



DINCON 2011
10^a Conferência Brasileira de Dinâmica,
Controle e Aplicações
28 de agosto a 1º de setembro de 2011



**ANÁLISE DO APROVEITAMENTO DE ENERGIA POR DISPOSITIVOS PIEZELÉTRICOS
USANDO MODELO ELETROMECÂNICO DE PLACA E CIRCUITOS RESSONANTES**

Tatiane Corrêa de Godoy¹ and Marcelo Areias Trindade²

¹Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo, São Carlos, Brasil, tatiane.godoy@yahoo.com.br

²Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo, São Carlos, Brasil, trindade@sc.usp.br

Resumo: Este trabalho apresenta uma análise do aproveitamento de energia vibratória por meio de uma viga piezelétrica engastada-livre com massa na extremidade livre. A viga é modelada usando um modelo de elementos finitos de placa laminada piezelétrica que representa integralmente o acoplamento entre estrutura de base, pastilhas piezelétricas e circuitos elétricos. O circuito elétrico de armazenamento de energia é representado por uma resistência elétrica. Por outro lado, uma indutância é associada em série à resistência de modo a permitir um ajuste do desempenho do sistema em uma faixa de frequência. Os resultados preliminares sugerem que a inclusão de uma indutância apropriada no circuito armazenador pode aumentar a geração de carga assim como também alargar a faixa de frequência do dispositivo.

Palavras-chave: Aproveitamento de energia, materiais piezelétricos, circuito ressonante, placa laminada.

1. INTRODUÇÃO

O uso de materiais piezelétricos para o desenvolvimento de dispositivos para o aproveitamento de energia provinda de vibrações mecânicas, *Power Harvesting*, têm sido largamente estudado na última década [1]. A motivação para o uso destes materiais para dispositivos de aproveitamento de energia está baseada na sua larga utilização como sensores e atuadores distribuídos, motivada pelo seu alto coeficiente de acoplamento eletromecânico. Materiais piezelétricos podem ser encontrados na forma de finas camadas ou pastilhas, as quais podem ser facilmente integradas a estruturas flexíveis não agregando significativo aumento de massa. A conversão de energia vibratória em energia elétrica através do acoplamento eletromecânico dos materiais piezelétricos pode ser encontrada em várias aplicações de geração de energia.

Normalmente, a energia vibratória é distribuída e pode ser encontrada em quase todas as máquinas e estruturas. A maioria das publicações encontradas na literatura exploram o uso de dispositivos eletromecânicos ressonantes, sintonizados na

frequência de operação da estrutura, maximizando assim, a energia elétrica gerada dada uma certa condição de operação. A vasta maioria dos dispositivos estudados na literatura consiste em uma viga engastada-livre com massa concentrada na extremidade livre, cujas propriedades são ajustadas de modo que sua frequência natural coincida com a frequência de operação da estrutura de base. A energia elétrica é gerada por uma ou mais pastilhas piezelétricas coladas à viga convertendo a energia de deformação em corrente elétrica utilizável que é direcionada a um circuito responsável por retificar e armazenar a energia elétrica gerada [2].

O desempenho desses dispositivos ressonantes para aproveitamento de energia são altamente dependentes de uma adequada sintonização de sua frequência de ressonância com a frequência de operação do sistema. Portanto, qualquer desajuste devido à variabilidade das propriedades do dispositivo ressonante ou da frequência de operação do sistema pode levar a grandes perdas em seu desempenho em termos de geração de energia [3]. Um fator de suma importância portanto consiste em adequar o desempenho desses dispositivos ressonantes à banda de frequência desejada. Assim sendo, o modelo utilizado no projeto destes dispositivos pode ser de extrema importância. Embora a grande maioria dos trabalhos encontrados na literatura se utilizem de modelos de um grau de liberdade para representar o sistema mecânico composto pela viga engastada-livre com massa concentrada na extremidade livre, esta simplificação pode levar a uma incorreta previsão da frequência natural do dispositivo e, portanto, do ajuste apropriado do sistema [4].

Deste modo, este trabalho apresenta uma análise do aproveitamento de energia usando um modelo de elementos finitos de placa laminada piezelétrica que representa integralmente o acoplamento entre estrutura de base, pastilhas piezelétricas e circuitos elétricos [5].

2. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

O dispositivo para aproveitamento de energia consiste de uma placa de alumínio de dimensões 50x25x1 mm que tem colada sobre ela duas pastilhas de cerâmica piezelétrica PZT-5A de dimensões 40x25x0,25 mm, conforme Figura 1. As propriedades materiais do PZT-5A podem ser encontradas em [5]. A placa é engastada em um de seus lados menores e tem uma massa sísmica de Tungstênio fixada no lado oposto. As pastilhas piezelétricas são conectadas entre si e a um circuito elétrico em série. O circuito elétrico de armazenamento de energia é representado por uma resistência elétrica de forma a estimar o potencial de energia armazenada pela energia dissipada na resistência. Uma indutância é associada em série à resistência de modo a permitir um ajuste do desempenho do sistema em uma faixa de frequências.

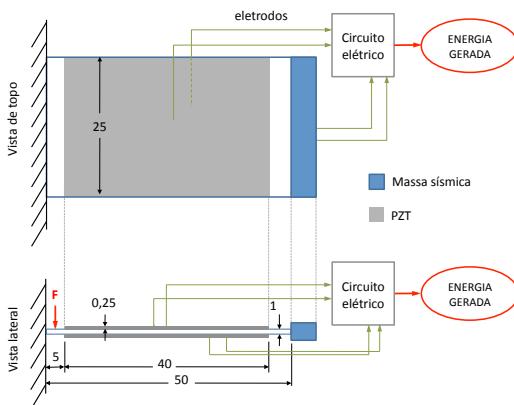


Figura 1 – Placa engastada-livre com duas piezocerâmicas conectadas a circuito elétrico para armazenamento de energia.

A determinação da massa sísmica a ser fixada à extremidade livre da placa está diretamente relacionada à frequência de ressonância que se deseja impor ao dispositivo. Em particular, deseja-se fazer coincidir a frequência de ressonância com a frequência de operação do dispositivo de forma que a amplitude de vibração do mesmo e, consequentemente, a geração de energia seja maximizada. Neste trabalho, supõe-se que a frequência de operação seja 100 Hz. Uma primeira aproximação para a massa sísmica a ser fixada à extremidade livre da placa pode ser obtida através da expressão para a frequência fundamental ω_n de uma viga engastada-livre com massa na ponta [6]

$$\omega_n^2 = \frac{3EI}{(M + 33m/140)L^3} \rightarrow M = \frac{3EI}{\omega_n^2 L^3} - \frac{33m}{140}, \quad (1)$$

sendo m a massa da placa laminada (PZT/Al/PZT), L seu comprimento e EI sua rigidez de flexão equivalente. M é a massa sísmica que deve ser fixada à extremidade livre de modo que a frequência natural seja aquela desejada. Para que a massa sísmica ocupasse um volume menor no dispositivo e ainda, fosse eficiente, optou-se pelo Tungstênio, material de alta densidade. Vale ressaltar que o momento de inércia da massa sísmica também foi incluído no modelo. Para tal, considerou-se um paralelepípedo de largura igual à da placa (25 mm) e com espessura e comprimento iguais, calculados de forma a atingir a massa necessária.

Para as simulações realizadas neste trabalho, considerou-se um modelo de elementos finitos de placa laminada com camadas piezelétricas conectadas a circuitos elétricos desenvolvida anteriormente [5]. O modelo é baseado em uma formulação de camada única equivalente com teoria de cisalhamento de primeira ordem, sendo que as camadas podem ter graus de liberdade elétricos independentes. Cada camada piezelétrica pode ser conectada a um circuito elétrico composto de resistência, indutância e fonte de tensão. A conexão dos circuitos às pastilhas leva em conta não só a forma como a disposição dos eletrodos sobre as mesmas, assim, considerou-se que os eletrodos recobrem totalmente as superfícies das pastilhas, criando assim uma superfície equipotencial de modo que toda a carga gerada pelas camadas piezelétricas equivalem a carga decorrente no circuito elétrico. Na modelagem, a superfície equipotencial faz com que o conjunto de nós que abrangem uma ou mais pastilhas conectadas por um mesmo eletrodo tenham em teoria o mesmo deslocamento elétrico e deste modo, pode-se rearranjar o vetor deslocamento elétrico nodal em função do deslocamento elétrico em cada grupo de pastilhas conectadas a um mesmo eletrodo. Considerando uma equivalência entre as cargas das pastilhas e dos circuitos aos quais elas estão conectadas, o vetor deslocamento elétrico pode ser expresso em função da carga elétrica, resultando em

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & 0 \\ 0 & \mathbf{L}_c \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}} \\ \ddot{\mathbf{q}}_c \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{R}_c \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{u}} \\ \dot{\mathbf{q}}_c \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_m & -\bar{\mathbf{K}}_{me} \\ -\bar{\mathbf{K}}_{me}^t & \bar{\mathbf{K}}_e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{q}_c \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_m \\ \mathbf{V}_c \end{Bmatrix}. \quad (2)$$

Maiores detalhes sobre a formulação do modelo podem ser encontrados em [5]. A massa sísmica foi implementada no modelo considerando inércias de translação e rotação em torno da extremidade livre da placa distribuídas nos nós correspondentes. A excitação do dispositivo foi implementada usando uma força transversal concentrada próxima ao enaste (no centro da porção de placa não recoberta pelo PZT).

Os valores de resistência e indutância considerados foram calculados a partir de fórmulas que maximizam a redução das amplitudes de vibração da estrutura, supondo que a energia retirada da estrutura é redirecionada ao circuito e, portanto, poderia ser armazenada pelo mesmo. No caso de circuito resistivo, o fator de perda provido à estrutura é maximizado para o seguinte valor de resistência

$$R_c = \frac{K_e \sqrt{1 - K_n^2}}{\omega_{OC}^2}, \text{ com } K_n^2 = \frac{K_p^2}{K_e \omega_{OC}^2}, \quad (3)$$

sendo K_p a rigidez eletromecânica modal $K_p = \phi^t \bar{\mathbf{K}}_{me}$, projeção da matriz de rigidez eletromecânica $\bar{\mathbf{K}}_{me}$ no modo de vibração ϕ correspondente à frequência fundamental do dispositivo para pastilhas em circuito aberto, ω_{OC} .

No caso de circuito resistivo-indutivo (ressonante), a amplitude de vibração da estrutura é minimizada usando o conceito de absorvedores dinâmicos de vibrações, no qual a indutância provê ao circuito uma frequência de ressonância elétrica que se sintoniza à frequência natural da estrutura, faz com que o circuito absorva a energia da estrutura quando

esta vibra com frequência próxima à sua frequência natural. Os valores de resistência e indutância que maximizam a redução da vibração da estrutura podem ser obtidos através das seguintes fórmulas [5]

$$L_c = \frac{K_e}{\omega_{OC}^2}, \quad R_c = \frac{K_p \sqrt{2K_e}}{\omega_{OC}^2}. \quad (4)$$

3. RESULTADOS

Com o objetivo de avaliar o desempenho em termos de geração de energia “aproveitável” do dispositivo apresentado na Figura 1, foram calculadas as respostas em frequência do dispositivo quando sujeito à força transversal concentrada próxima ao engaste. Dois circuitos foram considerados, um puramente resistivo (R) e outro resistivo-indutivo ou ressonante (RL), sendo que nos dois casos a resistência quer representar o circuito armazenador de energia, de modo que a energia dissipada pela resistência seria uma estimativa do máximo de energia que poderia ser aproveitada.

O projeto do dispositivo mostrado na Figura 1 considera que as propriedades geométricas da placa com pastilhas piezoeletricas permanecem inalteradas, assim sendo o valor da massa sísmica foi ajustado de modo que a frequência natural do dispositivo coincida com aquela de operação (100 Hz). Para tal, a equação (1) foi usada para calcular uma aproximação inicial para o valor da massa sísmica. Uma análise modal do dispositivo (com massa sísmica), no entanto, mostra que sua frequência natural é inferior à desejada devido, entre outras coisas, à diferença entre o modelo simplificado (de viga monocamada sem cisalhamento transverso) utilizado para se obter a equação (1) e aquele utilizado neste trabalho (de placa multicamada com cisalhamento transverso, pastilhas descontínuas e massa e momento de inércia distribuídos ao longo da largura da placa). Sendo assim, um ajuste manual foi realizado reduzindo-se o valor da massa sísmica em aproximadamente 40%, para 18 g, até a frequência natural em circuito aberto convergir para o valor desejado. A massa da placa de alumínio com as pastilhas é de 7,3 g.

A conexão da pastilha piezoeletrica com o circuito elétrico (seja R ou RL) faz com que a condição de contorno elétrico não mais seja de circuito aberto e, consequentemente, altera a frequência natural do dispositivo (reduzindo seu valor). Embora isso implicaria um novo ajuste da massa sísmica para manter a frequência natural igual àquela de operação, este procedimento não foi adotado neste trabalho. Assim sendo, os valores de resistência e indutância foram ajustados com base nas equações (3) e (4) considerando o valor da massa sísmica fixo. Para obter melhores resultados, o valor da indutância também foi reajustado manualmente para 80% do valor fornecido pela equação (4), para 26 H. O valor da resistência foi de 6.890 Ω para o circuito ressonante e de 20.156 Ω para o circuito resistivo.

A metodologia considerada para o projeto dos componentes dos circuitos tem com principal objetivo reduzir as amplitudes de vibração da estrutura, portanto é conveniente analisar a resposta em frequência da estrutura observada pela velocidade transversal no ponto de aplicação da força (Figura 2). Conforme pode ser observado na Figura 2, o cir-

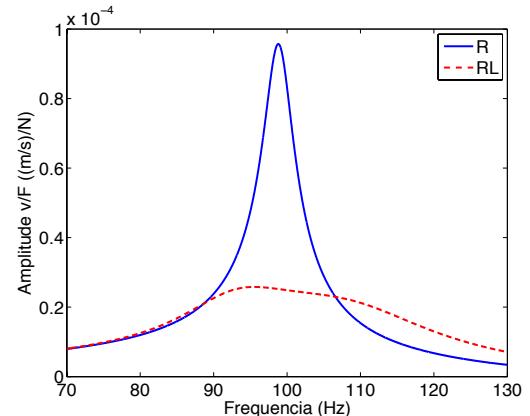


Figura 2 – Amplitude da resposta em frequência entre força e velocidade transversal próximas ao engaste.

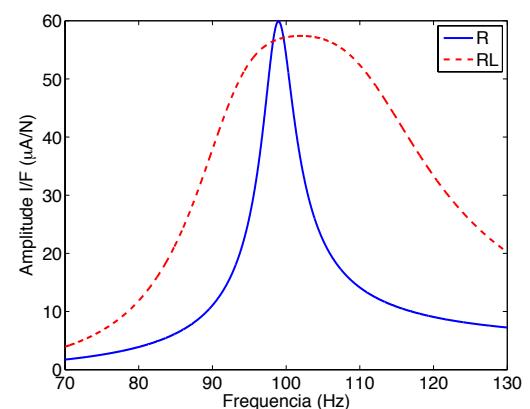


Figura 3 – Amplitude da resposta em frequência entre força transversal próxima ao engaste e corrente elétrica no circuito.

cuito RL é muito mais efetivo na redução da amplitude de vibração da estrutura. De fato, sabe-se que o circuito R age como um amortecedor viscoelástico com fator de perda não muito importante, enquanto que o circuito RL age como um absorvedor dinâmico de vibrações amortecido, que absorve a energia vibratória da estrutura na proximidade da frequência natural do circuito e, então, a dissipava através da resistência [5]. Desse modo, é esperado que esta energia vibratória dissipada pela resistência elétrica possa ser armazenada se a resistência for substituída por um circuito armazenador. Neste caso, o circuito RL deve apresentar um melhor desempenho comparado ao circuito R, já que é consideravelmente mais efetivo na extração de energia da estrutura.

A Figura 3 mostra a resposta em frequência do dispositivo, quando excitado pela força transversal, observada pela corrente elétrica induzida no circuito. Pode-se notar que, de fato, o circuito RL parece ser mais interessante, embora o valor máximo de corrente elétrica gerado seja superior para o circuito R. Isto porque um ligeiro desajuste entre as frequências de operação e natural do dispositivo, seja por variabilidade ou desconhecimento do valor preciso, dá origem a um significativo decréscimo na corrente gerada pelo circuito R enquanto que aquela gerada pelo circuito RL é mais uniforme em uma faixa de frequência em torno da frequência desejada, sendo mais interessante no caso onde a incerteza deste parâmetro de entrada seja maior. A Tabela 1 mostra os valores

máximo e médio de corrente elétrica gerada para diferentes faixas de frequências em torno da frequência de ajuste (nominar de operação).

Tabela 1 – Corrente média induzida no circuito (nC/N) por faixa de frequência.

	Pico	10 Hz	20 Hz	30 Hz	40 Hz	50 Hz	60 Hz
R	59.9	40.4	28.8	22.6	18.8	16.2	14.3
RL	57.7	56.4	53.5	48.6	43.2	38.4	34.3

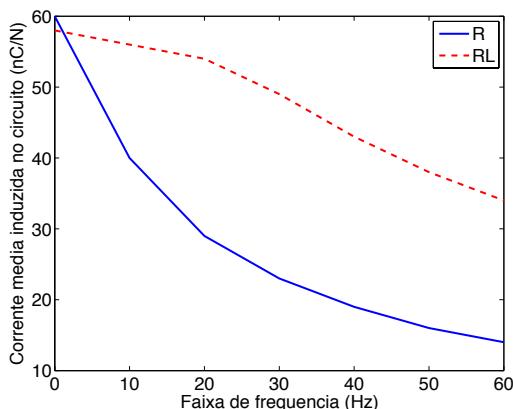


Figura 4 – Corrente elétrica média por unidade de força induzida no circuito para diferentes faixas de frequência.

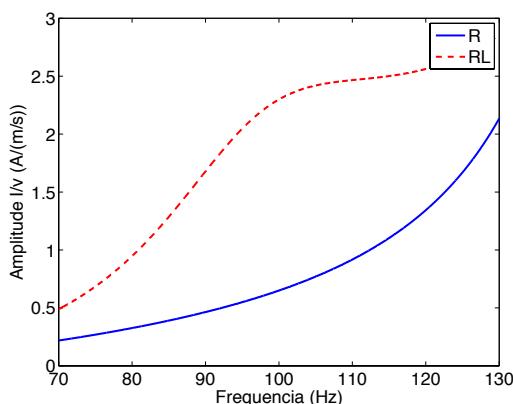


Figura 5 – Amplitude da resposta em frequência entre velocidade transversal e corrente elétrica no circuito.

Na frequência de pico, os valores obtidos para corrente elétrica são muito próximos, sendo ligeiramente maior para o circuito resistivo. Com o aumento da banda de frequência ao redor da frequência de operação observa-se que a geração média de corrente se torna consideravelmente maior para o circuito ressonante, sendo que aquela para o circuito R decresce rapidamente. A geração média de corrente em uma faixa de frequência de 10 Hz centrada na frequência de operação do circuito RL é cerca de 40% maior que aquela do circuito R (Tabela 1). Além disso, a vantagem do circuito ressonante aumenta conforme o aumento da largura da faixa de frequência (Figura 4).

A análise anterior indica que para uma mesma força de excitação, a geração de energia pelo circuito resistivo pode ainda ser superior àquela pelo circuito ressonante, mesmo que somente em uma faixa de frequência bem estreita. No entanto, a Figura 2 mostra que para uma mesma força de excitação, a amplitude de vibração do dispositivo é maior para

o circuito resistivo (já que este é menos eficiente em dissipar a energia vibratória). Este fato indica que na Figura 3, a potência de entrada é diferente nos casos de circuito resistivo e ressonante. Sendo assim, uma análise alternativa da geração de energia poderia ser realizada, na qual é calculada a corrente gerada por unidade de velocidade no ponto de aplicação da força. Sugere-se aqui que esta medida representa melhor a eficiência do dispositivo em transformar movimento em corrente elétrica e, por outro lado, poderia melhor aproximar uma medida de eficiência na conversão de energia. Sendo assim, a Figura 5 mostra a amplitude da resposta em frequência entre corrente elétrica gerada e velocidade no ponto de aplicação da força. Nota-se que, neste caso, a corrente gerada é sempre superior para o circuito ressonante.

4. CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou uma análise do aproveitamento de energia vibratória por meio de uma viga piezelétrica engastada-livre com massa na extremidade livre. Os resultados indicam que a inclusão de uma indutância apropriadamente ajustada em série com o circuito armazeador (aqui representado por uma resistência) pode aumentar a faixa de frequência na qual o dispositivo é eficiente na geração de energia elétrica. De fato, quanto mais larga é a faixa de frequência considerada, melhor é o desempenho do circuito ressonante em comparação com o circuito resistivo. Os resultados também apontam para a necessidade de uma otimização simultânea da massa sísmica e dos parâmetros elétricos R e L, tema que vem sendo estudado atualmente.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio financeiro do INCT-EIE (MCT/CNPq/FAPEMIG 574001/2008-5) e pela CAPES.

Referências

- [1] DOI H.A. Sodano, D.J. Inman and G. Park, “A review of power harvesting from vibration using piezoelectric materials,” Shock and Vibration Digest, Vol. 36, No. 3, pp 197-206, 2004.
- [2] DOI M.J. Guan and W.H. Liao, “On the efficiencies of piezoelectric energy harvesting circuits towards storage device voltages,” Smart Materials and Structures, Vol. 16, No. 2, pp 498-505, 2007
- [3] DOI S. Adhikari, M.I. Friswell and D.J. Inman, “Piezoelectric energy harvesting from broadband random vibrations,” Smart Materials and Structures, Vol. 18, No. 11, art.no. 115005, 2009
- [4] DOI A. Erturk and D.J. Inman, “Issues in mathematical modeling of piezoelectric energy harvesters,” Smart Materials and Structures, Vol. 17, art.no. 065016, 2008.
- [5] DOI T.C. Godoy and M.A. Trindade, “Modeling and analysis of laminate composite plates with embedded active-passive piezoelectric networks,” Journal of Sound and Vibration, Vol. 330, pp 194-216, 2011.
- [6] C.F. Beards, “Engineering Vibration Analysis with Application to Control Systems,” Edward Arnold, London, 1995.