

## **Análise não-estacionária no domínio do tempo de asas via modelo da linha sustentadora e da função de Wagner**

**Guilherme Levi Bernini Bueno**

**Felipe Fernandes Liorbano, Luís Antonio Vieira Pelegrineli**

**Ricardo Afonso Angélico**

**Universidade de São Paulo**

guilhermelevi@usp.br

### **Objetivos**

Atualmente, o setor aeronáutico busca promover a redução das emissões de carbono associadas à produção, operação e manutenção de aeronaves. Dentre os avanços, é possível destacar algumas tecnologias eficientes na redução de peso e arrasto da aeronave [1], o que permite uma diminuição significativa no consumo. A nova tendência de asas com alto alongamento compostas por materiais avançados proporcionam sistemas estruturais suscetíveis a grandes deslocamentos quando sujeitos a carregamentos aerodinâmicos. Isto deve ser considerado na determinação da resposta dinâmica da aeronave bem como na avaliação do seu desempenho.

A análise temporal desses fenômenos complexos requer um modelo aerodinâmico não estacionário para determinar a evolução do carregamento. Este trabalho visa desenvolver um método capaz de computar os coeficientes não estacionários de sustentação e momento de uma asa rígida sujeita a movimentos oscilatórios no ângulo de incidência e na posição vertical.

### **Métodos e Procedimentos**

Baseado na teoria potencial, Wagner desenvolveu um método que descreve a circulação indicial de um aerofólio, i.e., a evolução temporal da circulação devido a uma mudança unitária no ângulo de ataque. Assim,

pode-se obter uma expressão para o coeficiente de sustentação em função do tempo de um aerofólio sujeito a uma entrada degrau no *downwash*. Essa solução foi aproximada por Jones [3] como a soma de exponenciais temporais. Pode-se aplicar o princípio de Duhamel [4] para obter uma resposta contínua formada pela integral temporal de respostas a entradas degrau infinitesimais.

Em seguida, o *downwash* pode ser decomposto em uma componente associada à tridimensionalidade do escoamento e uma ao movimento da asa, com graus de liberdade globais de incidência e posição vertical. A componente do *downwash* associada à cinemática é descrita por Katz and Plotkin [5]. Já a parcela relativa ao escoamento tridimensional é descrita aqui com uso da teoria da linha sustentadora de Prandtl [6].

Além disso, o teorema de Kutta-Joukowski não estacionário [5] também provê o coeficiente de sustentação circulatório em função da circulação e da sua taxa temporal. Associando esta relação àquela obtida pela aplicação do princípio de Duhamel, obtém-se uma equação integro-diferencial de Fredholm-Volterra de segundo tipo que relaciona a circulação e a sua taxa de variação temporal com os movimentos nos graus de liberdade assumidos. O momento circulatório é computado com base na sustentação e na distância entre um quarto da corda e o eixo de rotação.

Por fim, os coeficientes de sustentação e

momento associados a efeitos não circulatorios são descritos por Theodorsen [7]. A equação da circulação é reescrita em sua forma fraca para aplicação do método de Galerkin. Fazendo uso do teorema de Leibniz, obtém-se um sistema de equações diferenciais ordinárias que representa um problema de valor inicial, cuja solução é obtida com uso do método de Runge-Kutta de quarta ordem.

## Resultados

O modelo descrito (LLG-U) foi implementado em Python e analisou-se uma asa de corda unitária e alongamento 6. A função de entrada foi modelada como  $f = A(\cos(2Uk t/c))$ , em que  $A$  é a amplitude,  $k$  a frequência reduzida,  $U$  a velocidade do escoamento e  $c$  a corda. A asa foi sujeita a movimentos oscilatórios na incidência, com  $A = 5^\circ$  e  $k = 0.1$ , e no deslocamento vertical, com  $A = -0.1$  m. Os resultados obtidos pelo LLG-U foram comparados com os do modelo WLL (*Wagner Lifting-Line Method*) descrito e publicado por Boutet [8].

Os coeficientes de sustentação e momento fornecidos por ambos os modelos estão apresentados nas Figuras 1 e 2. Verificou-se boa concordância entre eles.

## Conclusões

O LLG-U representa uma solução generalizada do problema aerodinâmico não estacionário de asas sujeitas a movimentos na incidência e na posição vertical. A abordagem via elementos finitos fornece uma representação em espaço de estados que pode ser facilmente acoplada

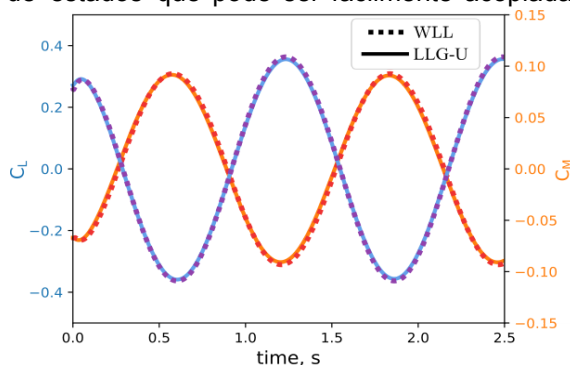


Figura 1: Coeficientes de sustentação e momento de uma asa sujeita a movimento oscilatório na incidência de acordo com modelos LLG-U e WLL [8].

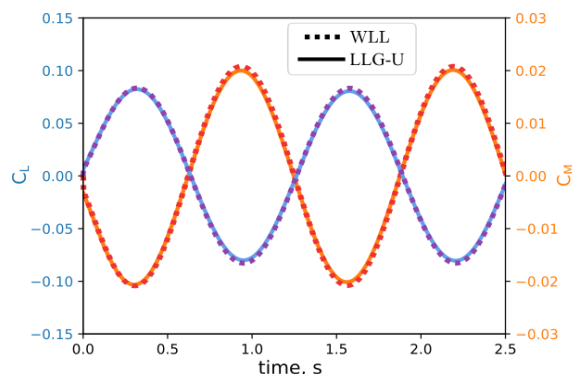


Figura 2: Coeficientes de sustentação e momento de uma asa sujeita a movimento oscilatório na posição vertical de acordo com modelos LLG-U e WLL [8].

com modelos estruturais que fazem uso deste método para se obter um modelo aeroelástico.

O modelo resultante combina a função de Wagner, a teoria da linha sustentadora de Prandtl, o teorema não estacionário de Kutta-Joukowski, o método de Galerkin e os termos inerciais apresentados por Theodorsen. A solução temporal é obtida pela aplicação do método de Runge-Kutta. Quando comparado com resultados da literatura, o LLG-U apresentou boa concordância.

## Referências Bibliográficas

- [1] Abbas, A., 2013. Aerodynamic technologies to improve aircraft performance. *Aerospace Science and Technology*, Vol. 28, No.1, p.100.
- [2] Wagner, H., 1925. "Über die entstehung des dynamischen auftriebes von tragflügeln.
- [3] Jones, R.T., 1939. The unsteady lift of a finite wing. NACA TR-682.
- [4] Chopra, A., 2012. Dynamics of Structures. Pearson Education.
- [5] Katz, J. and Plotkin, A., 2001. Low Speed Aerodynamics. Cambridge University Press.
- [6] Prandtl, L., 1923. Applications of modern hydrodynamics to aeronautics. NACA TR-116.
- [7] Theodorsen, T., 1935. General theory of aerodynamic instability and the mechanism of flutter. Technical report, TR 496.
- [8] Boutet, J. and Dimitriadis, G., 2018. Unsteady lifting line theory using the Wagner function for the aerodynamic and aeroelastic modeling of 3D wings. *Aerospace*, Vol. 5, No. 3, p. 92.