LIMEIRA 2019
51º SBPO

Equidade em Escalonamento de Médicos em Sala de Emergência usando Programação Matemática

Valdemar Abrão P. A. Devesse
Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo
Av. Trabalhador São Carlense, 400, CEP 13566-590, São Carlos, São Paulo, Brazil
valdemar.abrao@usp.br

Márcio da Silva Arantes
Instituto SENAI de Inovação em Sistemas Embarcados
88032-005 – Florianópolis – SC – Brasil
marcio.arantes@sc.senai.br

Kerem Akartunalı
Department of Management Science, University of Strathclyde
Glasgow G4 0GE, Scotland, UK
kerem.akartunali@strath.ac.uk

Claudio Fabiano Motta Toledo
Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo
Av. Trabalhador São Carlense, 400, CEP 13566-590, São Carlos, São Paulo, Brazil
claudio@icmc.usp.br

RESUMO

Neste trabalho é proposta uma reformulação de um modelo de Programação Inteira Mista (PIM) da literatura para lidar com o Problema de Escalonamento de Médicos em Salas de Emergência (PEM-SE) considerando equidade e uma variante da mesma reformulação. A reformulação consiste na alteração de restrições de horas e modelagem do desvio das mesmas usando Least Absolute Deviations (LAD) para estabelecimento de equidade. Uma variante considera uma função objetivo com custos lineares e a outra, custos quadráticos nos desvios das horas. Os experimentos conduzidos sobre instâncias de *benchmark*, revelam um ganho de 31% na resolução de instâncias considerando custos lineares em comparação com a formulação do literatura. Ademais, a satisfação de equidade é maior com a presente proposta, devido à dificuldade encontrada no modelo da literatura para definir os valores ideais de horas. Assim, a quantidade de restrições do problema não foi um limitante ao bom desempenho qualitativo da presente proposta.

PALAVRAS CHAVE. Escalonamento de Médicos em Salas de Emergência, Programação Inteira Mista, Equidade.

SA - PO na Área de Saúde, PM - Programação Matemática

ABSTRACT

In this work we propose a reformulation of a Mixed Integer Programming (MIP) model from the literature to deal with the Physician Scheduling Problem in Emergency Room (PSP-EM) considering fairness and a variant of the same reformulation. The reformulation consists in changing hour constraints and modeling the deviation of the constraints using *Least Absolute Deviations* (LAD) to establish fairness. A variant considers an objective function with linear cost and other quadratic costs in deviation of hours. The experiments conducted on benchmark instances reveal a gain of 31% in solving instances considering linear costs in comparison to literature proposal. Moreover, fairness satisfaction is greater with the present proposal, due to the difficulty found in the literature model to define ideal hour values. Thus, the number of constraints of the problem was not a drawback to the good qualitative performance of the present proposal.

KEYWORDS. Physician Scheduling in Emergency Rooms, Mixed Integer Programming, Fairness.

OR in Health, Mathematical Programming

1. Introdução

O Problema de Escalonamento de Médicos (PEM) consiste na atribuição de tarefas [cobertura de turnos e plantões] a médicos em um horizonte de planejamento, considerando um conjunto de regras trabalhistas, preferências pessoais e regras organizacionais. Estas regras são majoritariamente conflitantes entre si. Portanto, preparar e re-planejar é uma tarefa complicada e custosa quando feita manualmente. A programação de escalas final apresenta quais médicos são mais adequados para atender a demanda à medida que todas as restrições são satisfeitas.

A vasta gama de aplicações abrange desde salas de emergência até unidades de terapia intensiva, salas de operação para oncologia, dentre outras. Todas essas aplicações implicam em variantes do problema. Para uma melhor contextualização do leitor ao tema, endereça-se ao trabalho de Erhard et al. [2018]. No trabalho, os autores apresentam métodos quantitativos para o escalonamento de médicos em hospitais, bem como descrevem as características mais importantes dos diversos PEM existentes na literatura, as abordagens técnicas utilizadas para tratamento dos mesmos e análise de características inerentes à definição do problema como equidade e questões como satisfação de demanda.

O presente estudo é sobre o Problema de Escalonamento de Médicos em Salas de Emergência (PEM-SE) considerando equidade, em que a minimização do desvio de horas de trabalho tem sido o gargalo do problema no cenário real.

A motivação prática deste estudo reside na possibilidade de minimizar os danos causados pelos conflitos entre a satisfação de preferências pessoais e regras trabalhistas que, quando não devidamente observadas, têm consequências diretas no bem-estar dos médicos e são fatores que influenciam na síndrome *burnout*, um dos problemas que mais afeta profissionais de serviços de emergência, de Souza Pereira [2017]. No âmbito científico, a motivação que recai sobre estudo deste tipo de problema, é que a literatura voltada ao PEM-SE é escassa e menos abordada em comparação ao Problema de Escalonamento de Enfermeiro (PEE).

Neste trabalho, foram estudado e reformulado um modelo matemático para lidar com problema de escalonamento de médicos em salas de emergência, considerando a equidade. Para resolver esse problema, foram coletadas características de formulações matemáticas abordadas na literatura e foi definido um modelo genérico que foi testado usando instâncias de *benchmark* propostas por Curtois [2014]. Foram executados três modelos no CPLEX 12.8 sem modificar os parâmetros padrão e os experimentos foram conduzidos por uma hora. O primeiro modelo, da literatura não considera equidade, o segundo é uma reformulação considerando equidade e função objetivo com custos lineares sobre o desvio de horas e o terceiro é uma reformulação do segundo em que os custos são quadráticos. Em termos gerais, as reformulações proporcionaram equidade na distribuição das horas de trabalho. Relativamente à formulação que considera custos lineares, houve um ganho de 31% na resolução de instâncias em comparação com a formulação do literatura, bem como a contraparte que considera custos quadráticos. Em suma, as contribuições do presente trabalho foram: obtenção escalas de trabalho mais equitativas, obtenção desvios menores de horas de trabalho na formulação das escalas, resolução de um número maior de instâncias usando uma das reformulações e perspectiva de aplicação de métodos mais eficientes para resolução de instâncias maiores do problema.

A estrutura do artigo se segue: na seção 2, uma breve revisão da literatura sobre o problema de escalonamento de médicos é apresentada, considerando os trabalhos mais relevantes da área. Na seção 3 é apresentada uma breve descrição do problema, bem como as reformulações da modelagem matemática do problema. Os testes computacionais que foram realizados com instâncias de *benchmark* são apresentados e discutidos na seção 4 e na seção 5 são apresentadas e as limitações e perspectivas.

2. Breve revisão da literatura

O PEM-SE tem sido abordado na literatura desde a segunda metade da década de 1980. O primeiro estudo foi realizado por Vassilacopoulos [1985]. Naquele trabalho, o autor propôs uma abordagem baseada em programação dinâmica para determinar o número de médicos que seriam alocados semanalmente por turno. Desde então, estudos para lidar com o Escalonamento de Médicos em salas de emergência têm sido abordados na literatura.

Relativamente a modelos de Programação Inteira Mista (PIM), o primeiro foi apresentado por Beaulieu et al. [2000]. Devido à dimensão do problema, era difícil encontrar soluções factíveis e a alternativa era remover as restrições conflitantes que seriam, *a posteriori*, gradualmente inseridas quando o procedimento de *branch-and-bound* usado encontrasse uma solução factível. Esta metodologia reduziu ligeiramente o número de violações às restrições definidas no problema. As soluções avaliadas através do número de restrições flexíveis tiveram melhores resultados quando comparadas à solução manual na ordem de menos de 1%. Quanto ao quesito equidade, os resultados obtidos foram tão bons quanto os obtidos na elaboração manual de escalas.

Com relação ao PIM proposto no presente trabalho, a equidade nas horas por categoria de médicos considera o *Least Absolute Deviation*, o que permite desvios menores, enquanto Beaulieu et al. [2000] não considera. Relativamente às funções objetivo, ambas consistem em minimizar uma soma ponderada de desvios encontrados em restrições flexíveis e maximizar preferências pessoais. A diferença entre as funções objetivo é que na presente proposta a minimização do violação de demanda é um objetivo e a demanda no trabalho de Beaulieu et al. [2000] é uma restrição forte com valor fixo.

Uma contribuição na literatura foi feita por Rousseau et al. [2002], em que introduziu restrições genéricas em um modelo de Programação por Restrições, fornecendo assim a flexibilidade que permite aplicar essa abordagem a diferentes contextos com pequenas mudanças. Embora Rousseau et al. [2002] tenha obtido soluções factíveis, muitas delas não atendem a todas as exigências dos médicos. Os autores introduziram um algoritmo flexível usando um modelo de Programação por Restrições com Busca em Profundidade. Esta combinação visa alcançar a melhor solução rapidamente.

A proposta do presente trabalho e a do Rousseau et al. [2002] diferem na forma como o problema foi modelado e tratado. Enquanto Rousseau et al. [2002] aplicou uma combinação de meta-heurística e programação matemática, a proposta do presente trabalho é uma abordagem de programação matemática a solo.

Além das restrições genéricas usadas na formulação do PEM-SE, Gendreau et al. [2007] fez uma breve revisão das técnicas de solução que podem ser aplicadas para lidar com o problema de escalonamento de médicos e enfermeiros. Para cada técnica, os autores apresentaram uma breve descrição e uma aplicação prática. A combinação de meta-heurísticas e métodos exatos é uma tendência que gera resultados promissores em relação à escalabilidade e desempenho, conforme relatado por [Della Croce e Salassa, 2014; Rahimian et al., 2017a]. Tal como Gendreau et al. [2007], o modelo aqui usado pode ser extensível à outros problemas, como é o caso de PEE, embora seja tratado unicamente usando método exato.

3. Descrição do problema

O PEM-SE consiste na atribuição de um horário a cada um dos médicos disponíveis para cobrir a demanda dos turnos, nos dias do horizonte de planejamento. A cada dia, o médico pode ser alocado a um determinado turno. Geralmente, a equipe é dividida em categorias de habilidades que são consideradas mediante o número de horas de trabalho.

Neste trabalho foi reformulado um modelo de PIM para lidar com PEM-SE considerando equidade. Para resolver esse problema, foram coletadas características de formulações matemáticas abordadas na literatura e foi adaptado aspecto mais relevante no contexto de equidade, a distribuição de horas. O modelo usado foi introduzido por Curtois e Qu [2014] e testado usando 24 instâncias de benchmark disponível em [Curtois, 2014]. As instâncias foram projetadas para representar os requisitos do cenário real e toda a sua complexidade.

A presente proposta difere de Curtois e Qu [2014] no aspecto de equidade, já que neste trabalho foi aplicada e a contraparte não, além de na variante da abordagem neste trabalho apresentada ter custos quadráticos. Para aplicá-lo, introduziram-se desvios nas horas-alvo *target de horas* a que se deseja minimizar. As horas-alvo são tratadas tanto como um parâmetro definido pela média aritmética entre as horas máximas e mínimas que um médico pode cumprir.

Ao lidar com este problema em configurações do mundo real, geralmente classificam-se suas restrições como restrições fortes e flexíveis. As restrições fortes devem ser satisfeitas sob quaisquer circunstâncias portanto, tornar um problema viável quando elas forem atendidas. Restrições flexíveis ou fracas, por outro lado, são aquelas que se prefere atender, ou podem se tolerar violações e definir a qualidade geral da escala gerada de acordo com o grau de satisfação de cada uma. A seguir são apresentados os conjuntos e parâmetros, bem como a respectiva descrição.

Variáveis de decisão

$$x_{pds} = \begin{cases} 1, & \text{Se o médico } p \text{ for alocado ao turno } s \text{ do dia } d \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$y_{pw} = \begin{cases} 1, & \text{Se o médico } p \text{ estiver alocado ao final de semana } w \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

3.1. Reformulações propostas

A seguir são apresentadas as reformulações ao modelo da literatura sem considerar equidade, introduzido por Curtois e Qu [2014]. A primeira reformulação $PEM - SE$, na subseção 3.1.1, é correspondente à primeira variante do problema. Nesta variante, a função objetivo é caraterizada pelos custos lineares. A segunda reformulação $PEM - SE_H$, na subseção 3.1.2, corresponde à variante com custos quadráticos em horas.

3.1.1. $PEM - SE$

O primeiro objetivo consiste na minimização do número de violações associadas às restrições flexíveis.

$$\mathcal{G}(x_{pds}, \sigma^H_{pm}) = \text{Min}\big(\mathcal{F}(x_{pds}) + \alpha \sum_{p \in P} \sum_{m \in M} (\sigma^H_{pm})\big) \tag{1}$$

$$\mathcal{F}(x_{pds}) = \sum_{p \in P} \sum_{d \in D} \sum_{s \in S} \Big(q_{pds}(1 - x_{pds}) + p_{pds} x_{pds}\Big) + \sum_{d \in D} \sum_{s \in S} \Big(v^-_{ds} w_{ds} + v^+_{ds} z_{ds}\Big) \tag{2}$$

O $PEM - SE_{MIP}$ completo é:

$$\text{Min} \quad \mathcal{G}(x_{pds}, \sigma^H_{pm})$$

Conjuntos e Parâmetros

P	Conjunto de médicos.
D	Conjunto de dias.
S	Conjunto de turnos.
I_s	Conjunto de turnos em conflito com o turno s.
M	Conjunto de meses.
W	Conjunto de semanas.
U_p	Conjunto de turnos de indisponibilidade do médico p .
D_m	Conjunto de dias para o mês m.
D_{ds}	Demanda de médicos no turno s do dia d.
R_p^+	Número máximo de dias consecutivos atribuidos ao médico p.
V_p^+	Número máximo de finais de semana que o médico p pode trabalhar.
H_s	Duração do turno s.
LS_{ps}	Número máximo de turnos do tipo s trabalhados pelo médico p.
c_p^-	Número mínimo de dias consecutivos que um médico pode trabalhar.
o_p^-	Número mínimo de dias de folgas consecutivas por médico.
α	Penalização pelo desvio de horas de trabalho.
v_{ds}^-	Penalização pelo incumprimento da demanda.
v_{ds}^+	Penalização pela extrapolação da demanda.
q_{pds}	Penalização para turnos nos quais o médico deseja trabalhar.
p_{pds}	Penalização para turnos nos quais o médico deseja não trabalhar.

Variáveis auxiliares

σ_{pm}^H	Desvio entre o número de horas do médico p durante o mês m e o *target* T_{pm}^H.
T_{pm}^H	Horas alvo mensais (*target*) para o médico p no mês m;
w_{ds}	Desvio pelo incumprimento de demanda no turno s do dia d.
z_{ds}	Desvio pelo excesso na satisfação de demanda no turno s do dia d.

A equação (2) visa maximizar a alocação de médicos em turnos requeridos e minimizar incumprimento de demanda. Os parâmetros q_{pds} e p_{pds} são, respectivamente, os pesos para turnos requeridos e turnos requeridos para não trabalhar. Quanto maior o peso, mais importante é a satisfação do turno requerido. Se nenhum turno é requerido, o parâmetro tem o valor zero. As variáveis w_{ds} e z_{ds} são o número total de funcionários abaixo e acima do nível de demanda requerido para cada turno s em cada dia d. Os parâmetros v_{ds}^- e v_{ds}^+ são pesos associados às variáveis w_{ds} e z_{ds}, respectivamente.

3.1.2. $PEM - SE_H$

O mesmo princípio aplicado na função objetivo (1) é aqui aplicado, com uma pequena diferença na forma como os desvios de hora são penalizados. Aqui são aplicados custos quadráticos ao desvio das horas, enquanto os restantes termos da função objetivo permanecem lineares. Essa medida visa não tolerar valores muito altos de desvio, dado que em termos realísticos a intenção é ter o menor valor possível de desvio entre os médicos da mesma categoria.

$$\mathcal{H}\Big(\mathcal{F}(x_{pds}), \mathcal{N}(\sigma^H_{pm})\Big) = \text{Min} \sum_{p \in P} \sum_{m \in M} \Big(\mathcal{F}(x_{pds}) + \mathcal{N}(\sigma^H_{pm})\Big) \tag{3}$$

$$\mathcal{N}(\sigma^H_{pm}) = \alpha \sum_{p \in P} \sum_{m \in M} \Big((\sigma^H_{pm})^2\Big) \tag{4}$$

O $PEM - SE_H$ define-se como:

$$\text{Min} \quad \mathcal{H}\Big(\mathcal{F}(x_{pds}), \mathcal{N}(\sigma^H_{pm})\Big)$$
$$5 - 16$$

Uma solução viável do problema deve atender às seguintes restrições:

$$\sum_{s \in S} x_{pds} \leq 1 \qquad \forall\, p \in P,\ d \in D, \tag{5}$$

$$x_{pds} + x_{p(d+1)i} \leq 1 \qquad \forall\, p \in P,\ d \in \{1, \ldots, |D| - 1\}, s \in S, i \in I_s, \tag{6}$$

$$\sum_{z=d-R^+}^{d} \sum_{s \in S} x_{pzs} \leq R^+_p \qquad \forall\, p \in P,\ d \in \{R^+ + 1, \ldots, |D|\}, \tag{7}$$

$$\sum_{s \in S} x_{pds} + c - \sum_{j=d+1}^{d+c} \sum_{s \in S} x_{pjs} + \sum_{s \in S} x_{p(d+c+1)s} \geq 1 \qquad \forall\, p \in P;\ c \in \{1 \ldots c^-_p - 1\};\ d \in \{1 \ldots |D| - (c+1)\}, \tag{8}$$

$$1 - \sum_{s \in S} x_{pds} + \sum_{j=d+1}^{d+o} \sum_{s \in S} x_{pjs} + \sum_{s \in S} x_{p(d+o+1)s} \geq 0 \qquad \forall\, p \in P;\ o \in \{1 \ldots o^-_p - 1\};\ d \in \{1 \ldots |D| - (o+1)\}, \tag{9}$$

$$y_{pw} \leq \sum_{s \in S} x_{p(7w-1)s} + \sum_{s \in S} x_{p(7w)s} \leq 2y_{pw} \qquad \forall\, p \in P,\ w \in W, \tag{10}$$

$$\sum_{w \in W} y_{pw} \leq V^+_p \qquad \forall\, p \in P, \tag{11}$$

$$x_{pds} = 0 \qquad \forall\, p \in P;\ (d, s) \in U_p, \tag{12}$$

$$\sum_{d \in D} x_{pds} \leq LS_{ps} \qquad \forall\, p \in P;\ s \in S, \tag{13}$$

$$\sum_{p \in P} x_{pds} - z_{ds} + w_{ds} = D_{ds} \qquad \forall\, d \in D;\ s \in S, \tag{14}$$

$$\sigma^H_{pm} \geq \sum_{d \in D_m} \sum_{s \in S} H_s x_{pds} - T^H_{pm} \qquad \forall\, p \in P,\ m \in M \tag{15}$$

$$\sigma^H_{pm} \geq T^H_{pm} - \sum_{d \in D_m} \sum_{s \in S} H_s x_{pds} \qquad \forall\, p \in P,\ m \in M \tag{16}$$

O controle de alocação em um único turno num dia para cada médico é tratado no conjunto de restrições em (5). A restrição (6) garante que cada médico não seja alocado a turnos conflitantes. Como exemplo, um turno da manhã não pode seguir um turno da noite, assim possibilitando que cada médico tenha um número mínimo de horas de descanso. O conjunto de restrições em (7) trata a restrição do número máximo de turnos que um funcionário pode trabalhar sem um dia de folga. Por exemplo, num trecho de 6 dias um médico pode ser alocado a somente 5 dias consecutivos. (8) e (9) permitem, respectivamente, que o mínimo de dias consecutivos e o mínimo de folgas consecutivas sejam observados, evitando assim que as sequências de dias de trabalho ou descanso consecutivos estejam abaixo do mínimo. O número máximo de finais de semana é modelado nas restrições em (10) e (11). Um fim de semana é considerado como sendo trabalhado se o médico tiver um turno no sábado ou no domingo. Os dias de folga/férias, aos quais todos os médicos têm direito, são tratados pela restrição 12. Para encerrar o conjunto de restrições fortes, o máximo de turnos de cada tipo que podem ser atribuídos a cada médico, é tratado no conjunto de restrições (13). A demanda é tratada no conjunto de restrições em (14). Aqui, considera-se que a demanda pode ser satisfeita, mas os desvios de pessoal, por excesso ou escassez, são tolerados e eles serão penalizados na função objetivo. Nas restrições (15) e (16) o total de minutos trabalhados por cada funcionário deve ser próximo ao número desejado tolerando-se um desvio, que deve ser equilibrado entre os médicos da mesma categoria. Assim sendo, o limite pode variar dependendo da categoria.

Como afiançado, as restrições que se diferenciam da literatura são as descritas em (15) e (16). Estas restrições foram concebidas emulando o *Least Absolute Deviation* (LAD). Segundo Chen et al. [2008], por meio desta técnica, é possível determinar uma função que aproxime, com o menor valor de distância possível, um dado conjunto de dados/variáveis a um valor alvo/*target*. Assim ao cabo, pretende-se minimizar a soma dos desvios/erros absolutos.

O *target* é o número de horas-alvo, ou seja, o número que se espera cumprir por cada médico e é definido pela média aritmética do máximo e mínimo de horas que cada médico pode cumprir, segundo a instância da literatura. Assim sendo:

$$T^H_{pm} = \frac{h^{max}_{pm} + h^{min}_{pm}}{2}$$

onde h^{max}_{pm} e h^{min}_{pm} são, respectivamente, o número de horas mínimo e máximo que poderão sem cumpridos pelo médico p no mês m.

4. Experimentos computacionais

A reformulação proposta foi testada para 19 das 24 instâncias introduzidas por Curtois [2014] que também foram usadas por Burke e Curtois [2014], Rahimian et al. [2017a] e Rahimian et al. [2017b]. As características resumidas das instâncias de *benchmark* são apresentadas na Tabela 1.

4.1. Parametrização e definição da implementação

Os procedimentos anteriormente descritos foram codificados em Java na plataforma Proof desenvolvida por da Silva Arantes [2014] e os testes foram feitos num computador Intel Xeon E5-2680v2 de 2.8 GHz com 10 núcleos e 128 GB de memória. O modelo matemático foi codificado usando bibliotecas do *solver* IBM ILOG Cplex 12.8.

4.2. Resultados

A Tabela 2 apresenta os resultados obtidos nas três formulações ao fim de 3600s quando executadas no *solver* de otimização CPLEX 12.8 seguindo a configuração padrão. Para cada proposta, são apresentados os campos UB, LB, gap e TT. UB, *upper bound*, é o valor do limite superior ou limitante dual, dado que se trata de um problema de minimização e LB, *lower bound* é o valor do limite inferior, limitante primal, o *gap* expressa a qualidade da solução, que é a proporção descrita pelo razão $gap = \dfrac{UB - LB}{UB} \times 100$. Esta métrica reporta a qualidade da melhor solução obtida na árvore de busca. Por fim, é apresentada a coluna TT, que significa tempo total, cujos valores estão em segundos. O desempenho de cada formulação é analisado nos valores de *gap*, tempo total de execução e o número de soluções viáveis.

Tabela 1: Instâncias (1-19) de *benchmark*

Instâncias	Semanas	Qtd de Médicos	Qtd de Turnos
Instance1	2	8	1
Instance2	2	14	2
Instance3	2	20	3
Instance4	4	10	2
Instance5	4	16	2
Instance6	4	18	3
Instance7	4	20	3
Instance8	4	30	4
Instance9	4	36	4
Instance10	4	40	5
Instance11	4	50	6
Instance12	4	60	10
Instance13	4	120	18
Instance14	6	32	4
Instance15	6	45	6
Instance16	8	20	3
Instance17	8	32	4
Instance18	12	22	3
Instance19	12	40	5

No primeiro conjunto encontram-se os relacionados os resultados para o $PEM - SE$, a segunda para a formulação $PEM - SE_H$ e no último conjunto os resultados obtidos pelo modelo proposto por Curtois e Qu [2014]. Passa-se a considerar o modelo proposto por Curtois e Qu [2014] - MIP_{NSP}, um modelo que não considera fairness e cujos resultados foram obtidos pela execução do mesmo no *solver* CPLEX.

Numericamente, nota-se uma performance relativamente melhor da primeira variante proposta, o $PEM - SE$, comparativamente à $PEM - SE_H$ e a proposta de MIP_{NSP} pois, no conjunto de 19 instâncias, todas foram resolvidas, o que representa um ganho de 31%. Estima-se que a dificuldade encontrada pelo MIP_{NSP} esteja na definição dos valores ideais de horas, ao passo que a estratégia do $PEM - SE$ tem a tarefa facilitada através da aplicação do LAD para estimação dos melhores valores. De outro lado, para o $PEM - SE_H$ observa-se maior dificuldade em obter soluções factíveis no tempo de execução estabelecido, devido à atribuição das penalizações quadráticas.

Um outro ganho que se obtém na aplicação do LAD é a equidade. Por se tratar de um método que busca a melhor ponderação, as escalas obtidas, usando esta estratégia, foram melhores em termos de equidade como se pode observar na figura 3.

Observando os desvios obtidos nas instâncias *instance4* e *instance7*, para além de desvios observados para o MIP_{NSP}, valores bem altos são obtidos, na média. Em contrapartida, as formulações propostas no trabalho, além de desvios ajustados, apresentam valores de desvio baixos, o que as torna elegíveis em cenários em que se pretenda, além da satisfação da demanda, a equidade.

5. Conclusões

Neste estudo é proposta uma reformulação do modelo matemático sem equidade a fim de representar o problema de escalonamento de médicos em salas de emergência considerando equidade de horas entre os médicos. Sobre o modelo original, o que não considera equidade, foram feitas mudanças nas restrições de horas de trabalho e modelagem do desvio das mesmas usando *Least Absolute Deviations* (LAD). Este modelo tem duas variantes de função objetivo, sendo a primeira considera somente custos lineares e a segunda, custos quadráticos. Os experimentos com-

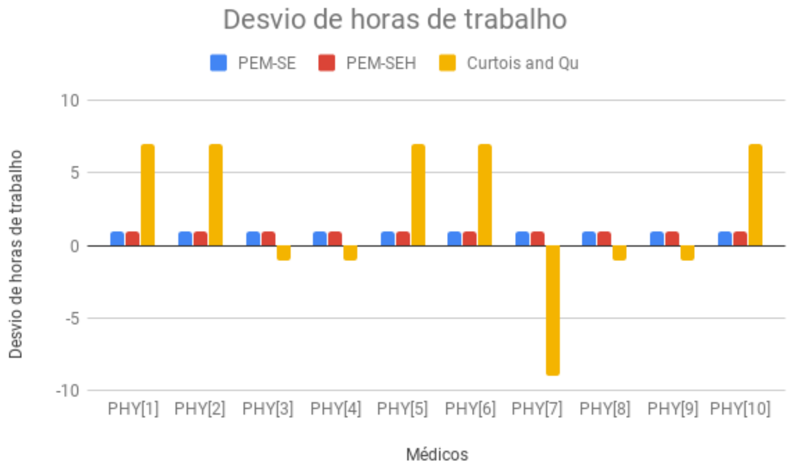

Figura 1: Desvio de horas para instance4.

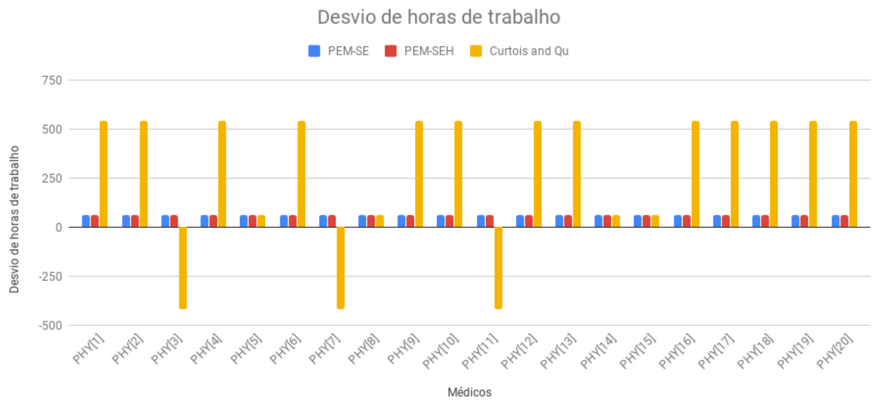

Figura 2: Desvio de horas para instance7.

Figura 3: Desvio de horas de trabalho observados para cada uma das formulações do problema. Modelo [Curtois e Qu, 2014] não considera equidade e por conseguinte valores altos nos desvios.

putacionais foram executados com o intuíto de validar a inclusão de equidade num problema de tal complexidade, além da viabilidade da inclusão de custos quadráticos.

Os experimentos, conduzidos sobre instâncias de *benchmark*, revelam um ganho de 31% para variante que considera custos lineares. Através aplicação do LAD, instâncias que não haviam sido resolvidas usando o modelo da literatura, foram resolvidas. Ademais, as escalas obtidas usando esta abordagem observam uma melhora significativa em termos de qualidade de escalonamentos, uma vez que os desvios obtidos tanto para as variantes de custos lineares quanto a de custos quadráticos foram baixos e igualitários.

Como trabalhos futuros, pretende-se resolver o problema para instâncias maiores usando MIP Heurísticas, do tipo *relax-and-fix* e *fix-and-optimize* com estratégia de decomposição por períodos dado que em testes preliminares, maiores dificuldades foram obtidas em instâncias de grandes períodos de planejamento e aplicando somente o *relax-and-fix* instâncias que anteriormente não

Tabela 2: Resultados dos experimentos sobre $PEM-SE$, $PEM-SE_H$ e MIP_{NSP} (que não considera equidade).

Instances	PEM-SE				PEM-SE$_H$				MIP$_{NSP}$			
	UB	LB	gap	TT	UB	LB	gap	TT	UB	LB	gap	TT
instance1	716	716	0.00%	0.37	716	716	0.00%	1.58	607.00	607.00	0.00%	1.43
instance2	97214	62247.1	35.97%	3600	2.30E+07	2.30E+07	0.00%	5.00	828.00	828.00	0.00%	1.34
instance3	121400	85550	29.53%	3600	2.88E+07	2.88E+07	0.00%	102.09	1001.00	1001.00	0.00%	329.92
instance4	61721	61572.9	0.24%	3600	3.60E+06	3.60E+06	0.01%	1113.36	1716.00	1716.00	0.00%	741.14
instance5	97628	97621.1	0.01%	3255.5	5.76E+06	5.76E+06	0.00%	385.40	1143.00	1143.00	0.00%	1606.20
instance6	2248	2237.14	0.48%	3600	2349	2185.7	6.95%	3600	1950.00	1946.66	0.17%	3600
instance7	122047	122038	0.01%	3293.7	7.20E+06	7.20E+06	0.01%	733.40	1056.00	1050.25	0.54%	3600
instance8	698123	355132	49.13%	3600	3.30E+08	1.46E+08	55.77%	3600	1319.00	1272.42	3.53%	3600
instance9	194860	124383	36.17%	3600	2.09E+07	1.80E+07	13.79%	3600	439.00	182.50	58.43%	3600
instance10	244989	177426	27.58%	3600	-	-	-	-	-	-	-	-
instance11	339501	303491	10.61%	3600	5.26E+07	1.80E+07	65.75%	3600	3443.00	3443.00	0.00%	659.49
instance12	558067	468976	15.96%	3600	4.51E+10	5.04E+07	99.89%	3600	-	-	-	-
instance13	3.16E+06	12542	99.60%	3600	-	-	-		9398.00	1346.75	85.67%	3600
instance14	8.25E+06	7.93E+06	3.83%	3600	-	-	-	-	-	-	-	-
instance15	6.70E+06	5.47E+06	18.36%	3600	-	-	-	-	-	-	-	-
instance16	651315	575199	11.69%	3600	1.27E+08	9.00E+07	29.38%	3600	-	-	-	-
instance17	1.17E+06	614562	47.55%	3600	3.18E+09	9.94E+07	96.88%	3600		-	-	-
instance18	1.77E+06	1.67E+06	5.86%	3600	-	-	-	-	4631.00	4627.02	0.09%	3600
instance19	3.49E+06	1.56E+06	55.22%	3600	-	-	-	-	5079.00	2942.11	42.07%	3600

obtinham solução factível ao longo de 1 hora, obtiveram.

Uma vez que o PEM-SE é altamente restrito e difícil de resolver para instâncias grandes em tempo computacional razoável, uma proposta razoável é resolver um PIM para lidar com o PEM-SE para instâncias pequenas do problema, enquanto a Geração de Coluna (GC) é aplicada para resolver instâncias maiores, como foi o aplicado por Topaloglu e Ozkarahan [2011]. Comparando com outras abordagens de programação matemática na literatura, incluindo a proposta do presente trabalho, esta combinação parece ser promissora para o NP-hard como o nosso, particularmente quando se lida com grandes instâncias.

6. Agradecimentos

À CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pela bolsa de estudos (PROEX-9055710/D) e à FAPESP (A Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo) pelos recursos computacionais disponibilizados do projeto CEPID/FAPESP (processo 2013/073750).

Referências

Beaulieu, H., A. Ferland, J., Gendron, B., e Michelon, P. (2000). A mathematical programming approach for scheduling physicians in the emergency room. *Health Care Management Science*, (2):193–200.

Burke, E. K. e Curtois, T. (2014). New approaches to nurse rostering benchmark instances. *European Journal of Operational Research*, 237(1):71 – 81. ISSN 0377-2217.

Chen, K., Ying, Z., Zhang, H., e Zhao, L. (2008). Analysis of least absolute deviation. *Biometrika*, 95(1):107–122.

Curtois, T. (2014). Employee shift scheduling benchmark data sets. Technical report. URL `\url{http://www.schedulingbenchmarks.org/}`. Accessed: 2017-11-06.

Curtois, T. e Qu, R. (2014). Computational results on new staff scheduling benchmark instances. Technical report, ASAP Research Group, School of Computer Science, University of Nottingham, NG8 1BB, Nottingham,UK. URL http://www.schedulingbenchmarks.org/papers/computational_results_on_new_staff_scheduling_benchmark_instances.pdf.

da Silva Arantes, M. (2014). *Ambiente para desenvolvimento de métodos aplicados a problemas de otimização*. PhD thesis, Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação. URL http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/55/55134/tde-03062014-164724/pt-br.php.

de Souza Pereira, S. (2017). *Variáveis mediadoras do Burnout em profissionais de serviços de urgência e emergência: aplicabilidade do Maslach Burnout Inventory - Human Services Survey (MBI-HSS)*. PhD thesis, Escola de Enfermagem de Ribeirão Preto. URL http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/22/22131/tde-17082017-130158/pt-br.php.

Della Croce, F. e Salassa, F. (2014). A variable neighborhood search based matheuristic for nurse rostering problems. *Annals of Operations Research*, 218:1–15.

Erhard, M., Schoenfelder, J., Fügener, A., e Brunner, J. O. (2018). State of the art in physician scheduling. *European Journal of Operational Research*, 265(1):1 – 18. ISSN 0377-2217. URL http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221717305787.

Gendreau, M., Ferland, J., Gendron, B., Hail, N., Jaumard, B., Lapierre, S., Pesant, G., e Soriano, P. (2007). *Physician Scheduling in Emergency Room*, p. 53–66. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg. ISBN 978-3-540-77345-0.

Rahimian, E., Akartunali, K., e Levine, J. (2017a). A hybrid integer programming and variable neighborhood search algorithm to solve nurse rostering problems. *European Journal of Operational Research*, 258(2):411–423. ISSN 0377-2217.

Rahimian, E., Akartunalı, K., e Levine, J. (2017b). A hybrid integer and constraint programming approach to solve nurse rostering problems. *Computers Operations Research*, 82(Supplement C):83 – 94. ISSN 0305-0548. URL http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305054817300163.

Rousseau, L.-M., Pesant, G., e Gendreau, M. (2002). A general approach to the physician rostering problem. *Annals of Operations Research*, 115(1-4):193–205. ISSN 0254-5330.

Topaloglu, S. e Ozkarahan, I. (2011). A constraint programming-based solution approach for medical resident scheduling problems. *Computers Operations Research*, 38(1):246 – 255. Project Management and Scheduling.

Vassilacopoulos, G. (1985). Allocating doctors to shifts in an accident and emergency department. *The Journal of the Operational Research Society*, 36(6):517–523.