

Trabalho

Título em Português:	Decaimentos Leptônicos do Lépton Tau
Título em Inglês:	leptonic tau decays
Autor:	João Pedro Dalpino Dias
Instituição:	Universidade de São Paulo
Unidade:	Instituto de Física de São Carlos
Orientador:	Diogo Rodrigues Boito
Área de Pesquisa / SubÁrea:	Física das Partículas Elementares e Campos
Agência Financiadora:	FAPESP - Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo

Decaimentos Leptônicos do Lépton Tau

João Pedro Dalpino Dias

Orientador: Prof. Dr. Diogo Rodrigues Boito

Instituto de Física de São Carlos (IFSC), Universidade de São Paulo (USP)
joao.dalpino@usp.br

Objetivos

Decaimentos do lépton tau oferecem um amplo espectro de testes de precisão do Modelo Padrão (MP). Neste sentido, estudar os decaimentos leptônicos do lépton tau, isto é, $\tau^- \rightarrow \nu_\tau + \ell^- + \bar{\nu}_\ell$, em que $\ell^- = e^-, \mu^-$, permite, por exemplo, verificar a universalidade do acoplamento dos léptons com o bóson W^- , denominada universalidade dos léptons. Buscando obter esse resultado, neste trabalho tratamos esse decaimento com correção de massa, recuperando resultados clássicos na literatura do MP. Para isso, foi necessário o cálculo da amplitude de decaimento utilizando regras de Feynman e determinar o espaço de fase apropriado sob a ótica de Teoria Quântica de Campos (TQC), a fim de obter a largura do decaimento desejado. Utilizando dessa largura de decaimento calculada teoricamente e de dados do Particle Data Group (PDG), visando por fim testar a universalidade dos léptons.

Métodos e Procedimentos

A abordagem canônica no estudo do Modelo Padrão é a Teoria Quântica Campos (TQC), haja vista que ela possibilita uma descrição eficiente de sistemas de duas ou mais partículas. No âmbito da TQC, a largura de decaimento será dada integrando o módulo quadrado da amplitude do processo, $|\bar{\mathcal{M}}|^2$, sobre o espaço de fase diferencial, dQ_n , sendo n o número de partículas do estado final. A amplitude é calculada a partir das regras de Feynman, contendo portanto a dinâmica do processo, enquanto o espaço de fase é definido inteiramente pela cinemática. Com isso, a largura de decaimento no referencial da partícula que decai, usando unidades naturais, e considerando uma média de todas as possíveis configurações de spin, é dada por [1]

$$\Gamma(a \rightarrow 1 + 2 + \dots + N) = \frac{1}{2m_a} \int |\bar{\mathcal{M}}|^2 dQ_n, \quad (1)$$

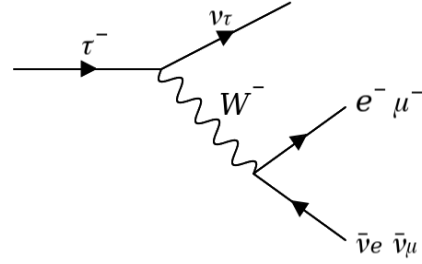


Figura 1: Diagrama do Decaimento Leptônico do τ .
Fonte: Elaborada pelo autor.

em que m_a é a massa da partícula que decai, no nosso caso, a massa do lépton tau.

As regras de Feynman são um conjunto de passos que permitem, a partir do diagrama de Feynman do processo, construir a expressão matemática para a amplitude. No caso do nosso estudo, o diagrama de Feynman do decaimento leptônico do tau está representado na Figura 1, tal que, definindo os quadrimomentos das partículas como

$$\tau(p_1) \rightarrow \nu_\tau(p_3) + \ell^-(p_4) + \bar{\nu}_\ell(p_2) \quad (2)$$

e aplicando as regras de Feynman apropriadas para um decaimento envolvendo interações fracas, obtemos que o módulo da amplitude ao quadrado em primeira ordem de teoria da perturbação será

$$|\bar{\mathcal{M}}|^2 = 64G_F^2 (p_1 \cdot p_2) (p_3 \cdot p_4), \quad (3)$$

sendo $G_F = \frac{\sqrt{2}}{8} \left(\frac{g_\ell}{M_W} \right)^2$ a Constante de Fermi e g_ℓ a constante de acoplamento do lépton com o bóson W^- . Importante perceber que o módulo da amplitude ao quadrado dependerá somente dos produtos escalares invariantes de Lorentz, que podem ser determinados a partir da cinemática do decaimento, e ainda não depende de configurações específicas de spin das

partículas.

Por fim, determinado então o módulo da amplitude ao quadrado, dado na Eq. (3), podemos simplesmente integrar sob o espaço de fase apropriado para o decaimento em três corpos [2], de forma que a largura do decaimento leptônico do tau é

$$\Gamma(\tau^- \rightarrow \nu_\tau + \ell^- + \bar{\nu}_{\ell^-}) = \frac{G_F^2 m_\tau^5}{192\pi^3} f(x), \quad (4)$$

em que $f(x) = (1 - 8x + 8x^3 - x^4 - 12x^2 \log x)$, $x = m_\ell/m_\tau$. Assim, reproduzimos um resultado bem conhecido na literatura do MP [3].

Agora, podemos usar os dados experimentais do PDG das razões de ramificação dos canais do decaimento leptônico do tau em múon,

$$\mathcal{B}[\tau^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau] = (0,1739 \pm 0,0004), \quad (5)$$

e em elétron,

$$\mathcal{B}[\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau] = (0,1782 \pm 0,0004), \quad (6)$$

e da expressão

$$\frac{\mathcal{B}[\tau^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau]}{\mathcal{B}[\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau]} = \frac{\Gamma(\tau^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau)}{\Gamma(\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau)}, \quad (7)$$

para evidenciar que as constantes de acoplamento, g_ℓ , serão dadas por

$$\frac{\mathcal{B}[\tau^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau]}{\mathcal{B}[\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau]} = \frac{g_\mu^2 f(m_\mu/m_\tau)}{g_e^2 f(m_e/m_\tau)}. \quad (8)$$

Desta forma, obtivemos uma expressão na qual podemos utilizar nossos resultados teóricos da largura de decaimento e dos valores experimentais do PDG destacados nas equações (5) e (6) e encontrar a razão entre as constantes de decaimento.

Resultados

Podemos simplesmente calcular os termos de correção de massa para o decaimento em elétron e múon e então a razão entre as taxas de ramificação dada na Eq. (8) para encontrarmos a razão entre os acoplamentos dos léptons.

Assim, tendo que a massa do elétron, m_e , é 0,510998950(0) MeV, a do múon, m_μ , 105,65837(5) MeV, e a do lépton tau, m_τ , (1776,93 $\pm$ 0,09) MeV [4], podemos calcular a razão das massas para o múon e para o elétron,

$$f(m_\mu/m_\tau) = 0,973, \quad f(m_e/m_\tau) = 0,999, \quad (9)$$

onde não foi necessário realizar propagação de erro nesses termos, haja vista que a medida experimental é extremamente precisa, de forma que o erro proveniente das massas é irrisório no cálculo desenvolvido. Desta maneira, substituindo esses valores na Eq. (8) e calculando a razão entre as equações (5) e (6), teremos que a razão entre as constantes de acoplamento serão

$$\frac{g_\mu}{g_e} = (1,001 \pm 0,001). \quad (10)$$

Portanto, vemos que a razão encontrada, dentro da margem de erro, calculada a partir da definição do desvio padrão, corrobora para a previsão do MP de que o acoplamento dos léptons com o bóson W^- é universal para todos os léptons.

Conclusões

A partir do exposto, podemos concluir que, utilizando dos dados experimentais do PDG e dos cálculos teóricos desenvolvidos neste trabalho, fomos capazes de obter que a razão entre os acoplamentos do múon, g_μ , e do elétron, g_e , é de $\frac{g_\mu}{g_e} = (1,001 \pm 0,001)$, evidenciando a universalidade dos léptons, uma previsão nada trivial e de extrema importância do Modelo Padrão [5].

Agradecimentos

Agradeço à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) pelo apoio através do processo nº 2023/12502-2.

Referências

- [1] Michael E. Peskin and Daniel V. Schroeder. *An Introduction to quantum field theory*. Addison-Wesley, Reading, USA, 1995.
- [2] Victor Ilisie. *Concepts in Quantum Field Theory*. UNITEXT for Physics. Springer, 2016.
- [3] J. F. Donoghue, E. Golowich, and Barry R. Holstein. *Dynamics of the standard model*, volume 2. CUP, 2014.
- [4] R. L. Workman et al. Review of Particle Physics. *PTEP*, 2022:083C01, 2022.
- [5] Antonio Pich. The Standard Model of Electroweak Interactions. In *2010 European School of High Energy Physics*, pages 1–50, 1 2012.

Leptonic Tau Decays

João Pedro Dalpino Dias

Supervisor: Prof. Dr. Diogo Rodrigues Boito

São Carlos Institute of Physics (IFSC), University of São Paulo (USP)

joao.dalpino@usp.br

Objectives

Tau lepton decays have a rich phenomenology which allows for different precision tests of the Standard Model (SM). In this sense, studying the leptonic decays of the tau lepton, that is, $\tau^- \rightarrow \nu_\tau + \ell^- + \bar{\nu}_\ell$, where $\ell^- = e^-, \mu^-$, allows, for example, verification of the universality of the coupling of leptons with the W^- boson, called lepton universality. Aiming to achieve this result, in this work, we address this decay with mass correction, recovering classical results in the SM literature. It was necessary to calculate the decay amplitude using Feynman rules and determine the appropriate phase space from the perspective of Quantum Field Theory (QFT) in order to obtain the desired decay width. Using this calculated decay width, combined with data from the Particle Data Group (PDG), we were able to test lepton universality.

Materials and Methods

The canonical approach to studying the Standard Model is Quantum Field Theory (QFT), as it provides an efficient description of two or more particle systems. Within the framework of QFT, the decay width is given by integrating the squared modulus of the process amplitude, $|\mathcal{M}|^2$, over the differential phase space, dQ_n , where n is the number of final state particles. The amplitude is calculated from Feynman rules, and thus contains the dynamics of the process, while the phase space is entirely defined by kinematics. Hence, the decay width in the rest frame of the decaying particle, using natural units and averaging over all possible spin configurations, is given by [1]

$$\Gamma(a \rightarrow 1 + 2 + \dots + N) = \frac{1}{2m_a} \int |\mathcal{M}|^2 dQ_n, \quad (1)$$

where m_a is the mass of the decaying particle, in our case, the tau lepton mass, m_τ .

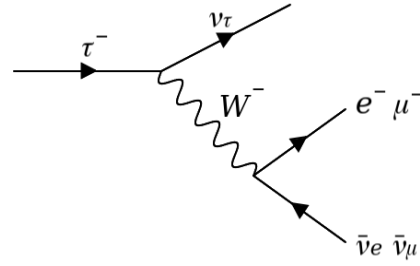


Figure 1: Diagram of the Leptonic Tau Decays
Reference: Elaborated by the author.

The Feynman rules are a set of steps that allow, from the Feynman diagram of the process, to construct the mathematical expression for the amplitude. In the case of our study, the Feynman diagram of the tau leptonic decay is represented in Figure 1, where, defining the four-momenta of the particles as

$$\tau(p_1) \rightarrow \nu_\tau(p_3) + \ell^-(p_4) + \bar{\nu}_\ell(p_2) \quad (2)$$

and applying the appropriate Feynman rules for a decay involving weak interactions, we find that the squared modulus of the amplitude at first order in perturbation theory is

$$|\mathcal{M}|^2 = 64G_F^2 (p_1 \cdot p_2) (p_3 \cdot p_4), \quad (3)$$

where $G_F = \frac{\sqrt{2}}{8} \left(\frac{g_\ell}{M_W} \right)^2$ is the Fermi Constant, and g_ℓ is the coupling constant of the lepton with the W^- boson. It is important to note that the squared modulus of the amplitude depends only on the Lorentz invariant scalar products, which can be determined from the kinematics of the decay, and, also, the amplitude does not depend on specific spin configurations of the particles.

Finally, with the squared modulus of the amplitude given by Eq. (3), we can simply integrate over the appropriate phase space for a three-body decay [2], so that the tau leptonic decay

width is

$$\Gamma(\tau^- \rightarrow \nu_\tau + \ell^- + \bar{\nu}_{\ell-}) = \frac{G_F^2 m_\tau^5}{192\pi^3} f(x), \quad (4)$$

where $f(x) = (1 - 8x + 8x^3 - x^4 - 12x^2 \log x)$, $x = m_\ell/m_\tau$. Thus, we reproduce a well-known result in the SM literature [3].

Now, we can use the experimental data from the PDG for the branching ratios of the tau leptonic decay channels into muon

$$\mathcal{B}[\tau^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau] = (0, 1739 \pm 0, 0004), \quad (5)$$

and into electron,

$$\mathcal{B}[\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau] = (0, 1782 \pm 0, 0004), \quad (6)$$

and the expression

$$\frac{\mathcal{B}[\tau^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau]}{\mathcal{B}[\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau]} = \frac{\Gamma(\tau^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau)}{\Gamma(\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau)}, \quad (7)$$

to demonstrate that the coupling constants, g_ℓ , are given by:

$$\frac{\mathcal{B}[\tau^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau]}{\mathcal{B}[\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau]} = \frac{g_\mu^2 f(m_\mu/m_\tau)}{g_e^2 f(m_e/m_\tau)}. \quad (8)$$

Thus, we obtain an expression where we can use our theoretical decay width results and the experimental PDG values highlighted in equations (5) and (6) to find the ratio between the coupling constants.

Results

We can simply calculate the mass correction terms for the decay into an electron and muon and then use the ratio between the branching fractions given in Eq. (8) to find the ratio between the lepton couplings.

Thus, given that the electron mass, m_e , is 0.510998950(0) MeV, the muon mass, m_μ , is 105.65837(5) MeV, and the tau lepton mass, m_τ , is (1776.93 ± 0.09) MeV [4], we can calculate the mass ratios for the muon and the electron,

$$f(m_\mu/m_\tau) = 0,973, \quad f(m_e/m_\tau) = 0,999, \quad (9)$$

where it was not necessary to propagate the error in these terms, since the experimental measurement is extremely precise, meaning that the error from the masses is negligible in our calculations. Therefore, substituting these values into Eq. (8) and calculating the ratio between Eqs.

(5) and (6), we find that the ratio between the coupling constants is

$$\frac{g_\mu}{g_e} = (1,001 \pm 0,001). \quad (10)$$

Thus, we see that the found ratio, within the margin of error calculated based on the standard deviation, supports the SM prediction that the coupling of leptons with the W^- boson is universal for all leptons.

Conclusions

From the above, we can conclude that, using the experimental data from the PDG and the theoretical calculations developed in this work, we were able to obtain that the ratio between the muon coupling constant, g_μ , and the electron coupling constant, g_e , is $\frac{g_\mu}{g_e} = (1.001 \pm 0.001)$, highlighting the universality of leptons, a non-trivial and extremely important prediction of the Standard Model [5].

Acknowledgements

I thank the São Paulo Research Foundation (FAPESP) for their support through the project number 2023/12502-2.

References

- [1] Michael E. Peskin and Daniel V. Schroeder. *An Introduction to quantum field theory*. Addison-Wesley, Reading, USA, 1995.
- [2] Victor Ilisie. *Concepts in Quantum Field Theory*. UNITEXT for Physics. Springer, 2016.
- [3] J. F. Donoghue, E. Golowich, and Barry R. Holstein. *Dynamics of the standard model*, volume 2. CUP, 2014.
- [4] R. L. Workman et al. Review of Particle Physics. *PTEP*, 2022:083C01, 2022.
- [5] Antonio Pich. The Standard Model of Electroweak Interactions. In *2010 European School of High Energy Physics*, pages 1–50, 1 2012.