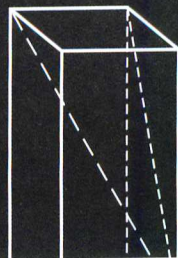


$$9ab + 6k$$

$$5ab + 6k$$

$$5ab + 6k$$

$$5ab + 6k$$



$$AB + B$$

RESPONSÁVEIS

ÉLVIA MUREB SALLUM E

ANTÔNIO DE PÁDUA FRANCO FILHO

ENVIE SUAS SOLUÇÕES PARA RPM — PROBLEMAS

IME/USP — CIDADE UNIVERSITÁRIA

RUA DO MATÃO, 1010, BLOCO B, SALA 105

05508-090 — SÃO PAULO, SP

PROBLEMAS

As soluções dos problemas 391 a 395 serão corrigidas apenas se enviadas até 10 de setembro de 2016.

391

Mostre que, se num triângulo ABC , as bissetrizes AD e BE dos ângulos internos A e B são iguais, então, o triângulo ABC é isósceles de base AB .

392

Em um tetraedro (não necessariamente regular), duas arestas opostas medem a , são ortogonais e ambas são perpendiculares ao segmento que une seus pontos médios; esse segmento mede b . Determine, justificando seu procedimento, o volume do tetraedro em função de a e b .

393

Determine matrizes A e B de ordem 2 com entradas inteiras e tais que:

$$A^3 + B^3 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

$$9ab + 6k$$

$$9ab + 6k$$

$$9ab + 6k$$

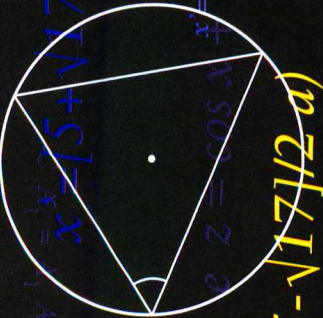
$$9ab + 6k$$

$$9ab + 6k$$

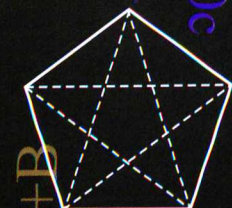
$$9ab + 6k$$

$$9ab + 6k$$

$$9ab + 6k$$



$$x' = [5 + \sqrt{17}] / 2 \quad x'' = [5 - \sqrt{17}] / 2 \quad a$$



$$27mn + m^2$$

$$3AB + B$$

$$9ab + 6k$$



394

Para que valores de b , $0 < b < 2$, o sistema de equações abaixo tem somente uma solução?

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2x = 0 \\ x^2 + y^2 - 2by = 4 - 4b \end{cases}$$

395

Obtenha a maior área projetada ortogonalmente de um cubo sólido de aresta 1 sobre um plano. Descreva a posição do cubo, em relação ao plano, que fornece essa área máxima.

PROBLEMINHAS

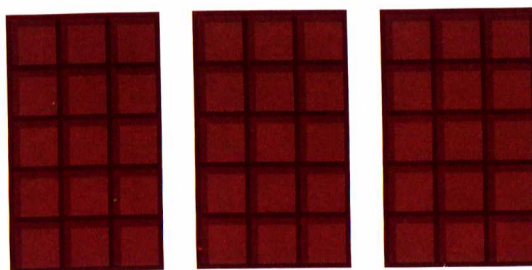
1. João trabalha vendendo pacotes de previsão astrológica.



Para incrementar as vendas, ele oferece descontos caso pessoas de um mesmo signo queiram contratar seus serviços. João trabalha com o horóscopo grego e com o horóscopo chinês, cada um deles possuindo 12 signos. Se João quiser ter certeza de que, em um determinado grupo de pessoas, existirão duas possuindo exatamente os mesmos signos, tanto no horóscopo grego como no horóscopo chinês, qual o número mínimo de pessoas que tal grupo deve ter?

2. São dados 5 dígitos distintos de 1 a 9. João forma o maior número possível usando 3 desses 5 dígitos. Em seguida, Maria escreve o menor número possível usando 3 desses 5 dígitos. Qual o dígito da unidade da diferença entre o número de João e o de Maria?

3. João e Maria ganharam 3 barras de chocolate de 5×3 divididas em quadradinhos 1×1 .



Decidem, então, disputar um jogo: João pega uma das barras e a divide em duas barras retangulares menores cortando-a em uma das linhas divisórias marcadas entre os quadradinhos da barra. Em seguida, Maria pega qualquer uma das barras e a divide também usando uma das linhas divisórias marcadas. Eles seguem dividindo as barras alternadamente e o vencedor é aquele que, após sua jogada, deixou apenas quadradinhos 1×1 como pedaços.

Quem venceu o jogo?

SOLUÇÕES DOS PROBLEMAS PROPOSTOS NA RPM 88

386

Prove que, se um lado de um triângulo é menor do que a média aritmética dos outros dois lados, então, o ângulo a ele oposto é menor do que a média aritmética dos outros dois ângulos.

SOLUÇÃO

Sendo a , b e c as medidas dos lados opostos aos ângulos $\hat{A}$, $\hat{B}$ e $\hat{C}$, respectivamente, supondo $a < \frac{b+c}{2}$, queremos mostrar que $\hat{A} < \frac{\hat{B} + \hat{C}}{2}$.

Usando a lei dos cossenos, podemos escrever:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A} < \left(\frac{b+c}{2} \right)^2,$$

$$3b^2 + 3c^2 - 2bc < 8bc \cos \hat{A},$$