

Boletim Técnico da Escola Politécnica da USP
Deptº de Engenharia de Estruturas e Fundações

ISSN 0103-9822

BT/PEF/9408

**Programação Matemática Aplicada à
Análise Limite de Estruturas**

Parte II

**Paulo de Mattos Pimenta
Priscila Goldenberg
Ernesto Coutinho Colla**



Escola Politécnica - EPBC



31200053682

876265

São Paulo - 1994

Pimenta, Paulo de Mattos

Programação matemática aplicada à análise limite de estruturas: parte 2 / P. de M. Pimenta, P. Goldenberg, E.C. Colla. -- São Paulo : EPUSP, 1994.

28p. -- (Boletim Técnico da Escola Politécnica da USP. Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações, BT/PEF/9408)

1. Programação matemática 2. Estruturas - Cálculo
I. Goldenberg, Priscila II. Colla, Ernesto Coutinho
III. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica.
Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações
IV. Título V. Série

CDU 519.85
624.04

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Programação Matemática Aplicada à Análise
Limite de Estruturas II
(BT/PEF 9408)

Prof. Dr. Paulo de Mattos Pimenta
Prof. Dr. Priscila Goldenberg
Ernesto Coutinho Colla

Resumo

Este boletim apresenta uma série de resultados de aplicação da programação matemática à análise limite de estruturas. Trata-se de uma continuação do boletim técnico BT/PEF 9407 onde os principais resultados de programação linear foram apresentados.

ÍNDICE

	pag.
1. Introdução	
2. Análise Limite	3
2.1 Definições e Notações	3
2.2 Aplicação em treliças	4
2.3 Aplicação em Pórticos Planos	5
3. Implementação	8
3.1 Modelagem do problema	8
3.2 Relatório do programa	9
3.3 Características do algoritmo	10
3.4 Exemplos	16
4. Conclusão	23
5. Referências bibliográfica	24
6. Listagem dos Programas	25

1. Introdução

O objetivo da segunda parte deste trabalho é apresentarmos uma série de resultados da Programação linear e suas aplicações à Análise Limite de estruturas de pequeno porte (treliças planas, treliças espaciais e pórticos planos).

A Análise Limite pode ser definida como o estudo do colapso de uma estrutura. O problema de Análise Limite consiste na determinação do fator de colapso (λ_c) pelo qual a carga inicialmente aplicada a uma dada estrutura deve ser multiplicada para que a estrutura sofra colapso plástico.

Este tipo de análise pode ser interpretado como um problema de maximização ou minimização com restrições de igualdade e desigualdade que, se necessário, serão linearizadas transformando-se num problema de programação linear [1,2,3].

O algoritmo de programação linear SIMPLEX REVISADO que foi implementado, conforme vimos na primeira parte deste trabalho, para maximizar o fator multiplicador das cargas.

Nas secções 2 e 3 apresentamos um resumo da teoria de Análise Limite e Colapso Plástico de estruturas [4], bem como a implementação de um programa para Análise Limite de estruturas de pequeno porte (treliças planas, treliças espaciais e pórticos planos).

2. Análise Limite

2.1 Definições e notações

Dada uma estrutura, sujeita a um carregamento tal que seus elementos sejam poucos solicitados e portanto estejam em regime elástico. Se aumentarmos proporcionalmente o carregamento ao qual a estrutura esta sendo solicitada, até atingirmos o seu colapso dois instantes merecem destaque:

- *Primeiro Limite de Plastificação* - Neste instante, um primeiro ponto da estrutura alcança a tensão de escoamento.
- *Segundo Limite de Plastificação* - Corresponde à formação do mecanismo de colapso plástico da estrutura, ou seja, a estrutura se torna instável.

A Análise Limite é um método de análise estrutural que fornece um fator multiplicador das cargas (λ_c), que majora o carregamento inicialmente aplicado a um valor máximo suportado pela estrutura. Este fator multiplicador (λ_c) equivale ao

coeficiente de segurança disponível em relação ao colapso plástico.

O fator multiplicador das cargas (λ_c) é denominado **Fator de colapso da estrutura**, e sua determinação corresponde a um problema de maximização com restrições de igualdade (equações de equilíbrio) e desigualdade (limite de resistência dos materiais) [4]. Desta maneira a Análise Limite de uma estrutura pode ser interpretada como um problema de programação matemática. Como veremos adiante utilizou-se o algoritmo de programação linear SIMPLEX REVISADO para resolução deste problema.

Serão estudadas estruturas submetidas a força normal (tração e compressão) e a flexão.

No primeiro caso, o segundo limite de plastificação é atingido quando todos os elementos da estrutura ou parte deles atingem a tensão de escoamento. Nesta situação a estrutura se torna um mecanismo devido a plastificação, o que corresponde ao colapso.

No caso de estruturas submetidas a momentos fletores, não serão considerados os efeitos da força cortante ou da normal na formação de rótulas plásticas na estrutura. Assim, o primeiro limite de plastificação é atingido quando um primeiro ponto da secção alcançar a tensão de escoamento. Apartir deste instante as tensões continuam crescendo no interior da secção até atingirem a tensão de escoamento, quando então permanecem inalteradas. Quando todos os pontos da secção estiverem submetidos a tensão de escoamento, seja de tração ou compressão, esta terá atingido o segundo limite de plastificação da secção, o que corresponde a formação de uma rótula plástica.

Considere uma estrutura reticulada, como por exemplo um pórtico plano submetido a um carregamento inicial. Se a solicitação for multiplicada pelo fator de colapso, as etapas que antecedem o colapso podem ser ordenadas da seguinte maneira:

- Aparecimento do primeiro ponto plastificado.
- Formação da primeira rótula plástica na secção que primeiro atinge o momento máximo resistente ou momento de plastificação.
- Formação da segunda rótula plástica
- Assim por diante...
- Formação da rótula plástica que torna a estrutura instável e determina o colapso.

2.2 Aplicação em Treliças

Ao conjunto de barras biarticuladas unidas por suas extremidades de modo a compor uma estrutura reticulada dá-se o nome de **TRELIÇA**.

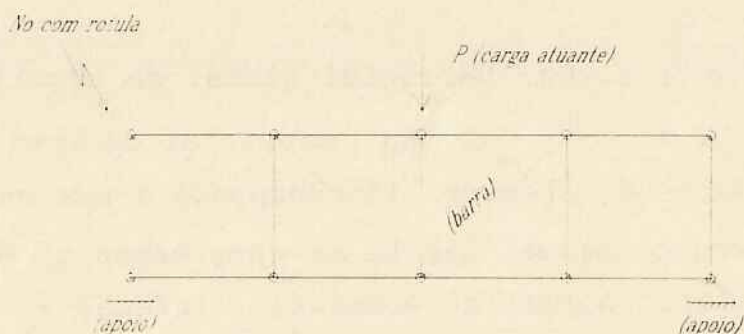


fig 1- treliça plana

Serão considerados apenas os reticulados formados exclusivamente por barras retas. Se os eixos das diversas barras estiverem num mesmo plano denominaremos a estrutura de *treliças Planas*, caso os eixos não sejam coplanares, classificaremos a estrutura como *treliça Espacial*.

Uma característica particular deste tipo de estrutura é o fato das barras serem solicitadas somente a *esforços normais*, quando o carregamento é constituído apenas de forças aplicadas nos seus nós. Uma barra solicitada somente por forças aplicadas em suas extremidades, as quais são supostas perfeitamente articuladas, o equilíbrio só é possível por meio da solicitação axial da barra. Assim, a resultante do sistema de forças concorrentes numa extremidade da barra, diretamente aplicada e/ou correspondentes às ações das outras barras que ali concorrem geram esforços somente de tração ou compressão na barra.

Esta particularidade simplifica consideravelmente o modelo matemático geral de Análise Limite, pois cada elemento da treliça está submetido apenas a um esforço, e portanto existe apenas dois esforços limites: tração e compressão. O modelo simplificado passa a ser representado por:

$$\lambda_c = \max \lambda$$

. a.

$$\lambda \cdot p = C \cdot \sigma_j \quad (1 - \text{Eq. Matricial global de equilíbrio})$$

$$\sigma_j^l \leq \sigma_j \leq \sigma_j^u, \quad \forall j \quad (2 - \text{Eq. matricial de resistência})$$

- índice do elemento (corresponde a uma coluna de C)

σ_j^l - Esforço normal limite de compressão do elemento

σ_j - Esforço normal do elemento (+) tração (-) compressão

σ_j^u - Esforço normal limite de tração do elemento

p - Vetor das cargas atuantes

C - Matriz global dos coeficientes das equações de equilíbrio

Uma observação importante é que as restrições de desigualdade do modelo são "independentes", ou seja, cada restrição contém somente uma variável e cada variável aparece em somente uma restrição. Este fato faz com que a matriz que representa o modelo seja parcialmente diagonal.

2.3 Aplicação em Pórticos Planos

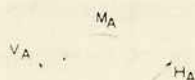
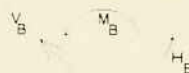
A estrutura reticulada formada por barras nas quais os esforços solicitantes gerados pela flexão e/ou torção são relevantes, dá-se o nome de pórtico. Caso o eixo das barras constituintes sejam coplanares teremos um caso particular de estrutura denominada *Pórtico Plano*, no qual não ocorrem esforços devido a torção.

No presente trabalho serão estudados pórticos simples submetidos apenas a carregamentos de forças concentradas.

Neste tipo de estrutura, cada elemento esta submetido a três tipos de esforços solicitantes:

- Força cortante
- Força normal
- Momento Fletor

Adotando o sistema local de coordenadas, teremos:



$$\left. \begin{array}{l} H_A, H_B \\ V_A, V_B \\ M_A, M_B \end{array} \right\} \text{ Esforços Solicitantes na barr . }$$

Escrevendo as equações de equilíbrio, teremos:

$$H_A = -H_B$$

$$V_A = -V_B$$

$$V_B = \frac{-(M_A + M_B)}{1}$$

Escolhendo H_B , M_A , M_B como incógnitas do problema teremos as demais variáveis escritas em função destas:

$$H_A = -H_B$$

$$V_A = -V_B$$

$$V_B = \frac{-(M_A + M_B)}{1}$$

Desprezando a influência da força normal e cortante no mecanismo da plastificação por flexão teremos o seguinte modelo:

$$\lambda_c = \max \lambda$$

. a.

$$\lambda \cdot p = C \cdot [\sigma_{jB} \ m_{jA} \ m_{jB}] \quad (1 - \text{Eq. Matricial global de equilíbrio})$$

$$-\sigma_j^l \leq \sigma_{jB} \leq \sigma_j^u, \quad \forall j \quad (2 - \text{Eq. matricial de resistência})$$

$$-m_p^l \leq m_{jA} \leq m_p^u$$

$$-m_p^l \leq m_{jB} \leq m_p^u$$

j - índice do elemento (corresponde a uma coluna de C)

σ_j^l - Esforço normal limite de compressão do elemento

σ_j - Esforço normal do elemento (+) tração (-) compressão

σ_j^u - Esforço normal limite de tração do elemento

m_{jA} - Momento fletor solicitante

m_p^u - Momento resistente máximo da secção ou Momento de Plastificação

m_p^l - Momento resistente mínimo da secção ou Momento de Plastificação

p - Vetor das cargas atuantes

C - Matriz global dos coeficientes das equações de equilíbrio

3. Implementação

3.1 Modelagem do problema

O algoritmo de programação matemática utilizado para a maximização do fator multiplicativo foi o SIMPLEX REVISADO [5,6,7]. Apesar das vantagens deste, discutidas no relatório técnico 1, ele apresenta o inconveniente de trabalhar somente com variáveis restritas de sinal.

Este problema pode ser contornado de duas maneiras. Uma primeira forma seria substituir as variáveis livres de sinal por variáveis restritas de sinal. O que pode ser facilmente realizado se constatarmos que qualquer número real pode ser obtido pela diferença entre dois números reais não negativos. Portanto $z_j \in \mathbb{R}$ pode ser rescrito como:

$$z_j = z_j^+ - z_j^- \quad z_j^+ \geq 0 \text{ e } z_j^- \geq 0$$

No entanto, as tensões nos elementos da estrutura, bem como o momento a que eles estão submetidos são variáveis livres de sinal. A utilização deste modelo matemático inviabilizaria o uso do algoritmo pois para cada variável livre de sinal seria necessário acrescentarmos no mínimo mais duas variáveis, aumentando por demais as dimensões do problema.

Outra maneira de contornar esta particularidade do algoritmo seria transladando as variáveis de modo a se obter somente variáveis não negativas. Para tanto utilizou-se o seguinte artifício matemático para o caso das tensões nas barras:

$$\begin{aligned} -\sigma_j^l &\leq \sigma_j \leq \sigma_j^u \\ &\leq \underbrace{\sigma_j + \sigma_j^l}_{s_j} \leq \sigma_j^u + \sigma_j^l \end{aligned}$$

$$\begin{cases} s_j = \sigma_j + \sigma_j^l & \text{(I)} \\ s_j \leq \sigma_j^u + \sigma_j^l \Rightarrow s_j + \varphi_j = \sigma_j^u + \sigma_j^l \end{cases}$$

em (I)

$$\begin{cases} \sigma_j = \sigma_j^u - \varphi_j & \text{(II)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \varphi_j \leq \sigma_j^u + \sigma_j^l & \text{(III)} \end{cases}$$

φ_j - Variável restrita de sinal

Nas equações de equilíbrio substitui-se a tensão do elemento j pela equação II. Com esta formulação é necessário acrescentar apenas uma variável para transformar a inequação III em uma igualdade. Após a resolução do problema obtemos os valores dos φ_j , com os quais são calculados os valores das tensões σ_j pela equação II.

3.2 Relatório do programa

O programa é constituído de um "programa gerenciador" que acessa três subprogramas independentes para análise limite e cálculo do fator de colapso (λ_c) em diferentes estruturas:

ALIMIT.C - "Programa gerenciador "
ALTPLAN.C - Análise Limite de treliça PLANA
ALTESP.C - Análise Limite de treliça ESPACIAL
ALPPLAN.C - Análise Limite de PÓRTICOS PLANOS*

Em cada subprograma a análise da estrutura ocorre de maneira análoga, e pode ser dividida nos seguintes procedimentos:

1. Leitura dos dados da estrutura de um arquivo texto
2. Construção da matriz contendo o conjunto de restrições de igualdades e desigualdades do modelo
3. Maximização do fator de colapso utilizando-se o algoritmo SIMPLEX REVISADO
4. Saída dos resultados

A seguir apresentamos a estrutura dos arquivos de entrada e saída de cada subprograma.

Nota: O texto entre "{}" é apenas comentário.

PROGRAMA: ALTPLAN.C

Arquivo de entrada de dados:

```
[título]

{coordenada dos nós} {condição de vínculo}
NÓ      X      Y      VINC_X      VINC_Y

      {nó inicial} {nó final}
BARRA   NOi      NOf      AREA

CARREGAMENTO
NÓ      Fx      Fy

END
```

PROGRAMA: ALTESP.C
Arquivo de entrada de dados:

```
[título]

      {coordenada dos nós}      {condição de vínculo}
NÓ      X      Y      Z      VINC_X      VINC_Y      VINC_Z

      {nó inicial} {nó final}
BARRA      NOi      NOf      AREA

CARREGAMENTO
NÓ      Fx      Fy      Fz

END
```

PROGRAMA: ALPPLAN.C
Arquivo de entrada de dados:

```
[título]

      {coordenada dos nós}      {condição de vínculo}
NÓ      X      Y      VINC_X      VINC_Y      VINC_Mom

      {nó inicial} {nó final}
BARRA      NOi      NOf      AREA

CARREGAMENTO
NÓ      Fx      Fy

END
```

3.3 Características do algoritmo

A seguir serão apresentados exemplos simples para discutirmos algumas particularidades do algoritmo.

Inicialmente considere a estrutura ISOSTÁTICA abaixo:



Procedendo a Análise Limite desta estrutura com o programa ALTPLAN.C obtivemos os seguintes resultados:

File: TREL_P31.OUT

Esforços nas barras:

Tensão de escoamento: $f_y k = 25 \text{ kN/cm}^2$

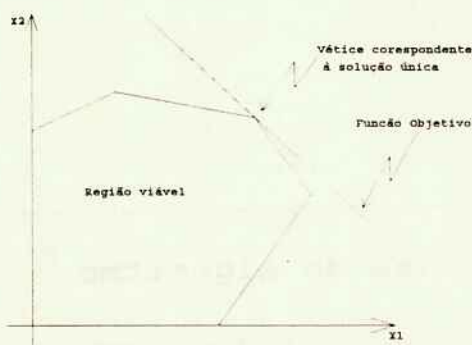
Fator de colapso: 44.72

BARRA	NORMAL (kN)	TENSAO (kN/cm ²)	AREA (cm ²)
00	-25.00	-25.00	1.00
01	0.00	0.00	1.00
02	-25.00	-25.00	1.00
03	11.18	11.18	1.00
04	11.18	11.18	1.00

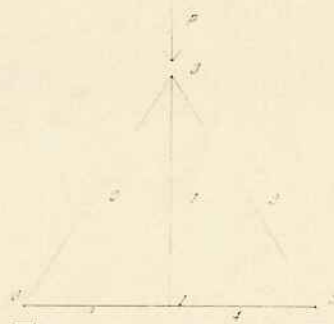
Reacoes de apoio:

NO	HORIZONTAL	VERTICAL
00	-0.00	22.36
01	0.00	0.00
02	0.00	22.36
03	0.00	0.00

Neste caso as tensões nas barras admitem uma única solução. O que pictoricamente poderia ser representado para um caso com duas variáveis como:



No caso das estruturas hiper estáticas, esta solução pode não ser única. Consideremos o mesmo exemplo modificada a condição de vínculo



Com o programa ALTPLAN.C obtivemos os seguintes resultados:

File: TREL_P03.OUT

Esforços nas barras:

Tensão de escoamento: $f_y k = 25 \text{ kN/cm}^2$

Fator de colapso: 44.72

BARRA	NORMAL (kN)	TENSAO (kN/cm ²)	AREA (cm ²)
00	-25.00	-25.00	1.00
01	0.00	0.00	1.00
02	-25.00	-25.00	1.00
03	25.00	25.00	1.00
04	25.00	25.00	1.00

Reacoes de apoio:

NO	HORIZONTAL	VERTICAL
00	-13.82	22.36
01	0.00	0.00
02	13.82	22.36
03	0.00	0.00

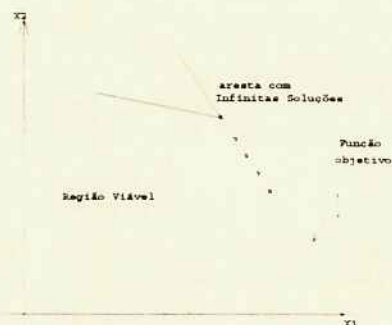
Uma solução alternativa que respeita as restrições de equilíbrio e de resistência dos materiais, e obtém o mesmo fator de colapso seria:

BARRA	NORMAL (kN)	TENSAO (kN/cm ²)	AREA (cm ²)
00	-25.00	-25.00	1.00
01	0.00	0.00	1.00
02	-25.00	-25.00	1.00
03	0.00	0.00	1.00
04	0.00	0.00	1.00

Reacoes de apoio:

NO	HORIZONTAL	VERTICAL
00	11.18	22.36
01	0.00	0.00
02	-11.18	22.36
03	0.00	0.00

O que demonstra que a solução não é única. Pictoricamente para o caso de restrições com duas variáveis esta solução poderia ser representada como:



No caso de estruturas hipostáticas as variáveis artificiais acrescentadas ao problema para a resolução da fase 1 do método SIMPLEX [Relatório técnico 1], terminam o processo com valores não nulos, indicando a hipostaticidade das estrutura.

Considere o exemplo:



Cuja saída do programa ALTPLAN.C foi:

File: TREL_P71.OUT

Esforços nas barras:

Tensão de escoamento: $f_y k = 25 \text{ kN/cm}^2$

Fator de colapso: 35.36

BARRA	NORMAL (kN)	TENSAO (kN/cm ²)	AREA (cm ²)
00	-35.36	-17.68	2.00
01	-35.36	-17.68	2.00
02	-35.36	-17.68	2.00
03	50.00	25.00	2.00
04	0.00	0.00	2.00
05	-35.36	-17.68	2.00
06	50.00	25.00	2.00
07	35.36	17.68	2.00

Reacoes de apoio:

NO	HORIZONTAL	VERTICAL
00	0.00	-35.36
01	0.00	0.00
02	0.00	35.36
03	0.00	0.00
04	0.00	0.00
05	0.00	0.00

A estrutura analisada e HIPOSTATICA !

Observe na estrutura que no nó 4 aparentemente não estão satisfeitas as condições de equilíbrio, indicando que na resolução deste problema foi introduzida uma variável artificial que no término da análise permaneceu com valor não nulo, para

satisfazer a equação de equilíbrio do nó 4, de onde pode-se concluir que a estrutura é hipostática.

3.3 Exemplos

3.3.1 Treliza Plana

Os primeiros exemplos tratam-se de treliças planas isostáticas e hiperestáticas interna e externamente. As barras das treliças estão sujeitas à tração e a compressão cujo limite de plastificação foi admitido 25kN/cm^2 para ambas as solicitações. Os resultados são apresentados nas tabelas que se seguem.

Exemplo 1.1



figura 1.1

Fator de Colapso: 28.12

Esforços nas barras

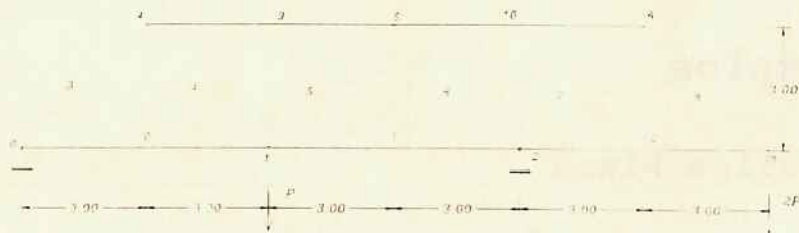
BARRA (kN)	NORMAL (kN/cm ²)	TENSÃO (cm ²)	ÁREA
0	14.55	14.55	1.00
1	5.18	5.18	1.00
2	-25.00	-25.00	1.00
3	3.12	3.12	1.00
4	-4.42	-4.42	1.00
5	-17.68	-17.68	1.00
6	25.00	25.00	1.00
7	-17.68	-17.68	1.00
8	8.84	8.84	1.00
9	-5.18	-5.18	1.00
10	-1.52	-1.52	1.00
11	25.00	25.00	1.00
12	-17.68	-17.68	1.00
13	-25.00	-25.00	1.00
14	-25.00	-25.00	1.00
15	-17.68	-17.68	1.00

Reações de Apoio

NO	HORIZONTAL	VERTICAL
0	-2.05	37.50
1	0.00	0.00
2	0.00	0.00
3	-26.07	18.75
4	0.00	0.00
5	0.00	0.00
6	0.00	0.00
7	0.00	0.00

Tabela 1.1

Exemplo 1.2



Fator de Colapso: 8.84

Esforços nas barras

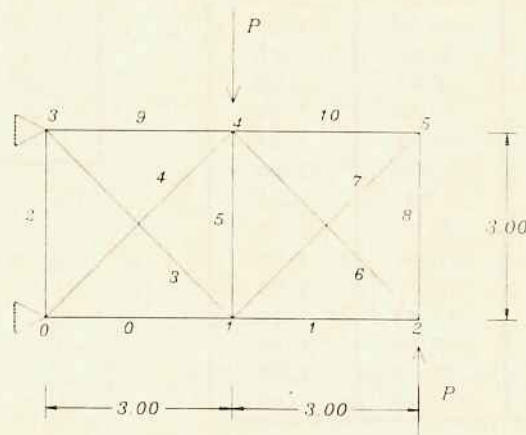
BARRA (kN)	NORMAL (kN/cm ²)	TENSAO (cm ²)	AREA
0	-4.42	-4.42	1.00
1	-22.10	-22.10	1.00
2	-17.68	-17.68	1.00
3	6.25	6.25	1.00
4	-6.25	-6.25	1.00
5	18.75	18.75	1.00
6	-18.75	-7.50	2.50
7	-35.00	-11.0	2.50
8	25.00	25.00	1.00
9	8.84	8.84	1.00
10	35.36	7.07	5.00

Reações de Apoio

NO	HORIZONTAL	VERTICAL
0	0.00	-4.42
1	0.00	0.00
2	0.00	30.94
3	0.00	0.00
4	0.00	0.00
5	0.00	0.00
6	0.00	0.00

Tabela 1.2

Exemplo 1.3



Fator de Colapso: 87.50

Esforços nas barras

BARRA (kN)	NORMAL (kN/cm ²)	TENSAO (cm ²)	AREA
0	105.18	21.04	5.00
1	25.00	25.00	1.00
2	25.00	25.00	1.00
3	-25.00	-25.00	1.00
4	-25.00	-25.00	1.00
5	-44.82	-17.93	2.50
6	-35.36	-14.14	2.50
7	88.39	17.68	5.00
8	-62.50	-25.00	2.50
9	-69.82	-13.96	5.00
10	-62.50	-25.00	2.50

Reações de Apoio

NO	HORIZONTAL	VERTICAL
0	-87.50	-7.32
1	0.00	0.00
2	0.00	0.00
3	87.50	7.32
4	0.00	0.00
5	0.00	0.00

Tabela 1.3

3.3.2 Treliça Espacial

O exemplo 2.1 (figura 2.1) é uma treliça espacial submetida a um carregamento inicial em dois de seus nós. De maneira análoga ao exemplo anterior, admitiu-se as tensões limites de tração e compressão de 25kN/cm². Os resultados constam na tabela 2.

Fator de Colapso: 5.59

Esforços nas barras

BARRA (kN)	NORMAL (kN/cm ²)	TENSÃO (cm ²)	ÁREA
0	25.00	25.00	1.00
1	-8.22	-8.22	1.00
2	-8.22	-8.22	1.00
3	20.00	20.00	1.00
4	-7.89	-7.89	1.00
5	-7.89	-7.89	1.00
6	-5.85	-5.85	1.00
7	-5.85	-5.85	1.00
8	8.86	8.86	1.00

Reações de Apoio

NO	EIXO_X	EIXO_Y	EIXO_Z
0	-11.18	-22.36	-0.00
1	0.00	0.00	0.00
2	5.59	16.77	-5.76
3	5.59	16.77	5.76
4	0.00	0.00	0.00
5	0.00	0.00	0.00

Tabela 2.1

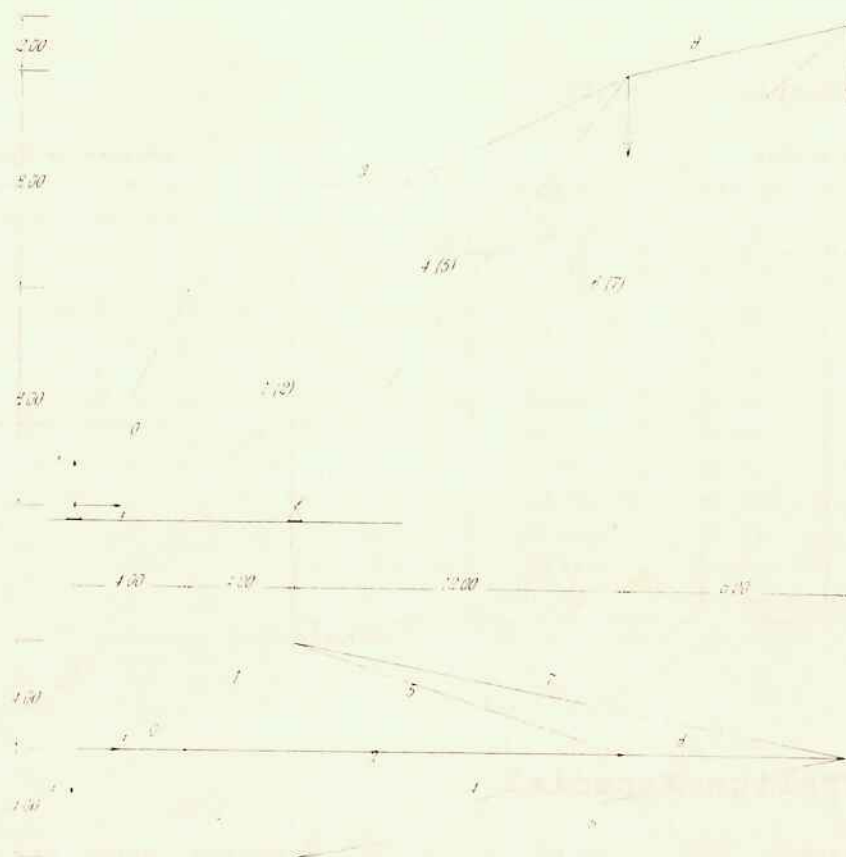


figura 2.1

3.3.3 Pórtico Plano

O último exemplo (figura 3.1) analisa um pórtico plano, no qual além das tensões normais nas barras (tração e compressão) limitadas a 25kN/cm^2 , são considerados os momentos nas barras fletidas. O momento de plastificação foi admitido igual a 30kNcm nos dois sentidos. Cabe ressaltar que não foi considerada na modelagem do problema a contribuição da força normal na plastificação das seções sujeitas a momento fletor. Resultados na tabela 3.1.

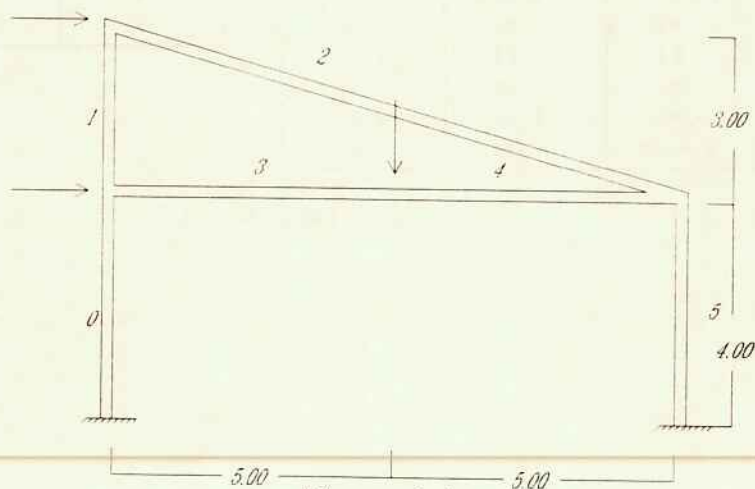


figura 3.1

Fator de colapso: 11.25

Reações de Apoio

NO	HORIZONTAL (kN)	VERTICAL (kN)	MOMENTO (kNcm)
0	-15.00	-3.75	-30.00
1	0.00	0.00	0.00
2	0.00	0.00	0.00
3	0.00	0.00	0.00
4	0.00	0.00	0.00
5	-7.50	15.00	0.00

Esforços nas barras

BARRA	N ₀₁	N _{0f}	NORMAL (kN)		CORTANTE (kN)		MOMENTO (kNcm)	
0	0	1	-3.75	3.75	15.00	-15.00	30.00	30.00
1	1	2	-6.38	6.38	-12.94	12.94	-30.00	-8.81
2	2	4	25.00	-25.00	0.84	-0.84	8.81	-0.00
3	1	3	-16.69	16.69	2.62	-2.62	-0.00	13.13
4	3	4	-16.69	16.69	-8.63	8.63	-13.13	-30.00
5	4	5	15.00	-15.00	7.50	-7.50	30.00	0.00

Tabela 3.1

4. Conclusão

Analisando-se os exemplos numéricos é possível notar que o algoritmo de programação linear SIMPLEX REVISADO pode ser aplicado à análise limite de estruturas.

A modelagem do problema adotada, trasladando as variáveis livres de sinal, foi fundamental para viabilizar a utilização do algoritmo. Caso esta formulação não tivesse sido adotada o número excessivo de variáveis comprometeria de maneira significativa no desempenho do algoritmo. Uma vez aumentaria muito a necessidade de memória para armazenar as matrizes e vetores do problema, bem como elevaria o tempo necessário para o processamento. Adotando-se o artifício de trasladar as variáveis, o algoritmo funcionou em menos de 1s num equipamento utilizado: PC-AT 486DX2 66Mhz. Deve-se ressaltar que os exemplos testados tiveram objetivo somente de verificar a eficiência do algoritmo, portanto, são muito "pequenos", se comparados com a maioria dos problemas reais de Análise Limite.

Como sugestões para futuro desenvolvimento do algoritmo, tem-se:

- Realizar maior número de testes, com problemas de maior porte
- Implementar um algoritmo que aproveite o fato da matriz de restrições apresentar-se parcialmente como uma matriz diagonal.
- Desenvolver rotinas para alocação de memória, de modo que possam ser analisadas estruturas com maior número de elementos.

Concluindo, o algoritmo de programação linear SIMPLEX REVISADO mostrou-se eficiente na análise limite de estruturas, desde que o problema seja convenientemente modelado, mas a eficiência do algoritmo pode ser melhorada se explorarmos mais as particularidades da matriz de restrições do problema.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] MORRIS, A.J. - "Foundations of Structural Optimization: A Unified Approach"
- [2] FARIA, P.O. - "Análise Limite de problemas Geotécnicos" - Dissertação de mestrado- Departamento de Engenharia Civil - PUC - RJ, 1992
- [3] FIGUEREDO, V. S. - "Algoritmo de programação Linear aplicado a problemas multidimensionais de Análise Limite" - Projeto de formatura - Departamento de Engenharia Industrial - PUC - RJ, 1993.
- [4] "Notas de aula PEF-128 Resistência dos Materiais e Estática das Construções IV" - Departamento de Estruturas e Fundações EPUSP, SP 1993
- [5] HUMES JR., Carlos & HUMES, Ana Flora Pereira de Castro - "Programação Linear: um primeiro curso" - Brasília, SBMAC, 1986
- [6] FLETCHER, R. - "Practical Methods of Optimization", John Wiley & Sons, 1985, 2vol
- [7] LUENBERGER, D.G. - "Linear and Nonlinear Programming", 2nd Edition, Addison - Wesley, 1984

6. Listagem dos programas

A seguir são apresentadas as funções BUILD(), BUILD_ESP(), BUILD_PORT(), utilizadas na construção das matrizes necessárias para análise limite de treliças planas, treliças espaciais e pórticos planos, respectivamente. Tratam-se de funções que fazem parte de um programa maior, formado por outras funções. Assim sendo, no código destas foram feitas referência a funções existentes no programa mas que no entanto não foram anexados a este boletim técnico.

```
#define cte 40
#define n 100
#define m 80
#define w 60

void build();          /* Funcao que constroe a matriz de equilibrio */

/* ----- VARIAVEIS GLOBAIS ----- */

struct SIMPLEX{
    int nlin;          /* num de linhas = num equacoes-1 */
    int ncol;          /* num de colunas = num variaveis-1 */
    float z;
    float b[m];        /* vetor de resultados */
    float bi[m];       /* vetor sub.b'=ABinv.sub.b */
    float C[n];        /* vetor da funcao objetivo inicial */
    float A[m][n];     /* Matriz A[n][n] de restricoes */
    int B[w];          /* vetor que armazena o indice das variaveis basicas */
    }sub;

int n_no;
int n_bar;
float nos[cte][2];    /* Coordenada dos nos */
int barra[cte][2];    /* Coordenada das barras */
float area[cte];       /* Area da seccao da barra */
int vinc[cte][2];     /* Condiacao de vinculo dos nos */
float forca[cte][2];   /* Carregamento nodal */

float tesc=25;        /* tensao de escoamento */

void build()
{
    int ct1,ct2,ct3,ct4;
    float dist;

    clrscr();
    if (!readf(file)) return;

    clrscr();

    /* Dados da estrutura a ser analisada */
```

```

output();

/* ----- CALCULO DA MATRIZ DE EQUACOES DE EQUILIBRIO ----- */

ct2=1;
for (ct1=0;ct1<=n_bar;ct1++){
    dist=(float)(sqrt(pow(nos[barra[ct1][0]][0]-
nos[barra[ct1][1]][0],2)+pow(nos[barra[ct1][0]][1]-nos[barra[ct1][1]][1],2)));
    sub.A[2*barra[ct1][0]][ct2]=-1*(nos[barra[ct1][1]][0]-nos[barra[ct1][0]][0])/dist;
    sub.A[2*barra[ct1][0]+1][ct2]=-1*(nos[barra[ct1][1]][1]-nos[barra[ct1][0]][1])/dist;
    sub.A[2*barra[ct1][1]][ct2]=(nos[barra[ct1][1]][0]-nos[barra[ct1][0]][0])/dist;
    sub.A[2*barra[ct1][1]+1][ct2]=(nos[barra[ct1][1]][1]-nos[barra[ct1][0]][1])/dist;

/* Vetor sub.b[] */
    sub.b[2*(n_no+1)+ct1]=2*tesc*area[ct1];
    sub.b[2*barra[ct1][0]]+=sub.A[2*barra[ct1][0]][ct2]*tesc*area[ct1];
    sub.b[2*barra[ct1][0]+1]+=sub.A[2*barra[ct1][0]+1][ct2]*tesc*area[ct1];
    sub.b[2*barra[ct1][1]]+=sub.A[2*barra[ct1][1]][ct2]*tesc*area[ct1];
    sub.b[2*barra[ct1][1]+1]+=sub.A[2*barra[ct1][1]+1][ct2]*tesc*area[ct1];

/* Equacoes de compatibilidade */
    sub.A[2*(n_no+1)+ct1][ct2++]=1;
    sub.A[2*(n_no+1)+ct1][ct2++]=1;

    } /* end ct1<=n_bar */

/* ATENCAO! Apartir deste ponto ct1 passa a ser utilizado como um
indicador da coluna na matriz sub.A[] [] -> nao utiliza-lo como contador */

ct1=2*(n_bar+1)+1;

/* Equacoes relativas aos vinculo */
for (ct2=0;ct2<=n_no;ct2++){
    if(vinc[ct2][0]){
        sub.A[2*ct2][ct1++]=1;
        sub.A[2*ct2][ct1++]=-1;
    }
    if(vinc[ct2][1]){
        sub.A[2*ct2+1][ct1++]=1;
        sub.A[2*ct2+1][ct1++]=-1;
    }
    } /* end ct2<=n_no */

/* Vetor carregamento */
for (ct2=0;ct2<=n_no;ct2++){
    sub.A[2*ct2][0]=forca[ct2][0];
    sub.A[2*ct2+1][0]=forca[ct2][1];
    } /* end ct2<=n_no */

sub.C[0]=1; /* complementa a funcao objetivo */

sub.nlin=2*(n_no+1)+n_bar;
sub.ncol=--ct1;

clrscr();

fouttable(simplex()); /* CALCULO DO SIMPLEX() E SAIDA DOS RESULTADOS */
output();

} /* end build() */

```

```

void build_esp();          /* Funcao que constroe a matriz de equilibrio */

struct SIMPLEX{
    int nlin;      /* num de linhas = num equacoes-1 */
    int ncol;      /* num de colunas = num variaveis-1 */
    double z;
    double b[n];   /* vetor de resultados */
    double bi[n];  /* vetor sub.b'=ABinv.sub.b */
    double C[n];   /* vetor da funcao objetivo inicial */
    double A[n][n]; /* Matriz A[n][n] de restricoes */
    int B[n];      /* vetor que armazena o indice das variaveis basicas */
    }sub;

int n_no;
int n_bar;
float nos[cte][3]; /* Coordenada dos nos */
int barra[cte][2]; /* Coordenada das barras */
double area[cte]; /* Area da seccao da barra */
int vinc[cte][3]; /* Condicao de vinculo dos nos */
double forca[cte][3]; /* Carregamento nodal */

double tesc=25; /* tensao de escoamento */

void build_esp()
{
    int ct1,ct2,ct3,ct4;
    float dist;

    clrscr();
    if (!readf_esp(file)) return;

    clrscr();

    /* Dados da estrutura a ser analisada */

    output();

    /* ----- CALCULO DA MATRIZ DE EQUACOES DE EQUILIBRIO ----- */

    ct2=1;
    for (ct1=0;ct1<=n_bar;ct1++){
        dist=(float) (sqrt(pow(nos[barra[ct1][0]][0]-
nos[barra[ct1][1]][0],2)+pow(nos[barra[ct1][0]][1]-
nos[barra[ct1][1]][1],2)+pow(nos[barra[ct1][0]][2]-nos[barra[ct1][1]][2],2)));
        sub.A[3*barra[ct1][0]][ct2]=-1*(nos[barra[ct1][1]][0]-nos[barra[ct1][0]][0])/dist;
        sub.A[3*barra[ct1][0]+1][ct2]=-1*(nos[barra[ct1][1]][1]-nos[barra[ct1][0]][1])/dist;
        sub.A[3*barra[ct1][0]+2][ct2]=-1*(nos[barra[ct1][1]][2]-nos[barra[ct1][0]][2])/dist;
        sub.A[3*barra[ct1][1]][ct2]=-1*(nos[barra[ct1][0]][0]-nos[barra[ct1][1]][0])/dist;
        sub.A[3*barra[ct1][1]+1][ct2]=-1*(nos[barra[ct1][0]][1]-nos[barra[ct1][1]][1])/dist;
        sub.A[3*barra[ct1][1]+2][ct2]=-1*(nos[barra[ct1][0]][2]-nos[barra[ct1][1]][2])/dist;

    /* Vetor sub.b[] */
        sub.b[3*(n_no+1)+ct1]=2*tesc*area[ct1];
        sub.b[3*barra[ct1][0]]+=sub.A[3*barra[ct1][0]][ct2]*tesc*area[ct1];
        sub.b[3*barra[ct1][0]+1]+=sub.A[3*barra[ct1][0]+1][ct2]*tesc*area[ct1];
        sub.b[3*barra[ct1][0]+2]+=sub.A[3*barra[ct1][0]+2][ct2]*tesc*area[ct1];
        sub.b[3*barra[ct1][1]]+=sub.A[3*barra[ct1][1]][ct2]*tesc*area[ct1];
        sub.b[3*barra[ct1][1]+1]+=sub.A[3*barra[ct1][1]+1][ct2]*tesc*area[ct1];

```

```

    sub.b[3*barra[ct1][1]+2]+=sub.A[3*barra[ct1][1]+2][ct2]*tesc*area[ct1];

/* Equacoes de compatibilidade */
    sub.A[3*(n_no+1)+ct1][ct2++]=1;
    sub.A[3*(n_no+1)+ct1][ct2++]=1;

    } /* end ct1<=n_bar */

/* ATENCAO! Apartir deste ponto ct1 passa a ser utilizado como um
indicador da coluna na matriz sub.A[] [] -> nao utiliza-lo como contador */

ct1=2*(n_bar+1)+1;

/* Equacoes relativas aos vinculo */
for (ct2=0;ct2<=n_no;ct2++){
    if(vinc[ct2][0]){
        sub.A[3*ct2][ct1++]=1;
        sub.A[3*ct2][ct1++]=-1;
    }
    if(vinc[ct2][1]){
        sub.A[3*ct2+1][ct1++]=1;
        sub.A[3*ct2+1][ct1++]=-1;
    }
    if(vinc[ct2][2]){
        sub.A[3*ct2+2][ct1++]=1;
        sub.A[3*ct2+2][ct1++]=-1;
    }
    } /* end ct2<=n_no */

/* Vetor carregamento */
for (ct2=0;ct2<=n_no;ct2++){
    sub.A[3*ct2][0]=forca[ct2][0];
    sub.A[3*ct2+1][0]=forca[ct2][1];
    sub.A[3*ct2+2][0]=forca[ct2][2];
    } /* end ct2<=n_no */

sub.C[0]=1; /* complementa a funcao objetivo */

sub.nlin=3*(n_no+1)+n_bar;
sub.ncol=--ct1;

for (ct2=0;ct2<=sub.nlin;ct2++){
    if (sub.b[ct2]<=0){
        sub.b[ct2]=-1*sub.b[ct2];
        for (ct3=0;ct3<=sub.ncol;ct3++){
            sub.A[ct2][ct3]=-1*sub.A[ct2][ct3];
        }
    }
}

clrscr();
fouttable(simplex()); /* CALCULO DO SIMPLEX() E SAIDA DOS RESULTADOS */
output();

} /* end build_esp() */

void build_port(); /* Funcao que constroe a matriz de equilibrio */

/* ----- VARIABEIS GLOBAIS ----- */

struct SIMPLEX{
    int nlin; /* num de linhas = num equacoes-1 */
    int ncol; /* num de colunas = num variaveis-1 */

```

```

float z;
float b[m];      /* vetor de resultados */
float bi[m];     /* vetor sub.b'=ABinv.sub.b */
float C[n];      /* vetor da funcao objetivo inicial */
float A[m][n];   /* Matriz A[n][n] de restricoes */
int B[w];        /* vetor que armazena o indice das variaveis basicas */
    }sub;

int n_no;
int n_bar;
float nos[cte][2]; /* Coordenada dos nos */
int barra[cte][2]; /* Coordenada das barras */
float lenth[cte];
float area[cte];   /* Area da seccao da barra */

int vinc[cte][3];  /* Condição de vinculo dos nos */
float forca[cte][2]; /* Carregamento nodal */

float tesc=25;     /* tensao de escoamento */
float tmom=30;     /* tensao de escoamento para momento */
float tensao[n];

void build_port()
{
    int ct1,ct2,ct3,ct4;
    float dist;
    float cosalpha,senalalpha;
    int posvinc;

    clrscr();
    if (!readf_esp(file)) return;

    clrscr();

    /* Dados da estrutura a ser analisada */

    output();

    /* ----- CALCULO DA MATRIZ DE EQUACOES DE EQUILIBRIO ----- */
    ct1=1;
    /* Equacoes relativas aos vinculo */
    for (ct2=0;ct2<=n_no;ct2++){
        if(vinc[ct2][0]){
            sub.A[3*ct2][ct1++]=1;
            sub.A[3*ct2][ct1++]=-1;
        }
        if(vinc[ct2][1]){
            sub.A[3*ct2+1][ct1++]=1;
            sub.A[3*ct2+1][ct1++]=-1;
        }
        if(vinc[ct2][2]){
            sub.A[3*ct2+2][ct1++]=1;
            sub.A[3*ct2+2][ct1++]=-1;
        }
    } /* end ct2<=n_no */
    posvinc=ct1;
    ct2=ct1;
    posvinc=ct1;
    for (ct1=0;ct1<=n_bar;ct1++){

```

```

dist=(float) (sqrt(pow(nos[barra[ct1][0]][0]-
nos[barra[ct1][1]][0],2)+pow(nos[barra[ct1][0]][1]-nos[barra[ct1][1]][1],2)));
lenth[ct1]=dist;

/* Angulo da barra */
cosalpha=(nos[barra[ct1][1]][0]-nos[barra[ct1][0]][0])/dist;
senalpha=(nos[barra[ct1][1]][1]-nos[barra[ct1][0]][1])/dist;

/* NO INICIAL - Eq. Horiz */
sub.A[3*barra[ct1][0]][ct2]=-1*(cosalpha);
sub.A[3*barra[ct1][0]][ct2+2]=-1*(senalpha/dist);
sub.A[3*barra[ct1][0]][ct2+4]=-1*(senalpha/dist);

/* NO INICIAL - Eq. Vert */
sub.A[3*barra[ct1][0]+1][ct2]=-1*(senalpha);
sub.A[3*barra[ct1][0]+1][ct2+2]=-1*(-1*cosalpha/dist);
sub.A[3*barra[ct1][0]+1][ct2+4]=-1*(-1*cosalpha/dist);

/* NO INICIAL - Eq. Momen */
sub.A[3*barra[ct1][0]+2][ct2+4]=-1;

/* NO FINAL - Eq. Horiz */
sub.A[3*barra[ct1][1]][ct2]=-1*-1*(cosalpha);
sub.A[3*barra[ct1][1]][ct2+2]=-1*-1*(senalpha/dist);
sub.A[3*barra[ct1][1]][ct2+4]=-1*-1*(senalpha/dist);

/* NO FINAL - Eq. Vert */
sub.A[3*barra[ct1][1]+1][ct2]=-1*-1*(senalpha);
sub.A[3*barra[ct1][1]+1][ct2+2]=-1*(cosalpha/dist);
sub.A[3*barra[ct1][1]+1][ct2+4]=-1*(cosalpha/dist);

/* NO FINAL - Eq. Momen */
sub.A[3*barra[ct1][1]+2][ct2+2]=-1;

/* Vetor sub.b[] */

sub.b[3*(n_no+1+ct1)]=2*tesc*area[ct1]; /* forca normal */
sub.b[3*(n_no+1+ct1)+1]=2*tmom*area[ct1]; /* forca Momento A */
sub.b[3*(n_no+1+ct1)+2]=2*tmom*area[ct1]; /* forca Momento B */

/* Noi - Horizontal */
sub.b[3*barra[ct1][0]]+=sub.A[3*barra[ct1][0]][ct2]*tesc*area[ct1];
sub.b[3*barra[ct1][0]]+=sub.A[3*barra[ct1][0]][ct2+2]*tmom*area[ct1];
sub.b[3*barra[ct1][0]]+=sub.A[3*barra[ct1][0]][ct2+4]*tmom*area[ct1];

/* Noi - Vertical */
sub.b[3*barra[ct1][0]+1]+=sub.A[3*barra[ct1][0]+1][ct2]*tesc*area[ct1];
sub.b[3*barra[ct1][0]+1]+=sub.A[3*barra[ct1][0]+1][ct2+2]*tmom*area[ct1];
sub.b[3*barra[ct1][0]+1]+=sub.A[3*barra[ct1][0]+1][ct2+4]*tmom*area[ct1];

/* Noi - Momento */
sub.b[3*barra[ct1][0]+2]+=-1*tmom;

/* Nof - Horizontal */
sub.b[3*barra[ct1][1]]+=sub.A[3*barra[ct1][1]][ct2]*tesc*area[ct1];
sub.b[3*barra[ct1][1]]+=sub.A[3*barra[ct1][1]][ct2+2]*tmom*area[ct1];
sub.b[3*barra[ct1][1]]+=sub.A[3*barra[ct1][1]][ct2+4]*tmom*area[ct1];

/* Nof - Vertical */
sub.b[3*barra[ct1][1]+1]+=sub.A[3*barra[ct1][1]+1][ct2]*tesc*area[ct1];
sub.b[3*barra[ct1][1]+1]+=sub.A[3*barra[ct1][1]+1][ct2+2]*tmom*area[ct1];

```

```

sub.b[3*barra[ct1][1]+1]+=sub.A[3*barra[ct1][1]+1][ct2+4]*tmom*area[ct1];

/* Nof - Momento */
sub.b[3*barra[ct1][1]+2]+=-1*tmom;

/* Equacoes de compatibilidade */

/* Forca Normal */
sub.A[3*(n_no+1+ct1)][ct2++]=1;
sub.A[3*(n_no+1+ct1)][ct2++]=1;

/* Momento MA */
sub.A[3*(n_no+1+ct1)+1][ct2++]=1;
sub.A[3*(n_no+1+ct1)+1][ct2++]=1;

/* Momento MB */
sub.A[3*(n_no+1+ct1)+2][ct2++]=1;
sub.A[3*(n_no+1+ct1)+2][ct2++]=1;

} /* end ct1<=n_bar */

/* Vektor carregamento */
for (ct2=0;ct2<=n_no;ct2++){
    sub.A[3*ct2][0]=forca[ct2][0];
    sub.A[3*ct2+1][0]=forca[ct2][1];
} /* end ct2<=n_no */

sub.C[0]=1; /* complementa a funcao objetivo */

sub.nlin=3*(n_no+1)+3*(n_bar+1)-1;
sub.ncol=posvinc+6*(n_bar+1)-1;

for (ct2=0;ct2<=sub.nlin;ct2++){
    if (sub.b[ct2]<=0){
        sub.b[ct2]=-1*sub.b[ct2];
        for (ct3=0;ct3<=sub.ncol;ct3++){
            sub.A[ct2][ct3]=-1*sub.A[ct2][ct3];
        }
    }
}

clrscr();

simplex();
fouttable();
output();

} /* end build_port() */

```

BOLETINS PUBLICADOS

- 8501 - "Métodos Variacionais Aplicados à Estabilidade dos Taludes e Fundações" - JOSÉ CARLOS DE FIGUEIREDO FERRAZ
- 8502 - "O Processo de Cross Derivado do Método dos Deslocamentos" - JOÃO CYRO ANDRÉ
- 8503 - "Fundações por Bloco" - JOSÉ CARLOS DE FIGUEIREDO FERRAZ
- 8504 - "Investigação Experimental sobre o Valor Limite Wu das Tensões de Cisalhamento no Concreto Estrutural" - PÉRICLES BRASILIENSE FUSCO
- 8505 - "Investigação Experimental sobre o Cisalhamento em Lajes de Concreto Armado" - PÉRICLES BRASILIENSE FUSCO
- 8506 - "Cálculo das Alterações de Tensão, ao Longo do Tempo, nas Peças de Concreto Protendido: Procedimentos Diretos, Simples, Alternativos ao do CIB" - JOSÉ CARLOS DE FIGUEIREDO FERRAZ
- 8507 - "Elementos de Cálculo Variacional e suas Aplicações nas Estruturas" - JOSÉ CARLOS DE FIGUEIREDO FERRAZ
- 8508 - "Spline Cúbico e suas Aplicações" - CARLOS ALBERTO SOARES
- 8509 - "Correlação Paramétrica Deformatória Flexão Composta, Concreto Armado" - PIETRO CANDREVA
- 8510 - "Lugares Geométricos Notáveis na Flexão Composta - Concreto Armado" - PIETRO CANDREVA
- 8511 - "Regiões Deformatórias Notáveis Flexão Composta - Concreto Armado" - PIETRO CANDREVA
- 8512 - "Diagramas Momentos-Curvaturas Flexão Composta Normal - Seções Retangulares Armadura Qualquer nas Barras" - PIETRO CANDREVA
- 8601 - "Alterações, ao Longo do Tempo, dos Estados de Tensão nas Seções de Concreto, Armadas para Diferentes Etapas de Carregamento" - JOSÉ CARLOS DE FIGUEIREDO FERRAZ
- 8602 - "Peças de Concreto Armadas com Barras Protendidas" - JOSÉ CARLOS DE FIGUEIREDO FERRAZ
- 8603 - "A Relaxação do Concreto e a Redistribuição das Tensões nas Peças Armadas" - JOSÉ CARLOS DE FIGUEIREDO FERRAZ
- 8604 - "Análise Não Linear de Treliças Especiais" - PAULO DE MATTOS PIMENTA
- 8605 - "Variação, no Tempo, do Estado de Tensão nas Seções de Concreto Armado" - JOSÉ CARLOS DE FIGUEIREDO FERRAZ
- 8606 - "Evolução ao Longo do Tempo, das Tensões de Cisalhamento nas Vigas de Concreto Protendido" - JOSÉ CARLOS DE FIGUEIREDO
- 8607 - "Cômputo de Fluência por Problemas de Estabilidade" - JOSÉ CARLOS DE FIGUEIREDO FERRAZ
- 8608 - "Erros Usuais Cometidos nas Determinações das Tensões de Cisalhamento nas Peças de Altura Variável" - JOSÉ CARLOS DE FIGUEIREDO FERRAZ
- 8609 - "Contribuição da Fluência do Aço, da Fluência e Retração do Concreto nos Deslocamentos Devidos à Flexão, nas Peças de Concreto Protendido" - JOSÉ CARLOS DE FIGUEIREDO FERRAZ
- 8610 - "Sistema VX-IQB para Processamento de Textos Científicos" - IVAN DE QUEIROZ BARROS
- 8611 - "Análise Não Linear de Pórticos Planos" - PAULO DE MATTOS PIMENTA
- 8612 - "Erros a Serem Evitados no Cálculo de Pórticos, em Particular no dos Edifícios" - JOSÉ CARLOS DE FIGUEIREDO FERRAZ
- 8613 - "Minima Correctio Methodi Inveniendi Lineas Curvas Elasticii" - PAULO DE MATTOS PIMENTA, CARLOS EDUARDO NIGRO MAZZILLI
- 8614 - "Nova Técnica para Codificações de Procedimentos Envolvendo Matrizes - Avaliação de Desempenho" - IVAN DE QUEIROZ BARROS
- 8615 - "Casos Especiais de Flambagem de Pórticos de Edifícios Altos" - JOSÉ CARLOS DE FIGUEIREDO FERRAZ

- 8616 - "Vigas Protendidas: Alterações das Tensões, das Deformações e dos Deslocamentos ao Longo do Tempo" - JOSÉ CARLOS DE FIGUEIREDO FERRAZ
- 8701 - "Consideração sobre Não-Linearidade Geométrica em Estruturas Reticuladas Planas" - CARLOS EDUARDO NIGRO MAZZILLI
- 8702 - "Consideração da Não-Linearidade Geométrica em Estruturas Laminas Planas" - Parte I - LUIZ ANTONIO CORTESE DIOGO
- 8703 - "Consideração da Não-Linearidade Geométrica em Estruturas Laminas Planas" - Parte II - LUIZ ANTONIO CORTESE DIOGO
- 8704 - "Estado Plano de Tensão (Método dos Resíduos Ponderados e Método dos Elementos Finitos)" - VICTOR M. DE SOUZA LIMA
- 8705 - "Aplicação das Equações de Diferenças a um Caso Particular de Estrutura" - JOSÉ CARLOS DE FIGUEIREDO FERRAZ
- 8706 - "Verificação da Estabilidade dos Pilares de Pontes" - JOSÉ CARLOS DE FIGUEIREDO FERRAZ
- 8707 - "Aplicação do Método Variacional ao Cálculo do Empuxo sobre as Paredes de Arrimo" - JOSÉ CARLOS DE FIGUEIREDO FERRAZ
- 8708 - "Análise das Chapas em Regime Elasto-Plástico pelo Método dos Elementos Finitos" - LUIZ ANTONIO CORTESE DIOGO
- 8709 - "Análise das Placas em Regime Elasto-Plástico pelo Método dos Elementos Finitos" - LUIZ ANTONIO CORTESE DIOGO
- 8710 - "A Flambagem de Euler e a "Elástica" Revisitadas: Uma Formulação Unificada para os Cinco Casos Clássicos" - CARLOS EDUARDO NIGRO MAZZILLI
- 8711 - "Laje Protendida e Perdas de Protensão Resultantes da Retração, Fluência do Concreto e do Aço" - JOSÉ CARLOS DE FIGUEIREDO FERRAZ
- 8712 - "O Método dos Elementos Finitos na Solução de Placa, Solicitadas no seu Plano ou Fletidas. Vinculação com o Método de Ritz" - JOSÉ CARLOS DE FIGUEIREDO FERRAZ
- 8713 - "Sobre o Conceito de Corpo Material Linearmente Elástico" - PAULO BOULOS
- 8714 - "Rotações Finitas" - PAULO DE MATTOS PIMENTA
- 8715 - "Efeitos Estruturais de Segunda Ordem nas Treliças" - HENRIQUE DE BRITTO COSTA, YZUMI TAGUTI
- 8716 - "Estudo das Placas: Resíduos Ponderados e Elementos Finitos" - HENRIQUE DE BRITTO COSTA, VICTOR M. DE SOUZA LIMA
- 8717 - "Estacas com Diversos Vínculos de Extremidades Modelo de Winkler. Coeficiente de Reação Lateral do Solo com Distribuição Uniforme" - CARLOS ALBERTO SOARES
- 8718 - "Estacas com Diversos Vínculos de Extremidades - Modelo de Winkler. Coeficiente de Reação Lateral do Solo com Distribuição Triangular" - CARLOS ALBERTO SOARES
- 8719 - "Estacas com Diversos Vínculos de Extremidades - Modelo de Winkler. Coeficiente de Reação Lateral do Solo com Distribuição Trapezoidal" - CARLOS ALBERTO SOARES
- 8720 - "Sobre a Matriz de Rigidez Tangente das Barras de Treliças Planas Sujeitas a Rotações Grandes" - LUIZ ANTONIO CORTESE DIOGO
- 8721 - "Um Método Geral para a Redução da Matriz de Rigidez Tangente de Elementos Finitos" - PAULO DE MATTOS PIMENTA
- 8722 - "A Matriz de Rigidez Tangente do Elemento de Pórtico Plano - Teoria de Timoshenko" - PAULO DE MATTOS PIMENTA
- 8801 - "Distribuição Transversal de Carga nas Pontes de Vigas Justapostas" - JOSÉ CARLOS DE FIGUEIREDO FERRAZ
- 8802 - "O Método de Galerkin no Problema das Placas Fletidas - Teoria de Reissner" - HENRIQUE DE BRITTO COSTA
- 8803 - "Um Algoritmo para o Cálculo do Tensor Rotação e do Tensor das Deformações Logarítmicas em Problemas Incrementais" - PAULO DE MATTOS PIMENTA

- 8804 - "Um Algoritmo para a Integração das Tensões na Plasticidade Perfeita" - PAULO DE MATTOS PIMENTA
- 8805 - "Análise das Cascas Cilíndricas em Regime Elasto Plástico pelo Método dos Elementos Finitos" - LUIZ ANTONIO CORTESE DIOGO
- 8806 - "Consideração do Efeito de Membrana nas Placas pelo Método dos Elementos Finitos" - LUIZ ANTONIO CORTESE DIOGO
- 8807 - "Alteração do Estado de Tensão nas Estruturas Hiperestáticas Devida à Fluência do Aço, do Concreto e Retração" - JOSÉ CARLOS DE FIGUEIREDO FERRAZ
- 8808 - "O Método dos Mínimos Quadrados no Exame de alguns Casos de Instabilidade, Computada à Fluência do Material" - JOSÉ CARLOS DE FIGUEIREDO FERRAZ
- 8809 - "A Matriz de Rigidez Tangente do Elemento de Pórtico Espacial" - PAULO DE MATTOS PIMENTA
- 8810 - "Consideração da Fluência do Material da Determinação da Carga Crítica das Barras Mergulhadas em Meio Elástico" - JOSÉ CARLOS DE FIGUEIREDO FERRAZ
- 8811 - "Um Programa para Solução do Problema Generalizado de Autovalores e Autovetores para Matrizes Reais Densas" - PRISCILA GOLDENBERG, REYOLANDO M.L.R.F. BRASIL, MÁRCIA CIMERMANN
- 8812 - "Pilar de Pontes: Riscos dos Cálculos Correntes" - JOSÉ CARLOS DE FIGUEIREDO FERRAZ
- 8813 - "Sugestões à Norma, em Discussão, sobre "Projeto de Estrutura de Concreto Protendido" - JOSÉ CARLOS DE FIGUEIREDO FERRAZ
- 8814 - "Esforços Resistentes do Concreto" - LAURO MODESTO DOS SANTOS
- 8815 - "Tabelas Momento-Curvatura" - LAURO MODESTO DOS SANTOS
- 8816 - "Análise Não-Linear de Arcos" - PAULO DE MATTOS PIMENTA
- 8817 - "Estados Limites das Uniões Pregadas de Madeira" - PÉRICLES BRASILIENSE FUSCO, PEDRO AFONSO DE OLIVEIRA ALMEIDA
- 8818 - "O Emprego da Técnica de Aceleração da Convergência para a Resolução de Problemas Estruturais Através do Método dos Elementos Finitos por Algoritmo do Tipo Resíduo das Tensões" - FRANCISCO BRASILIENSE FUSCO JR., RUBENS AKEL
- 8819 - "Um Critério para o Estabelecimento dos Estimadores de Erro para os Elementos Finitos Adaptativos na Modalidade P" - FRANCISCO BRASILIENSE FUSCO JR., JARBAS A. GUEDES
- 8820 - "Non-Linear Finite-Element Formulation in Dynamic" - CARLOS EDUARDO NIGRO MAZZILLI
- 8821 - "Philosophiae Naturalis Principia Mathematica" de Newton: 300 Anos - JOSÉ CARLOS DE FIGUEIREDO FERRAZ
- 8822 - "A Estabilidade das Fundações Arenosas Estratificadas, Segundo V. V. Sokolovskiy" - JOSÉ CARLOS DE FIGUEIREDO FERRAZ
- 8823 - "Flambagem de Estacas Totalmente Enterradas. Solo com Coeficiente de Reação Variável" - CARLOS ALBERTO SOARES
- 8824 - "As Equações de Vlasov e a Estabilidade Espacial das Barras de Seção Delgada" - JOSÉ CARLOS DE FIGUEIREDO FERRAZ
- 8825 - "Um Programa para Solução de Sistemas Lineares de Grande Porte - Aplicação à Engenharia de Estruturas" - PRISCILA GOLDENBERG, REYOLANDO M.L.R.F. BRASIL
- 8826 - "Sobre a Aceleração do Centro Instantâneo de Rotação" - NELSON ACHCAR, PAULO BOULOS
- 8827 - "Esforços Resistentes do Concreto" - LAURO MODESTO DOS SANTOS
- 8828 - "Tabelas Momento-Curvatura" - LAURO MODESTO DOS SANTOS
- 8901 - "A Estimativa da Coesão para o Cálculo da Estabilidade de Aterros e Fundações sobre Argilas Moles" - CARLOS DE SOUSA PINTO
- 8902 - "Trelças Espaciais de Madeira em Regime Viscoelástico sob Não-Linearidade Geométrica" - PAULO DE MATTOS PIMENTA, TAKASHI YOJO

- 8903 - "O Método dos Prismas Equivalentes Aplicado ao Cálculo das Variações de Tensão, ao Longo do Tempo, nas Seções de Concreto" - JOSÉ CARLOS DE FIGUEIREDO FERRAZ
- 8904 - "Efeitos de Laje Concretada Posteriormente sobre Viga Protendida" - JOSÉ CARLOS DE FIGUEIREDO FERRAZ, JOSÉ LOURENÇO BRAGA DE ALMEIDA CASTANHO
- 8905 - "O Cálculo das Grelhas de Pontes pelo Método de Courbon: Uma Hipótese por Demonstrar" - JOSÉ CARLOS DE FIGUEIREDO FERRAZ
- 8906 - "Erosão - Erosão em Área Urbana - Erosão Associada à Construção de Estradas Vicinais" - VERA MARY NINETA COZZOLINO
- 8907 - "Solos Tropicais - Proposta de Classificação Baseada nas Características de Compactação" - VERA MARY NINETA COZZOLINO
- 8908 - "Método Variacional de Cálculo de Construções Estaiadas sob Cargas Dinâmicas" - JOSÉ CARLOS DE FIGUEIREDO FERRAZ
- 8909 - "Métodos Aproximados de Determinação de Frequência de Vibração" - JOSÉ CARLOS DE FIGUEIREDO FERRAZ
- 8910 - "Non-Linear Analysis of Plane Framer I. Quasi-Static Analysis of Plane Framer with Initially Curved Members" - PAULO DE MATTOS PIMENTA
- 8911 - "Non-Linear Analysis of Plane Framer II. Dynamic Analysis of Plane Framer with Initially Curved Members" - PAULO DE MATTOS PIMENTA
- 8912 - "Derivation of Tangent Stiffness Matrices of Simple Finite Elements I. Straight Bar Elements" - PAULO DE MATTOS PIMENTA
- 8913 - "A Stress Integration Algorithm for the Analysis of Elastic-Plastic Solids by the Finite Element Method I. Small Deformation Analysis" - PAULO DE MATTOS PIMENTA
- 8914 - "A Stress Integration Algorithm For the Analysis of Elastic-Plastic Solids by the Finite Elements Method II. Large Deformation Analysis" - PAULO DE MATTOS PIMENTA
- 8915 - "Flambagem de Estacas Parcialmente Enterradas Solo com Coeficiente de Recalque Constante" - CARLOS ALBERTO SOARES
- 8916 - "Caracterização da Deformabilidade na Elasticidade Linear" - PÉRICLES BRASILIENSE FUSCO
- 8917 - "Um Pacote de Subrotinas Matemáticas para o LMC" - PAULO DE MATTOS PIMENTA, PRISCILA GOLDENBERG
- 8918 - "Relatório de Subrotinas Matemáticas (I)" - PRISCILA GOLDENBERG, PAULO DE MATTOS PIMENTA
- 8919 - "Relatório de Subrotinas Matemáticas (II)" - PAULO DE MATTOS PIMENTA, PRISCILA GOLDENBERG
- 8920 - "Viga Contínua Mista Aço-Concreto, Conectada Elasticamente, sob a Ação da Fluência e Retração" - JOSÉ CARLOS DE FIGUEIREDO FERRAZ
- 8921 - "Relatórios de Subrotinas Matemáticas (III)" - PAULO DE MATTOS PIMENTA, PRISCILA GOLDENBERG
- 8922 - "O Problema da Flexão Plana na Teoria da Elasticidade dos Corpos Não Homogêneos" - JOSÉ CARLOS DE FIGUEIREDO FERRAZ
- 8923 - "Alterações das Tensões de Cisalhamento nas Peças de Concreto Protendido, devidas à Fluência e Retração" - JOSÉ CARLOS DE FIGUEIREDO FERRAZ
- 9001 - "Os Deslocamentos Devidos à Flexão das Vigas Protendidas" - JOSÉ CARLOS DE FIGUEIREDO FERRAZ
- 9002 - "Dinâmica das Estruturas Aporticadas Planas e Comportamento Geometricamente Não Linear" - REYOLANDO M.L.R.F. BRASIL, CARLOS e.N. MAZZILLI
- 9003 - "Teoria de Segunda Ordem das Placas - Estudo da Rigidez Secante" - HENRIQUE DE BRITTO COSTA, VICTOR M. DE SOUZA LIMA
- 9004 - "Influência das Tensões de Cisalhamento na Deformação da Viga sob o Regime Elasto-Plástico" - JOSÉ CARLOS DE FIGUEIREDO FERRAZ
- 9005 - "Ainda a Estabilidade dos Sistemas Elásticos. Aceno Histórico. o Erro de Euler" - JOSÉ CARLOS DE FIGUEIREDO FERRAZ

- 9006 - "A Origem das Funções de Bessel com algumas Aplicações em Problemas Estruturais" - AUGUSTO CARLOS DE VASCONCELOS
- 9007 - "Considerações sobre o Emprego do Teorema dos Trabalhos Virtuais na Resolução de Estruturas Hiperestáticas" - HENRIQUE DE BRITTO COSTA, LUIZ ANTONIO CORTESE DIOGO
- 9008 - "Non-linear Finite-element Formulation in Dynamics II" - CARLOS EDUARDO NIGRO MAZZILLI
- 9009 - "Fatores de Forma e Fatores de Carga Generalizados" - JOSÉ CARLOS DE FIGUEIREDO FERRAZ
- 9010 - "Corpos Hiperelásticos Homogêneos Transversalmente Isotrópicos Não Ortotrópicos" - NELSON ACHCAR
- 9011 - "Análise das Cascas de Revolução em Regime Elasto Plástico pelo Método dos Elementos Finitos" - JOSÉ MARQUES FILHO, LUIZ ANTONIO CORTESE DIOGO
- 9012 - "O Algoritmo de Mínimo Grau para Reordenação e Solução de Sistemas Lineares Esparsos" - PRISCILA GOLDENBERG, REYOLANDO M.L.R.F. BRASIL, SÉRGIO PINHEIRO
- 9101 - "Consideração da Não-Linearidade Física e da Não-Linearidade Geométrica na Análise das Placas pelo Método dos Elementos Finitos - Parte I" - LUIZ ANTONIO CORTESE DIOGO
- 9102 - "Introdução ao Estudo dos Pórticos Esbeltos - Matriz de Rigidez Secante" - HENRIQUE DE BRITTO COSTA, ALFONSO PAPPALARDO JR.
- 9103 - "Cálculo de Estruturas Sujeitas a Terremotos" - HENRIQUE DE BRITTO COSTA, SELMA H. SHIMURA
- 9104 - "Análise Não-Linear de Pórticos Espaciais - Parte I: Teoria e Método dos Elementos Finitos" - PAULO M. PIMENTA, TAKASHI YOJO
- 9105 - "Flambagem de Edifícios Altos" - JOSÉ CARLOS DE FIGUEIREDO FERRAZ
- 9106 - "Programas de Microcomputador para Análise Dinâmica de Estruturas nos Domínios do Tempo e da Frequência" - REYOLANDO M.L.R. DA F. BRASIL
- 9107 - "Variação nas Peças Protendidas" - JOSÉ CARLOS DE FIGUEIREDO FERRAZ
- 9108 - "Análise das Placas Sujeitas a Grandes Rotações Mediante o Uso do Método dos Elementos Finitos" - LUIZ ANTONIO CORTESE DIOGO
- 9109 - "Consideração Tópica sobre o Código Modelo 1990 do CEB-FIP" - JOSÉ CARLOS DE FIGUEIREDO FERRAZ
- 9110 - "Materiais Compatíveis com as Barras Cujas Secções Normais Permanecem Planas" - NELSON ACHCAR
- 9111 - "Dinâmica das Placas: Elementos Finitos via Resíduos Ponderados" - HENRIQUE DE BRITTO COSTA, FLÁVIO JOSÉ GARZERI, REYOLANDO M.L.R. FONSECA BRASIL
- 9112 - "Estabilidade do Equilíbrio dos Sistemas no Campo Conservativo de Forças" - JOSÉ CARLOS DE FIGUEIREDO FERRAZ
- 9113 - "Sobre a Estabilidade Elástica de Arcos Abatidos" - REYOLANDO M.L.R. FONSECA BRASIL, VICTOR M. DE SOUZA LIMA
- 9114 - "Considerações Teóricas sobre o Adensamento Secundário" - HELOÍSA HELENA SILVA GONÇALVES
- 9115 - "Teoria de Vlassov sobre Barras, Placas e Cascas, de Parede Fina, Protendidas" - JOSÉ CARLOS DE FIGUEIREDO FERRAZ
- 9201 - "Consideração da Não-Linearidade Física e da Não-Linearidade Geométrica na Análise das Placas pelo Método dos Elementos Finitos - Parte II" - LUIZ ANTONIO CORTESE DIOGO
- 9202 - "Sobre a Interpretação de Provas de Carga em Estacas Considerando as Cargas Residuais de Ponta e a Reversão do Atrito Lateral" - FAÍÇAL MASSAD
- 9203 - "Um Programa para Análise Limite de Pórticos Planos em Regime Elasto-Plástico" - REYOLANDO M.L.R. DA FONSECA BRASIL
- 9204 - "Equação Constitutiva das Barras Hiperelásticas Transversalmente Isotrópicas" - NELSON ACHCAR
- 9205 - "Análise Não-Linear de Pórticos Espaciais de Madeira" - PAULO DE MATTOS PIMENTA, TAKASHI YOJO
- 9206 - "Perda de Estabilidade à Tração" - JOSÉ CARLOS DE FIGUEIREDO FERRAZ

- 9207 - "Teoria de Segunda Ordem das Placas - Estudo da Rigidez Tangente" - HENRIQUE DE BRITTO COSTA, VICTOR M. DE SOUZA LIMA
- 9208 - "Vibrações Não-Lineares de Placas" - HENRIQUE DE BRITTO COSTA, REYOLANDO M.L.R. DA FONSECA BRASIL, PAULO SHIGUEME IDE
- 9209 - "Variedades Vinculadas Reduzidas" - PAULO BOULOS, NELSON ACHCAR
- 9210 - "Estudo da Perda de Estabilidade. Segundo Critérios Dinâmicos" - JOSÉ CARLOS DE FIGUEIREDO FERRAZ
- 9211 - "Programas de Microcomputador para Análise Dinâmica de Estruturas - Parte II - Vários Graus de Liberdade" - REYOLANDO M.L.R. DA FONSECA BRASIL
- 9212 - "Otimização da Deposição de Rejeitos" - LUIZ GUILHERME F.S. DE MELLO
- 9213 - "Andros - a Finite Element Program From Nonlinear Dynamics" - CARLOS EDUARDO NIGRO MAZZILLI, REYOLANDO M.L.R. DA FONSECA BRASIL
- 9214 - "Considerações sobre o Cálculo Dinâmico de Estruturas Usando Transformadas de Fourier" - ALFREDO PINTO DA CONCEIÇÃO NETO, VICTOR M. DE SOUZA LIMA
- 9215 - "Placas Delgadas" - ALFONSO PAPPALARDO JUNIOR, HENRIQUE DE BRITTO COSTA
- 9216 - "Excitação Paramétrica em Sistemas com um Grau de Liberdade" - MÁRIO EDUARDO SENATORE SOARES, CARLOS EDUARDO NIGRO MAZZILLI
- 9301 - "PEFMAT - Relatórios de Subrotinas Matemáticas - Parte IV" - PRISCILA GOLDENBERG, PAULO DE MATTOS PIMENTA, MARCIA CIMERMAN
- 9302 - "Vibrações de Pórticos com Vigas de Rigidez Infinita" - JOSÉ CARLOS DE FIGUEIREDO FERRAZ
- 9303 - "Direct Along-Wind Dynamic Analysis of Tall Structures" - MARIO FRANCO
- 9304 - Comportamento Pós-Crítico de Barra Delgada Protendida - JOSÉ CARLOS DE FIGUEIREDO FERRAZ
- 9305 - Os Polinômios Trigonômétricos na Solução de Problemas de Vibração Mecânica - JOSÉ CARLOS DE FIGUEIREDO FERRAZ
- 9306 - Linhas de Influência Dinâmicas para Deslocamentos, Momentos Fletores e Forças Cortantes nas Vigas Simples - JOSÉ CARLOS DE FIGUEIREDO FERRAZ
- 9307 - O Modelo Clam-Clay Revisto - JOSÉ JORGE NADER
- 9308 - Patologia da Concepção Estrutural: Danos por Efeitos de Segunda Ordem em Edifícios Altos, um Exemplo - PÉRICLES BRASILIENSE FUSCO
- 9309 - Vibração de Sistemas Não Lineares: Método de Aproximações Sucessivas - JOSÉ CARLOS DE FIGUEIREDO FERRAZ
- 9310 - Normalização dos Símbolos Gráficos para Projetos de Estruturas de Madeira - PÉRICLES BRASILIENSE FUSCO
- 9311 - Ensaio de Adensamento - HELOISA HELENA SILVA GONÇALVES
- 9312 - Comentários sobre a Normalização das Ações e Segurança nas Estruturas - PÉRICLES BRASILIENSE FUSCO
- 9313 - Introdução à Análise Dinâmica de Estruturas por Meio de Elementos Finitos - Parte I - Galerkin e Elementos Finitos - HENRIQUE DE BRITTO COSTA, SELMA HISSAE SHIMURA
- 9314 - Vibrações Aleatórias na Dinâmica de Estruturas - REYOLANDO M. L. R. F. BRASIL
- 9315 - Determinação da Equação para Cálculo do Momento Crítico à Flambagem Lateral - VALDIR PIGNATTA E SILVA, LUIZ ANTONIO CORTESE DIOGO
- 9316 - Efeito dos Sismos nas Estruturas Aporticadas - JOSÉ CARLOS DE FIGUEIREDO FERRAZ
- 9317 - As Estruturas Aporticadas com Vigas de Rigidez Infinita, Submetidas ao Sismo - JOSÉ CARLOS DE FIGUEIREDO FERRAZ
- 9318 - Uma Proposta de Normalização das Resistências da Madeira Estrutural - PÉRICLES BRASILIENSE FUSCO
- 9319 - Resistência dos Materiais Anisotrópicos - PÉRICLES BRASILIENSE FUSCO

- 9401 - Soluções Analíticas para a Deformação do Material Elasto-Plástico Cam-Clay úteis na Interpretação de Ensaio Triaxiais com Diferentes Trajetórias de Tensão - JOSÉ JORGE NADER
- 9402 - Introdução à Fotoelasticidade por Reflexão - PEDRO AFONSO DE OLIVEIRA ALMEIDA, FRANCISCO ROURE FERNANDEZ, FREDERIC MARINON CARVAJAL
- 9403 - Numerical Conditioning in Structural Solutions: a Proposal for a new Condition Number - HENRIQUE LINDENBERG NETO
- 9404 - A Esbeltez Estrutural e sua Influência nas Frequências de Vibrações - JOSÉ CARLOS DE FIGUEIREDO FERRAZ
- 9405 - Determinação do Momento Crítico à Flambagem Lateral de Vigas de Aço - VALDIR PIGNATTA E SILVA, LUIZ ANTONIO CORTESE DIOGO
- 9406 - Uma Análise dos Parâmetros de Ensaio Utilizados para Cálculo de Recalques por Adensamento - HELOISA HELENA SILVA GONCALVES
- 9407 - Programação Matemática Aplicada à Análise Limite de Estruturas I - PAULO DE MATTOS PIMENTA, PRISCILA GOLDENBERG, ERNESTO COUTINHO COLLA

