



## 14º CONGRESSO NACIONAL DE TRANSPORTES MARÍTIMOS E CONSTRUÇÃO NAVAL

### MÉTODOS PARA ELABORAÇÃO DE PLANOS DE ESTIVAGEM DE NAVIOS PORTA-CONTÊINERES

Marco Antonio Brinati - PNV-EPUSP  
Rui Carlos Botter - PNV-EPUSP

#### RESUMO

Neste trabalho são mostrados métodos para a elaboração de planos de estivagem de navios porta-contêineres. Inicialmente é mostrado o modelo matemático completo, onde cada variável binária define, para cada porto da rota, a sequência de carga e descarga dos contêineres. Devido ao tamanho do problema combinatório gerado, foram elaborados dois modelos matemáticos simplificados, que se diferenciam pelo nível de agregação dado aos contêineres e células do navio. Nesses modelos simplificados são utilizados procedimentos de separação e hierarquização, que dão origem a dois subproblemas: de designação e de sequenciamento. A solução do primeiro subproblema mostra a fotografia da ocupação das células do navio (no primeiro modelo simplificado) ou das "bays" do navio (no segundo modelo simplificado) ao final das fases de descarregamento e carregamento em cada porto. A solução do segundo subproblema mostra a sequência ótima de carregamento e descarregamento dos contêineres ou dos lotes correspondentes às "bays" entre duas fotografias consecutivas. As características principais do modelo matemático completo são usadas para o desenvolvimento de um procedimento baseado em enumeração implícita. Resultados computacionais são mostrados.

#### ABSTRACT

The purpose of this paper is to show methods for solving the container stowage problems. Firstly, a mathematical programming model for the problem is shown; the binary decision variables define, for each port of the route, the container unloading and loading sequence. Because of the size of the corresponding combinatorial model, two aggregated and hierarchized versions of the complete model are developed. At each version, the original problem is separated into two subproblems: assignment subproblem and sequencing subproblem. The solution of the first one gives pictures of container cell occupation (version 1) or bays occupation (version 2) at the end of unloading and loading phases at each port. The solution of the second subproblem shows the optimal loading and unloading sequence between two successive pictures. The basic features of the complete mathematical model are used for the development of an implicit enumeration procedure. Computational results are shown.

## 1 - INTRODUÇÃO

O avanço tecnológico dos navios porta-contêineres e dos terminais portuários especializados permitiram um aumento substancial da produtividade desse segmento de transporte e, consequentemente, uma redução no custo do transporte da carga. Para que essa redução de custo efetivamente ocorra é necessário que o plano de estivagem do navio porta-contêineres seja bem preparado.

O plano de estivagem de um navio porta-contêineres consiste na elaboração de uma sequência de descarregamento e carregamento dos contêineres ao longo dos portos da rota, devendo atender as restrições técnicas e operacionais da embarcação e também proporcionar a redução de custos associados. Estes custos dependem basicamente do número de contêineres reestivados na rota, mas também podem ser afetados pela quantidade de lastro transportado pela embarcação e pela movimentação longitudinal do portêiner nas operações de carga e descarga nos portos.

Se durante o processo de descarregamento num dado porto, um contêiner com destino um porto futuro for removido da embarcação para permitir o descarregamento de outros contêineres, este deverá ser recolocado a bordo novamente. Esta operação é chamada de reestivagem do contêiner.

Desde a década de 70, as companhias de navegação e diversos pesquisadores têm procurado desenvolver métodos para a elaboração de planos de estivagem de navios porta-contêineres. Estes métodos podem ser agrupados em cinco classes:

- simulação ( Nerling [1] e Shields [2] );
- heurísticas ( Webster [3], Beliech [4] e Thieu [5] );
- sistemas de apoio à decisão ( Sha [6], Baradina [7] e Saginaw [8] );
- programação matemática ( Scott [9] e Aslidis [10 e 11] );
- inteligência artificial ( Dillingham [12] ).

As características mais comuns aos métodos apresentados na tabela 1 são:

- minimização das reestivagens na rota percorrida pelo navio;
- avaliação das restrições técnicas da embarcação e de remoção de tampas de escotilhas;
- consideração parcial da interdependência entre os carregamentos de contêineres efetuados nos portos da rota;
- conhecimento prévio da matriz de carga de contêineres que serão embarcados e desembarcados na rota.

TABELA 1 - SÍNTese DOS TRABALHOS REVISados

AUTORES	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
OBJETIVOS												
Minimização da reestivagens	N	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	N	Y	Y	Y
Minimização de lastro	N	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	N	Y	N	Y
Minimização do movimento longitudinal do portátiler	N	Y	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N
Portes ocupados por contêineres com mesmo destino	N	Y	Y	N	N	N	N	N	N	N	N	Y
sequenciamento de todas operações de carregamento e descarregamento	N	N	Y	Y	Y	Y	Y	Y	N	N	N	Y
Interddependência dos processos de carregamento nos porto da rota	N	P	P	P	N	N	N	N	P	P	P	P
RESTRIÇÕES												
Altura metacêntrica	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
Angulo de banda	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
Força cortante	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
Resistente fletor	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
Peso das colunas de contêineres	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
Resposta das tampas de escotilha	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
Condicão de "Burn-out"	N	S	N	N	N	N	N	N	S	S	S	S
Transporte de cargas perigosas	N	N	N	N	N	N	N	N	S	S	S	S
Container com 20 e 40 pés	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
Matriz de carga conhecida	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
	S - CONSIDERADA	N - NAO CONSIDERADA	P - PARCIALMENTE CONSIDERADA									
Simulação												
Heurísticas	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Sistemas de apoio à decisão	Merling [1] • Shields [2]	Webster [3], Beliech [4] • Thieu [5]										
Programação matemática	Sna [6], Barruna [7]	Scott [9] • Saginav [8]										
Inteligência artificial	Scott [9] • Azilidis [10, 11]	Dillingham [12]										

A modelagem matemática desenvolvida para a elaboração de planos de estivagem de navios porta-contêineres parte de um modelo bastante detalhado e procura, usando procedimentos de agregação, separação e hierarquização, um modelo que pode ser empregado em navios de porte comercial, usando-se os programas e equipamentos disponíveis na Universidade de São Paulo. O produto final do trabalho é um algoritmo baseado em enumeração implícita, que prepara o plano de estivagem do navio usando uma árvore combinatória estruturada de acordo com o modelo matemático completo e mais detalhado, sendo esta explorada de acordo com a solução do modelo matemático mais agragado.

## 2 - A MODELAGEM MATEMÁTICA PARA O PROBLEMA DE ESTIVAGEM

### 2.1 - O MODELO MATEMÁTICO COMPLETO

As características do modelo completo são:

a-) Elaboração do plano de estivagem do navio.

A finalidade principal da modelagem é obter o plano de estivagem de um navio porta-contêineres que frequenta uma rota com "n" portos. O plano de estivagem deverá indicar a sequência de embarque, e desembarque de cada contêiner ofertado nos portos da rota;

b-) Tratamento individual de cada contêiner ofertado.

As companhias de navegação recebem contêineres que são numerados segundo um código próprio, que possibilita ao conferente portuário acompanhar se todos os contêineres foram realmente embarcados. Por esta razão, neste modelo os contêineres são tratados individualmente, possibilitando acompanhar de forma precisa o embarque e o desembarque destes no navio;

c-) Minimização das despesas portuárias adicionais e dos custos extra-portuários do navio parado

Objetiva-se, na elaboração do plano de estivagem, a minimização das despesas portuárias adicionais, decorrentes do número de reestivagens nos portos da rota. No modelo completo inclui-se também na função objetivo a parcela dos custos extra-portuários do navio parado, decorrentes do tempo gasto na movimentação longitudinal do portainer em cada porto da rota.

d-) Tratamento das restrições físicas e operacionais impostas ao navio

O modelo considera as restrições de altura metacêntrica, trim, banda, peso da pilha de contêineres nas colunas, força cortante e momento fletor impostos ao navio em determinadas balizas, além de outras condições de viabilidade, tais como:

- um contêiner só pode ser carregado e ou descarregado uma única vez em cada porto da rota;
- uma célula do navio só pode ser ocupada uma vez em cada porto;
- um contêiner só pode ser carregado numa célula abaixo da qual exista outro contêiner ou o duplo fundo ou uma tampa de escotilha;
- um contêiner só pode ser descarregado se a pilha acima dele e a tampa da escotilha (se houver) já tiverem sido removidas.

A princípio, foram adotadas as seguintes hipóteses:

- a-) O navio inicia o carregamento no porto 1 vazio, podendo carregar e descarregar em qualquer um dos portos intermediários e ao final da rota, no porto n, descarrega toda sua carga, retornando à condição vazio. A sequência de numeração de 1 a n para os portos segue uma ordem prefixada e determinada pela companhia de navegação;
- b-) Não são transportados contêineres com cargas perigosas;
- c-) O navio pode carregar contêineres de 20 e 40 pés de comprimento, mas, para tanto, existem colunas inteiras dedicadas a cada tamanho de contêiner, evitando-se desta forma a mistura de tamanhos diferentes de contêineres numa mesma coluna. Nas operações de embarque e desembarque é utilizado um único portêiner, que pode ter acesso a qualquer célula do navio;
- d-) A carga e a descarga do navio em cada porto ocorrem em fases distintas, ou seja, primeiro ocorre o descarregamento e depois o carregamento dos contêineres. Tal hipótese assemelha-se aos procedimentos adotados pelas companhias de navegação que operam no porto de Santos com navios porta-contêineres;
- e-) A quantidade de lastro nos tanques do navio e a sequência de alívio dos tanques de combustível, devido ao consumo na viagem

entre dois portos da rota, não são otimizados pela modelagem proposta, sendo considerados como informações conhecidas e fornecidas para cada porto da rota;

f-) A demanda e a oferta de contêineres ao longo dos portos da rota são conhecidas;

g-) Sempre haverá células disponíveis no navio para o carregamento da oferta de contêineres prevista em cada porto;

h-) Admite-se que, somente serão estivados contêineres numa "bay" de convés, depois que as regiões do porão abaixo da correspondente tampa de escotilha estiverem totalmente preenchidas.

As hipóteses apontadas nos itens a,b, e, f e h podem ser relaxadas, conforme mostrado em Botter [14].

O processo de embarque e desembarque dos contêineres ao longo dos portos pode ser visto como uma sucessão de estágios individuais de movimentação de cargas. Assim cada possível carregamento ou descarregamento é definido como um estágio "k". No modelo são considerados todos os possíveis estágios de descarregamento e carregamento ao longo dos portos, isto é, em cada porto todos os contêineres a bordo do navio podem ser descarregados.

Para o modelo matemático do problema de estivagem são definidas as variáveis binárias da decisão:

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{se o contêiner } i \text{ for colocado na célula } j \text{ do} \\ & \text{navio no estágio } k \text{ de uma fase de carregamento;} \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (1)$$

com  $i \in I$ ,  $j \in J(i)$  e  $k \in KC(i)$ , onde  $I$  é o conjunto de todos os contêineres ofertados ao longo dos portos da rota,  $J(i)$  é o conjunto de células do navio que podem receber o contêiner  $i$  e  $KC(i)$  é o conjunto de todos estágios possíveis de carregamento do porto de origem até o porto de destino do contêiner  $i$ .

$$y_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{se o contêiner } i \text{ for retirado da célula } j \text{ do navio} \\ & \text{no estágio } k \text{ de uma fase de descarregamento;} \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (2)$$

com  $i \in I$ ,  $j \in J(i)$  e  $k \in RD(i)$ , onde  $RD(i)$  é o conjunto de todos os estágios possíveis de descarregamento do porto de origem até o porto de destino do contêiner  $i$ .

A função objetivo do problema de estivagem é composta de duas parcelas,  $f_1$  e  $f_2$ . O primeiro termo diz respeito ao número de

reestivagens e o segundo termo refere-se à distância longitudinal percorrida pelo portáiner ao longo do navio durante as operações de carga e descarga.

A expressão geral da função objetivo é:

$$f = \lambda_1 \cdot r + \lambda_2 \cdot s, \quad (3)$$

onde  $\lambda_1$  representa a despesa portuária adicional por reestivagem mais o custo unitário extra-portuário do navio parado devido a uma reestivagem (US\$/T.E.U.) e  $\lambda_2$  representa o custo extra-portuário do navio parado devido ao deslocamento longitudinal unitário do portáiner (US\$/m). Cabe ressaltar que, se para cada porto da rota as despesas portuárias, as taxas de movimentação de contêineres e a velocidade de deslocamento do portáiner forem diferenciadas, os valores de  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$ , para cada porto da rota também deverão ser diferentes na expressão (1).

No plano de estivagem, a todo contêiner ofertado ao longo dos portos da rota sempre está associada, necessariamente, pelo menos uma descarga referente ao porto de destino e, a cada remoção de um contêiner cujo destino não era aquele porto, sempre estará associada a sua movimentação ou carregamento de retorno ao navio.

Sendo assim, na composição da função objetivo, onde na primeira parcela  $f_1$  pretenda-se levar em conta o número de reestivagens de contêineres ao longo da rota do navio, devem ser consideradas somente as variáveis  $Y_{ijk}$  relativas a estágios de descarregamento que implicam nas reestivagens dos contêineres em cada porto. Assim a primeira parte da função objetivo  $f_1$  é fornecida a seguir:

$$f_1 = \sum_i \sum_j \sum_k Y_{ijk} \quad (4)$$

onde nas notações acima:

$i \in I$ ,  $j \in J(i)$  e  $k \in KDR(i)$ , e  $KDR(i)$  é o conjunto de todos os estágios possíveis de descarregamento de porto de origem até o porto anterior de destino do contêiner  $i$ .

O termo  $f_2$  da função objetivo diz respeito à distância longitudinal total percorrida pelo portáiner durante os deslocamentos ao longo do navio nas operações de carga e descarga. A distância longitudinal é a mais relevante no cômputo da distância total percorrida pelo portáiner, pois deslocamentos verticais e transversais sobre uma determinada "bay" do navio são facilmente executados pelo equipamento.

Para cálculo de  $f_2$ , define-se uma matriz de distâncias

longitudinais entre cada dois pares de células, dada por  $d_{jj'}$ .

A expressão de  $f_2$ , que representa a distância percorrida pelo portainer, é fornecida abaixo:

$$f_2 = \sum_i \sum_j \sum_{i'} \sum_{j'} \sum_k x_{ijk} \cdot x_{i'j'k'} \cdot d_{jj'} + \sum_i \sum_j \sum_{i'} \sum_{j'} \sum_k y_{ijk} \cdot y_{i'j'k'} \cdot d_{jj'} \quad (5)$$

onde nas somatórias acima:

$i \in I$ ,  $j \in J(i)$ ,  $i' \in I$ ,  $j' \in J(i')$ ,

$k \in \{ KC(i) \cap KC(i') \}$  e  $k' \in \{ KD(i') \cap KD(i) \}$ .

A expressão  $f_2$  acima, embora contenha termos lineares em  $x_{ijk} \cdot y_{ijk}$ , é tratada na literatura como não linear, devido a multiplicação das variáveis. A linearização da expressão (5) é mostrada em Bottar [13].

Pode-se dividir o conjunto de restrições em subconjuntos referentes a cada uma das seguintes condições:

- carregamento do contêiner  $i$  no porto de origem;
- carregamento do contêiner  $i$  em portos intermediários aos portos de origem e destino (reestivagem);
- descarregamento do contêiner  $i$  no porto de destino;
- descarregamento do contêiner  $i$  em portos intermediários aos portos de origem e destino;
- ocupação das células do navio;
- movimentação de contêineres num determinado estágio  $k$ ;
- impenetrabilidade e apoio;
- peso das colunas de contêineres;
- restrições físicas das embarcações: - altura metacêntrica, trim, banda, peso das colunas, força cortante e momento fletor.

As expressões de cada uma das restrições acima citadas são mostradas em Bottar [14].

O modelo de programação linear binária citado nesta seção pode atingir um número muito grande de variáveis e restrições, dependendo do tamanho do navio, da matriz de carga e da quantidade de portos da rota.

Para exemplificar o tamanho do modelo, considere-se um navio porta-contêineres de porte comercial com capacidade para 1000 T.E.U's. O número de variáveis gira em torno de  $10^9$  e o número de restrições em torno de  $10^6$ .

Para reduzir o tamanho do modelo matemático completo, foram usados procedimentos de agregação, separação e hierarquização, mostrados a seguir.

## 2.2 - SIMPLIFICAÇÃO E HIERARQUIZAÇÃO DO MODELO COMPLETO

No sentido de reduzir o tamanho do modelo matemático completo, dois procedimentos foram usados: agregação, e separação e hierarquização.

Com respeito ao procedimento de agregação, foram considerados dois níveis:

- a-) No primeiro nível, somente os contêineres são agrupados em classes e as células são tratadas individualmente. Cada classes de contêineres é caracterizada por cinco atributos: comprimento, faixa de peso, refrigerado ou comum, porto de origem e porto de destino;
- b-) No segundo nível, os contêineres são agrupados em um número menor de classes, uma para cada par de portos de origem e destino existentes; as células são agrupadas nas "bays" do navio.

Desta forma, o problema de estivagem de navios porta-contêineres pode ser visto como a composição de dois subproblemas interdependentes: o da designação dos contêineres às células do navio, obtendo-se uma fotografia da sua ocupação ao final de cada processo de carregamento e descarregamento nos portos da rota, e o de sequenciamento da operação de embarque e desembarque dos contêineres entre duas fotografias de ocupação sucessivas.

Usando estas técnicas de separação e hierarquização, o modelo matemático completo pode ser substituído por um subproblema de designação e  $2(n-1)$  subproblemas de sequenciamento, a serem resolvidos depois do primeiro, onde " $n$ " é o número de portos da rota.

## 2.3 - AGREGAÇÃO E HIERARQUIZAÇÃO DO MODELO COMPLETO - VERSÃO 1

A primeira aproximação do modelo completo é obtida usando o primeiro nível de agregação mencionado acima, em conjunto com os procedimentos de separação e hierarquização.

As variáveis de decisão do subproblema de designação  $X_{ijk}$  e  $Y_{ijk}$  são similares àquelas apresentadas no modelo completo, excetuando-se o índice  $k$  que representa tão somente os estágios finais de cada fase de carga ou descarga em cada porto da rota.

A principal diferença entre o modelo completo e este submodelo de designação é que, para cada um dos novos estágios  $k$  de carregamento redefinidos, existirão tantos  $X_{ijk} = 1$  quantos forem os carregamentos

naquele porto e, analogamente, para cada um dos novos estágios  $k$  de descarregamento redefinidos existirão tantos  $Y_{ijk} = 1$  quantos forem os descarregamentos naquele porto.

Note-se que a redução do tamanho do modelo é principalmente devida ao decréscimo do número de estágios (de alguns milhares para poucas dezenas, para um navio de porte comercial) e também devida ao agrupamento de contêineres em classes.

As variáveis de decisão do submodelo de designação nessa primeira versão são:

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1, \text{ se algum contêiner da classe } i \text{ for alocado} \\ \text{à célula } j \text{ do navio na fase de carregamento } k; \\ 0, \text{ caso contrário.} \end{cases} \quad (6)$$

$$Y_{ijk} = \begin{cases} 1, \text{ se algum contêiner da classe } i \text{ for retirado da} \\ \text{célula } j \text{ do navio na fase de descarregamento } k; \\ 0, \text{ caso contrário.} \end{cases} \quad (7)$$

A função objetivo do subproblema de designação é semelhante à equação (4) apresentada na seção 2.1 para o modelo completo. São consideradas as mesmas expressões de restrições do modelo completo, excetuando-se as relativas aos estágios de carregamento e descarregamento. Maiores detalhes são mostrados em Botter [14].

A solução do subproblema de designação fornece a fotografia da ocupação das células ao final de cada fase de carregamento e descarregamento nos portos da rota e, portanto, resolvendo  $2(n-1)$  subproblemas de sequenciamento, pode-se determinar a ordem que cada contêiner foi carregado ou descarregado do navio.

As variáveis de decisão do subproblema de sequenciamento da versão 1 são:

$$z_{jk} = \begin{cases} 1, \text{ se um contêiner é colocado na (ou removido da)} \\ \text{célula } j \text{ no estágio } k; \\ 0, \text{ caso contrário.} \end{cases} \quad (8)$$

Note-se que nestes casos, cada contêiner que será colocado ou removido de uma célula é conhecido "a priori", pois o subproblema de designação foi resolvido anteriormente.

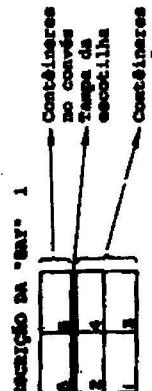
A função objetivo pode ser semelhante a apresentada na expressão (5) da seção 2.1 para o modelo completo, que diz respeito a movimentação longitudinal do portêiner, ou simplesmente zero, se o custo associado a esta movimentação do portêiner for considerado insignificante face ao custo das reestivagens. Neste caso, procura-se determinar uma solução viável para a sequência de carregamento (ou descarregamento) dos contêineres, que atenda as restrições de

## ROTEIRO

		BORGES						
		24.0 (1/2)	24.0 (1/2)	18.0 (1/2)	12.0 (1/3)	12.0 (1/2)	12.0 (1/2)	12.0 (1/2)
5		11	17	23	29	35	41	47
6		12	18	24	30	36	42	48
7		9	14	20	26	32	38	44
8		7	13	19	25	31	37	43
9		2	3	4	5	6	7	8
10		10	16	22	28	34	40	46
11		12	18	24	30	36	42	48
12		10	16	22	28	34	40	46
13		9	15	21	27	33	39	45

## BORGES

46 celulas do navio  
ocupadas  
descrição da "ray" 1



## DESCRÍÇÃO DA CÉUTA

A - peso do contentor  
(B/C) - Portas de prisão  
● - destino  
D - número da célula  
do navio

FIGURA 1 - ROTOGRAFIA DA OCUPAÇÃO DAS CELULAS DO NAVIO AO FINAL DO CARREGAMENTO NO PORTO 1

estabilidade e esforços impostas a este navio.

Mesmo apresentando tamanhos bem menores que o modelo completo, os subproblemas de designação e sequenciamento continuam sendo de difícil solução computacional para navios de porte comercial (com os equipamentos de "hardware" e "softwares" disponíveis no Centro de Computação Eletrônica da USP). Mesmo assim, alguns teste foram realizados usando-se um navio hipotético com 48 células. A figura 1 mostra os resultados do subproblema de designação para a fase de carregamento do navio no primeiro porto da rota.

#### 2.4 - AGREGAÇÃO E HIERARQUIZAÇÃO DO MODELO COMPLETO - VERSÃO 2

Quando foi aplicado o primeiro nível de agregação na versão 1, os subproblemas hierarquizados gerados mostravam-se muito semelhantes ao modelo matemático completo; o mesmo porém, não acontece quando utiliza-se o segundo nível de agregação de contêineres. Neste caso, ao invés de se minimizar diretamente o número de reestivagens no subproblema de designação, este objetivo é alcançado indiretamente, usando-se alguns conceitos básicos, que também são utilizados pelas companhias de navegação. São eles:

- a-) evitar ou, pelo menos, reduzir a mistura de contêineres de destinos diferentes numa mesma "bay";
- b-) colocar em "bays" de um mesmo porão contêineres de mesmo destino;
- c-) impedir de colocar em "bays" de mesmo porão contêineres de destinos diferentes.

"Bays" de mesmo porão são aquelas acessíveis após a remoção de uma tampa de escotilha, sobre a qual são posicionadas as "bays" de convés. Evitando-se a mistura de destinos diferentes nessas "bays", evita-se que, para remover um contêiner localizado numa "bay" de porão, tenham que ser removidos contêineres sobre a tampa da escotilha com destino diferente ao porto em questão.

Das restrições técnicas da embarcação, somente a de trim é considerada nos submodelos de designação e sequenciamento desta versão 2.

Em virtude do tratamento agregado, com o preenchimento ou esvaziamento de "bays" inteiras, durante uma fase de carregamento ou descarregamento num porto da rota, pode haver mudança brusca de trim do inicio ao fim da fase, por melhor que seja o plano de designação. Com a finalidade de tornar mais ampla a região viável do problema, decidiu-se introduzir o momento longitudinal de lastro como variável

de decisão, embora o peso de lastro seja mantido fixo. A introdução do peso de lastro como variável de decisão daria mais flexibilidade ao atendimento da restrição de estabilidade, mas traria uma não linearidade à restrição de trim, de difícil tratamento.

Cabe, por fim, mencionar que, com esse tratamento agregado, desaparecem as restrições de impenetrabilidade e apoio presentes nas modelagens anteriores.

São conhecidos os pesos e momentos longitudinais dos seguintes itens: navio leve, víveres e combustível. São conhecidos ainda o peso total de lastro e a capacidade e a coordenada longitudinal de cada tanque de lastro.

Para formulação do submodelo de designação, são definidas as seguintes variáveis de decisão:

$X_{ijk}$  é a fração da "bay"  $k$  destinada aos contêineres com origem  $i$  e destino  $j$ ;

MLAS(desc<sub>1</sub>) e MLAS (carreg<sub>1</sub>) são os momentos longitudinais devidos aos tanques de lastro ao final das operações de descarregamento e carregamento, respectivamente, no porto 1 da rota.

$$z_{ikj} = \begin{cases} 1, \text{ se a "bay" } k \text{ contém algum contêiner com destino ao} \\ \text{porto } j \text{ no trecho de viagem do porto 1 ao porto } 1+1; \\ 0, \text{ em caso contrário} \end{cases} \quad (9)$$

A redução da mistura de contêineres de destinos diferentes numa mesma "bay", com a finalidade de, indiretamente, reduzir o número de reestivagens, pode ser conseguida com a minimização da função  $f_z$ :

$$f_z = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^{N_b} z_{ikj} \quad (10)$$

onde  $N_b$  é o número de "bays" do navio.

O conjunto de restrições para esse problema de designação pode ser separado em três grupos. No primeiro deles estão as restrições correspondentes ao atendimento da demanda de transporte de cada classe de contêineres, da capacidade de cada "bay", em cada trecho da viagem.

As restrições do segundo grupo têm a finalidade de, em conjunto com a minimização da função objetivo, reduzir indiretamente o número de reestivagens na rota.

O terceiro grupo contém as restrições que relacionam as variáveis  $X_{ijk}$  com  $z_{ikj}$ .

Algumas das restrições são mostradas abaixo:

$$\sum_{k=1}^{N_b} n_k \cdot x_{ijk} = o_{ij}, \quad i=1, \dots, n-1 \quad \text{e} \quad j=2, \dots, n \quad (11)$$

onde  $n_k$  é a capacidade de contêineres da "bay"  $k$  e  $o_{ij}$  é a oferta de contêineres no porto  $i$  com destino ao porto  $j$ .

$$\sum_{l=1}^i \sum_{j=l+1}^n x_{ijk} \leq 1, \quad k=1, \dots, N_b \quad \text{e} \quad l=1, \dots, n-1 \quad (12)$$

$$z_{jkl} - z_{j'kl} = 0, \quad l=1, \dots, n-1 \quad \text{e} \quad j=l+1, \dots, n \quad (13)$$

onde  $k$  e  $k'$  são "bays" que pertencem ao mesmo porto.

$$z_{jkl} + z_{j'kl} \leq 1, \quad l=1, \dots, n-1; \quad j, j' = l+1, \dots, n \quad \text{e} \quad j \neq j' \quad (14)$$

onde  $k$  e  $k'$  são "bays" que pertencem ao mesmo porto.

$$\sum_{l=1}^i x_{ijk} \leq z_{jkl}; \quad l=1, \dots, n-1; \quad j=l+1, \dots, n \quad \text{e} \quad k=1, \dots, N_b \quad (15)$$

A solução do problema de designação da versão 2 indica a fração  $x_{ijk}$  da "bay"  $k$  ocupada com contêineres de origem no porto  $i$  e destino ao porto  $j$ . O subproblema de sequenciamento consiste em determinar a ordem na qual as "bays" são carregadas e descarregadas em cada porto da rota. Cada fase de carregamento e descarregamento tem um certo número de estágios que corresponde ao número de "bays" que devem ser carregadas ou descarregadas. As variáveis de decisão deste subproblema de sequenciamento são:

$$v_{ik} = \begin{cases} 1, & \text{se a "bay" } k \text{ é carregada (descarregada) no estágio } k; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (16)$$

A função objetivo deste subproblema pode ser a movimentação longitudinal do portáiner nos portos da rota. Porém, assumindo-se que o portáiner não irá se movimentar longitudinalmente enquanto a "bay" não estiver carregada ou descarregada com a quantidade estabelecida pelo subproblema de designação, não há necessidade de se levar em conta essa função objetivo.

A tabela 2 mostra os resultados do subproblema de designação para o navio Columbus Ohio e a matriz de origem e destino dos contêineres. A tabela 3 mostra os resultados, para esse navio, da aplicação do subproblema de sequenciamento.

Muito embora os resultados dessa versão 2 do modelo completo

TABELA 2 - RESULTADOS DO SUBPROBLEMA DE DESIGNAÇÃO - VERSÃO 2

nº capacidade (TEU's)	número da "bay"	quantidade de contêineres agrupados por destino a serem embarcados					
		no porto 1			no porto 2		no porto 3
		destino	destino	destino	destino	destino	destino
		2	3	4	3	4	4
1	27						
2	27						
3	4						
4	69			69		69	69
5	71			67		68	71
6	71	71				71	71
7	71	71				71	71
8	71						25
9	71						71
10	71		51		71		71
11	69		63		63		
12	65	65			65		65
13	65	65			65		65
14	36		36		36		
15	21	21					
16	21	7	14			21	21

"bays" adjacentes: (1,2) (4,5) (6,7) (8,9) (10,11) (12,13)

oferta na rota: 1200 contêineres

matriz de origem e destino dos contêineres:

Portos destino	origem	1	2	3
2	600			
3	300	300		
4	300	300	600	

TABELA 3 - RESULTADOS DO PROBLEMA DE SEQUENCIAMENTO - VERSÃO 2

Sequência de carregamento e descarregamento das "bays"	Porto 1	Porto 2		Porto 3		Porto 4
		D	C	D	C	
1 <sup>a</sup>	10	16	7	13	13	9
2 <sup>a</sup>	4	13	6	10	10	16
3 <sup>a</sup>	7	15	13	12	12	5
4 <sup>a</sup>	14	7	5	11	9	8
5 <sup>a</sup>	15	12	16	14	8	13
6 <sup>a</sup>	13	6	12		5	16
7 <sup>a</sup>	16		10			10
8 <sup>a</sup>	12					12
9 <sup>a</sup>	6					7
10 <sup>a</sup>	5					4
11 <sup>a</sup>	11					6
12 <sup>a</sup>						
13 <sup>a</sup>						
14 <sup>a</sup>						
15 <sup>a</sup>						
16 <sup>a</sup>						

C - fase de carregamento      D - fase de descarregamento

possam ser utilizados na elaboração preliminar do plano de estivagem do navio, há um melhor uso para ela, como dados de entrada para um procedimento heurístico, para explorar a árvore de combinações gerada pelo algoritmo de enumeração implícita, mostrada na próxima seção.

### 3 - ALGORITMO DE ENUMERAÇÃO IMPLÍCITA

Uma vez que o modelo completo mostra limitações no tocante às suas aplicações computacionais a navios de porte comercial, decidiu-se desenvolver um algoritmo baseado no procedimento de enumeração implícita para a solução do problema de estivagem, cuja árvore combinatória é estruturada de acordo com a estrutura do modelo completo, especialmente quanto à definição dos estágios e variáveis de decisão. Todas as restrições técnico-operacionais e hipóteses analisadas no modelo completo também são consideradas.

O algoritmo desenvolvido pode ser descrito por meio de quatro etapas fundamentais:

- a-) a organização da árvore dinâmica;
- b-) a exploração da árvore;
- c-) os critérios de rejeição de um nó da árvore;
- d-) procedimentos de inicialização das fases de carga e descarga nos portos.

Um caminho qualquer da árvore combinatória corresponde a assumir o valor 1 para um subconjunto de variáveis de decisão  $X_{ijk}$  e  $Y_{ijk}$  do modelo completo. A raiz  $v_0$ , mostrada na figura II, no estágio 0, representa o navio chegando ao porto 1 vazio.

O primeiro nó a ser gerado no estágio 1, representa o carregamento de algum contêiner em alguma célula disponível do navio e que seja compatível com o tipo de contêiner que será carregado. Os demais nós da árvore representam as operações sucessivas de carregamento e descarregamento de contêineres ao longo dos portos da rota. O valor "1" de uma variável  $X_{ijk}$  ( $Y_{ijk}$ ) no nível "k" da árvore num determinado caminho, significa que o contêiner "i" foi colocado na (removido da) célula "j" no estágio "k".

A exploração da árvore que representa o problema de estivagem se dá sempre em dois sentidos, de descida e de subida.

Partindo-se do nó inicial da árvore, gera-se o primeiro nó no primeiro estágio que, conforme citado anteriormente, representa uma alocação de um contêiner a uma célula. Este procedimento partiu,

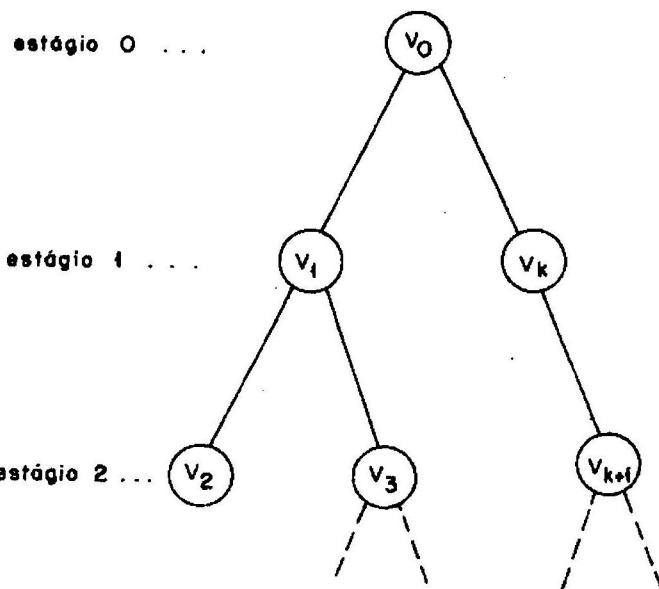


FIGURA II - ÁRVORE COMBINATÓRIA

portanto, do estágio 0 da árvore e desceu para o estágio 1.

Se o nó gerado nesse estágio 1 não for rejeitado, prossegue-se a exploração descendente na árvore.

Sempre que um nó gerado num determinado estágio for rejeitado, retorna-se ao nó antecessor (processo de subida) e busca-se gerar, a partir deste nó, o sucessor à direita do rejeitado. Caso exista algum nó sucessor a ser gerado, o procedimento volta a descer na árvore para verificar a viabilidade desse nó. Em caso contrário, o procedimento impõe novamente a subida na árvore.

Cabe ressaltar que, quando o nó gerado num estágio qualquer de carregamento ou descarregamento de um porto da rota não é rejeitado,

este define uma solução parcial do problema de estivagem, ou seja conhece-se todo o caminho desde o nó inicial até esse nó e, portanto, conhecem-se todos os contêineres que foram carregados ou descarregados, as respectivas células ocupadas ou desocupadas e a sequência em que o processo de carregamento e descarregamento ocorreu.

Uma solução completa do problema de estivagem é obtida quando atinge-se um estado que representa o descarregamento do último container a bordo do navio no último porto da rota. A solução é armazenada e o valor da função objetivo é tomado como referência para comparação com as previsões otimistas que podem ser feitas a partir de uma solução parcial qualquer e com as novas soluções completas que, ao longo do processo de exploração da árvore, vierem a ser obtidas. Se forem comparadas diversas soluções completas, cada uma pode ter um número diferente de estágios de movimentação de carga, pois este número depende de quantas reestivagens ocorreram ao longo dos portos. A perfeita caracterização de uma solução completa deve especificar, além dos valores  $X_{ijk}$  e  $Y_{ijk}$  em cada um dos vértices do caminho encontrado, também os vértices onde ocorreram alterações de lastro, especificando a quantidade e a distribuição nos tanques.

Dois critérios para a rejeição de um nó existem, o primeiro refere-se à constatação de que a função objetivo naquele nó superou o valor referencial dado pela melhor solução completa encontrada e o segundo critério refere-se a uma possível violação das restrições do problema de estivagem.

Para qualquer nó gerado em determinado estágio, pode-se calcular o número de reestivagens até aquele estado, o lastro transportado entre os portos da rota e o movimento longitudinal total do portáiner. Ponderando-se pelos respectivos custos obtém-se o valor da função objetivo até aquele estado. Se este valor superar o valor da última solução completa obtida e não rejeitada, conclui-se que não se deve prosseguir por esse caminho, que, no mínimo, já ultrapassou o valor referencial encontrado.

O segundo critério de eliminação de um nó baseia-se na necessidade de atendimento das condições de viabilidade física e técnica da embarcação já mencionados no modelo completo.

Uma vez que o tempo de processamento requerido para examinar os possíveis caminhos, usando-se um procedimento de exato de enumeração implícita, é extremamente alto, algumas heurísticas foram introduzidas, com o objetivo de examinar primeiramente alguns

TABELA 4 - SEQUÊNCIA DE CARREGAMENTO E DESCARREGAMENTO DE CONTÊINERES  
ALGORITMO DE ENUMERAÇÃO IMPLETA

PORTO 1 - Operações de carregamento				C/N - carregamento no porto de origem			
estágio	operação	contêiner	celula	estágio	operação	contêiner	celula
nr	tipo	nr	nr	nr	tipo	nr	nr
1	C/N	301	483	31	C/N	513	61
2	C/N	302	484	32	C/N	514	62
3	C/N	303	485	33	C/N	515	63
4	C/N	304	486	34	C/N	516	64
5	C/N	305	487	35	C/N	517	65
6	C/N	306	488	36	C/N	518	66
7	C/N	307	489	37	C/N	519	67
8	C/N	308	490	38	C/N	520	68
9	C/N	309	491	39	C/N	521	69
10	C/N	310	492	40	C/N	522	70
11	C/N	311	493	41	C/N	523	71
12	C/N	312	494	42	C/N	524	72
13	C/N	313	495	43	C/N	525	73
14	C/N	314	496	44	C/N	526	74
15	C/N	315	497	45	C/N	527	75
16	C/N	316	498	46	C/N	528	76
17	C/N	317	499	47	C/N	529	77
18	C/N	318	500	48	C/N	530	78
19	C/N	319	501	49	C/N	531	79
20	C/N	320	502	50	C/N	532	80
21	C/N	321	503	51	C/N	533	81
22	C/N	322	504	52	C/N	534	82
23	C/N	323	505	53	C/N	535	83
24	C/N	324	506	54	C/N	536	84
25	C/N	325	507	55	C/N	537	85
26	C/N	326	508	56	C/N	538	86
27	C/N	327	509	57	C/N	539	87
28	C/N	328	510	58	C/N	540	88
29	C/N	329	511	59	C/N	541	89
							...

**TABELA 5 - COMPARAÇÃO ENTRE O ALGORÍTMO DE ENUMERAÇÃO  
IMPLÍCITA E O SUBPROBLEMA DE DESIGNAÇÃO (VERSAO 2)**

número da "bay"		quantidade de contêineres agrupados por destino a ser embarcados					
nº	capacity (TEU's)	destino			destino		destino
		2	3	4	3	4	4
1	27			10	7	10	10
2	27				13		
3	4						
4	69			69(69)		69(69)	69(69)
5	71			71(67)		71(68)	71(71)
6	71	51(71)				71(71)	71(71)
7	71	71(71)				71(71)	71(71)
8	71						71(25)
9	71						64(71)
10	71		71(51)		71(71)		35(71)
11	69		43(63)		43(63)		
12	65	65(65)			65(65)		65(65)
13	65	65(65)			65(65)		65(65)
14	36		36(36)		36(36)		
15	21	21(21)					
16	21	21(7)	(14)			8(21)	8(21)

Oferta na rota: 1200 contêineres

Entre parenteses estão indicados os resultados da tabela

caminhos que parecem ser melhores. Fazendo isso, espera-se que após o processamento computacional dentro de um tempo aceitável, o algoritmo tenha gerado uma boa solução para o problema de estivagem do navio. São quatro as heurísticas introduzidas no algoritmo de enumeração implícita:

- a-) agrupamento de células;
- b-) agrupamento de contêineres segundo o porto de destino, em cada fase de carregamento nos portos;
- c-) agrupamento das células, cujos contêineres lá posicionados deverão ser removidos nas fases de descarregamento nos portos;
- d-) adição ou remoção de lastro, em qualquer estágio, para atender as restrições de trim e altura metacêntrica.

A primeira árvore a ser explorada é baseada nos resultados da versão 2 do modelo completo, mostrado na seção 2.4, que tem essencialmente as características de agrupamento de células e contêineres das três primeiras heurísticas acima citadas.

A tabela 4 mostra a melhor solução completa obtida usando o algoritmo de enumeração implícita para o navio Columbus Ohio, com a tabela de origem e destino indicada na tabela 2. Na tabela 5 é mostrada uma comparação entre a ocupação das "bays" dada pelo algoritmo de enumeração implícita e pelo subproblema de designação da versão 2 do modelo completo apresentado na seção 2.4.

#### BIBLIOGRAFIA

- 1) NEHRLING, B. C. Computer ship loading and unloading simulation. Ann Arbor, Department of Naval Architecture and Marine Engineers, College of Engineering, University of Michigan, 1970.
- 2) SHIELDS, J. J. Containership stowage: a computer-aided preplanning system. Marine Technology, Vol. 21, nº 4, p.370-83, Oct. 1984.
- 3) WEBSTER, W. C.; VAN DYKE, P. Automated procedures for the allocation of containers on shipboard. Presented at Computer Aided Ship Design Engineering Summer Conference, Ann Arbor, 1970.
- 4) BELIECH, D. E. A proposed method for efficient pre-load planning for containerized cargo ships. Monterey, 85p. Thesis (Master of Science) - U. S. Naval Postgraduate School, 1974.
- 5) THIEU, T. Q. A programmed loading procedure for containerized cargo ships. Monterey, 98p. Thesis (Master of Science) - U. S. Naval Postgraduate School, 1975.
- 6) SHA, C. P. Computer Aided on board container management. In: BANDA, P.; KUO, C.; I FILIPPO, G., ed. Computer applications in the automation of Shipyard operation and ship design V,

Amsterdam, North Holland, p. 177-87, 1985.

- 7) BARAÚNA VIEIRA, C. L. B.; PIRES, F. C. M.; CONCEIÇÃO, C.A.L. Planejamento e controle de movimentação de contêineres. 12º Congresso Nacional de Transportes Marítimos e Construção Naval, Rio de Janeiro, Volume 1, pag. 149, out. 1988.
- 8) SAGINAW II, L. and PERARKIS, A. N. A decision support system for containership stowage planning. *Marine Technology*, Vol 26, No. 1, p. 47-61, Jan. 1989.
- 9) SCOTT, D. K. and CHEN, D. S. A loading model for a container ship. Los Angeles, s. ed., 1978.
- 10) ASLIDIS, A. H. Optimal container loading. Cambridge, Mass., Thesis (Master of Science). Massachusetts Institute of Technology, 1984.
- 11) ASLIDIS, A. H. Combinatorial algorithms for stacking problems. Cambridge, Mass. Thesis (Doctor of Philosophy). Massachusetts Institute of Technology, 1989.
- 12) DILLINGHAM, J.; DUMBLETON, J. An Expert System for Container Stowage Planning. In: *Ship Technology and Research (STAR) Symposium/SNAME Spring Meeting*, New Orleans. Proceedings. Jersey City, Society of Naval Architects and Marine Engineers, 1989. p.82-2-1/82-2-13, 1989.
- 13) BOTTER, R. C. E BRINATTI, M. A. Stowage Container Planning: A Model for Getting an Optimal Solution. *Computer Applications In the Automation of Shipyard Operation and Ship Design VII*, 1991, Rio de Janeiro, pp. 193-206, september, 1991.
- 14) BOTTER, R. C. Métodos para elaboração de planos de estivagem de navios porta-contêineres. Tese de Doutoramento, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, 1992.