

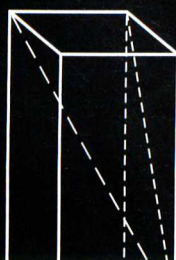
seção

$$9ab+6k$$

$$5ab+6k$$

$$5ab+6k$$

$$5ab+6k$$



$$AB+B$$

RESPONSÁVEIS

ÉLVIA MUREB SALLUM E

ANTÔNIO DE PÁDUA FRANCO FILHO

ENVIE SUAS SOLUÇÕES PARA RPM – PROBLEMAS

IME/USP – CIDADE UNIVERSITÁRIA

RUA DO MATÃO, 1010, BLOCO B, SALA 105

05508-090 – SÃO PAULO, SP

PROBLEMAS

As soluções dos problemas 424 a 427 serão corrigidas apenas se enviadas até 20 de outubro de 2018.

424

Dado um número real x , seja

$$\lfloor x \rfloor = \max \{m \in \mathbb{Z} / m \leq x\}.$$

Mostre que não existe nenhum número racional x positivo tal que

$$x^{\lfloor x \rfloor} = \frac{9}{2}.$$

425

Sejam a , b e c as raízes da equação

$$3x^3 - 13x^2 + 14x - 2 = 0$$

i) Prove que a , b e c são números reais positivos.

ii) Calcule o valor da expressão

$$\arctg a + \arctg b + \arctg c.$$

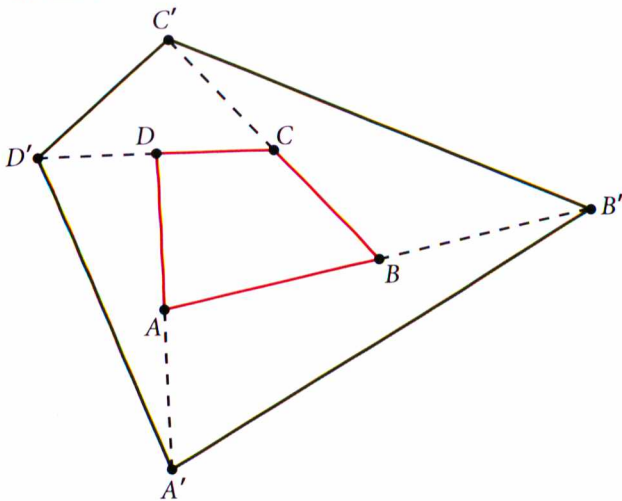


426

Quantas progressões geométricas diferentes podem ser formadas com quatro números inteiros positivos, distintos e menores do que 1000, sendo as razões dessas progressões números inteiros maiores do que 1?

427

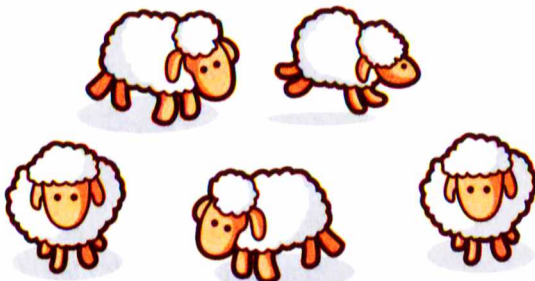
Dado um quadrilátero convexo $ABCD$, considere um outro quadrilátero $A'B'C'D'$ tal que A é o ponto médio de $A'D$, B é o ponto médio de AB' , C é o ponto médio de BC' e D é o ponto médio de CD' .



Prove que $\text{área}(A'B'C'D') = 5 \times \text{área}(ABCD)$.

PROBLEMINHAS

1. Cinco carneiros pastam em um terreno quadrado de 20 m de lado. Um observador nota que, em qualquer momento, pelo menos dois carneiros estão a uma distância entre si menor do que 15 m. Por quê?



2. Um general tenta escolher um soldado dentre 625 voluntários. Manda-os formar um quadrado com 25 linhas e 25 colunas. Manda sair o mais alto de cada linha e escolhe o mais baixo dentre eles. Depois, muda de ideia. Após regressarem aos seus lugares, manda sair o mais baixo de cada coluna e escolhe o mais alto dentre eles. Sendo diferentes os dois soldados escolhidos, qual deles é o mais alto?



3. Considere as frações

$$a = \frac{1000000001}{1000000002} \quad \text{e} \quad b = \frac{2000000001}{2000000002}$$

Qual fração é maior?

Probleminhas 2 e 3 retirados da Revista da Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina, vol. 7.

Respostas dos Probleminhas na página 55.

SOLUÇÕES DOS PROBLEMAS PROPOSTOS NA RPM 94

416

Associamos a cada inteiro n , $n > 0$, um inteiro $f(n)$, $f(n) \geq 0$, tal que:

- (i) $f(rs) = f(r) + f(s)$
- (ii) $f(n) = 0$ se o algarismo das unidades de n é igual a 3
- (iii) $f(10) = 0$

Determine $f(2018)$, justificando seus procedimentos.

SOLUÇÃO

De (i), temos

$$f(2018) = f(2 \times 1009) = f(2) + f(1009).$$

Vamos mostrar que $f(2) = f(1009) = 0$ e, portanto, $f(2018) = 0$.

