uma resistência, r, como mostrado na Fig. 1.b, assim, por este motivo a lâmpada tem sua luminosidade diminuída. Tal como mencionado na seção teórica, a descontinuidade da tensão inicial, $V_{SC}(0)$, pode ser atribuída a resistência interna do supercapacitor, r.

Contudo, é importante lembrar que o filamento da lâmpada não se comporta como um elemento ôhmico, devido à alta variação de temperatura ($\sim$ 20-2500 °C), observando que a resistividade aumenta com a temperatura. Utilizando um ohmímetro, obtivemos a resistência da lâmpada $R_L = 1{,}2\ \Omega$, que representa seu valor à temperatura ambiente. Com o filamento incandescente ($I \sim 0{,}23$ A, $V = 2{,}2$ V) estimamos o valor efetivo da resistência $R_{Leff} \sim \mathrm{d}V/\mathrm{d}I \sim 10\ \Omega$ para $V = 2{,}2$ V. Desta maneira, durante o decaimento exponencial da corrente, o valor da resistência efetiva da lâmpada diminui significativamente à medida que a lâmpada se resfria (por um fator maior que 2). Consequentemente, o comportamento de $V(t)$ não é exponencial, o que fica evidente quando fazemos o gráfico $V(t)$ na escala monolog, tal como mostrado na Fig. 2.b. Pode-se notar ainda que a declividade da curva aumenta para tempos longos devido a diminuição do valor efetivo da resistência da lâmpada, pois à medida que a tensão diminui, o filamento se resfria e sua resistência e a constante de tempo diminuem.

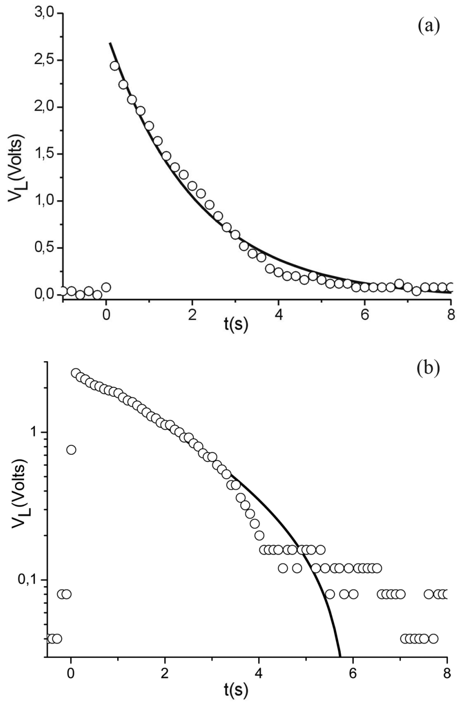

Figura 2 - (a) Transiente na lâmpada de lanterna, onde $\varepsilon = 5{,}0$ V, onde $V_L(t)$ é a tensão na lâmpada. A linha contínua representa o ajuste exponencial, com $\tau = 2{,}07$ s. (b) Transiente, segundo a curva monolog, onde se observa que o comportamento deste elemento não é linear (é aproximadamente linear até $t \sim 2{,}8$ s).

A Fig. 3 mostra o decaimento RC do mesmo supercapacitor da Fig. 2, porém conectado a um resistor comum (cerâmico), com $R = 220\ \Omega$ ao invés da lâmpada. Neste caso, o gráfico monolog (Fig. 3.b) é aproximadamente linear, tal como esperado. O valor esperado para a constante de tempo é $\tau = (r + R).C = 55{,}7$ s com $r = 13\ \Omega$, $R = 220\ \Omega$ e $C = 0{,}24$ F. Este valor está em bom acordo do valor experimental, $\tau = 54{,}7$ s, mostrado na Fig. 3.

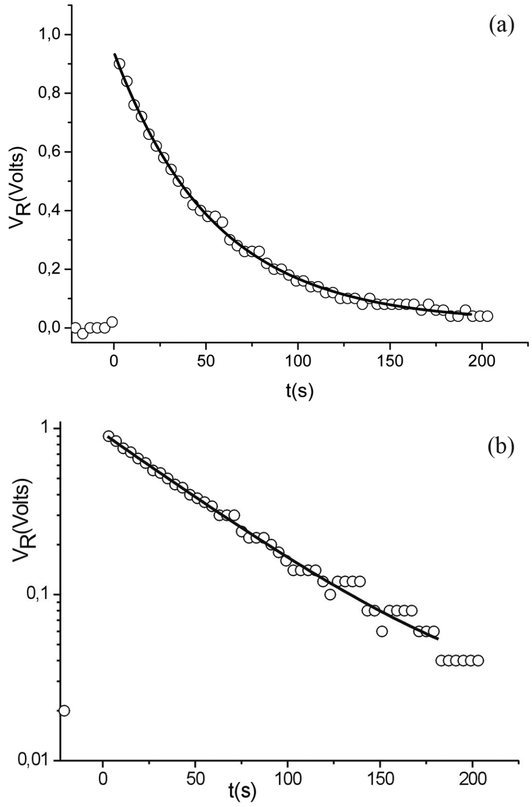

Figura 3 - (a) Transiente na resistência ($R = 220\Omega$), onde $\varepsilon = 1{,}0$ V, onde $V_R(t)$ é a tensão no resistor. A linha contínua representa o ajuste exponencial, com $\tau = 54{,}7$ s. (b) Transiente, segundo a curva monolog, onde se observa que o comportamento deste elemento é linear.

3.2. Circuito com uma lâmpada conectada a dois capacitores

Além do circuito RC simples, abordaremos outros circuitos com interessantes aplicações didáticas. Uma questão conceitual importante é como se dá o comportamento microscópico das cargas no capacitor. O experimento descrito a seguir (Fig. 4.a) pode, inicialmente, ser colocado com a seguinte questão problematizadora: quando a chave é fechada, a lâmpada vai acender?

Possivelmente, a maioria dos alunos ainda não notou que não há passagem de corrente entre as placas do capacitor (no caso ideal). Neste caso o professor precisa relembrar este conceito, ou seja, que por definição o material entre as placas do capacitor ideal é um isolante perfeito. Infelizmente, não é possível demonstrar visualmente que não há corrente entre as placas do capacitor, mas pode-se argumentar que se houvesse corrente o capacitor não seria capaz de armazenar as cargas. Isto pode ser demonstrado lembrando que um capacitor carregado é capaz de acender uma lâmpada, sem o auxílio da fonte de tensão (tal como na curva de descarga da Fig. 1). Uma vez compreendido isto, muitos estudantes podem pensar que no circuito da Fig. 4.a "a corrente flui do lado positivo da bateria para o lado negativo. Uma vez que a lâmpada está <u>isolada</u> do circuito pelos dois capacitores, ela não irá acender" [9]. O experimento mostra que a lâmpada acende e sabemos que isto se deve ao processo de indução eletrostática. Ou seja, a placa negativa do capacitor C_a recebe elétrons da placa positiva do capacitor C_b e a carga total destas permanece sempre nula uma vez que inicialmente os dois capacitores estão descarregados. Este experimento também é proveitoso para ilustrar porque dois capacitores em série sempre têm a mesma carga (mesmo que suas capacitâncias sejam diferentes).

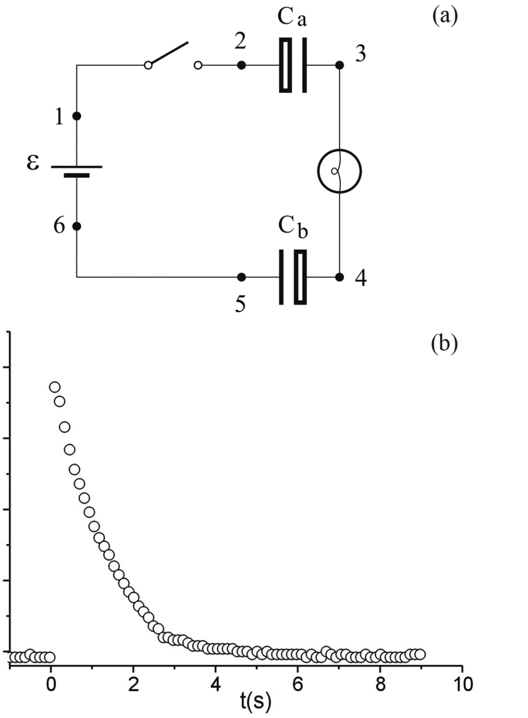

Figura 4 - (a) Circuito com uma lâmpada (terminais 3 e 4) conectada a dois supercapacitores, C_a (terminais 2 e 3) e C_b (terminais 4 e 5), onde $\varepsilon = 5{,}0$ V; (b) transiente na lâmpada onde $V_L(t)$ é a tensão na lâmpada e $\tau = 1{,}2$ s.

Consideramos que este experimento é interessante principalmente pela demonstração qualitativa dos conceitos mencionados acima. Entretanto, caso seja feito o experimento quantitativo é preciso considerar o comportamento não ideal do supercapacitor. Observa-se que ao se fechar a chave ($t = 0$) a tensão na lâmpada é de ~ 2 V, que é menos que a metade do valor que se deveria ter para o caso ideal, pois se $r = 0$, $V_c(0) = 0$. O efeito da resistência interna do supercapacitor é acentuado pelo fato de termos dois capacitores em série, logo sua resistência equivalente se soma ($r_{eq} = 2.r$). Pode-se notar que o tempo de resposta (τ = 1,2 s) é menor do que na Fig. 1 devido ao fato da capacitância equivalente de dois capacitores em série ser $C/2$.

3.3. Circuito com duas lâmpadas e um capacitor

As Figs. 5 e 6 ilustram um circuito relativamente complexo, que envolvem duas malhas e equações diferenciais. Embora não seja óbvio para os estudantes, é fácil mostrar que a análise do problema é trivial no instante inicial ($t = 0$) e no estado estacionário ($t \to \infty$).

Imediatamente após a chave ser fechada o capacitor está descarregado, logo $V_C(0) = 0$, então o capacitor se comporta como um curto-circuito. Como a lâmpada B e o capacitor C estão em paralelo, $V_B(0) = V_C(0) = 0$ logo a lâmpada B está apagada mas a lâmpada A está acesa pois, pela segunda lei de Kirchhoff, em qualquer instante devemos ter: $V_o = V_B(t) + V_A(t)$. Em $t = 0$, $V_B(0) = 0$, logo $V_A(0) = V_o$. Além disso, pela primeira lei de Kirchhoff, $I_A(t) = I_B(t) + I_C(t)$ e em $t = 0$ $I_B(0) = 0$ pois sua tensão é nula, consequentemente $I_A(0) = I_C(0)$, toda a corrente que passa por A é transferida para o capacitor. À medida que o capacitor se carrega, V_B aumenta e V_A diminui. No estado estacionário ($t \to \infty$) o capacitor está carregado (sua carga fica constante), logo $I_C = 0$ e $I_A = I_B$, consequentemente $V_A = V_B = \varepsilon/2$ e as lâmpadas têm o mesmo brilho.

No experimento (Fig. 5) observa-se em $t = 0$, que a lâmpada B está praticamente apagada, mas a luminosidade da lâmpada A é intensa. Se o capacitor fosse ideal, teríamos em $t = 0$, $V_A = 5$ V e $V_B = V_C = 0$. Entretanto, como o capacitor é um supercapacitor (não é ideal), e sua tensão não é nula em $t = 0$, $V_C(0) = rI_C(0)$. A Fig. 5.b mostra que em $t = 0$, $V_A \sim 4$ V e $V_B = V_C = 1$ V, a lâmpada A está acesa e a lâmpada B está praticamente apagada. À medida que o supercapacitor (C) vai se carregando, a luminosidade da lâmpada A diminui e a de B aumenta.

O circuito da Fig. 6 é uma variante do caso anterior. O capacitor está inicialmente descarregado e com a chave (Ch) aberta as duas lâmpadas têm a mesma luminosidade. Ao se fechar a chave a luminosidade da lâmpada A alcança um valor máximo (3,7 V) e depois vai diminuindo e a lâmpada B cai para aproximadamente 1,3 V e começa a ter sua luminosidade mais brilhante até que as duas lâmpadas fiquem com o mesmo brilho, em aproximadamente 2,5 V. A lâmpada B não vai para zero Volts (0,0 V), por causa da resistência interna do supercapacitor, como explicado anteriormente.

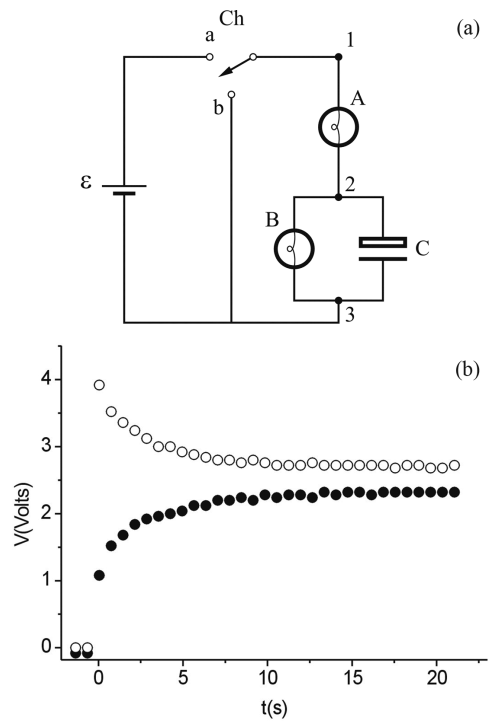

Figura 5 - (a) Circuito com fonte de tensão (ε = 5,0 V), duas lâmpadas, A (terminais 1 e 2) e B (terminais 2 e 3) e um supercapacitor (C). Na curva de carga a chave (Ch) é colocada na posição, a, em $t = 0$; (b) curva de carga, onde o ponto em círculo vazio representa $V_{12}(t)$ e em círculo cheio $V_{23}(t)$. Os ajustes exponenciais destas curvas (Eq. (5)) resultam em τ_{12} = 3,19 s e τ_{23} = 3,24 s.

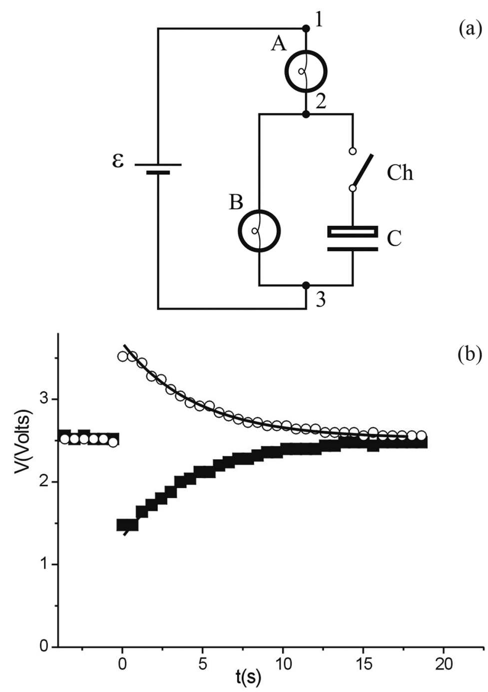

Figura 6 - (a) Circuito de duas lâmpadas, A (terminais 1 e 2) e B (terminais 2 e 3), e um supercapacitor (C) com a chave (Ch) colocada em série com o supercapacitor e com ε = 5,0 V; (b) curva de carga, onde o ponto em círculo vazio representa $V_{12}(t)$ e em círculo cheio $V_{23}(t)$. Os ajustes exponenciais destas curvas (Eq. (5)) resultam em τ_{xy} = 4,63 s e τ_{yz} = 4,6 s.

4. Considerações finais

Neste trabalho mostramos alguns experimentos usando supercapacitores e lâmpadas. Devido a sua alta capacitância, o tempo de resposta destes circuitos é da ordem de alguns segundos, longo o suficiente para que sua dinâmica seja observada visualmente. Os supercapacitores têm capacidade de armazenar cargas por bastante tempo ($\sim$ semanas), mas apresentam uma resistência em série alta ($\sim$10 Ω), comparável a resistência efetiva da lâmpada usada nestes experimentos.

Nós temos usado estes experimentos na prática do curso de Laboratório de Física Geral III (eletricidade e magnetismo) do IFSC. O roteiro utilizado tem um caráter investigativo onde os experimentos feitos com os supercapacitores são somente qualitativos. Neste caso, não é mencionado o efeito da resistência interna do supercapacitor. Estes experimentos têm se mostrado bastante interessantes para promover discussões sobre o processo de carga e descarga dos capacitores. Alguns alunos têm dificuldade de perceber que a corrente é a mesma em todos os instantes e em todos os pontos de um circuito em série. Também são interessantes para demonstrar que as leis de Kirchhoff (sobre soma das correntes e soma das tensões) são válidas em todos os instantes em circuito transientes. Finalmente, medidas quantitativas podem ser propostas em projetos especiais ou numa segunda etapa do curso. Pode-se propor como desafio encontrar o circuito equivalente de um supercapacitor e caracterizá-lo investigando, por exemplo, a dependência do tempo de resposta do circuito RC com o resistor externo, R (neste caso pode-se obter o valor da resistência interna, r, extrapolando o comportamento do gráfico de τ x R para $R \to 0$). Consideramos, porém, que os instrutores devem estar atentos ao comportamento não ideal dos supercapacitores (o efeito da resistência interna), pois ele afeta significativamente o brilho das lâmpadas e isto pode gerar dúvidas.

Referências

[1] J.Evans, The Physics Teacher **16**, 15 (1978).

[2] L.C. McDermott and P.S. Shaffer, Am. J. Phys **60**, 994 (1992).

[3] P.S. Shaffer and L.C. McDermott, Am. J. Phys **60**, 1003 (1992).

[4] Super Capacitors, Volume 12. NEC/TOKIN. Acesso em 21/12/2011. Disponível em `http://www.nec-tokin.com/english/product/pdf_dl/supercapacitors.pdf`.

[5] A.S. Chaves, *Física Curso Básico para Estudantes de Ciências Físicas e Engenharias 2: Eletromagnetismo* (Reichmann & Affonso Editores, Rio de Janeiro, 2001), v. 2.

[6] H.M. Nussenzveig, *Curso de Física Básica 3: Eletromagnetismo* (Edgard Blücher, São Paulo, 2006), v. 3, 5ª ed.

[7] Supercapacitor NEC-TOKIN Série FS (0,22 F/5,5 V), são encontrados em lojas de materiais eletrônicos por $\sim$ R$ 15,00.

[8] D. Young, The Physics Teacher **44**, 366 (2006).

[9] L.C. McDremott and P.S. Shaffer, *Tutorials in Introductory Physics* (Prentice Hall, New Jersey, 2002), 245 p.