

Boletim Técnico da Escola Politécnica da USP

Departamento de Engenharia Eletrônica

ISSN 1413-2206

BT/PEE/9605

**Implementação de Blocos
Passa-Tudo Utilizando
Realimentação de Erro**

**Sérgio José Carneiro Leão
Max Gerken**

São Paulo - 1996

Leão, Sérgio José Carneiro

Implementação de blocos passa-tudo utilizando
realimentação de erro / S.J.C. Leão, M. Gerken. --
São Paulo : EPUSP, 1996.

24p. -- (Boletim Técnico da Escola Politécnica
da USP, Departamento de Engenharia Eletrônica,
BT/PEE/9605)

1. Sinais - Processamento digital 2. Filtros elé-
tricos (Digitais) I. Gerken, Max II. Universidade
de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de
Engenharia Eletrônica III. título IV. Série

ISSN 1413-2206

CDD 621.3822

621.3815324

Implementação de Blocos Passa-Tudo Utilizando Realimentação de Erro

Sérgio José Carneiro Leão, Max Gerken

Laboratório de Comunicações e Sinais
Departamento de Engenharia Eletrônica
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

Resumo: É investigada a implementação de estruturas passa-tudo de primeira e segunda ordens utilizando a realimentação de erro. Estas estruturas encontram aplicação como blocos constituintes de filtros digitais realizados pela conexão em paralelo de filtros passa-tudo, reconhecidamente uma forma muito eficiente de implementação. Além da possibilidade da resposta de fase deste tipo de realização ser aproximadamente linear, o interesse nas estruturas passa-tudo decorre da sua simplicidade, modularidade e robustez em relação aos erros numéricos, requisitos indispensáveis em uma implementação prática.

No trabalho são consideradas implementações em aritmética de ponto-fixado, sendo investigada a performance de diversas estruturas passa-tudo com e sem a utilização de realimentação de erro. Especial atenção é dada a soluções não ótimas da realimentação que impliquem em uma relação custo/benefício favorável, isto é, utilizando poucos bits para representar sinais e coeficientes e obtendo uma boa redução do ruído de quantização e das oscilações parasitárias. Como resultado, são apresentadas soluções originais de bom desempenho para a implementação da realimentação de erro. Além disso, foi desenvolvido um ambiente de medidas para a caracterização de filtros digitais.

I. INTRODUÇÃO

A conexão em paralelo de blocos passa-tudo é reconhecidamente uma forma muito eficiente para se implementar filtros digitais, sendo utilizada em um grande número de aplicações como por exemplo na implementação de filtros seletivos em frequência [4, 3], equalizadores de fase [9], interpoladores e decimadores IIR [12, 13, 8] e bancos de filtros [10]. Baseados em tal estrutura todos estes tipos de filtros IIR podem ser projetados e implementados de forma a possuírem uma fase aproximadamente linear [3], situação em que um dos ramos da conexão em paralelo consiste simplesmente de uma linha de atrasos. Além disso, o interesse neste tipo de estrutura decorre da sua simplicidade, modularidade e robustez em relação aos erros numéricos, que são inevitáveis em uma implementação prática. Em parte as boas propriedades numéricas podem ser entendidas como decorrentes do fato de a estrutura da figura 1 ser um sistema sem-perdas de uma entrada e duas saídas formada por subsistemas, os filtros passa-tudo, que também são sem-perdas. Desta propriedade decorre uma pequena sensibilidade na(s) faixa(s) de passagem de filtros seletivos em frequência [4, 6], quando os blocos passa-tudo constituintes são implementados de uma forma estruturalmente sem-perdas, isto é, mesmo com a quantização dos coeficientes, os blocos passa-tudo apresentam uma resposta em frequência de magnitude constante. Cabe destacar ainda que os filtros passa-tudo podem ser implementados de forma a garantir a estabilidade à resposta forçada, a inexistência de oscilações parasitárias e pequeno ruído de quantização [6, 5, 2, 7].

Em geral, os filtros passa-tudo da figura 1 consistem na cascata de estruturas passa-tudo de primeira ordem, que implementam os pólos reais, e de segunda ordem, que implementam os pólos complexos conjugados. Isto porque normalmente não existem vantagens em utilizar-se

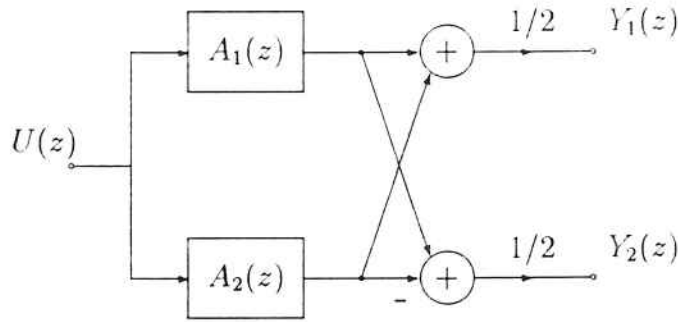


Figura 1: Filtro digital implementado pela conexão em paralelo de dois filtros passa-tudo.

estruturas mais complexas, já que a implementação bem como a análise e controle dos erros numéricos seriam mais complicadas. Desta forma, estruturas passa-tudo de primeira e segunda ordens são os blocos constituintes do sistema e determinam as suas características, como por exemplo a eficiência computacional. Esta “modularidade” intrínseca da realização da figura 1 é muito útil quando da sua implementação, seja como Circuito Integrado, ou em um Processador Digital de Sinais. Com esta estrutura, uma boa realização passa pelo uso de blocos de primeira e segunda ordens adequadas, o que é um dos objetivos das investigações deste trabalho.

Na implementação de filtros digitais utilizando aritmética de ponto-fixado, o escalonamento do nível dos sinais internos das estruturas é fundamental para garantir um bom comportamento e até a sua estabilidade. Em geral, a complexidade envolvida na determinação do escalonamento cresce na medida em que a ordem dos sistemas aumentam. Entretanto, para os filtros passa-tudo implementados em cascata, basta apenas que cada bloco passa-tudo seja escalonado adequadamente segundo uma norma L_p , para que o sistema como um todo também o seja. Isto se justifica, porque a norma L_p de uma função de transferência passa-tudo é sempre igual a um. Desta forma, a norma da função de transferência da entrada do sistema para uma não-linearidade contida em um bloco qualquer é equivalente a norma da entrada do módulo até a não linearidade considerada.

Considerando uma implementação em cascata de blocos passa-tudo de 1ª e 2ª ordens, é importante notar que a potência de ruído de quantização na saída da estrutura da figura 1 é igual a um quarto da soma das potências de ruído de quantização gerado por cada um dos blocos passa-tudo de primeira e/ou segunda ordens. Isso porque os diferentes erros de quantização podem ser considerados como sendo não correlacionados e a norma L_p de uma resposta em frequência passa-tudo é igual a uma constante, aqui assumida como sendo igual a um. Desta forma, o desempenho da estrutura da figura 1, no que se refere ao ruído de quantização, depende de forma simples e direta do desempenho de cada um dos blocos constituintes dos circuitos passa-tudo e uma otimização quanto a este aspecto se resume em uma otimização de blocos passa-tudo de no máximo ordem dois.

Em resumo, as realizações de filtros digitais através do paralelo de filtros passa-tudo apresenta as seguintes características:

- Robustez, ou seja, baixos níveis de ruído e estabilidade, na medida em que os blocos passa-tudo de 1ª e 2ª ordens podem ser implementados de forma a garantir estas propriedades.
- Eficiência computacional, já que os filtros podem ser construídos com um número mínimo de multiplicações e atrasos.
- Modularidade, pois um filtro passa-tudo qualquer pode ser realizado pela cascata de estruturas passa-tudo de primeira e segunda ordem, as quais podem ser extremamente regulares.
- Baixa sensibilidade na banda de passagem, o que garante uma menor distorção após a quantização dos coeficientes e possivelmente um ganho de eficiência computacional, pois os coeficientes podem ser quantizados em menos bits.

No trabalho [11] são estudadas algumas realizações de filtros passa-tudo para a imple-

mentação de filtros digitais IIR em ponto fixo. As estruturas de interesse são de primeira e segunda ordens e caracterizam-se por serem estáveis em relação à ocorrência de transbordamentos. A realimentação de erro é considerada para obter novas realizações, que apresentem um melhor comportamento em relação ao ruído de quantização e, como um segundo efeito, eliminem ou limitem as amplitudes dos ciclos limites granulares, se eles vierem a ocorrer.

O objetivo é fornecer subsídios necessários para que um projetista possa escolher uma das estruturas consideradas ou o faça num outro universo de estruturas que considere mais adequado. Para tanto, é necessário discutir detalhes de implementação das estruturas, inclusive indicando soluções alternativas, bem como caracterizá-las em função dos erros numéricos. Em relação aos erros de transbordamentos, a abordagem é na direção de estabelecer as condições para que a estrutura seja estável. Quanto aos erros de quantização, através de modelagem são apresentadas expressões para a potência de ruído na saída e realizadas medidas, seja para comprovar os resultados teóricos, seja para verificar situações onde o modelo não se aplica. Além disso, através da medida dos ciclos limites granulares é obtido um comportamento aproximado para este tipo de oscilação parasitária.

No texto a seguir é inicialmente feita uma introdução à realimentação de erro. Na seção seguinte são apresentadas algumas das estruturas consideradas, bem como resultados de medidas realizadas para caracterizá-las. Estas estruturas são utilizadas a seguir em dois exemplos de implementação. Com a ajuda dos exemplos é delineada uma metodologia de implementação de filtros digitais, que consistem na conexão em paralelo de filtros passa-tudo. Em seguida são apresentadas as conclusões do trabalho.

II. REALIMENTAÇÃO DE ERRO

No processo de quantização parte dos bits menos significativos são desprezados, o que caracteriza o surgimento de um erro. Nos sistemas recursivos, o erro de quantização ocorrido em uma iteração, além de se propagar até a saída, apresenta efeitos indesejáveis nas iterações subsequentes. O princípio da realimentação é processar o erro introduzido pelo quantizador através de um filtro em separado da estrutura e realimentá-lo com a finalidade de atenuar ou eliminar as componentes do sinal de entrada do quantizador relacionadas a erros de quantização ocorridos em iterações anteriores. Com efeito, a função de transferência do quantizador até a saída da estrutura para o erro de quantização é alterada e consequentemente o nível de ruído na saída. Contudo, a função de transferência do sistema permanece inalterada.

O erro introduzido pelo quantizador é obtido da diferença entre o sinal de saída do quantizador (precisão simples, $B + 1$ bits) e o sinal de entrada (em maior precisão, normalmente $2B + 1$ bits), sendo em seguida processado por um filtro, em geral do tipo FIR. A figura 2 ilustra a implementação da realimentação de erro em um quantizador isolado de uma estrutura de um filtro digital.

Considerando a implementação da figura 2, deseja-se determinar como a realimentação de erro altera os níveis de ruído na saída da estrutura¹. Para isso é considerado o modelo estatístico usual para o erro de quantização, isto é, o quantizador é substituído por uma fonte de ruído branco com densidade de probabilidade uniforme. No caso do arredondamento a sua média é nula e está uniformemente distribuída entre $-q/2$ e $+q/2$, onde q é o intervalo de quantização.

A densidade espectral de potência da contribuição do quantizador, isto é da fonte de erro $e(n)$, para o ruído de quantização na saída da estrutura sem a realimentação de erro, é no caso de arredondamento dada por

$$\Phi_{eo}(e^{j\omega}) = \sigma_e^2 \cdot |G(e^{j\omega})|^2, \quad (1)$$

onde σ_e^2 é a variância do erro introduzido pelo quantizador.

¹Note que a função de transferência utilizada na realimentação de erro é do tipo FIR.

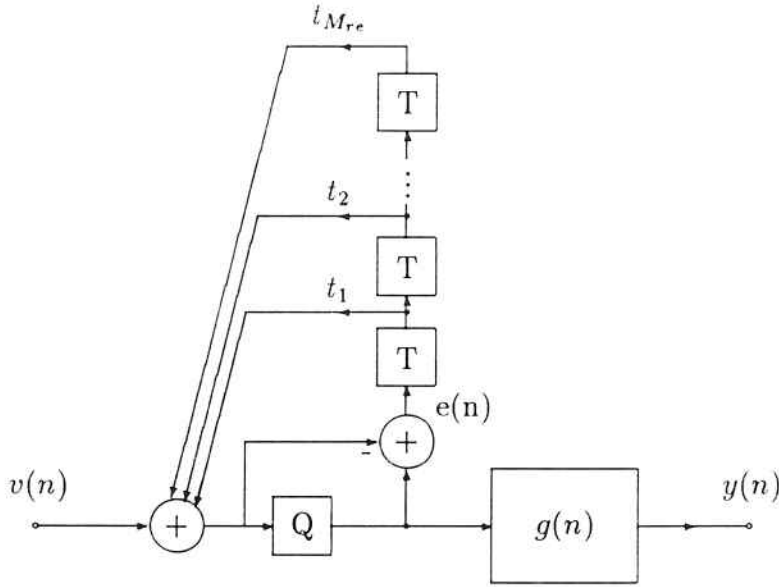


Figura 2: Realimentação de erro aplicada a um quantizador em uma estrutura de um filtro digital.

Com a realimentação de erro, a função de transferência do “quantizador” para a saída é alterada. Isto fica claro ao expressá-la como

$$G_{re}(z) = (1 + T(z)) \cdot G(z) , \quad (2)$$

onde

$$T(z) = t_1 z^{-1} + t_2 z^{-2} + \dots + t_{M_{re}} z^{-M_{re}} , \quad (3)$$

sendo M_{re} a ordem da função de transferência utilizada na realimentação do erro. Cabe salientar que persistem erros residuais com a realimentação, como o introduzido pela quantização do sinal de saída de $T(z)$. Entretanto, a princípio é assumido que a realimentação utiliza a mesma precisão dos sinais, assim inicialmente os erros residuais serão desprezados para facilitar a compreensão do texto.

A densidade espectral de potência da contribuição do quantizador para o ruído de quantização na saída, resulta igual a

$$\Phi_{eo}(e^{j\omega}) = \sigma_e^2 |G_{re}(e^{j\omega})|^2 = \sigma_e^2 \cdot |(1 + T(e^{j\omega}))G(e^{j\omega})|^2 . \quad (4)$$

Através de $T(z)$ é possível alterar o espectro do ruído de quantização na saída e a realimentação de erro é por este motivo também conhecida em língua inglesa por “Error Spectrum Shaping”. O seu efeito é efetivamente modelar a densidade espectral de potência do ruído de quantização na saída.

Em termos de potência, a contribuição do quantizador é dada por

$$\sigma_{eo}^2 = \sigma_e^2 \|(1 + T(z))G(z)\|_2^2 , \quad (5)$$

onde

$$\|G(z)\|_2^2 = \frac{1}{j2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} |G(e^{j\omega})|^2 d\omega \quad (6)$$

indica o quadrado da norma L_2 de $G(z)$ ou $G(e^{j\omega})$. Escolhendo-se adequadamente os coeficientes $t_1, \dots, t_{M_{re}}$ pode-se introduzir zeros nas imediações dos pólos de $G(z)$, que coincidem com os pólos da função de transferência do sistema. O efeito é uma atenuação do ganho proporcionado pela função de transferência do quantizador até a saída ($G_{re}(z)$). Matematicamente, os

coeficientes de realimentação ótimos, $t_1^{(*)}, \dots, t_{M_{re}}^{(*)}$, devem ser tais que $\sigma_{e_o}^2$ atinja um mínimo. Neste ponto,

$$\frac{\partial \|G_{re}(z)\|_2^2}{\partial t_1} = \frac{\partial \|G_{re}(z)\|_2^2}{\partial t_2} = \dots = \frac{\partial \|G_{re}(z)\|_2^2}{\partial t_{M_{re}}} = 0 \quad (7)$$

ou seja, a primeira derivada é nula. Além disto,

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \|G_{re}(z)\|_2^2}{\partial t_1^2} &> 0 \\ \frac{\partial^2 \|G_{re}(z)\|_2^2}{\partial t_2^2} &> 0 \\ &\vdots \\ \frac{\partial^2 \|G_{re}(z)\|_2^2}{\partial t_{M_{re}}^2} &> 0 \end{aligned} \quad (8)$$

isto é, a segunda derivada tem que ser positiva. Em outras palavras, trata-se de um problema de minimização do erro médio quadrático.

Este procedimento pode ser generalizado para estruturas que apresentem mais quantizadores, pois o modelo admite que cada contribuição seja minimizada separadamente. Neste sentido, o problema como um todo é relativamente simples de resolver quando as funções de transferência dos quantizadores até a saída são de no máximo ordem dois. Uma formulação no espaço de estados é mais conveniente para casos mais complexos, como por exemplo a apresentada na referência [1].

A. O Erro Residual

Com a realimentação de erro podem ser introduzidas duas novas fontes de erro na realização, designadas genericamente de “erros residuais”. Considerando que os sinais são representados em $B+1$ bits e o erro a ser realimentado em $B_{re}+1$ bits, surge um erro residual “ $\varepsilon_1(n)$ ” quando $B_{re} < B$. Por outro lado, é necessário quantizar o sinal de saída de $T(z)$, assim existe um outro erro residual “ $\varepsilon_2(n)$ ”. Na figura 3 está ilustrado o processo pelo qual eles surgem.

O erro residual ε_1 poderá existir tipicamente em implementações em “hardware”, pois nelas os bits menos significativos dos produtos dos sinais pelos coeficientes nem chegam a ser calculados. Para implementar a realimentação é necessário aumentar o acumulador em B_{re} ou em $B_{re}+1$ bits para estimar o erro, respectivamente com o truncamento ou com o arredondamento². Por sua vez, o erro residual ε_2 ocorre sempre que existir algum coeficiente da realimentação não múltiplo de um (na notação fracionária em complemento de dois), ou em outras palavras, quando a quantização do sinal de saída de $T(z)$ introduz erros.

O modelo para calcular a potência de ruído na saída decorrente dos erros residuais é apresentado na figura 4. Cabe destacar que ele é uma boa estimativa quando B_{re} é suficientemente grande e os erros residuais apresentam valor médio nulo. Assim sendo, pode-se escrever que a potência de ruído residual é

$$p_\varepsilon = \sigma_{\varepsilon_1}^2 \|G(z)T(z)\|_2^2 + \sigma_{\varepsilon_2}^2 \|G(z)\|_2^2, \quad (9)$$

sendo

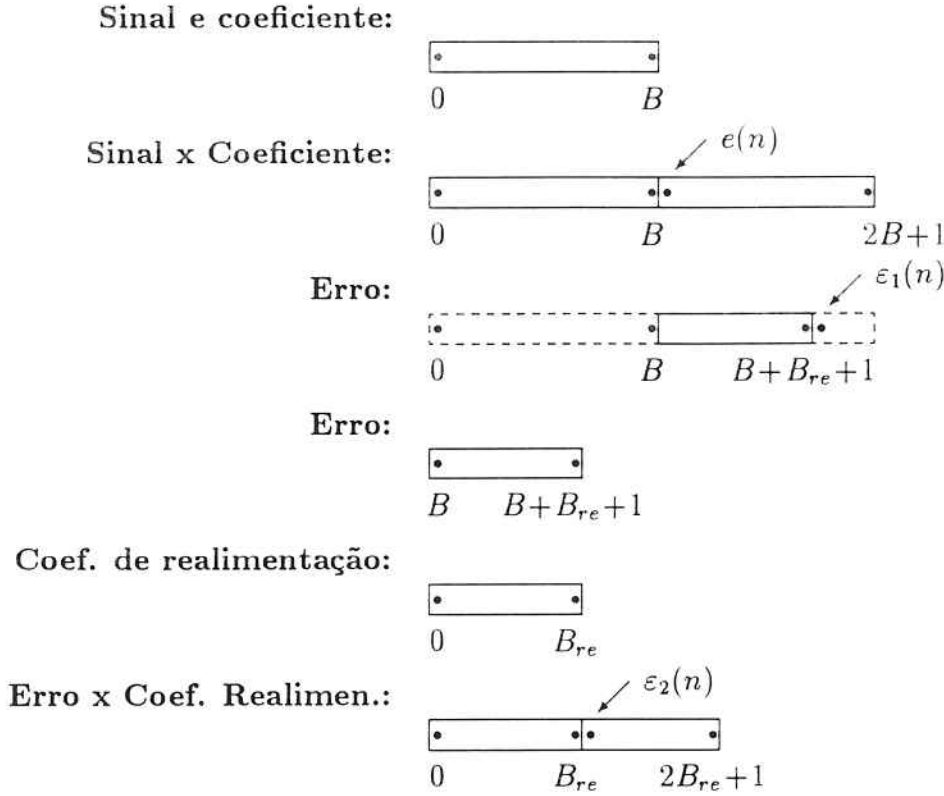
$$\sigma_{\varepsilon_1}^2 = \sigma_{\varepsilon_2}^2 = \sigma_\varepsilon^2 = \frac{q_\varepsilon^2}{12} = \frac{2^{-2(B+B_{re}+1)}}{3}. \quad (10)$$

Pode-se, ainda, escrever

$$\sigma_\varepsilon^2 = 2^{-2B_{re}} \cdot \sigma_e^2. \quad (11)$$

Naturalmente, quando $B_{re} \approx B$ os efeitos dos erros residuais são desprezíveis.

²O truncamento é útil quando $B_{re} \approx B$. Em outros casos, a realimentação de erro não funciona bem por causa do valor médio não nulo introduzido por esta forma de quantização.



$$|e(n)| \leq \frac{q}{2} = 2^{-(B+1)} \quad \Rightarrow \quad \sigma_e^2 = \frac{q^2}{12} = \frac{2^{-2(B+1)}}{3}$$

$$|\varepsilon_1(n)| \leq \frac{q_{\varepsilon_1}}{2} = 2^{-(B+B_{re}+1)} \quad \Rightarrow \quad \sigma_{\varepsilon_1}^2 = \frac{q_{\varepsilon_1}^2}{12} = \frac{2^{-2(B+B_{re}+1)}}{3}$$

$$|\varepsilon_2(N)| \leq \frac{q_{\varepsilon_2}}{2} = 2^{-(B+B_{re}+1)} \quad \Rightarrow \quad \sigma_{\varepsilon_2}^2 = \frac{q_{\varepsilon_2}^2}{12} = \frac{2^{-2(B+B_{re}+1)}}{3}$$

Figura 3: Obtenção do erro num quantizador com arredondamento para implementar a sua realimentação.

B. Outros Aspectos da Realimentação de Erro

No caso de estruturas que possuam mais do que um quantizador, pode-se realimentar os erros de quantização entre os quantizadores. Esta situação é denominada de realimentação cruzada, cabendo destacar que o erro só pode ser realimentado aos nós das estruturas onde os sinais tem maior precisão, que são as entradas de quantizadores. Em muitos casos, isto resulta numa maior simplicidade na implementação da realimentação de erro.

Considerando a realimentação cruzada, encontrar uma solução para a realimentação estritamente pela minimização do erro médio quadrático é em geral mais complexo, em função das novas variáveis incluídas. Esta dificuldade pode ser contornada inspecionando a estrutura. Isto ocorre porque o problema pode ser entendido como fazer o erro introduzido pelo quantizador, com o sinal invertido, percorrer os mesmos caminhos percorridos pelo sinal de saída do quantizador até um ou outros quantizadores. Na prática, é como se trechos da estrutura fossem implementados com um maior comprimento de palavra binária.

Independentemente da forma pela qual foi determinada a solução ótima, pode-se também

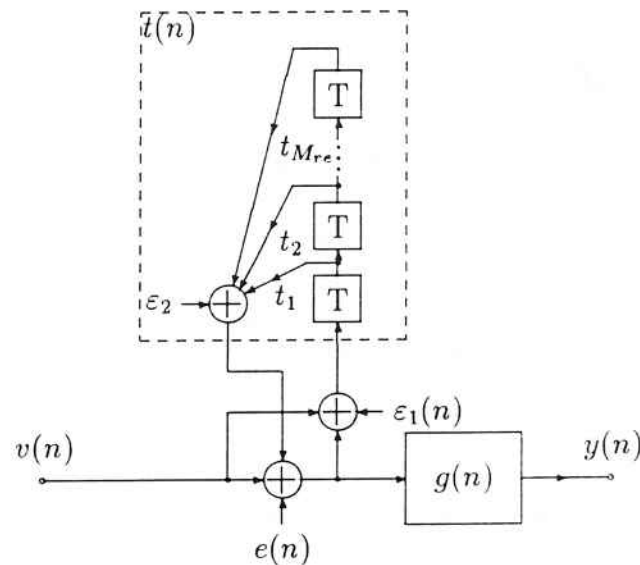


Figura 4: Modelo para a realimentação de erro.

considerar soluções dela derivadas envolvendo simplificações, como forma de limitar o custo de implementação. Esta é uma das principais motivações para a utilização da realimentação de erro. A seguir são listadas algumas das simplificações que podem ser utilizadas em esquemas de realimentação de erro:

- A malha de realimentação utilizada tem ordem inferior à ideal.
- Os coeficientes da realimentação de erro são expressos em uma palavra binária de menor comprimento que a dos coeficientes do filtro digital.
- Os coeficientes da realimentação de erro são aproximados para potências de dois e substituídos por deslocamentos, eliminando a necessidade de multiplicações.
- O polinômio que representa o filtro utilizado na realimentação é feito simétrico ou antisimétrico, poupando multiplicações [1]. Isto normalmente se justifica quando o filtro é de ordem maior do que dois.
- Os coeficientes de realimentação são feitos constantes em filtros programáveis.
- O erro estimado é representado em menos bits.

Na prática pode-se fazer uma combinação destas simplificações. Evidentemente, quanto maior a diferença entre os coeficientes implementados e os ótimos, pior será o desempenho da realimentação. O mesmo pode ser dito em relação ao erro, assim quanto menor o comprimento de palavra utilizado, pior o desempenho. Em suma, a escolha de uma realimentação de erro é sempre um problema do tipo custo-benefício.

III. ESTRUTURAS PASSA-TUDO DE 1ª E 2ª ORDENS COM REALIMENTAÇÃO DE ERRO

Neste trabalho serão consideradas somente três estruturas de um conjunto de oito analisadas na dissertação de mestrado[11]. Duas são estruturas de 1ª ordem, denominadas A_2 e B_1 , e uma de 2ª ordem, denominada AB_2 . Estas estruturas foram obtidas a partir das estruturas A, B e AB esquematizadas nas figuras 5, 6 e 7.

A realimentação de erro pode ser implementada nas estruturas estruturas A, B e AB de diversas formas. A partir de uma análise detalhada [11] concluiu-se que as estruturas descritas a seguir resultam em uma relação custo-benefício favorável.

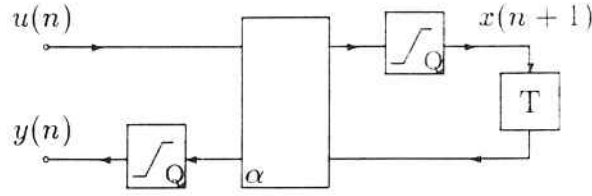


Figura 5: Estrutura A: WDF de primeira ordem.

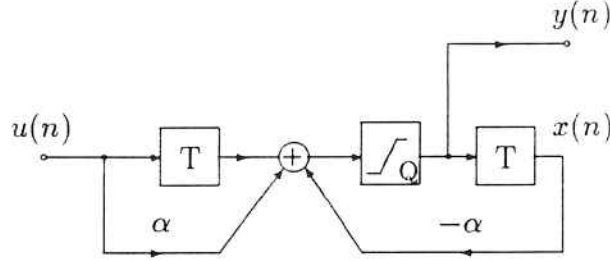


Figura 6: Estrutura B.

A. Estrutura A_2

A estrutura A_2 é obtida com a introdução da realimentação de erro na estrutura A, quando o adaptador é implementado com uma multiplicação seguida de quantização. De acordo com o estudo efetuado em [11], a implementação da estrutura A_2 deve se dar conforme a figura 8.

É considerado o uso de saturação como correção de transbordamento e como a realimentação de erro não interfere no comportamento das estruturas quanto aos erros de transbordamentos, a estrutura A_2 tem um comportamento idêntico ao da estrutura A. Desta forma, ela é estável com a entrada nula, com a resposta forçada e apresenta um escalonamento ótimo L_∞ .

O coeficiente ótimo é

$$t^{(*)} = S \cdot \frac{1 + |\alpha|}{2},$$

porém pode-se escolhê-lo sob a ótica da simplicidade de implementação. Com

$$t = S \quad (12)$$

obtém-se um resultado muito bom e o coeficiente de realimentação será assim considerado neste trabalho.

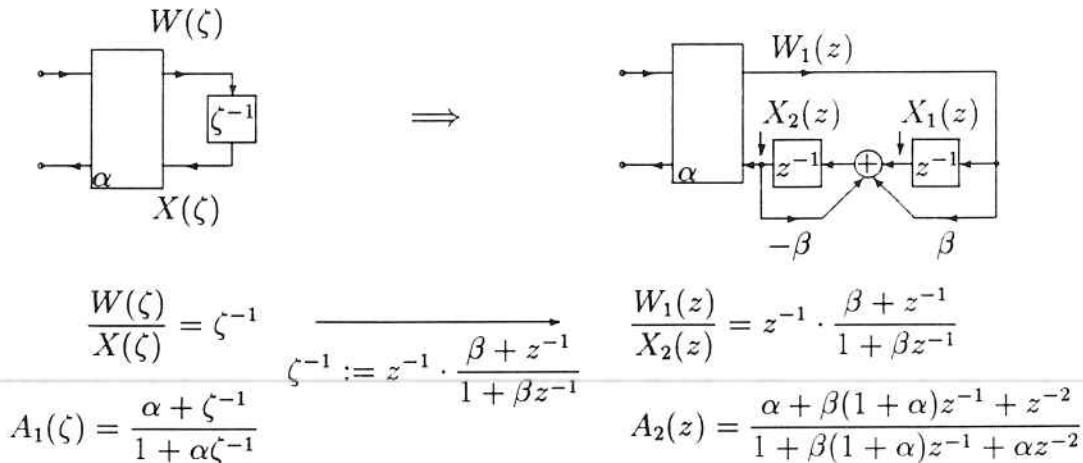


Figura 7: Construção da estrutura AB.

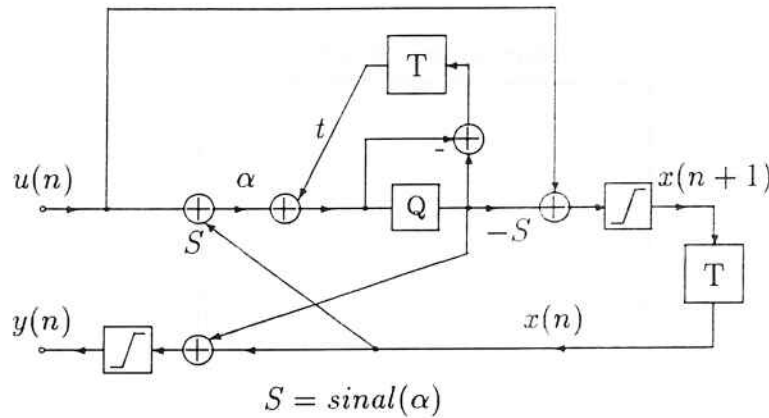


Figura 8: Estrutura A_2 .

A estrutura A_2 é bastante interessante computacionalmente, porque o custo adicional introduzido pela realimentação de erro é bastante pequeno: duas adições e um atraso. Entretanto, somente o adaptador do tipo 2 com a quantização em seu interior poderá ser utilizado para implementá-la, ou seja, ela parece mais interessante para a implementação em “hardware”.

A.1 Ruído de Quantização

A potência de ruído introduzida pela estrutura A_2 pode ser estimada por

$$\sigma_{eo}^2 = \sigma_e^2 \cdot \frac{2(1 - S(1 + |\alpha|)t + t^2)}{1 - |\alpha|} . \quad (13)$$

Caso fosse considerado o coeficiente ótimo, a potência de ruído na saída seria

$$\sigma_{eo}^2 = \sigma_e^2 + p_\epsilon .$$

Utilizando-se a realimentação de erro com “ $t = S$ ”, conclui-se que

$$\sigma_{eo}^2 = 2\sigma_e^2 + p_\epsilon , \quad (14)$$

sendo o dobro do valor ótimo. Nota-se que o ruído na saída não depende do coeficiente de realimentação. Por outro lado, caso não seja utilizada a realimentação, o resultado é

$$\sigma_{eo}^2 = \frac{2\sigma_e^2}{1 - |\alpha|} . \quad (15)$$

A análise do ruído de quantização é simplificada na estrutura A_2 porque $t = S$, quanto à representação do coeficiente de realimentação, somente existem duas situações possíveis: ou ele é representado ou ele não é representado. Contudo, é interessante verificar o comportamento da estrutura variando o comprimento de palavra utilizado para representar o erro. Na figura 9 são mostrados os resultados medidos para o ganho de ruído com arredondamento no quantizador.

Ao analisar a figura 9 deve-se ter o cuidado de observar que quando o pólo é igual a 0, ou seja, $\alpha = 0$ o erro de quantização é nulo.

A.2 Ciclos Limites Granulares

O comportamento da estrutura com relação aos ciclos limites granulares é mostrado na tabela I. Observa-se na tabela I que a estrutura A_2 não sustenta ciclos limites granulares quando o erro é representado com pelo menos 8 bits. Caso contrário, quando o pólo situa-se próximo ao círculo unitário existe a possibilidade deste tipo de instabilidade venha a ocorrer.

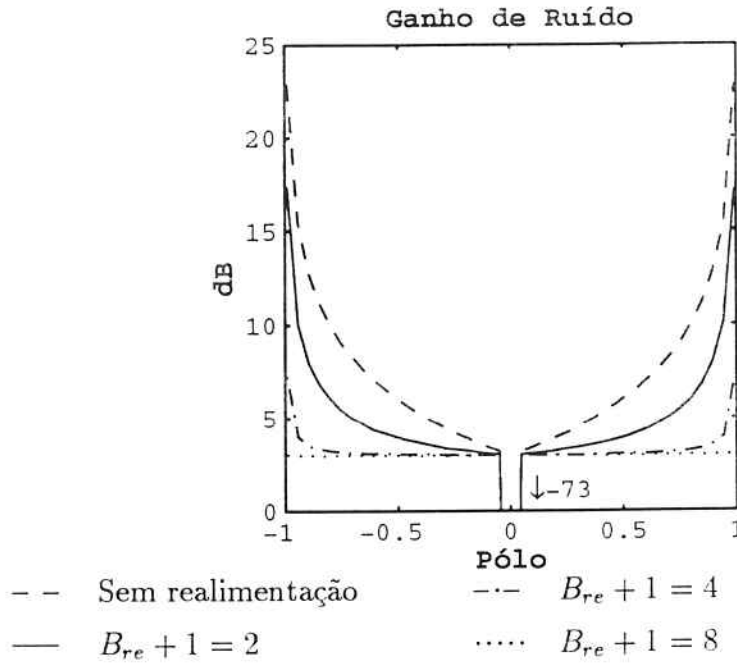


Figura 9: Ganho de ruído para a estrutura A_2 , com sinais e coeficientes representados em 16 bits e arredondamento nos quantizadores.

$B_{re} + 1$	B_{co}	$\max(y(n))$	Condições
16	0	98q	$ \alpha \geq 0,52$
16	1	0	—
8	1	0	—
4	1	12q	$ \alpha \geq 0,94$
3	1	24q	$ \alpha \geq 0,90$
2	1	48q	$ \alpha \geq 0,75$

TABELA I

COMPORTAMENTO DOS CICLOS LIMITES GRANULARES PARA A ESTRUTURA A_2 , COM SINAIS EXPRESSOS EM 16 BITS E ARREDONDAMENTO NOS QUANTIZADORES, VARIANDO-SE O COMPRIMENTO DE PALAVRA NA REPRESENTAÇÃO DO ERRO.

B. Estrutura B_1

A estrutura B_1 é obtida com a introdução da realimentação de erro na estrutura B. Conforme o estudo realizado em [11], a estrutura B_1 deve ser implementada como ilustrado na figura 10.

A realimentação de erro não altera o comportamento da estrutura quanto aos transbordamentos, assim ela apresenta um escalonamento ótimo segundo as normas L_p , e não sustenta oscilações decorrentes de transbordamentos, pois admite-se o uso da saturação como correção de transbordamento.

O coeficiente ótimo da realimentação é

$$t^{(*)} = \alpha.$$

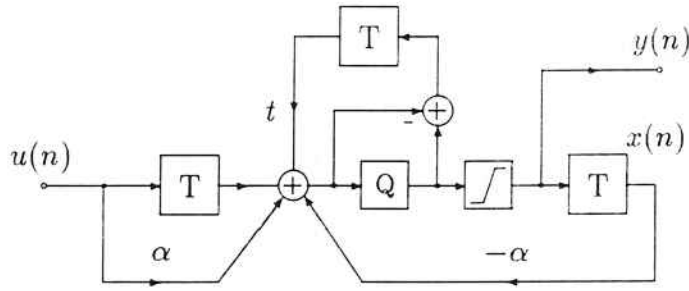


Figura 10: Estrutura B_1 .

B.1 Ruído de Quantização

A potência total do ruído de quantização é

$$\sigma_{eo}^2 = \sigma_e^2 \cdot \frac{1 - 2\alpha t + t^2}{1 - \alpha^2} + p_\epsilon. \quad (16)$$

Os resultados previstos pelo modelo foram confirmados através de medidas e parte delas são mostrados na figura 11.

O comportamento do ruído de quantização na estrutura B_1 é semelhante ao da estrutura A_2 . Cabe destacar que utilizando uma realimentação ótima ou no caso de se utilizarem poucos bits para representar o erro, ela apresenta um melhor comportamento do que a estrutura A_2 .

B.2 Ciclos Limites Granulares

Os resultados obtidos através de medidas para os ciclos limites granulares são apresentados na tabela II.

$B_{re} + 1$	B_{co}	$\max(y(n))$	Condições
16	0	49q	$ \alpha \geq 0,52$
16	1	0	—
16	2	0	—
16	16	0	—
8	1	0	—
4	1	6q	$ \alpha \geq 0,94$
3	1	12q	$ \alpha \geq 0,90$
2	1	24q	$ \alpha \geq 0,75$

TABELA II

COMPORTAMENTO DOS CICLOS LIMITES GRANULARES PARA A ESTRUTURA B_1 . OS SINAIS E COEFICIENTE DA ESTRUTURA FORAM REPRESENTADOS COM 16 BITS E FOI UTILIZADO ARREDONDAMENTO NOS QUANTIZADORES.

O comportamento dos ciclos limites granulares na estrutura B_1 é essencialmente igual ao da estrutura A_2 , porém quando ocorrem ciclos limites as amplitudes são sempre duas vezes menores.

C. Estrutura AB_2

A estrutura AB_2 é resultado da implementação da realimentação de erro na estrutura AB , quando é utilizado o adaptador com apenas uma multiplicação seguida de quantização.

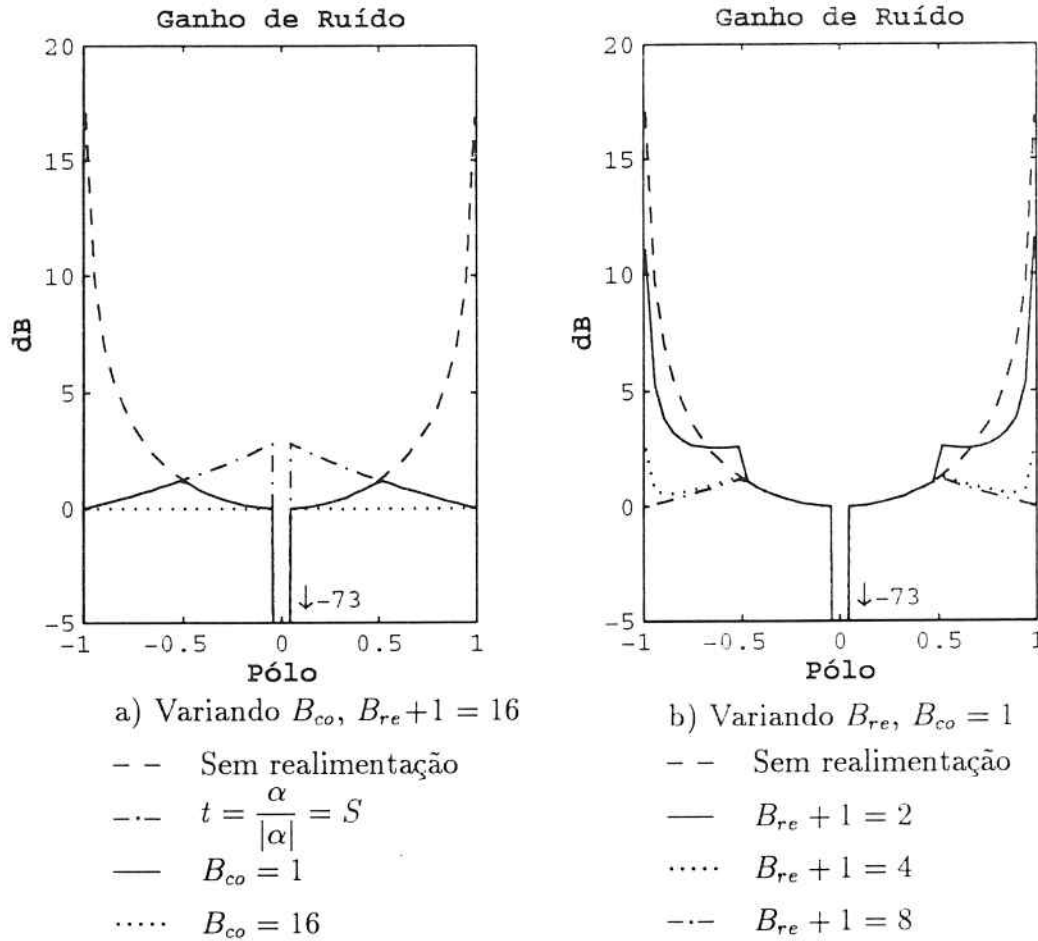


Figura 11: Ganho de Ruído para a estrutura B_1 , com sinais e o coeficiente α representados em 16 bits, e com $\alpha \in [-0,99; 0,99]$.

Além disso, é utilizada apenas uma multiplicação pelo coeficiente β . Ela está representada na figura 12.

A estrutura AB_2 apresenta um comportamento idêntico ao da estrutura AB quanto aos erros de transbordamentos: ela é estável com a resposta forçada, não sustenta oscilações decorrentes de transbordamentos com a entrada nula e apresenta um escalonamento L_∞ ótimo. Contudo, é necessário utilizar dois bits de guarda no trecho da estrutura indicado pela linha tracejada na figura 12. Além disso, é assumido o uso de saturação como correção de transbordamentos.

Em [11] é realizado o estudo das alternativas para a implementação da realimentação de erro, do qual resulta a escolha da seguinte estratégia para a realimentação, aqui denominada de realimentação completa:

$$\begin{aligned}
 T_{11}(z) &= t_1 z^{-2} & t_1^{(*)} &= -1 \\
 T_{12}(z) &= t_2 z^{-1} & t_2^{(*)} &= -c_\alpha \\
 T_{21}(z) &= t_3 + t_4 z^{-1} & t_3^{(*)} &= \beta \\
 & & t_4^{(*)} &= 1.
 \end{aligned} \tag{17}$$

Esta estratégia se aplica apenas quando $\alpha > 0$, caso onde os pólos associados são complexos conjugados ou reais de mesmo sinal. A realimentação simples, que consiste em implementar a realimentação com apenas um coeficiente e através de uma função de transferência de primeira ordem, é implementada com

$$T_{11}(z) = t_1 z^{-1}, \quad \text{com } t_1^{(*)} = \beta, \tag{18}$$

Real. completa			r = 0,4		r = 0,7		r = 0,9		r = 0,99		
i	$B_{re}+1$	B_{co}	min	max	min	max	min	max	min	max ¹	max ²
1	16	0	3,7	7,0	5,9	14,6	10,2	29,5	20,1	65,5	40,4
2	16	1	0,2	1,8	2,8	4,5	1,3	6,5	0,1	15,4	15,4
3	16	2	0,1	0,6	0,0	1,3	1,3	4,2	0,1	11,5	11,5
4	16	4	0,0	0,0	0,0	0,3	0,1	1,0	0,1	5,5	5,5
5	16	8	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,6	0,6
6	16	16	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
7	12	12	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,4	0,0
8	8	8	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,3	0,0	11,6	2,8
9	4	4	0,5	1,2	0,5	3,9	1,4	11,7	4,4	36,1	22,8
10	12	1	0,2	1,8	2,8	4,5	1,3	6,4	0,1	15,2	15,2
11	8	1	0,2	1,8	2,8	4,5	1,3	6,5	0,1	15,5	15,5
12	4	1	0,5	2,1	3,0	4,7	1,9	11,6	4,4	36,1	22,8
Real. simples			r = 0,4		r = 0,7		r = 0,9		r = 0,99		
i	$B_{re}+1$	B_{co}	min	max	min	max	min	max	min	max ¹	max ²
13	16	1	3,7	6,2	5,9	8,8	10,2	13,6	20,1	23,9	23,9
14	16	4	3,7	5,8	5,9	8,4	10,2	13,2	20,1	23,7	23,5
15	16	16	3,7	5,7	5,9	8,4	10,2	13,2	20,1	23,7	23,5
16	12	1	3,7	6,2	5,9	8,9	10,2	13,6	20,1	23,8	23,8
17	8	1	3,7	6,2	5,9	8,8	10,2	13,6	20,1	24,0	23,7
18	4	1	3,7	6,3	5,8	8,9	10,1	15,1	20,1	36,4	26,2

max^1 : valor máximo.

max^2 : valor máximo excluindo os casos $\theta = 1$ e $\theta = 179$ graus.

TABELA III

COMPORTAMENTO GANHO DE RUÍDO NA ESTRUTURA AB₂. CONSIDEROU-SE NAS MEDIDAS: SINAIS E COEFICIENTES DA ESTRUTURA REPRESENTADOS COM 16 BITS, ARREDONDAMENTO NOS QUANTIZADORES E PÓLOS DO TIPO $re^{j\theta}$, COM $\theta \in [1; 179]$ GRAUS.

2. Com a realimentação completa ótima, obtém-se

$$\sigma_{eo}^2 = \sigma_e^2,$$

ou seja, é como se a estrutura fosse implementada em dupla precisão.

3. Com a realimentação simples

$$\sigma_{eo}^2 = \frac{3 + \alpha}{1 - \alpha}. \quad (25)$$

Nestes resultados foi desprezado o erro residual. Na tabela III são apresentados parte dos resultados obtidos para o ganho de ruído.

C.2 Ciclos Limites Granulares

A estrutura AB₂ foi caracterizada através da medida dos ciclos limites granulares e parte dos resultados obtidos são apresentados na tabela IV.

D. Observações

As estruturas passa-tudo de primeira ordem consideradas apresentaram um comportamento semelhante se comparadas entre si. Foi verificado que representar o coeficiente de realimentação

Real. completa			r = 0,4		r = 0,7		r = 0,9		r = 0,99		
i	$B_{re}+1$	B_{co}	min	max	min	max	min	max	min	max ¹	max ²
1	16	0	0	1	0	7	4	81	50	2238	79
2	16	1	0	0	0	0	1	3	1	23	23
3	16	2	0	0	0	0	1	1	1	9	9
4	16	4	0	0	0	0	0	0	1	3	3
5	16	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	16	16	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	12	12	0	0	0	0	0	0	0	1	0
8	8	8	0	0	0	0	0	0	0	18	0
9	4	4	0	0	0	2	0	11	7	292	18
10	12	1	0	0	0	0	1	2	1	21	21
11	8	1	0	0	0	0	1	3	1	21	21
12	4	1	0	0	0	1	1	10	7	292	19

Real. simples			r = 0,4		r = 0,7		r = 0,9		r = 0,99		
i	$B_{re}+1$	B_{co}	min	max	min	max	min	max	min	max ¹	max ²
13	16	1	0	0	0	0	4	4	50	53	53
14	16	4	0	0	0	0	4	4	48	53	53
15	16	16	0	0	0	0	4	5	42	53	53
16	12	1	0	0	0	0	4	5	50	53	53
17	8	1	0	0	0	0	4	5	48	51	51
18	4	1	0	1	0	2	4	5	42	255	56

max^1 : valor máximo.

max^2 : valor máximo excluindo os casos $\theta = 1$ e $\theta = 179$ graus.

TABELA IV

AMPLITUDE MÁXIMA DOS CICLOS LIMITES GRANULARES MEDIDA NA ESTRUTURA AB_2 . CONSIDEROU-SE NAS MEDIDAS: SINAIS E COEFICIENTES DA ESTRUTURA REPRESENTADOS COM 16 BITS, ARREDONDAMENTO NOS QUANTIZADORES E PÓLOS DO TIPO $re^{j\theta}$, COM $\theta \in [1; 179]$ GRAUS.

como sendo o sinal do coeficiente da estrutura original já é o suficiente para atenuar o ruído de quantização significativamente e eliminar a possibilidade de ocorrência dos ciclos limites granulares. Embora, na estrutura B_1 isto até eleve os níveis de ruído quando o coeficiente da estrutura é em módulo inferior a 0,5, a simplicidade de implementação pode ser um aspecto mais importante, e quando não for, pode-se adotar como estratégia considerar o coeficiente de realimentação igual a zero nestes casos (equivalente a $B_{co} = 1$ na caracterização). Por outro lado, utilizar apenas 4 bits para representar o erro resultou num comportamento satisfatório nos casos analisados ($B+1 = 16$), e sendo considerados 8 bits, o resultado obtido é essencialmente igual ao caso ótimo $B_{re} = B = 16$ bits.

A estrutura B_1 apresenta um melhor comportamento quanto a potência de ruído na saída e a amplitude dos ciclos limites granulares. Deve-se salientar que seria possível obter resultados equivalentes com a estrutura A_2 , pelo menos em relação a potência de ruído. Entretanto, o coeficiente escolhido para a realimentação nesta estrutura não foi o ótimo sob este ponto de vista, mas sim o ideal sob a ótica da implementação, pois ele assume apenas os valores 1 e -1.

Analisando os resultados obtidos para a estrutura de 2ª ordem AB_2 , verifica-se que a realimentação completa atenua bastante os níveis de ruído na estrutura. Entretanto, quando se observa o comportamento global, constata-se que utilizar poucos bits para representar os coeficientes pode gerar grandes variações nos resultados obtidos. Por exemplo, no universo de

resultados apresentados, a diferença entre a melhor representação dos coeficientes e a pior é de até 22,8 dB. Da mesma forma, se encontram grandes variações quando se utilizam menos do que 12 bits para representar o erro na realimentação.

Por outro lado, a realimentação simples é pouco sensível à variação do número de bits na representação do coeficiente da realimentação, ou seja, com $B_{co} \in [1; 16]$ os resultados são essencialmente os mesmos. Além disso, como os níveis de ruído são mais elevados do que os encontrados com a realimentação completa, pode-se utilizar também até menos do que 8 bits para representar o erro na realimentação sem que os resultados se alterem significativamente.

A amplitude dos ciclos limites granulares oscila bastante com a variação do argumento do pólo (θ). O efeito da realimentação de erro é minimizar estas oscilações, diminuindo as amplitudes encontradas. Cabe observar que os ciclos limites granulares tendem a apresentar períodos de oscilação mais longos com a realimentação de erro. No caso da realimentação completa, a utilização de 4 bits já limita bastante os ciclos limites granulares, sendo que o mesmo pode ser dito quanto a utilizar pelo menos 8 bits para representar o erro. Com a realimentação simples e desde que o coeficiente seja corretamente representado, não importa o comprimento de palavra utilizado. Além disso, como as amplitudes são sempre maiores do que as encontradas com realimentação completa, pode-se utilizar menos do que 8 bits para representar o erro na realimentação. Por exemplo, com 4 bits, somente com $\theta = 1$ ou $\theta = 179$ graus obtém-se amplitudes mais elevadas. No restante dos pontos analisados, os resultados são equivalentes a se utilizar 8 bits.

IV. EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

É conveniente utilizar os resultados apresentados no trabalho para o projeto e implementação de filtros digitais conforme a seguinte estratégia:

1. Dados os pólos a serem implementados por cada bloco constituinte de cada um dos ramos, deve ser escolhida uma das estruturas. Nesta escolha deve-se levar em conta a plataforma de implementação, por exemplo se ela ocorrerá na forma de circuito integrado ou em um processador de sinais.
2. Através das expressões apresentadas ou utilizando diretamente os próprios resultados, pode-se calcular o quanto de ruído cada um dos blocos constituintes introduz na realização.
3. A realimentação de erro pode ser considerada apenas nos blocos mais críticos e a sua forma deve ser definida em função das restrições da aplicação.

Para exemplificar a aplicação desta estratégia são considerados dois exemplos: a implementação de um filtro elíptico de meia banda e a de um passa-baixas elíptico de banda estreita. O objetivo é mostrar como as estruturas de blocos passa-tudo de primeira e segunda ordens aqui apresentadas podem ser utilizadas com vantagens.

A. Exemplo 1: Filtro de Meia-Banda

Filtros de meia-banda são muito utilizados como interpoladores e/ou decimadores em aplicações onde são necessárias conversões de taxa de amostragem por fatores na forma de potência de dois. São também muito úteis como bloco básico para o projeto e implementação de bancos de filtros. O interesse neste tipo de realização decorre essencialmente de certas propriedades de simetria satisfeitas pela função de transferência. Estas propriedades permitem implementações muito eficientes, mesmo de filtros de ordem elevada.

As propriedades de interesse de filtros de meia-banda são resumidamente as seguintes:

1. As frequências de corte das faixas de passagem e rejeição apresentam simetria aritmética em relação à frequência $\pi/2$.
2. Os desvios da faixa de passagem δ_p e da faixa de rejeição δ_r satisfazem a seguinte relação: $(1 - \delta_p)^2 + \delta_r^2 = 1$. Essa propriedade faz com que atenuações na faixa de rejeição utilizadas

na prática impliquem em desvios na faixa de passagem muito menores do que o necessário para as aplicações normalmente encontradas.

3. A função de transferência de um filtro de meia-banda de Butterworth ou Caue (elíptico) apresentam sempre pólos complexos conjugados imaginários puros. No caso de ordem ímpar sempre existe um pólo em $z = 0$ e a função de transferência pode ser expressa como:

$$H(z) = \frac{1}{2}[A_1(z^2) \pm z^{-1}A_2(z^2)] , \quad (26)$$

onde $A_1(z^2)$ e $z^{-1}A_2(z^2)$ são funções de transferência passa-tudo.

Da expressão (26) podem ser tiradas algumas conclusões interessantes. Por exemplo, no caso da implementação de um decimador por fator 2 é necessário implementar-se somente os filtros passa-tudo $A_1(z)$, que deverá filtrar a subsequência de entrada correspondente aos índices de tempo pares, e $A_2(z)$, que deverá filtrar a subsequência de entrada correspondente aos índices de tempo ímpares, sendo as saídas de ambos somada e dividida por dois [14]. Mas mesmo não considerando uma implementação deste tipo, e imaginando que cada um dos filtros passa-tudo $A_1(z^2)$ e $z^{-1}A_2(z^2)$ seja implementados por uma cascata de blocos de primeira e segunda ordens, caberá aos blocos de segunda ordem implementar funções de transferência com pólos conjugados imaginários puros ($\pm jr$). Cada uma delas pode ser expressa genericamente como

$$A(z) = \frac{\alpha + z^{-2}}{1 + \alpha z^{-2}} , \quad (27)$$

com $\alpha = r^2$.

Apesar de ser de segunda ordem, esta função de transferência depende apenas do coeficiente α . Na prática ela pode ser implementada com uma das estruturas passa-tudo de primeira ordem bastando apenas adicionar um atraso. Matematicamente, a equação (27) é obtida de uma função de transferência passa-tudo de primeira ordem substituindo z^{-1} por z^{-2} . Este resultado é atraente porque uma função de transferência de segunda ordem poderá ser implementada por uma estrutura cujo comportamento em relação aos erros numéricos é essencialmente igual ao de uma estrutura de primeira ordem.

O filtro de meia-banda considerado foi projetado com as seguintes especificações:

- Frequência de corte da banda de passagem: $0,49\pi$
- Frequência de corte da banda de rejeição: $0,51\pi$
- Desvio na banda de passagem: $\approx 8 \cdot 10^{-8}$
- Atenuação na banda de rejeição: 0.0004

Através de um programa de síntese de filtros foi obtida uma função de transferência do elíptica de ordem 17, cujos pólos são:

$$\begin{aligned} &\pm j0,9909619, \pm j0,9701811, \pm j0,9402667, \pm j0,8926480, \pm j0,8155392, \\ &\pm j0,6943131, \pm j0,5157214, \pm j0,2776960, 0,0 . \end{aligned}$$

Por tratar-se de uma função de transferência do tipo elíptica de ordem ímpar pode-se implementá-la através de dois filtros passa-tudo [4], sendo um deles de ordem 9 e o outro de ordem 8. Cabe notar que são necessários somente 8 coeficientes para implementar um filtro de ordem 17. Os dois filtros passa-tudo devem ser construídos como cascata de estruturas passa-tudo de segunda ordem, com exceção do atraso. Para tanto, a estrutura A_2 deve ser modificada com a introdução de mais um atraso. Para facilitar, esta “nova” estrutura, apresentada na figura 13, será designada como estrutura A_{22} . Como está mostrado na figura 13, na malha de realimentação também deve ser introduzido um atraso, senão a realimentação perde a sua eficácia. Além disso, como neste caso α é sempre maior ou igual a zero a implementação do adaptador e da realimentação é muito simples.

- Com a realimentação em todas as estruturas, tem-se

$$GR = 10 \log_{10} \left(\frac{1}{4} \cdot 16 \right) = 6,02 \text{ dB}.$$

Naturalmente, quando são utilizados menos bits para representar o erro na realimentação, o erro residual passa a ter importância e os resultados apresentados se tornam menos precisos.

Em função da atenuação na banda de rejeição, cerca de 60 dB, a princípio é possível implementar o filtro de meia-banda com 12 bits para os sinais e coeficientes. Além disso, considerou-se também o caso $B + 1 = 16$ bits. Na tabela VI são apresentados os resultados obtidos para o ganho de ruído, teórico e medido, e para os ciclos limites granulares. Além disso, na figura 14

$B + 1 = 12$ e Realimentação	$B_{re} + 1$	GR_{teo}	GR_{med}	$ A_{max} $
Sem realimentação	—	16,70	16,67	$42q$
Em todos os blocos	12	6,02	6,02	0
Em todos os blocos	4	—	6,67	$4q$
Em A_1^1 , A_2^1 e A_1^2	12	8,83	8,81	$3q$
Em A_1^1 , A_2^1 e A_1^2	4	—	9,16	$7q$
$B + 1 = 16$ e Realimentação	$B_{re} + 1$	GR_{teo}	GR_{med}	$ A_{max} $
Sem realimentação	—	16,70	16,81	$42q$
Em todos os blocos	12	6,02	6,01	0
Em todos os blocos	4	—	6,71	$4q$
Em A_1^1 , A_2^1 e A_1^2	12	8,81	8,81	$3q$
Em A_1^1 , A_2^1 e A_1^2	4	—	9,15	$7q$

GR_{teo} : Ganho de ruído em dB calculado.

GR_{med} : Ganho de ruído em dB medido.

A_{max} : Amplitude max. dos ciclos limites.

TABELA VI

GANHO DE RUÍDO E AMPLITUDE MÁXIMA DOS CICLOS LIMITES GRANULARES MEDIDOS NO FILTRO DE MEIA-BANDA.

são apresentadas algumas curvas da densidade espectral de potência do ruído de quantização obtidas através de medidas, com diferentes estratégias para a realimentação do erro.

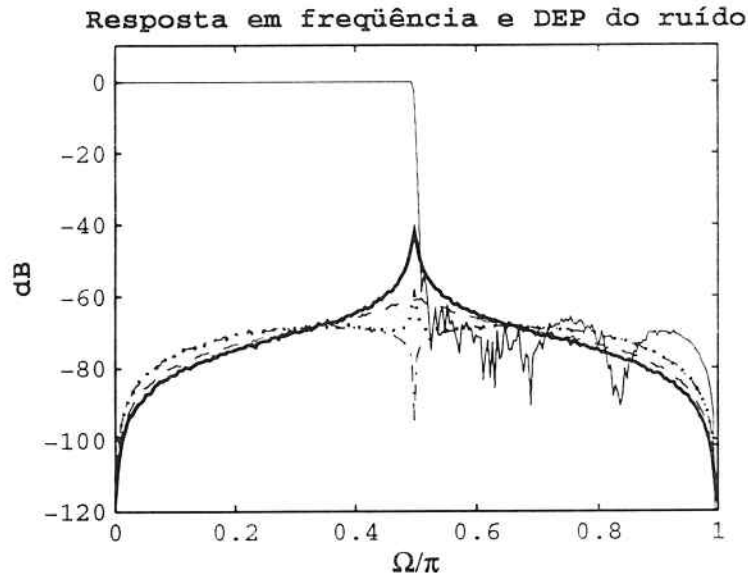
Sem ter conhecimento de detalhes sobre a plataforma em que se pretende implementar o filtro de meia-banda é temerário escolher uma solução. Entretanto, de forma geral pode-se concluir que uma realimentação de 4 bits, seja no caso em que é utilizada em todos os blocos passa-tudo, ou só em parte deles, é suficiente para se obter uma melhora tanto do nível de ruído de quantização como da amplitude dos ciclos limite granulares.

B. Exemplo 2: Filtro Passa-Baixas de Banda Estreita

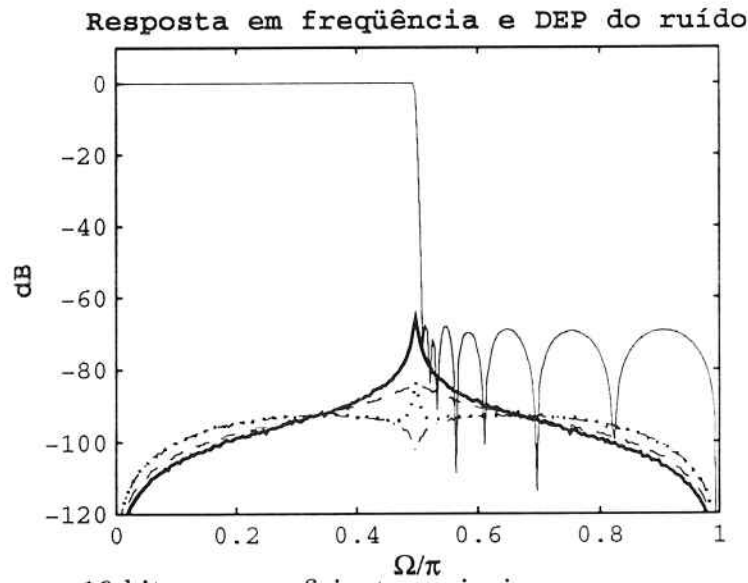
Os filtros de banda estreita apresentam pólos próximos ao círculo unitário o que tem como consequência elevados níveis de ruído de quantização e grandes amplitudes de ciclos limites granulares. Naturalmente, é interessante minimizar esses efeitos, sendo para isso a realimentação de erro uma boa alternativa.

Foi considerada uma função de transferência com as seguintes especificações:

- Frequência de corte da banda de passagem: $0,1\pi$
- Frequência de corte da banda de rejeição: $0,12\pi$



a) Resultados com 12 bits para coeficientes e sinais.



b) Resultados com 16 bits para coeficientes e sinais.

- (fina): Resposta em frequência
- (grossa): DEP sem realimentação de erro
- DEP com realim. em todos os blocos, $B_{re} + 1 = 4$
- - DEP com realim. em A_1^1 , A_2^1 e A_1^2 e $B_{re} = B$
- .- DEP com realim. em todos os blocos, $B_{re} = B$

Figura 14: Resposta em frequência e densidade espectral de potência do ruído para a realização de um filtro de meia-banda, com várias estratégias para a realimentação de erro.

- Desvio na banda de passagem: 0,01
- Atenuação na banda de rejeição: 0,0001

Com um programa de síntese de filtros foi projetado um filtro elíptico de ordem 11 que atende a essas especificações. Os pólos da função de transferência a ser implementada foram divididos de acordo com os ramos a que pertencem [4], resultando:

- Pólos do ramo 1: $0.9400516 \pm j0.3162233$, $0.9053785 \pm j0.2689107$, $0.8536833 \pm j0.1196888$.
- Pólos do ramo 2: $0.9248749 \pm j0.3006601$, $0.8797481 \pm j0.2113846$, 0.8418734 .

Como pode ser constatado, o ramo 1 pode ser implementado através de três estruturas passa-tudo de segunda ordem, já que existem três pólos complexos conjugados a ele associados. Por sua vez, o ramo 2 pode ser implementado através de duas estruturas de segunda ordem e uma de primeira, pois existem dois pólos complexos conjugados e um pólo real associados.

Para implementar o filtro passa-baixas de banda estreita será considerada a utilização da estrutura AB_2 , como bloco constituinte de segunda ordem, e da estrutura A_2 , para implementar o bloco de primeira ordem. O cálculo da potência de ruído introduzida pela estrutura A_2 é dado pela equação (13) e para a estrutura AB_2 dado pela equação (23). Na tabela VII são apresentados os blocos e o ganho de ruído proporcionada por cada um deles considerando os seguintes casos: as estruturas sem realimentação, com realimentação completa, caso ótimo, e com realimentação apenas nas estruturas de segunda ordem na forma simples e ótima.

Bloco	Pólos	α	β	GR_1	GR_2	GR_3
A_1^1	$0,94 \pm 0,32j$	0,98	-0,94	1318,70	1	244,31
A_2^1	$0,91 \pm 0,27j$	0,89	-0,96	226,98	1	36,04
A_3^1	$0,85 \pm 0,12j$	0,74	-0,98	174,98	1	14,57
A_1^2	$0,92 \pm 0,30j$	0,95	-0,95	409,70	1	72,79
A_2^2	$0,88 \pm 0,21j$	0,82	-0,97	167,75	1	21,06
A_3^2	$0,84 \pm 0,84$	-0,84	—	6,32	2	—

GR_1 : ganho de ruído sem realimentação.

GR_2 : ganho de ruído com realimentação completa.

GR_3 : ganho de ruído com realimentação simples.

TABELA VII

GANHO DE RUÍDO PARA AS ESTRUTURAS CONSTITUINTES DO FILTRO PASSA-BAIXAS, CONSIDERANDO O USO DE ARREDONDAMENTO NOS QUANTIZADORES.

A partir dos resultados da tabela VII verifica-se que as potências de ruído das estruturas A_1^1 , A_2^1 e A_3^1 preponderam. Desta forma pode-se pensar, por exemplo, nas seguintes alternativas para a realimentação:

- Não utilizar a realimentação de erro. O ganho de ruído resultante é

$$GR = 10 \log_{10}\left(\frac{1}{4} \cdot 2304,43\right) = 27,61\text{dB}.$$

- Utilizar a realimentação simples somente nas estruturas A_1^1 e A_2^1 . Desta forma,

$$GR = 10 \log_{10}\left(\frac{1}{4} \cdot 893,13\right) = 23,48\text{dB}.$$

- Utilizar uma realimentação completa nas estruturas A_1^1 e A_2^1 , e uma realimentação simples nas demais estruturas de segunda ordem. Assim obtém-se

$$GR = 10 \log_{10}\left(\frac{1}{4} \cdot 79,99\right) = 13,00\text{dB}.$$

- Com a realimentação em todas as estruturas, resulta

$$GR = 10 \log_{10} \left(\frac{1}{4} \cdot 7 \right) = 2,43 \text{ dB}.$$

Realimentação de Erro	$B_{re} + 1$	B_{co}	GR_{teo}	GR_{med}	$ A_{max} $
Sem realimentação	--	--	27,61	27,60	40q
Simples em A_1^1, A_1^2	16	16	23,48	23,51	39q
Simples em A_1^1, A_1^2	8	1	--	23,49	45q
Completa: A_1^1, A_1^2 / Simples: A_2^1, A_3^1, A_2^2	16	16	13,45	13,45	5q
Completa: A_1^1, A_1^2 / Simples: A_2^1, A_3^1, A_2^2	8	8	--	13,47	7q
Completa: A_1^1, A_1^2 / Simples: A_2^1, A_3^1, A_2^2	4	1	--	15,25	8q
Completa em todos os blocos	16	16	2,49	2,49	0
Completa em todos os blocos	8	8	--	2,70	0q
Completa em todos os blocos	4	1	--	10,86	6q

GR_{teo} : Ganho de ruído em dB calculado.

GR_{med} : Ganho de ruído em dB medido.

A_{max} : Amplitude max. dos ciclos limites.

TABELA VIII

GANHO DE RUÍDO E AMPLITUDE MÁXIMA DOS CICLOS LIMITES GRANULARES MEDIDOS NO FILTRO PASSA-BAIXAS.

O filtro passa-baixas foi implementado com sinais e coeficientes expressos em 16 bits, além de arredondamento nos quantizadores. Alguns dos resultados obtidos para o ganho de ruído e para a amplitude máxima dos ciclos limites granulares são apresentados na tabela VIII.

Como pode ser observado na tabela VIII, dentro de cada estratégia para a realimentação de erro foram consideradas soluções não ótimas, seja pela utilização de um menor número de bits para representar o erro, seja para fazer o mesmo em relação aos coeficientes da realimentação. Verifica-se a insensibilidade da realimentação simples em relação ao número de bits utilizado para representar o erro e os coeficientes. Em geral, caso o erro seja mal representado, isto é, caso sejam usados poucos bits para expressá-lo, pode-se fazer o mesmo com os coeficientes da realimentação com ainda menos restrições. Para que o comportamento de cada uma das estratégias seja visualizado são apresentadas na figura 15 algumas curvas da densidade espectral de potência do ruído de quantização.

A particular estratégia de projeto que se deve adotar depende da relação custo-benefício que se deseja atingir em uma determinada plataforma de implementação. Sem saber mais detalhes sobre a forma de implementação não é possível escolher precisamente a melhor solução. Em todo caso, a partir dos resultados obtidos fica claro que a realimentação completa, para as estruturas de segunda ordem com pólos de módulo mais próximo de um, e a realimentação simples para os demais pólos, exceto um, é uma solução de compromisso bastante boa.

V. CONCLUSÕES

Neste trabalho foram investigadas duas realizações de primeira ordem e uma realização de segunda ordem para a implementação de filtros digitais em aritmética ponto fixo. Foram abordados uma série de problemas relacionados com a implementação deste tipo de filtro, destacando-se a caracterização das estruturas passa-tudo e a escolha de formas adequadas para a implementação da realimentação de erro. Cabe destacar que foram investigadas, quase que

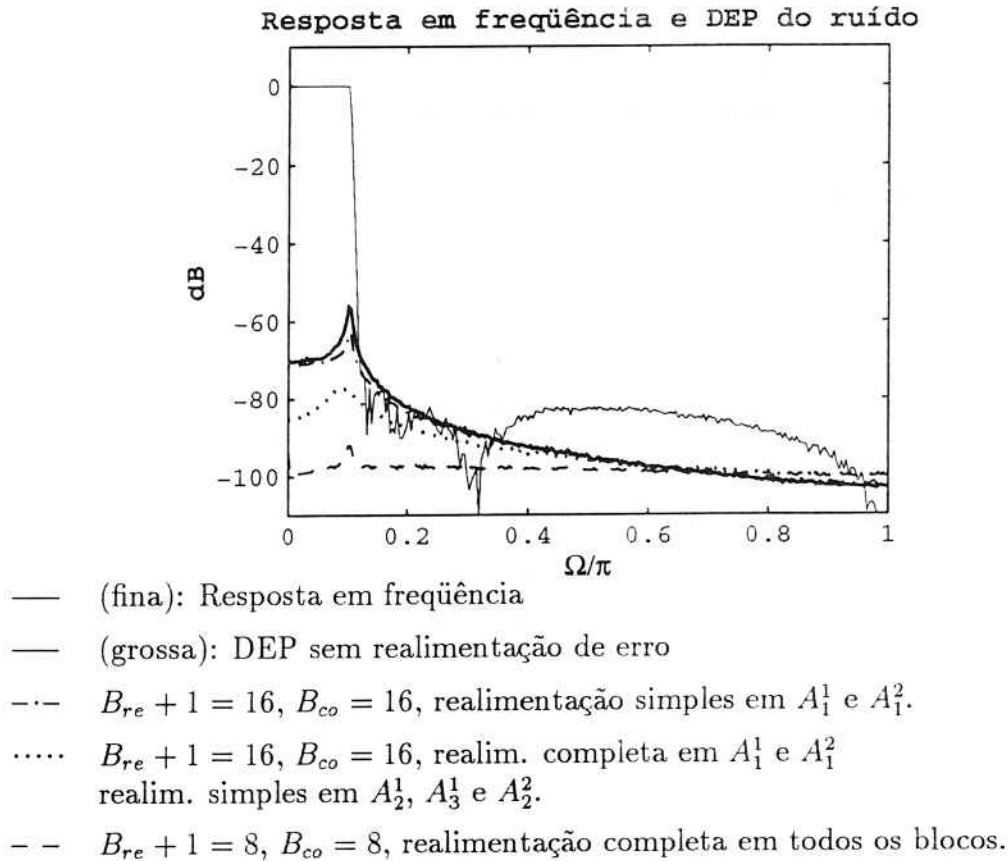


Figura 15: Resposta em frequência e densidade espectral de potência do ruído para a realização de um filtro passa-baixas, com várias estratégias para a realimentação de erro.

exclusivamente, estruturas que possuem um comportamento numericamente robusto quanto aos erros de transbordamento.

Mostrou-se que a realimentação de erro é uma alternativa interessante com o uso de arredondamento nos quantizadores, principalmente quando são consideradas soluções não ótimas para a realimentação, já que elas impõem um menor custo de implementação. A idéia de utilizar um número menor de bits para representar o erro, se comparado ao comprimento de palavra dos sinais, é pouco usual na literatura e rendeu bons resultados nas estruturas consideradas.

A estrutura A_2 destaca-se entre as estruturas de primeira ordem, porque neste caso o coeficiente de realimentação assume o valor do sinal do coeficiente da estrutura. Assim a realimentação pode ser implementada com um atraso e uma simples soma ou subtração. Os resultados obtidos são semelhantes aos da estrutura B_1 , uma implementação direta de primeira ordem.

A estrutura AB_2 é o resultado da implementação da realimentação de erro em uma estrutura de 2ª ordem, que consiste na combinação de um adaptador de duas portas e uma estrutura direta. Comparando com outras estruturas [11], ela se destaca por apresentar um excelente comportamento com relação ao ruído de quantização e aos ciclos limite, notadamente quando são utilizados poucos bits para representar o erro na realimentação. Apesar da estrutura AB_2 necessitar de 4 coeficientes para a realimentação, dois deles somente assumem os valores 1 e -1.

No trabalho procurou-se caracterizar as estruturas investigadas como forma de fornecer subsídios para projetos de filtros digitais consistindo na conexão em paralelo de sistemas passado. Uma metodologia de projeto bastante simples, utilizando os resultados do trabalho, foi aplicada na implementação de dois filtros digitais, os quais foram caracterizados considerando

diferentes possibilidades para a realimentação de erro.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] LAAKSO, T.I. **Error Feedback for Reduction of Quantization Errors due to Arithmetic Operations in Recursive Digital Filters.** Helsinki, 1991., 202p., Tese (Doutorado) - Faculty of Electrical Engineering, Helsinki University of Technology.
- [2] GERKEN, M. Granular limit-cycles of L_∞ -scaled second-order all-pass sections. In: IEEE INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON CIRCUITS AND SYSTEMS, San Diego 1992. **Proceedings.** New York, IEEE, 1992, v.1, p.268-71
- [3] GERKEN, M.;SCHÜSSLER, H. W.;STEFFEN, P. On the design of recursive digital filters consisting of parallel connection of allpass sections And delay elements. **International Journal of Electronics and Communications**, v.49, n.1, p.1-11, 1995.
- [4] SCHÜSSLER, H. W.; STEFFEN, P. Some advanced topics in filter design In: LIM, J.S; OPPENHEIM, A.V. **Advanced topics in signal processing.** Englewood Cliffs, Prentice Hall, 1988. section 8.6, p.474-88
- [5] RENFORS, M.; ZIGOURIS, E. Signal processor implementations of digital all-pass filters. **IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing**, v.36, n.5, p.714-29, May 1988.
- [6] FETTWEIS, A. Wave digital filters: theory and practice. **Proceedings of IEEE**, v.74, n.2, p.270-319, Feb. 1986
- [7] GERKEN, M. **Über Eigenschaften und Realisierung Verlustloser, Digitaler Filter** Erlangen, 1990. 179p. Tese (Doutorado) - Technischen Fakultät der Universität Erlangen-Nürnberg
- [8] RENFORS, M; SARANÄQUI, T.; *Recursive n^{th} - band digital filters - Part I: Design and properties* IEEE Trans. Circuits and systems, vol. CAS-34, 1987, p. 24-39
- [9] LANG, M.; *Optimal weighted phase equalization according to the L_∞ -norm* Signal Processing, Elsevier Science Publishers, vol. 27, 1992, p. 87-98.
- [10] REGALIA, P.; MITRA, S.K.; VAIDYANATHAN, P.P.; RENFORS, M.K.; Neuvo, Y.; *Tree-Structured Complementary Filter Banks Using All-Pass Sections* IEEE Trans. Circuits and systems, Vol.CAS-34, n.12, Dezembro de 1987, p. 1470- 1484.
- [11] LAAKSO, T.I. **Realizações eficientes de estruturas passa-tudo para a implementação de filtros digitais.** São Paulo, 1995., 167p., Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.
- [12] ANSARI, R.; LIU, B. A class of low- noise computationally efficient recursive digital filters with applications to sampling rate alterations. **IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing**, v.33, n.1, p.90-7, Feb. 1985.
- [13] ANSARI, R.; LIU, B. Efficient sampling rate alteration using recursive (IIR) digital filters. **IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing**, v.31, n.6, p.1366-73, Dec. 1983.
- [14] VAIDYANATHAN, P.P. **Multirate Systems and Filter Banks.** Englewood Cliffs , Prentice Hall, 1993.

BOLETINS TÉCNICOS - TEXTOS PUBLICADOS

- BT/PEE/93-01 - Oscilador a HEMT - 10 GHz - FÁTIMA S. CORRERA, EDMAR CAMARGO
- BT/PEE/93-02 - Representação Senoidal da Voz através dos Polos do Filtro Preditor - MARCELO B. JOAQUIM, NORMONDS ALENS
- BT/PEE/93-03 - Blindagens por Grades Condutoras: Cálculo do Campo Próximo - LUIZ CEZAR TRINTINALIA, ANTONIO ROBERTO PANICALI
- BT/PEE/93-04 - Sistema de Otimização e Controle de Produção em Minas de Pequeno e Médio Porte - TSEN CHUNG KANG, VITOR MARQUES PINTO LEITE
- BT/PEE/94-01 - Determinação das Frases de Aplicação Forense para o projeto NESPER e Tese de Mestrado IME/94, com Base em Estudos Fonéticos - MARCONI DOS REIS BEZERRA, EUVALDO F. CABRAL JUNIOR
- BT/PEE/94-02 - Implementação e Teste de uma Rede Neural Artificial do Tipo KSON (Kohonen Self-Organizing Network) com Entradas Bidimensionais - MARCELO YASSUNORI MATUDA, EUVALDO F. CABRAL JR.
- BT/PEE/94-03 - Transformada de Walsh e Haar Aplicadas no Processamento de Voz - ALEXANDRE AUGUSTO OTTATI NOGUEIRA, THIAGO ANTONIO GRANDI DE TOLOSA, EUVALDO F. CABRAL JÚNIOR
- BT/PEE/94-04 - Aplicação de Redes Neurais ao Problema de Reconhecimento de Padrões por um Sonar Ativo - ALEXANDRE RIBEIRO MORRONE, CRISTINA COELHO DE ABREU, EDUARDO KOITI KIUKAWA, EUVALDO F. CABRAL JR.
- BT/PEE/94-05 - Tudo que se Precisa Saber sobre a Prática da FFT - Transformada Rápida de Fourier (Inclui Software) - ROGÉRIO CASAGRANDE, EUVALDO F. CABRAL JR.
- BT/PEE/94-06 - A Survey on Speech Enhancement Techniques of Interest to Speaker Recognition - CELSO S. KURASHIMA, EUVALDO F. CABRAL JR.
- BT/PEE/94-07 - Identificação de Pulsos Decádicos em Linhas Telefônicas - ANTONIO P. TIMOSZCZUK, MÁRCIO A. MATHIAS, EUVALDO F. CABRAL JR.
- BT/PEE/94-08 - Implementação e Teste de Filtros do Tipo Adaptativo e "Notch" para a Remoção de Interferência de 60 Hz em Sinais de Eletrocardiograma - FLÁVIO ANTÔNIO MENEGOLA, JOSÉ AUGUSTO DE MATTOS, JOSÉ GOMES G. FILHO, SIDNEY SILVA VIANA, EUVALDO F. CABRAL JR.
- BT/PEE/94-09 - Compressão de Sinais de Voz utilizando Transformadas de Karhunen-Loève, Fourier e Hadamard - IVAN LUIS VIEIRA, LUIZ FERNANDO STEIN WETZEL, EUVALDO F. CABRAL JR.
- BT/PEE/94-10 - "Ray Tracing" Paralelo - EDUARDO TOLEDO SANTOS, JOÃO ANTONIO ZUFFO
- BT/PEE/94-11 - Implementação de uma Ferramenta Posicionador para "Gate-Arrays" Tipo Mar de Portas - JORGE W. PERLAZA PRADO, WILHELMUS A. M. VAN NOIJE
- BT/PEE/94-12 - Tudo que se Precisa Saber Sobre a Teoria da FFT - Transformada Rápida de Fourier - FÁBIO LUÍS ROMÃO, REINALDO SILVEIRA, ROGÉRIO CASAGRANDE, EUVALDO CABRAL JR.
- BT/PEE/94-13 - Análise do Ruído Sonoro em uma Sala de Aquisição de Amostras de Som com Microcomputador - FÁBIO LUÍS ROMÃO, REINALDO SILVEIRA, EUVALDO CABRAL JR.
- BT/PEE/94-14 - Cor: Aspectos Relevantes para Visualização de Dados - SÍLVIA DELGADO OLABARRIAGA
- BT/PEE/94-15 - Projeto de Filtros Digitais IIR com Fase Aproximadamente Linear Utilizando Redução de Ordem - IVAN F. J. RODRIGUES, MAX GERKEN
- BT/PEE/94-16 - GERA-FILTRO: Sistema para Projeto Automático de Filtros Digitais "IIR" (da especificação em alto nível ao leiaute do "ASIC") - RICARDO PIRES, JOSÉ VIEIRA DO VALE NETO
- BT/PEE/94-17 - Redes Neurais Artificiais Aplicadas à Identificação de Pulsos Decádicos em Linhas Telefônicas - ANTONIO P. TIMOSZCZUK, EUVALDO F. CABRAL JR.
- BT/PEE/95-01 - Estudo Comparativo de Métodos de Cálculo da Frequência Fundamental - MARCOS COSTA HUNOLD, EUVALDO F. CABRAL JR.
- BT/PEE/95-02 - Combinando Técnicas de Redes Neurais Artificiais e Informações de Excitação no Reconhecimento Automático do Locutor - ANDRÉ BORDIN MAGNI, EUVALDO F. CABRAL JR.
- BT/PEE/95-03 - Utilização de Redes Neurais Artificiais para Detecção e Identificação de Falhas em Circuitos - MÁRCIO YUKIO TERUYA, ROBERTO AMILTON BERNARDES SÓRIA, EUVALDO CABRAL JR.
- BT/PEE/95-04 - Uso de Redes Neurais Artificiais no Reconhecimento de Locutores no Domínio Temporal - BENEDITO JOSÉ BARRETO FONSECA JÚNIOR, EUVALDO CABRAL JÚNIOR
- BT/PEE/95-05 - Projeto de Filtros Passivos e Ativos em Técnicas de Circuitos Integrados de Microondas - DAVID VIVEIROS JÚNIOR, DENISE CONSONNI
- BT/PEE/95-06 - Uma Análise de *Clustering* para as Frases de Projeto NESPER - RONALDO OLIVEIRA MESSINA, EUVALDO F. CABRAL JR.
- BT/PEE/9507 - Controle com Estrutura Variável e Modos Deslizantes - Um Estudo para Aplicação em Controle Carga-frequência da Geração - JOSE PAULO F. GARCIA, JOCELYN FREITAS BENNATON
- BT/PEE/9508 - Recuperação das Margens de Ganho e de Fase para Sistemas de Fase Não Mínima por Realimentação da Saída - MARCO H. TERRA, VITOR M. P. LEITE
- BT/PEE/9509 - Sistema de Inspeção Óptica de Dispositivos Bi-Dimensionais - CASIMIRO DE ALMEIDA BARRETO, PEDRO LUÍS PRÓSPERO SANCHEZ
- BT/PEE/9510 - Sistema de Partículas Uma Poderosa Técnica de Animação em Computação Gráfica - RENATO CURTO RODRIGUES, JOÃO ANTÔNIO ZUFFO
- BT/PEE/9511 - Efeito de Ruídos em Sinais de Voz Visualizados em Trajetórias Neurais de Kohonen - CELSO S. KURASHIMA, EUVALDO F. CABRAL JR.
- BT/PEE/9601 - "Um Reconhecedor de Sinais Sonoros Utilizando LVQ" - ALEXANDRE TORNICE, EUVALDO CABRAL JR.
- BT/PEE/9602 - "Coleção Artificial Neural Networks: Uma Visão Geral dos Sistemas Neurais Artificiais de Stephen Grossberg" - CHIU HSIUNG HUANG
- BT/PEE/9603 - "Reactively-Sputtered TiN Formation Using a RF Magnetron System" - SÉRGIO PAULO AMARAL OSÓRIO, LUIZ SÉRGIO ZASNICOFF
- BT/PEE/9604 - Aspectos em Tradução de Linguagens Naturais Através de Redes Neurais Artificiais - CARLOS EDUARDO DANTAS DE MENEZES, EUVALDO F. CABRAL JR.

