(H) "Se o grupo finito G atua livremente preservando a orientação na variedade M^m e na esfera S^m, então existe uma G-aplicação f: $M^m \to S^m$, de grau primo com a ordem de G."

Para todo G espaço X Gottlieb (pre-print) definiu um inteiro tr(G,X) chamado o traço da ação que goza dentre outras as seguintes propriedades:

G_1: Se G é um grupo finito que age numa variedade N dominada por um CW-complexo finito, então tr(G,N) = |G| se, e somente se, a ação é livre.

G_2: Se M^m e N^n são variedades fechadas, orientadas, onde G atua preservando a orientação e se f,g: M → N são G aplicações então tr(G,M) divide o número de Coincidência Λ(f,g).

Uma vez que aqui assumimos que todas as variedades são fechadas orientadas onde o grupo G atua livremente, preservando a orientação segue então que se f,g: $M^m \to N^n$ são G-aplicações então |G|/Λ(f,g).

Segue da definição de Λ(f,g) (J. Vick — Homology Theory — Academic Press) que se f,g: $M^m \to S^m$ são funções contínuas então $\Lambda(f,g) = \deg f + (-1)^m \deg g$.

Agora vamos enunciar e demonstrar nosso principal resultado:

TEOREMA: "Se M^m e N^n são variedades fechadas orientadas, onde um grupo finito não trivial *G* atua livremente, preservando a orientação, satisfazendo a hipótese (H), e se h: $M^m \to N^n$ é uma G aplicação então $n \geqslant m$.

DEMONSTRAÇÃO: Suponhamos, por hipótese, que $m > n$.

Uma vez que assumimos que a esfera S^m é uma G-variedade livre, segue-se então que S^m é m-Universal para o Grupo G, porque ela é (m – 1)-conexa (Ver Norman Steenrod — "The Topology of Fibre Bundles" — *Princeton University Press*, 1951).

Como por hipótese assumimos que $m > n$ existe então uma G-aplicação

$$h_1: N^n \to S^m$$

e como assumimos a hipótese (H) nós temos também uma G-aplicação

$$f: M^m \to S^m$$

cujo grau é primo com a ordem do grupo G.

Consideremos então a aplicação

$$g: M^m \to S^m$$

como sendo a composição $h_1 \circ h$.

Temos então duas G-aplicações f,g: $M^m \to S^m$ e assim |G|/Λ(f,g).

Porém já vimos que $\Lambda(f,g) = \deg f + (-1)^m \deg g$, e uma vez que g se fatora através de uma variedade de dimensão menor que m, seu grau é zero. Assim temos que |G|/deg f, o que constitui uma contradição. CQD. — *(8 de abril de 1986).*

UM ALGORITMO OPTIMAL EM 0(n^2) PARA DOBRAR PLA's * — AFONSO GALVÃO FERREIRA, credenciado por IMRE SIMON — *Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, 05508 São Paulo, SP* — Na era do VLSI, PLA's têm sido muito utilizadas para a implementação de funções lógicas combinatoriais em "chips". Este processo torna-se bastante simples devido à sua regularidade, entretanto, por ter uma estrutura esparsa, grande área da pastilha é subutilizada, sem conexões efetivas.

O Problema de Dobramento Optimal de PLA's (G. D. Hachtel *et alii, Research Report RC8668, IBM Thomas J. Watson Research Center,* 1981) coloca a questão de como dobrar uma PLA a fim de economizar área da pastilha. Provado ser NP-completo, muitas soluções heurísticas foram apresentadas.

Nosso trabalho pretende resolvê-lo com uma nova e eficiente abordagem em que provamos um limite para o dobramento múltiplo optimal e apresentamos, através deste, os conceitos de um algoritmo em 0(n^2) que dobra otimamente algumas PLA's especiais e quase otimamente as restantes.

Estudamos o problema através de uma matriz de 0's e 1's que representa topologicamente a PLA dada, associando os 1's às conexões efetivas. Para dobrarmos a PLA achamos uma permutação de suas linhas de maneira que várias colunas lógicas possam ser alocadas por coluna física.

Provamos que uma permutação que deixe os 1's consecutivos em cada coluna da matriz associada é uma permutação ótima, i.e., o dobramento executado naquela configuração será ótimo.

Por tratar-se de assunto bastante estudado em Grafos Perfeitos, há vários algoritmos que testam a assim chamada propriedade dos uns consecutivos (PUC). Indicamos um em especial (K. S. Booth & G. S. Lueker, *J. Comput. Syst. Sci.*, **13**, pp. 335-379). Linear nas dimensões da matriz e número de entradas não nulas. Modificamo-lo, para que, heuristicamente, forneça uma permutação na qual um número maximal de colunas tenha os 1's consecutivos. Caso a matriz satisfaça a PUC, então todas as colunas aparecerão com os 1's consecutivos ao final do processamento.

A fase que compacta a matriz original numa outra menor gasta tempo quadrático, sendo ótima e simples. As colunas lógicas são, nesta etapa, alocadas nas físicas através de um método que garante um número mínimo possível de colunas físicas necessárias (J. F. Paillotin, *Proc. 18th Des. Autom Conf.*, 1981, pp. 406-410).

Nosso algoritmo foi testado em alguns exemplos reais tendo alcançado uma economia da ordem de até 85%. Em geral conseguimos dobrar multiplamente PLA's com resultados que nos levaram a menos de 15% do ótimo possível.

---

* Trabalho parcialmente financiado pela *FAPESP*, processo n.º 83/2157-7 e 84/2477-4.

Houve casos em que mesmo o ótimo foi obtido. — *(8 de abril de 1986).*

A MODEL IN NEGATIVE DEPENDENCE USING STOCHASTIC ORDERING* — V. C. BUENO, presented by IMRE SIMON — *Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, São Paulo, SP* — This model gives rise to the negative dependence through stochastic order (NDS) conditions from Block, Savits and Shaked (*Statistical and Probability Letters*, **3**, 81-86, 1985). The main theorem is:

Let $X_1, \ldots, X_n$ be independent and identically distributed random variables with continuous distribution F. Let

$$(Y_1, \ldots, Y_n) = \{(X_1, \ldots, X_n) | X_{(k:n)} \leq z\}$$

where $X_{(k:n)}$ is the k-th order statistic and z is a fixed constant. Then $(Y_1,\ldots,Y_n)$ is NDS.

This theorem should be proved in consequence of a series of lemmas which give us the characterization

$$E[f(Y_n)] = \frac{1}{P(X_{(k:n)} \leq z)} \cdot$$

$$\left\{\int_{\infty}^{z} P(X_{(k-1:n-1)} \leq z) f(x) dF(x) + \right.$$
$$\left. + \int_{z}^{\infty} P(X_{(k:n-1)} \leq z) f(y) dF(y)\right\}$$

which enables us to prove that $E[h(Y_1,\ldots,Y_{n-1})|Y_n = y] = f(y)$ is a decreasing function of y for any increasing Borel measurable function h.

The conditioning event considered occurs naturally in reliability theory as the time to system failure of k-out-of-n system.

As an application of the previous result, consider the following. Suppose a device consisting of n independent and identically distributed components works until the k-th component fails. Let $X_1,\ldots,X_n$ denote the individual lifelengths. If we observe the device is not functioning at time z, all we can say is that the k-th order statistic $X_{(k:n)} \leq z$. If the components are expensive it may be desirable to make use of their remaining lives rather than disposing of them. For example we may restructure the components as a parallel system. In this case it would be desirable to obtain bounds on the life of the new system. Let

$$(Y_1,\ldots,Y_n) = \{(X_1,\ldots,X_n) | X_{(k:n)} \leq z\}.$$

Since $(Y_1,\ldots,Y_n)$ is NDS and hence Negative Lower Orthant Dependent (Ebrahimi and Ghosh, 1981, *Comm. Statistic, A10*, 307-337), we have the bound

$$P(\max_{1 \leq i \leq n} Y_i \leq t) \leq \prod_{i=1}^{n} P(Y_i \leq t).$$

Thus we need only compute (or estimate)

$$P(Y_i \leq t) = P(X_i \leq t \mid X_{(k:n)} \leq z).$$

— *(8 de abril de 1986).*

ÁLGEBRAS PONDERADAS COM DERIVAÇÕES PRÉ-FIXADAS — L. A. PERESI, credenciado por IMRE SIMON — *Departamento de Matemática, Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, São Paulo, SP* — 1. As notações utilizadas são as que aparecem no vol. 55, n.º 3 (setembro/83), 323-324, destes Anais. Denotaremos por $\Omega = \Omega(m,n)$ a classe formada pelas álgebras A(P) $(P \in H)$ e por $\Omega_0 = \Omega_0(m,n)$ a subclasse $\{A(P) : P \in H_0\}$, onde H_0 é o subconjunto de H formado pelos pontos $P = (t_0,t_1,\ldots,t_m)$ cujas coordenadas verificam as condições:

$$\sum_{s=1}^{k-1} (-1)^s \binom{k}{s} (t_s - t_k) \neq 0. \qquad (2 \leq k \leq m).$$

Diremos que A é uma *álgebra ponderada* se A é uma álgebra sobre V e ω preserva a multiplicação de A.

R. Costa (''On the derivations of gametic algebras for polyploidy with multiple alleles'', *Bol. Soc. Brasil. Mat.*, **13**(2), (1982), 69-81) provou que a álgebra de derivações da álgebra ponderada $G(n+1,2m)$ é isomorfa à álgebra de Lie $\mathbb{R}^n \oplus gl(n,\mathbb{R})$. É natural, portanto, o problema da classificação das álgebras ponderadas, cujas respectivas álgebras de derivações têm esta propriedade. A procura de uma resposta para um problema deste tipo, isto é, o isomorfismo é especificado, motivou os resultados descritos a seguir.

2. Dado $h = (\delta,c) = (h_{ij}) \in \mathbb{R}^n \oplus_{\cdot} gl(n,\mathbb{R})$, onde $\delta = (h_{10},\ldots,h_{n0})$ e $c = (h_{ij})$ $(1 \leq i,j \leq n)$, seja d_h o operador linear de V definido por:

$$d_h(X_0^m) = \sum_{i=1}^{n} h_{i0} X_0^{m-1} X_i,$$

$$d_h(X_0^{m-p} X_{i_1} \ldots X_{i_p}) = \sum_{t=1}^{p} \sum_{i=1}^{n} h_{ii_t} X_0^{m-p} X_i X_{i_1} \ldots \hat{X}_{i_t} \ldots X_{i_p}$$
$$+ m^{-1}(m-p) \sum_{i=1}^{n} h_{i0} X_0^{m-(p+1)} X_i X_{i_1} \ldots X_{i_p} \; (1 \leq p < m),$$

$$d_h(X_{i_1} \ldots X_{i_m}) = \sum_{t=1}^{m} \sum_{i=1}^{n} h_{ii_t} X_i X_{i_1} \ldots \hat{X}_{i_t} \ldots X_{i_m}.$$

Temos o seguinte:

TEOREMA 1. Se $A \in \Omega_0$ então

(1) $$h \in \mathbb{R}^n \oplus gl(n,\mathbb{R}) \to d_h \in Der(A)$$
é um isomorfismo de álgebras de Lie.

Para classificar todas as álgebras ponderadas que verificam (1) basta classificar tais álgebras em Ω. Este fato segue do

LEMA 2. Se A é uma álgebra ponderada que verifica (1) então $A \in \Omega$.

No caso m = 1,2,3,4,5 e n arbitrário, a classificação completa das álgebras em Ω que verificam a propriedade (1) é dada pelo

* Partially supported by CNPq (Proc. 200165/81).