25 - PUC-RJ - Marta de Souza Lima Velasco - Março 84
Influência da espessura no comportamento de vigas parede de concreto armado - Tese de Mestrado

26 - Eduardo Thomaz - Fissuração - Palestras em:
Escola de Engenharia de São Carlos - SP 1985;
IME - Instituto Militar de Engenharia-RJ-1985;
COPPE-UFRJ- 1985/86/87/88/89

27 - Cristina Hagenauer
Fissuração inclinada-Ensaios no laboratório de materiais da Fac. Engenharia da UERJ.
Trabalho de graduação - Dezembro de 1985.

28 - Clarke,J.L.
Behavior and design of pile caps with four piles
Cement and Concrete Association - London - 1973 pp.19
Technical Report 42.489

29 - Eduardo Thomaz - Consolo Curto - Revista Estrutura nº 96
Setembro 1981

30 - Prof. José Luiz Cardoso - "Recuperaçção de Estruturas" - DER - RJ - Julho 1987

31 - Prof.Luiz Eloi Vaz e Prof. Ney Dumont- Análise térmica e de Tensões de uma barragem de concreto compactado a rolo - VIII Congresso latino-americano e ibérico sobre métodos computacionais para engenharia - Novembro 1987

32 - Arq. Ruy Ohtake - O uso plástico do concreto na arquitetura.
2º Simpósio de tyecnologia do concreto -Curitiba -Nov./1988.

33 - Dr.Ing. Horst Falkner - Fugenlose oder Wasser-Undurchlaessige Stahlbetonbauten ohne zusaetzliche Abdichtung.-Betontag 1983
Deutscher Beton=Verein E.V.

34 - Prof.Dr.Ing.J.Schlaich und Prof.Dr.Ing.K.Schaefer
Konstruieren in Stahlbetonbau
Beton-Kalender / 1989 Teil 2

35 - Prof. Pericles Brasiliense Fusco - EPUSP - 1985
Investigação experimental sobre o valor limite Tau(wu) das tensões de cisalhamento no concreto estrutural.

36 - Prof. Otto Graf (Stuttgart),Prof F.Hundeshagen (Stuttgart) und Prof A.Kleinlogel(Darmstadt).
Einfluesse auf Beton - Berlin 1930 - Dritte Auflage.

37 - DBV-Merkblatt "Wasserundurchlaessige Baukoerper aus Beton " Fassung August 1989 . Wiesbaden :Deutscher Beton-Verein E.V.

38 - Prof.Rupert Springenschmid , Dr.Ing. Rolf Breitenbuecher .
"Beurteilung der Reissneigung anhand der Risstemperatur von jungem Beton bei Zwang".
Baustoffinstitut der Technischen Universitaet - Muenchen.
Beton- und Stahlbetonbau , Heft 2 - 1990.

II SIMPÓSIO
EPUSP SOBRE
ESTRUTURAS
DE CONCRETO

DIMENSIONAMENTO DAS ALMAS DE VIGAS CELULARES

Luciano Afonso Borges
Maubertec Engenharia e Projetos

Fernando Rebouças Stucchi
EPUSP-PEF/MAUBERTEC

SUMÁRIO

Este trabalho apresenta algumas alternativas para o dimensionamento das almas das vigas celulares considerando a ação conjunta da força cortante, da torção e da flexão transversal.

Depois de uma breve descrição de cada critério, eles são comparados através de exemplos. Esses exemplos evidenciam a importância da flexão transversal e do dimensionamento considerando a ação conjunta acima referida.

Esses exemplos mostram ainda curvas de interação força cortante-flexão transversal e permitem selecionar os critérios mais convenientes para projeto.

ABSTRACT

This paper presents some alternatives for design of the box girders webs considering the interaction of shear force, torsion and transversal bending.

After a short description about each criterium, they are compared through examples. These examples are usefull to show the importance of the transversal bending and the design considering the interaction mentioned above.

These examples also shows interaction curves of shear force x transversal bending and allows us to select the most convenient criteria for the design.

1. INTRODUÇÃO

A procura de soluções mais econômicas e estéticas, sem certamente perder a segurança adequada, tem não só aumentado a aplicação das vigas celulares às pontes e viadutos, mas também modificado os critérios de escolha das seções transversais dessas vigas.

Modernamente se utilizam bem mais as seções unicelulares, mesmo para obras com mais de 20m de largura (ver figura 1).

As vantagens estéticas das vigas unicelulares são evidentes, principalmente quando se usam grandes balanços e almas inclinadas que aumentam a sensação de esbeltez e leveza da obra observada de perfil.

As vantagens econômicas ficam por conta da redução do número de almas. Essa redução gera economia de concreto (um eventual acréscimo na espessura das lajes não chega a anular a economia gerada nas almas) e economia de forma.

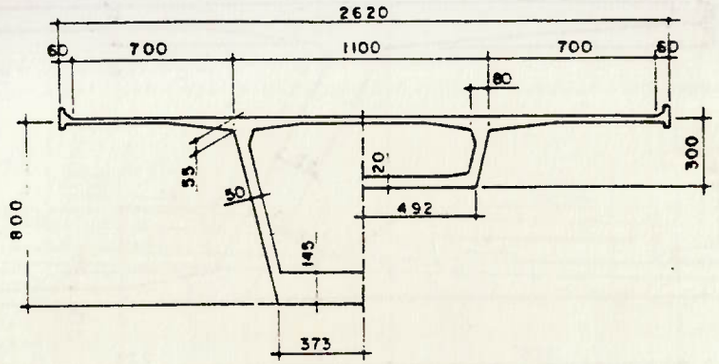
Note-se que a redução a uma única célula facilita ainda as operações de desforma, protensão e manutenção.

A figura 2 mostra, a título de exemplo, a comparação das seções transversais alternativas para o Elevado Paulicéia, no prolongamento norte da Linha Norte/Sul do Metrô de São Paulo.

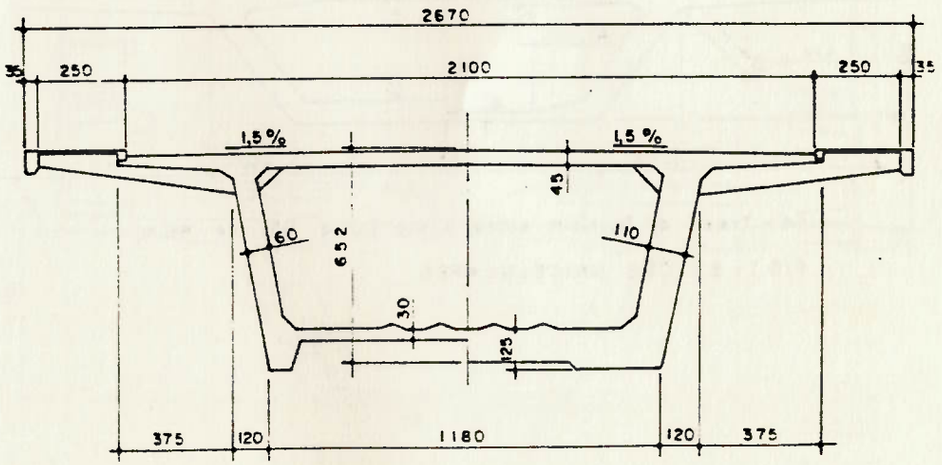
Por razões estéticas e econômicas a solução unicelular foi escolhida. Note-se que a espessura média no meio do vão vale 44cm para a viga unicelular e 50cm para a solução com vigas múltiplas. Note-se ainda a redução das formas.

Convém lembrar também que, na solução em vigas múltiplas, foram previstas 4 vigas, uma sob cada um dos trilhos das 2 vias metroviárias, enquanto que na solução em viga unicelular cada alma suporta uma via inteira (um trilho de cada lado da mesma, de forma praticamente equilibrada).

Quando a largura total do tabuleiro supera os 20m, começa a mostrar competitividade a solução em 2 vigas unicelulares ligadas apenas pela laje superior (ver figura 3).

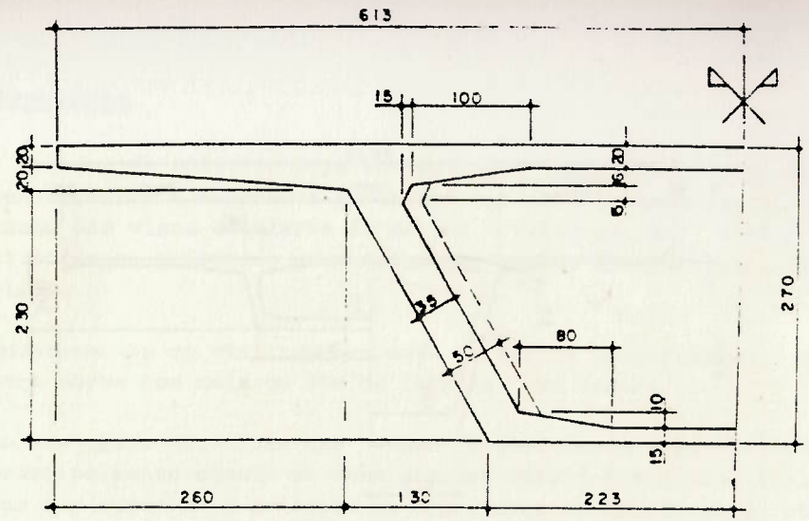


1.1 - Ponte de Felsenau (Suíça). Vão de 144 m.

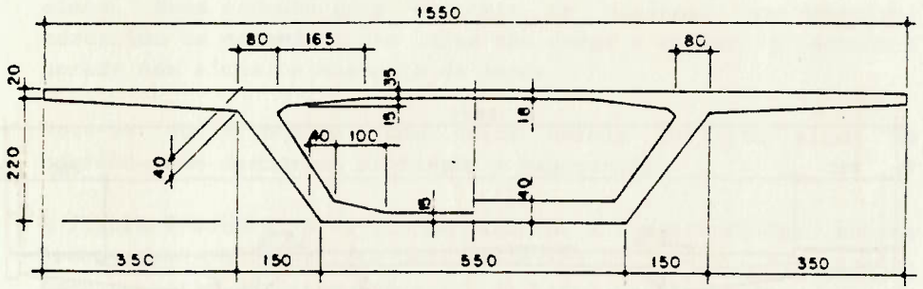


1.2 - Ponte no vale do Musle (Praga, Tcheco-eslovaquia). Vão de 116 m.

FIG. 1 - SEÇÕES UNICELULARES

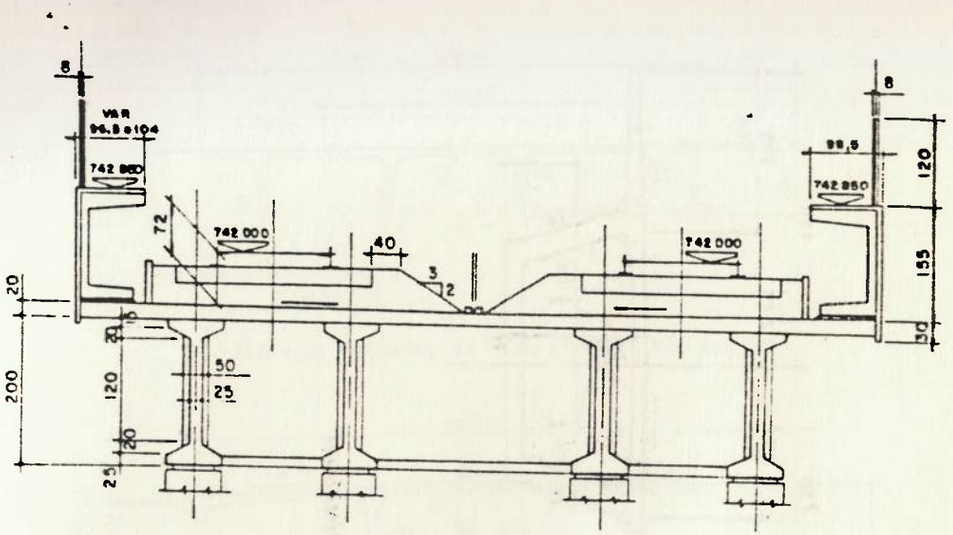


1.3 - Rodovia Jacarei - Santa Branca sobre a Rodovia dos Trabalhadores Vão Isostático de 47,3 m

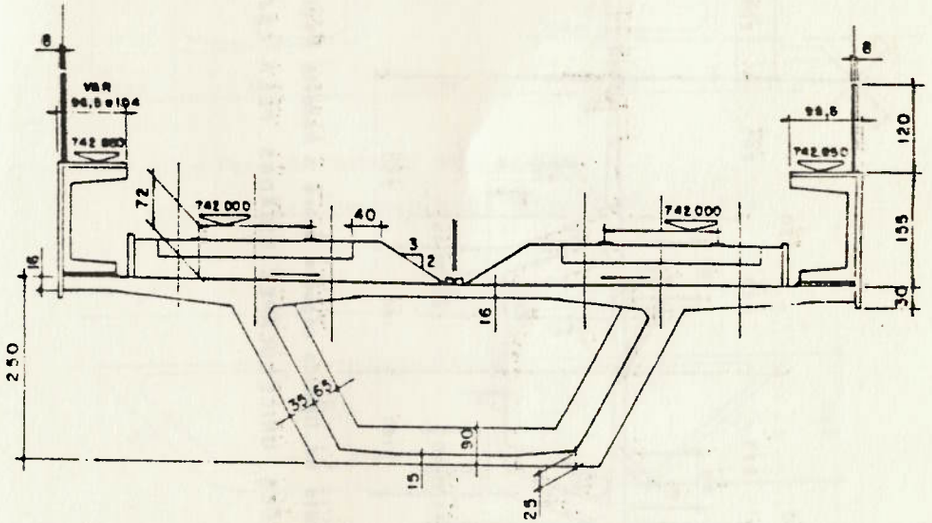


1.4 - Trevo de Quiririm sobre a Via Dutra Vão de 46 m

FIG.1 - SEÇÕES UNICELULARES

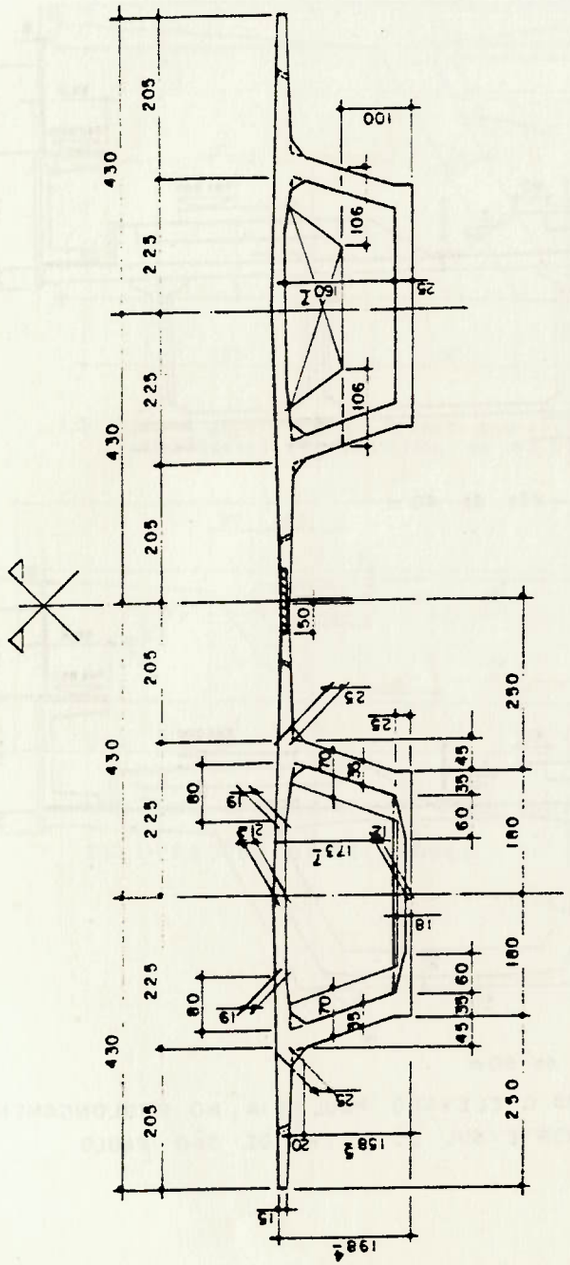


2.2 - Grelha de 4 vigas - Vão de 40 m.



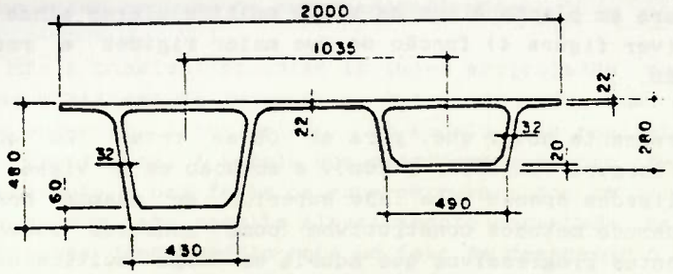
2.1 - Viga unicelular - Vão de 60 m

FIG 2 - ALTERNATIVAS PARA O ELEVADO PAULICÉIA, NO PROLONGAMENTO NORTE DA LINHA NORTE/SUL DO METRÔ DE SÃO PAULO.

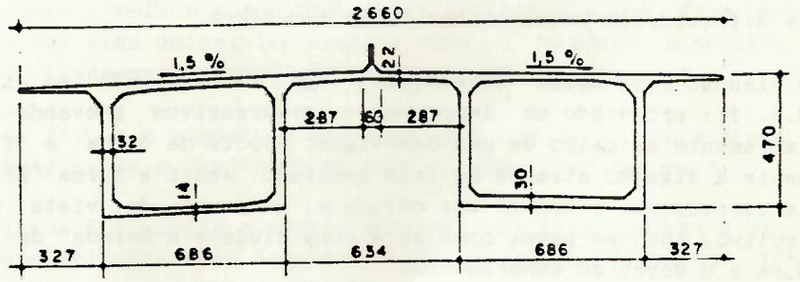


3.1 – Viaduto na ligação Jaguaré sobre a Rodovia Régis Bittencourt.

FIG.3 – SEÇÕES UNICELULARES LIGADAS PELA LAJE

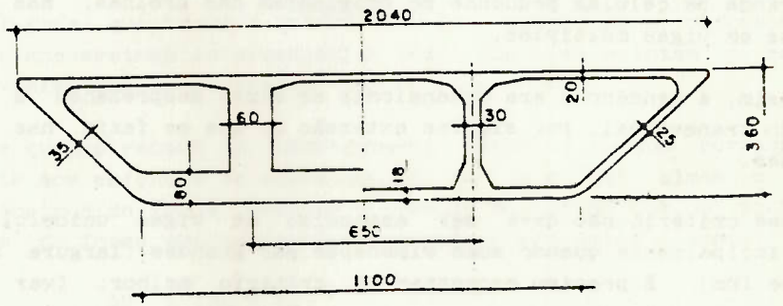


3.2 – Ponte no Periférico de Paris (França). Vão de 90 m



3.3 – Ponte Rio Niterói. Vão de 80m.

FIG 3 – SEÇÕES UNICELULARES LIGADAS PELA LAJE



Ponte de Saint – Cloud (Paris, França). Vão de 70 m, Raio de 350 m

FIG 4 – SEÇÕES MULTICELULARES

Só nas obras de grande largura (superior a 20m) e de grande curvatura em planta é que as vigas multicelulares ainda mostram força (ver figura 4) função de sua maior rigidez e resistência à torção.

E interessante notar que, para as obras retas (ou quase) de grande largura (superior a 20m), a solução em 2 vigas unicelulares ligadas apenas pela laje superior se adapta bem melhor aos modernos métodos construtivos como consolos sucessivos e lançamentos progressivos que aquela em viga multicelular. Em ambos os métodos, constroem-se primeiro as 2 vigas unicelulares que posteriormente são ligadas pela laje superior. Assim, como os módulos de construção são relativamente pequenos, o custo e as dificuldades construtivas ficam reduzidos.

O viaduto cuja seção transversal vai representada na figura 3.1, foi projetado em lançamentos progressivos prevendo-se o lançamento primeiro de uma das vigas, depois da outra e finalmente a ligação através da laje central. Assim a forma prevista corresponde a apenas uma célula e, do ponto de vista construtivo, tudo se passa como se a obra tivesse a metade da largura e o dobro do comprimento.

Solução equivalente foi usada na Ponte Rio-Niterói com o método dos consolos sucessivos.

Provavelmente as antigas vigas multicelulares, com um número grande de células pequenas se originaram nas grelhas, nas pontes em vigas múltiplas,

Assim, a tendência era dimensionar as almas desprezando a flexão transversal, por simples extensão do que se fazia nas grelhas.

Esse critério não deve ser estendido às vigas unicelulares, principalmente quando suas dimensões são grandes (largura maior que 10m). E preciso encontrar um critério melhor. (ver item 4).

2. A IMPORTANCIA DO MODELO DE CALCULO

Conhecido o fato de que as flexões transversais são importantes nessas modernas vigas celulares, é preciso usar modelos de cálculo que sejam capazes de medir essas flexões.

Assim, não é possível calcular as lajes articuladas nas almas. As almas praticamente engastam as lajes, de modo que o modelo de laje engastada é bem melhor. Um modelo mais realista para o cálculo transversal é aquele que considera o quadro transversal correspondente a uma fatia da superestrutura com 1m de largura. Nesse modelo a laje resulta elasticamente engastada nas almas. A aproximação desse modelo está no fato de desprezar o trabalho longitudinal das paredes da seção quando o quadro se deforma, trabalho como chapa e como placa.

De forma a melhor visualizar as solicitações a que fica submetida uma viga unicelular considere-se o viaduto biapoiado de seção transversal unicelular representado na figura 5.

Nessa figura o viaduto é carregado por uma carga concentrada P, excêntrica de e, aplicada no meio do vão. (ver figura 5.1).

A figura 5.2 mostra o modelo para cálculo longitudinal e os esforços solicitantes longitudinais: momentos fletores, forças cortantes e momentos de torção.

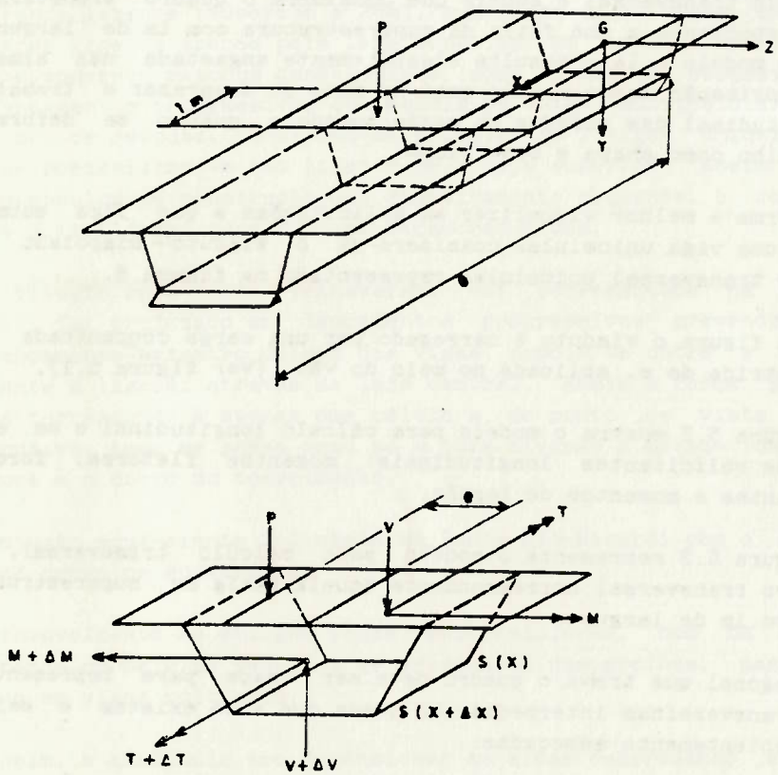
A figura 5.3 representa o modelo para cálculo transversal, o quadro transversal correspondente àquela fatia de superestrutura com 1m de largura.

A diagonal que trava o quadro deve ser usada para representar as transversinas intermediárias desde que elas existam e sejam convenientemente espaçadas.

Esse quadro recebe um carregamento autoequilibrado correspondente aos esforços de engastamento da laje nas almas e aos acréscimos de força cortante e momento de torção que os equilibram, de forma que as reações nos apoios são nulas. Assim:

$$\Delta V' = (P_e + P_d)$$
$$\Delta T' = (P_e - P_d)\, b_e/2 + m_d - m_e$$

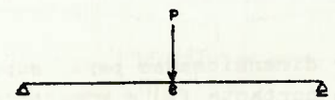
Note-se que $\Delta V'$ e $\Delta T'$ são menores que ΔV e ΔT porque não levam em conta os esforços longitudinais na laje do tabuleiro considerados no cálculo dos esforços de engastamento.



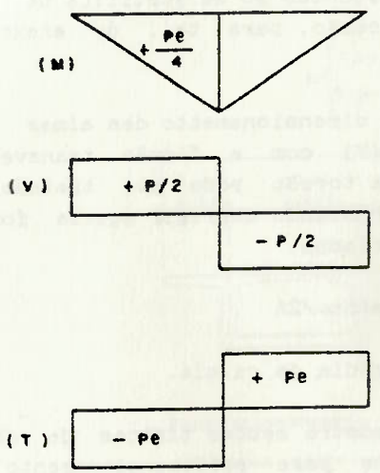
5.1 – Esquema espacial da obra sob carga concentrada no meio do vão P, excentrica de e.

FIG. 5 – VIADUTO UNICELULAR BIAPOIADO

– Modelo

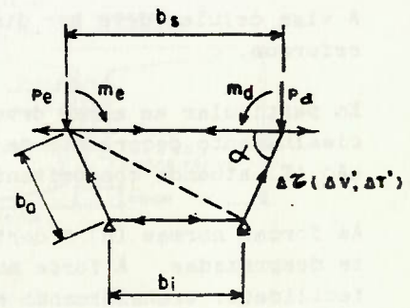


– esforços correspondentes

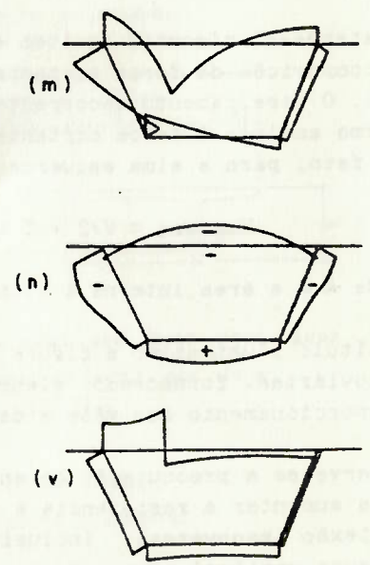


5.2 – Modelo para cálculo Longitudinal.

– Modelo



– esforços correspondentes



5.3 – Modelo para cálculo Transversal.

FIG. 5 – VIADUTO UNICELULAR BIAPOIADO

Os esforços solicitantes transversais foram representados através dos diagramas de momentos fletores, forças normais e cortantes.

A viga celular deve ser dimensionada para suportar todos esses esforços.

Em particular as almas devem ser dimensionadas para suportar o cisalhamento decorrente de força cortante (V) e momento de torção (T) atuando concomitantemente com a flexão transversal (m).

As forças normas (n) e cortantes (v) transversais são usualmente desprezadas. A força normal (n) pode ser considerada com facilidade, transformando a flexão (m) na flexão composta (m, n). A verificação das forças cortantes só se justifica na laje superior, recomendando-se a aplicação, para tal, do anexo da NBR 7197.

Pretende-se discutir no item 4 o dimensionamento das almas para a composição da força cortante (V) com a flexão transversal (m). O cisalhamento decorrente da torção pode ser tratado de forma análoga à força cortante, bastando corrigir aquela força. De fato, para a alma esquerda teríamos:

$$V_{eq.esq} = V/2 + T\, b_a \operatorname{sen}\alpha / 2A$$

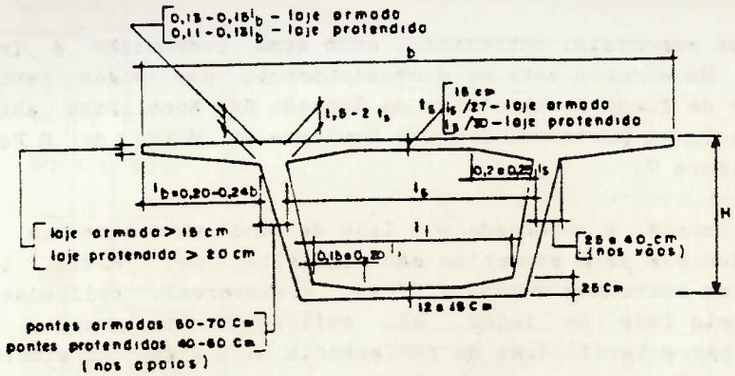
onde A é a área interna à linha média da célula.

A título ilustrativo a figura 6 mostra seções típicas de obras rodoviárias, fornecendo elementos para prédimensionamento do proporcionamento dos vãos e da espessura das paredes da seção.

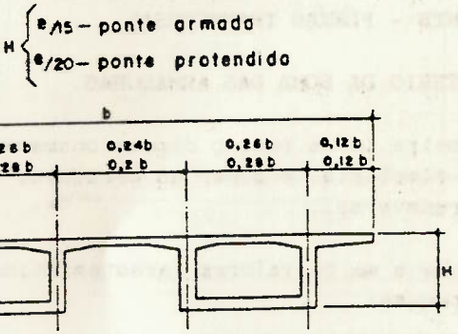
Observe-se a preocupação de engrossar as lajes junto às almas para aumentar a resistência à solicitação composta cisalhamento - flexão transversal. Inclusive as almas podem ter a sua espessura variável crescendo da laje inferior para a superior, onde a flexão transversal é usualmente maior.

3. OUTRAS SITUAÇÕES ONDE A COMPOSIÇÃO FORÇA CORTANTE - FLEXÃO TRANSVERSAL É IMPORTANTE.

Nos edifícios convencionais essa composição não tem se mostrado significativa, sendo prática usual desprezá-la.



– Seção unicelular típica (viaduto rodoviário)



– Proporcionamento dos vãos das lajes para duas seções unicelulares interligadas por laje (viaduto rodoviário)

H { e/15 – ponte armada
e/20 – ponte protendida

FIG. 6 - SEÇÕES CELULARES TÍPICAS PARA OBRAS RODOVIÁRIAS.

Há casos especiais, entretanto, onde essa composição é importante. Um exemplo está no dimensionamento das vigas centrais da laje de fundo da ampliação da Estação Ana Rosa, para abrigar além da Linha Norte/Sul a Linha Paulista do Metrô de S.Paulo. (ver figura 7)

Como a Estação é enterrada e a laje de fundo,um radier, as cargas a que ela está submetida são significativas. Assim, tanto as forças cortantes quanto a flexão transversal, aplicadas às vigas pela laje de fundo, são suficientemente grandes para aconselhar a verificação da resistência das vigas considerando a composição dessas solicitações.

4. CRITERIOS DE DIMENSIONAMENTO DA ALMA PARA A COMPOSIÇÃO FORÇA CORTANTE - FLEXÃO TRANSVERSAL.

4.1 O CRITERIO DA SOMA DAS ARMADURAS.

A primeira idéia para o dimensionamento dessa composição, bastante simplista, é somar as armaduras de força cortante e flexão transversal.

Sendo V_k e m_k os valores característicos dessas solicitações na alma tem-se:

A. Conforme o Modelo da Treliça Generalizada, NBR 6118:

$$V_k \rightarrow A_{sv} = (1.15\ \tau_{wd} - \tau_c)\ b_w / f_{ywd} \quad (cm^2/m)$$

onde:

$$\tau_{wd} = \gamma_f\ V_k / b_w\, d$$

γ_f - coef. de majoração das ações
b_w, d - largura e altura útil da alma
f_{ywd} - tensão de escoamento de cálculo dos estribos.

O valor τ_c mede a participação dos esquemas alternativos àqueles correspondentes à Treliça Clássica de Mörsch (com bielas inclinadas de 45°)

Com o objetivo de simplificar a apresentação, serão desprezados

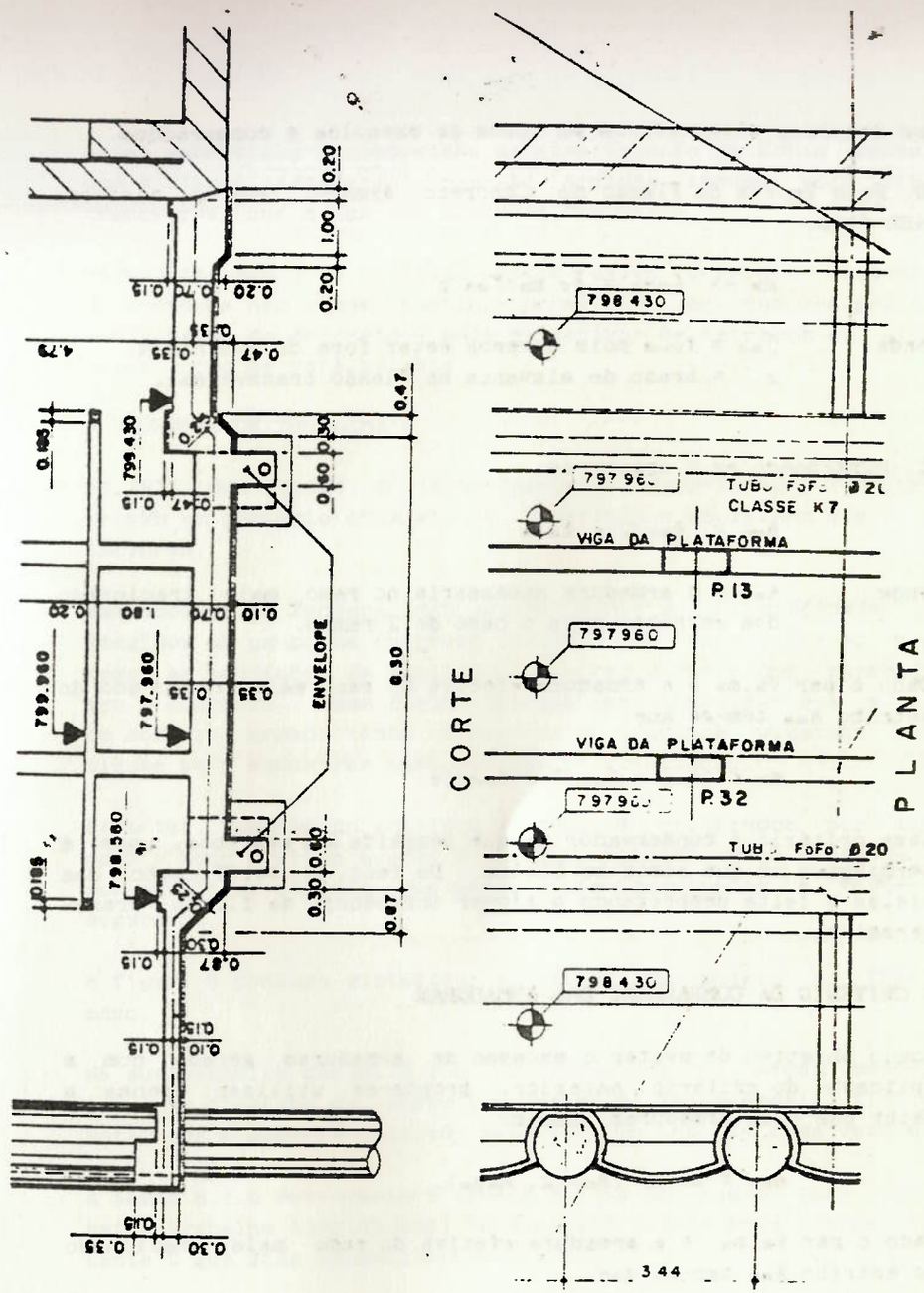


FIG.7- LAJE DE FUNDO DA ESTAÇÃO ANA ROSA LINHA PAULISTA DO METRÔ DE SÃO PAULO

os esquemas alternativos em todos os exemplos e comparações.

B. Pela Teoria da Flexão do Concreto Armado, também conforme NBR 6118:

$$m_k \rightarrow A_{sfs} = \gamma_f \, m_k / \sigma_{sd} \, z$$

onde $\sigma_{sd} = f_{ywd}$ pois devemos estar fora do domínio 4.
z = braço de alavanca na flexão transversal.

C. Superpondo as 2 armaduras:

$$A_{sw} = A_{sv}/2 + A_{sfs}$$

onde A_{sw} é a armadura necessária no ramo mais tracionado dos estribos para o caso de 2 ramos.

Dado o par V_k, m_k e a armadura efetiva do ramo mais tracionado do estribo A_{sw} tem-se que:

$$m_k \leqslant (A_{sw} - A_{sv}/2) z \, f_{yd}/\gamma_f$$

Esse critério é conservador no que respeita aos estribos, mas é permissivo no que afeta as bielas. De fato, a verificação das bielas é feita desprezando qualquer influência da flexão transversal m_k.

4.2 O CRITERIO DA COMPARAÇÃO DAS ARMADURAS

Com o objetivo de evitar o excesso de armaduras gerado com a aplicação do critério anterior, propôs-se utilizar apenas a maior das duas armaduras, Assim:

$$A_{sw} = \text{maior}\,(A_{sv}/2,\ A_{sfs}).$$

Dado o par V_k, m_k e a armadura efetiva do ramo mais tracionado do estribo A_{sw} tem-se que:

$$m_k < A_{sw} \, z \, f_{yd}/\gamma_f$$

Provavelmente esse critério nasceu de uma extensão do que se faz nas lajes próximo das almas. Nessa região as lajes também

estão submetidas à composição do cisalhamento de força cortante com a flexão transversal, mas são armadas apenas pela flexão transversal que exige uma armadura bem maior.

Vale dizer que esse critério embora evite consumos exagerados de armadura nas almas, continua permissivo no que respeita a verificação do concreto e pode subestimar os estribos em alguns casos, como se verá adiante.

4.3 A PROPOSTA DE THURLIMANN

Em 1977, num artigo do Schweizerische Bauzeitung, Thürlimann propôs um critério consistente, superando o empirismo dos 2 anteriores.

Baseando-se no Teorema Estático da Teoria da Plasticidade, ele imaginou um campo de esforços internos que respeitasse ao mesmo tempo as condições de equilíbrio e a resistência dos materiais, aço e concreto. Isso feito, faltava apenas mostrar que a alma de concreto armado tinha capacidade de adaptação plástica suficiente para encontrar essa posição de equilíbrio.

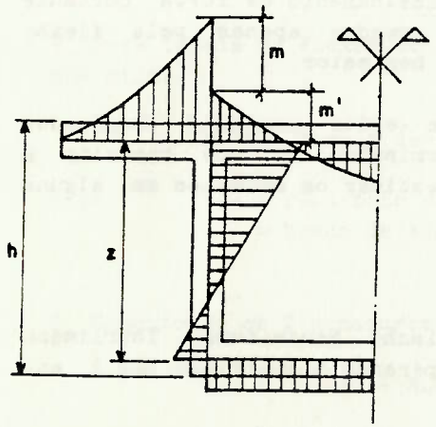
Para tal, Thürlimann analisou os ensaios realizados por Kaufmann e Menn e ainda Kupfer e Ewald, concluindo pela validade do seu modelo de cálculo, que gerou sempre resultados a favor da segurança.

A figura 8 procura sintetizar a essência do modelo do Thürlimann.

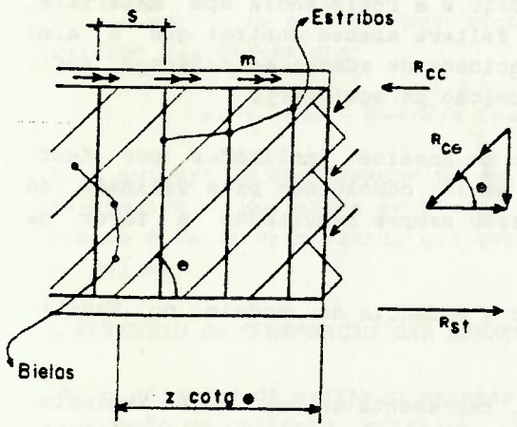
Na sua primeira parte, 8.1.a, representa-se uma seção unicelular e um diagrama de momentos fletores transversais típicos. Notar que o momento aplicado pela laje no topo da alma vale m.

A parte 8.1.b representa o modelo de treliça usado para explicar o trabalho longitudinal da alma solicitada pela força cortante V que atua concomitantemente com m.

Em todo o desenvolvimento feito daqui para a frente, admite-se o modelo de treliça clássica, isto é, as bielas estão inclinadas de 45° e são desprezados quaisquer esquemas alternativos de suporte da força cortante.



a – Seção transversal. Diagrama de momentos fletores transversais.



b – Vista lateral da alma, Modelo de treliça.

$R_{ce} = V / \text{sen}\,\theta$

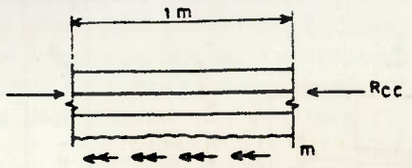
$R_{st} = \frac{M}{z} + \frac{V}{2}\text{cotg}\,\theta$

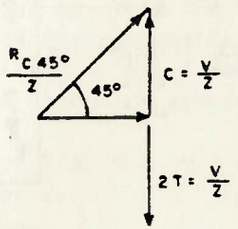
$R_{cc} = \frac{M}{z} - \frac{V}{2}\text{cotg}\,\theta$

onde V e M correspondem a uma alma apenas

8.1 – Viga unicelular – Esforços solicitantes

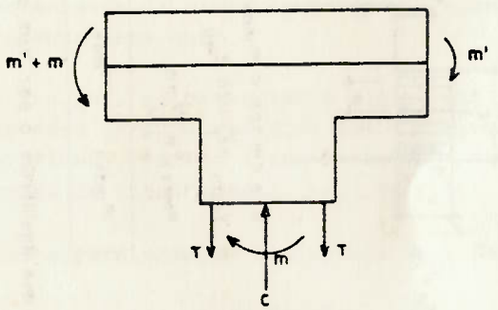
FIG. 8 – O MODELO DO THÜRLIMANN





Componente vertical da compressão na biela

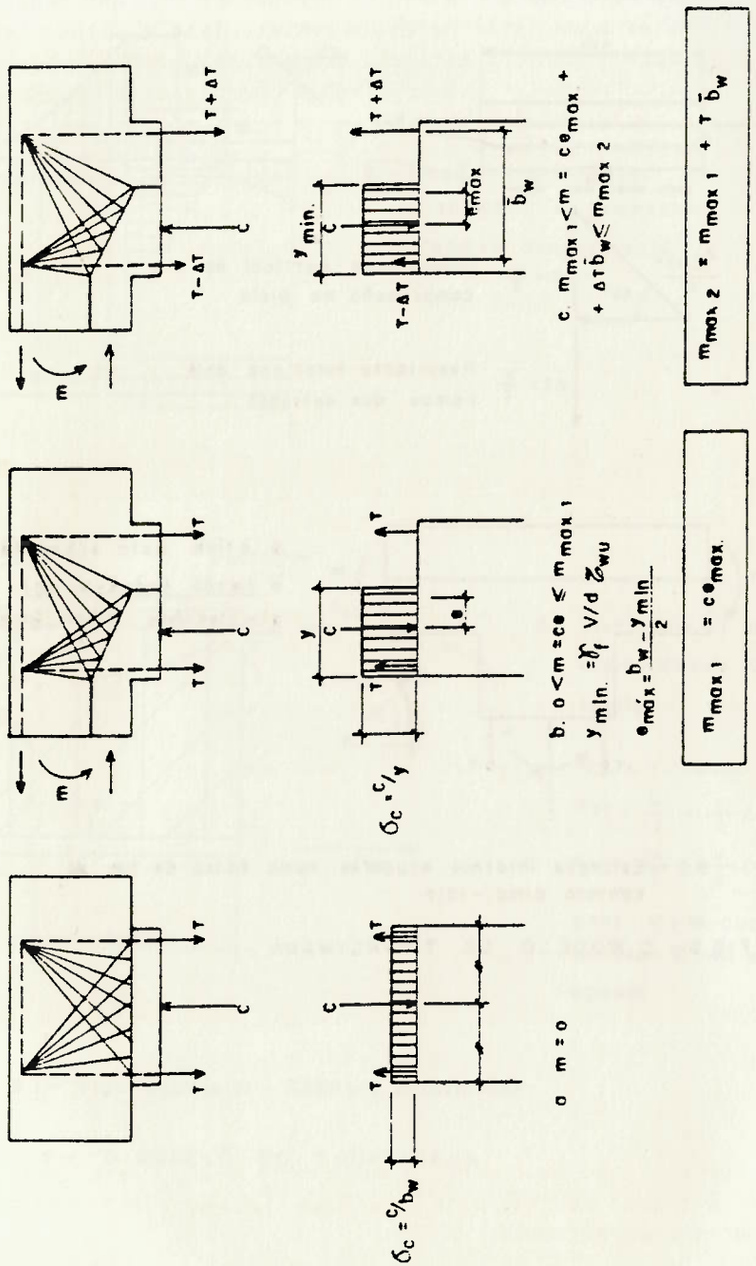
Resultante total nos dois ramos dos estribos



a alma está submetida à flexão transversal simples pois $n = 2T - C = 0$

8.2 – Esforços internos atuantes numa faixa de 1m do contato alma – laje

FIG. 8 – O MODELO DE THÜRLIMANN



8.3 – Esforços internos que equilibram o par V,m para vários intervalos de variação de m.

FIG. 8 – O MODELO DO THÜRLIMANN

Baseada nessa hipótese a figura 8.2 representa os esforços internos atuantes numa faixa de 1m do contato laje x alma. Notar que a alma está submetida à flexão transversal simples (despreza-se o esforço normal transversal) uma vez que a componente vertical da compressão na biela C tem o mesmo módulo da resultante das trações nos estribos 2T.

Os esforços internos C e T fazem parte do mecanismo interno de suporte da força cortante V. Falta imaginar o mecanismo de suporte interno de m. A figura 8.3 procura mostrar esse mecanismo para 3 ordens de grandeza de m.

Na parte 8.3.a, m é nulo e os esforços internos só precisam equilibrar V.

Quando é aplicado um momento m, Thürlimann propõe que ele seja equilibrado simplesmente por uma excentricidade e na biela, sem necessidade de armadura adicional alguma. A figura 8.3.b. representa esse caso.

Ocorre que, ao excentrar a biela, sua largura fica reduzida e é com essa largura reduzida que a compressão na biela deve ser verificada. Assim, a excentricidade fica limitada pela máxima tensão de cisalhamento τ_{wu}. De fato:

A largura mínima da biela vale Y_{min} dado por:

$$Y_{min} = \gamma_f \, V/d \, \tau_{wu}$$

e a excentricidade máxima vale:

$$e_{máx} = (b_w - Y_{min})/2$$

Como consequência o momento m suportado por excentricidade da biela fica limitado a:

$$m_{máx1} = C \, e_{máx}$$

Quando for aplicado um momento m superior a $m_{máx1}$, será preciso aumentar a tração no lado direto da alma. A parte 8.3.c da figura mostra essa situação.

Para suportar esse momento adicional Thürlimann admite que seja

possível usar todo o braço de alavanca ($\bar{b}_w$) existente entre os ramos dos estribos, transferindo então esforço de tração do estribo esquerdo para o direito. Isso só é possível enquanto não se anular a tração no estribo esquerdo. Aparece assim um segundo momento limite dado por:

$$m_{máx2} = m_{máx1} + T\bar{b}_w$$

Seria possível aumentar ainda mais m usando o braço de alavanca existente entre a compressão C e o estribo direito ($e + \bar{b}_w/2$). Thürlimann não analisa esse caso, parando em $m_{máx2}$.

Ainda na figura 8.3., está representado para cada um desses 3 casos, o equilíbrio da ligação alma-laje superior.

De forma a facilitar a visualização desse modelo as figuras 9 e 10 representam a biela, ao longo de toda a alma, em seção transversal e no espaço, respectivamente.

Pela figura 9 verifica-se que enquanto $m < m_{máx1}$ a excentricidade da biela resolve todo o problema de flexão transversal da alma, inclusive o de força cortante, uma vez que a inclinação transversal da biela transporta essa força.

Quando porém $m > m_{máx1}$ é necessário adicionar bielas transversais que permitam fazer variar as forças nos estribos ao longo da altura da alma.

Concluindo, se à alma se aplica o par de esforços solicitantes V_k, m_k e sendo A_{se} a área dos estribos do lado mais tracionado, tem-se que:

$$m_k \leq (V_k\, e_{máx}/Z) + [(A_{se}\, f_{yd}/\gamma_f) - (V_k/2Z)]\, \bar{b}_w$$

momento decorrente da excentricidade da biela.	momento decorrente da folga da armadura A_{se} em relação às necessidades de força cortante.

Conhecido o par V_k, m_k é possível calcular A_{se} por:

$$A_{se} = \{[(m_k - V_k\, e_{máx}/Z)/\bar{b}_w] + V_k/2Z\}\, \gamma_f/f_{yd}$$

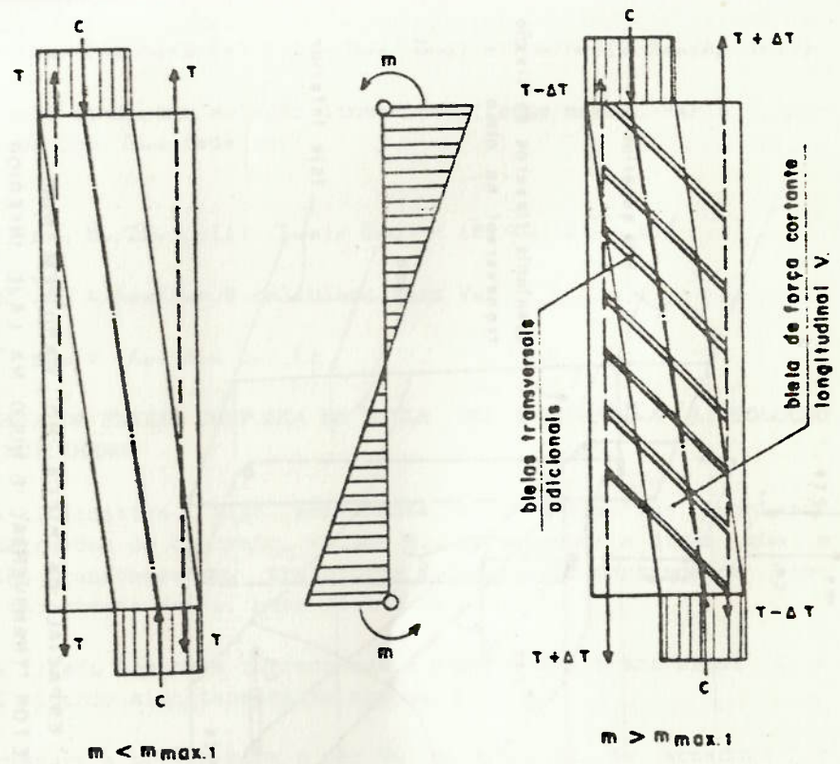


FIG.9 - REPRESENTAÇÃO DA BIELA AO LONGO DE TODA A ALTURA DA ALMA, EM SEÇÃO TRANSVERSAL, PARA O CASO EM QUE OS MOMENTOS FLETORES TRANSVERSAIS JUNTO AS LAJES TEM MÓDULOS IGUAIS E SINAIS DIFERENTES.

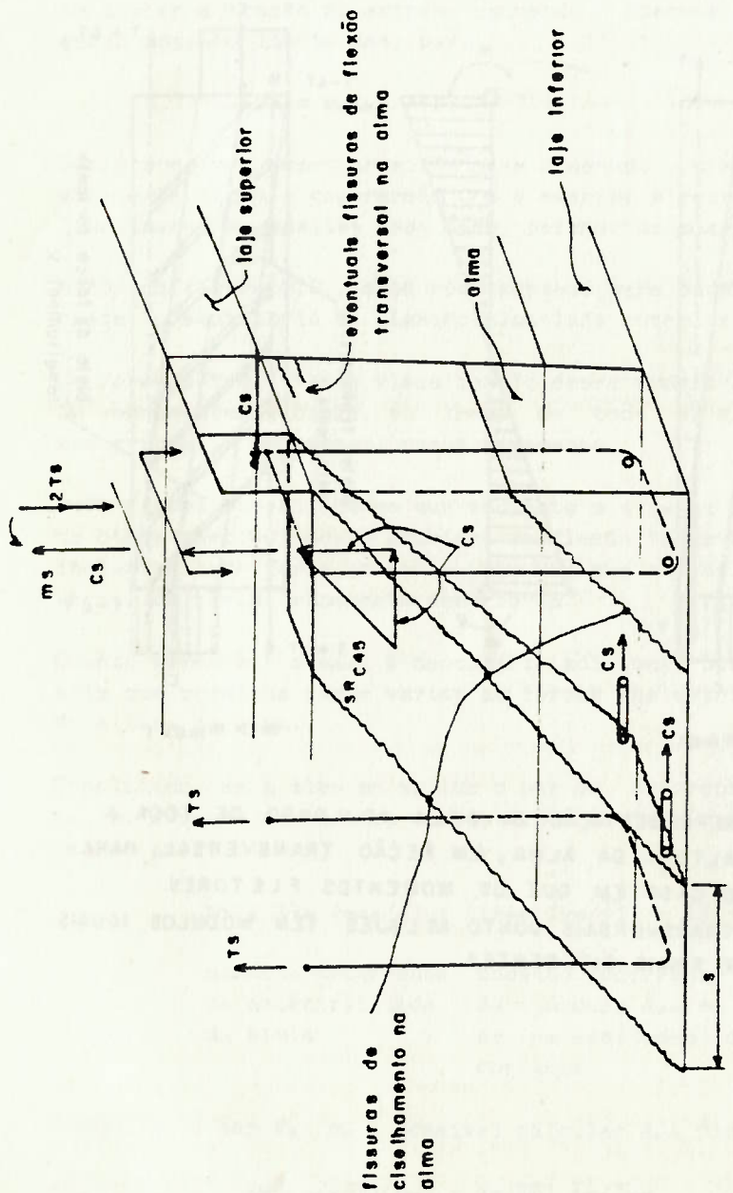


FIG.10 – REPRESENTAÇÃO ESPACIAL DA BIELA NO CASO EM QUE O MOMENTO FLETOR TRANSVERSAL É NULO NA LAJE INFERIOR.

com $0,5\ A_{sv} \leqslant A_{se} \leqslant A_{sv}$

Thürlimann apresenta a expressão de m_k numa forma diferente:

$$m_k \leqslant (A_{sv}\ f_{yd}\ b_w/2\ \gamma_f)\ \{(1 - \tau_{wd}/\tau_{wu}) + (\bar{b}_w/b_w)[2\ A_{se}/A_{sv})-1]\}$$

E propõe ainda uma solução linearizada, onde $m_{kmáx}$ varia linearmente com τ_{wd} dada por:

$$m_k \leqslant (m_{ko}\ b_w/2\bar{b}_w\ \xi)[(1-\tau_{wd})/\tau_{wu}) + (\bar{b}_w/b_w)(2\xi - 1)]$$

onde $\xi = A_{se}/A_{sv}$ é calculado para V_k

$$m_{ko} = A_{se}\ f_{yd}\ \bar{b}_w/\gamma_f$$

4.4 A IDEIA DA FLEXÃO COMPOSTA DA BIELA. UMA ALTERNATIVA À SOLUÇÃO DE THURLIMANN.

Essa alternativa, algo semelhante à proposta por Leonhardt (Construções de Concreto, volume 6), corresponde a dizer que a flexão transversal m_k transforma a compressão centrada da biela, decorrente de V_k, numa flexão composta.

Essa flexão composta corresponde à compressão transversal $C = V_k/Z$ atuando simultaneamente com m_k.

A armadura a prever para o par V_k, m_k é a soma da armadura de cisalhamento $A_{sv}/2$ e daquela exigida pela flexão composta da biela A_{sf}. Isto é:

$$A_{se} = A_{sv}/2 + A_{sf}$$

onde:

$$A_{sf} = \{[(m_k + C\ \bar{b}_w/2)/Z] - C\}\ \gamma_f/f_{yd} \geqslant 0$$

Como nesse caso a biela também fica excêntrica, é preciso verificar a tensão fictícia de cisalhamento para uma largura de alma reduzida, igual a 80% da zona comprimida na flexão composta. Esse coeficiente de 80% precisa ser usado por se considerar τ_{wd} uniforme, analogamente ao que se faz na flexão quando

se consideram constantes as tensões de compressão no concreto.

Se por ventura essa verificação não é satisfeita, isso significa que o cisalhamento é condicionante e é a flexão composta que deve ser calculada com o tamanho da zona comprimida imposto.

A figura 11 resume graficamente essas idéias. Observar como a superposição de efeitos justifica o critério.

E importante alinhar, ainda, os Estados Limites Ultimos que devem ser verificados nesse caso:

Relativos ao concreto:

$$\sigma_{cd} \leqslant 0{,}85\ f_{cd}* \quad \text{ou} \quad |\varepsilon_{cd}| \leqslant 3{,}5\%,**$$

$$Y \geqslant Y_{min} = \gamma_f V_k / d\ \tau_{wv}*$$

Relativos ao aço:

$$\sigma_{sd} \leqslant f_{ywd}* \quad \text{ou} \quad |\varepsilon_{sd}| \leqslant 10\%,**$$

Os E.L.Us., indicados com * são a considerar quando a força cortante é condicionante na determinação de Y.

Nesse caso é possível, para dimensionamento, admitir a armadura escoando, isto é, $\sigma_{sd} = f_{ywd}$, desde que $\Delta T \leqslant T$. A atuação intensa da força cortante nesse ramo dos estribos justifica essa hipótese e os ensaios de laboratório a mostraram válida.

Se $\Delta T > T$ seria conveniente rever essa hipótese. Esse caso, no entanto, não tem interesse prático, uma vez que seria anti-econômico usar uma armadura maior que o dobro da necessária para uma força cortante alta.

Aqueles indicados com ** se consideram quando é condicionante a flexão composta.

Na verdade esse critério é muito parecido com o do Thürlimann.

De forma a evidenciar essa semelhança, a figura 12 foi montada para o critério da flexão composta, assim como a 8.3 havia sido para o do Thürlimann.

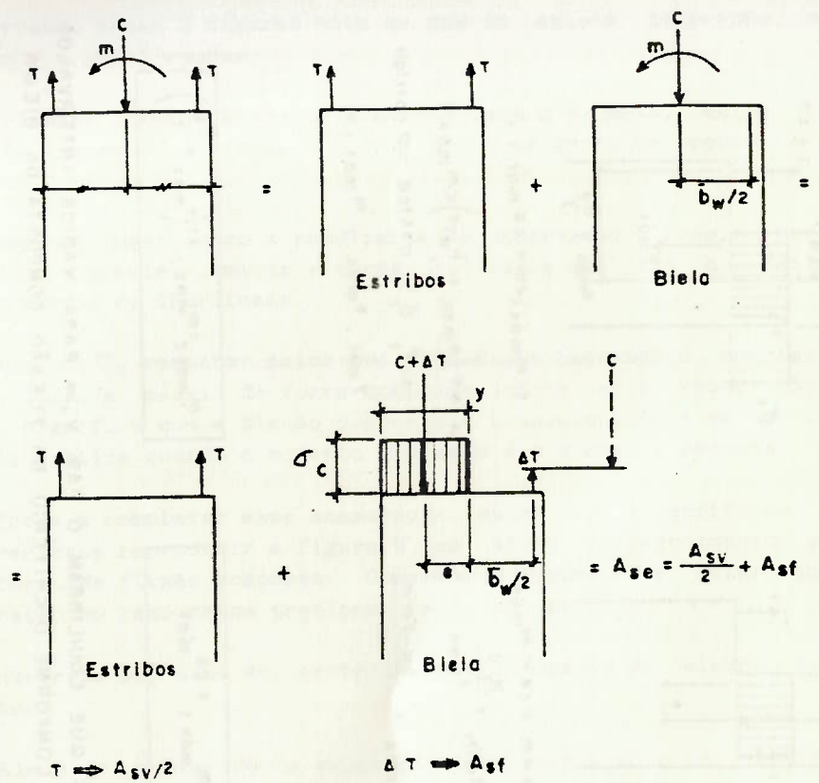


FIG 11 - O CRITÉRIO DA FLEXÃO COMPOSTA DA BIELA

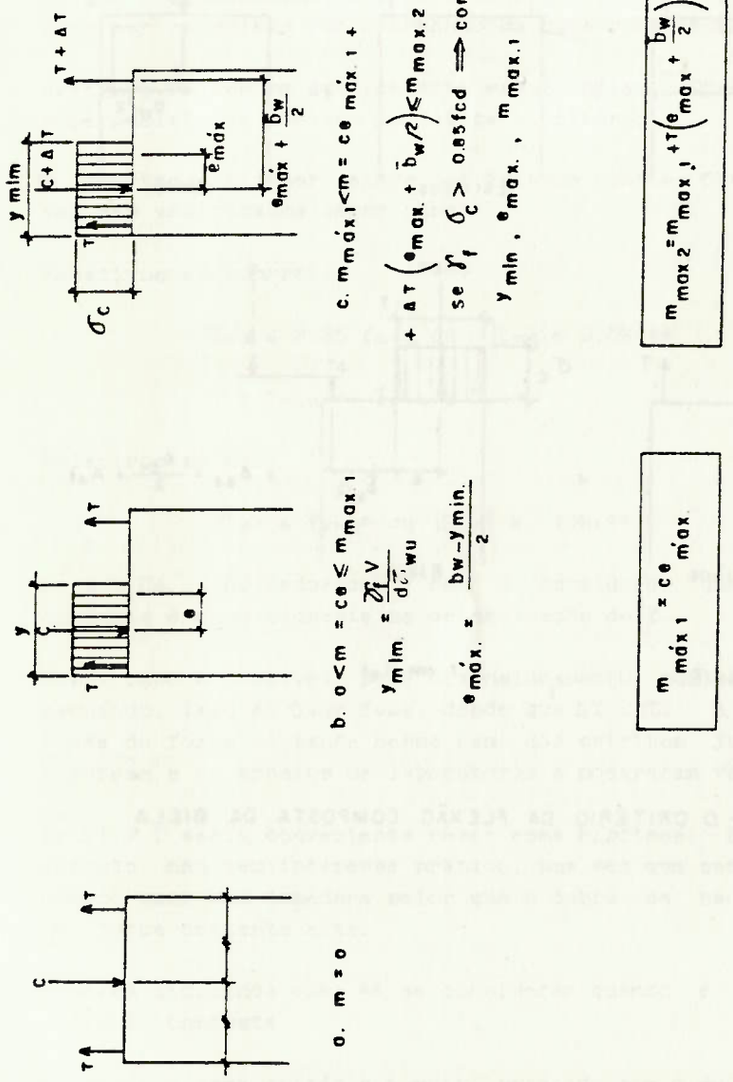


FIG. 12 - ESFORÇOS INTERNOS QUE EQUILIBRAM O PAR V, m PARA VÁRIOS INTERVALOS DE VARIAÇÃO DE m, CONFORME O CRITÉRIO DA FLEXÃO COMPOSTA DA BIELA

Observando essas 2 figuras nota-se que só existe diferença na parte C e por 2 razões:

Em primeiro lugar o braço de alavanca para m > $m_{máx1}$ deixa de ser $\bar{b}_w$ passando a $(e_{máx} + \bar{b}_w/2)$ que é em geral um pouco menor.

Em segundo lugar, como a resultante de compressão C cresce para C + ΔT, é preciso limitar a tensão σ_c, coisa que não se fazia no critério do Thürlimann.

Quando $\gamma_f \sigma_c$ resultar maior que 0,85 f_{cd} é necessário corrigir Y_{min}, $e_{máx}$ e $m_{máx1}$ de forma que esse limite seja respeitado. Isso significa que a flexão composta é condicionante e só ocorre na prática quando o momento é grande e a cortante pequena.

De forma a completar essa comparação entre os 2 critérios é conveniente reproduzir a figura 9 mas agora correspondendo ao critério da flexão composta. Observar a figura 13 e notar que a tração no ramo menos tracionado é T, não se reduz.

O interesse por esse 4o. critério decorre apenas de alguns detalhes:

1. Ele é de explanação e aplicação mais fáceis pois usa idéias e procedimentos habituais nos escritórios de projeto.

2. Ele permite uma visão unificada desde a flexão simples sem esforço cortante, até o cisalhamento sem flexão transversal. Ele permite ainda evidenciar todos os E.L.Us. a verificar nessa solicitação composta.

3. Embora ele fique um pouco a favor da segurança em relação ao critério do Thürlimann quando se têm força cortante e momento fletor transversal muito grandes, os dois dão em geral praticamente o mesmo resultado, como será visto nos exemplos.

Provavelmente o modelo de cálculo mais realista esteja entre os 2 no sentido de que momentos m maiores que $m_{máx1}$ aumentariam a compressão C ao mesmo tempo que reduziriam a tração T no ramo esquerdo dos estribos.

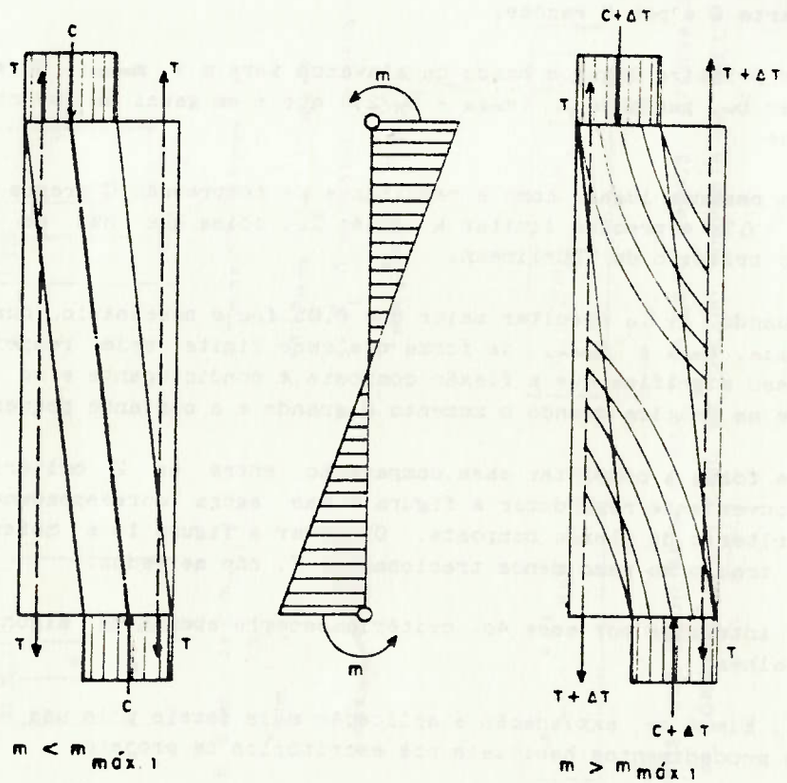


FIG.13 - REPRESENTAÇÃO DA BIELA AO LONGO DE TODA A ALMA, EM SEÇÃO TRANSVERSAL, PARA O CRITÉRIO DA FLEXÃO COMPOSTA DA BIELA. ANÁLOGA À FIG.9

Concluindo, se for dado o par de solicitações V_k, m_k a armadura exigida vale:

$$A_{sw} = A_{sv}/2 + A_{sf} =$$

$$= \{[(m_k - V_k e_{máx}/Z)/(e_{máx} + \bar{b}_w/2)] + V_k/2Z\}\ \gamma_f/f_{yd}$$

ou

$$m_k \leq (V_k e_{máx}/Z) + \{A_{sw} f_{yd}/\gamma_f) - (V_k/2Z)\}(e_{máx} + \bar{b}_w/2)$$

Essas expressões são diferentes das do Thürlimann, primeiro porque o braço de alavanca $\bar{b}w$ foi substituído por $(e_{máx} + \bar{b}_w/2)$ e segundo porque o valor de $e_{máx}$ não depende apenas da verificação das tensões de cisalhamento, mas pode ser definido pela limitação das tensões normais da flexão composta da biela.

5. EXEMPLOS

Com o objetivo de formar uma idéia quantitativa da comparação entre esses critérios serão apresentados alguns exemplos.

5.1 EXEMPLO 1

Curvas de interação entre V_k e m_k para uma alma de 0,3m de espessura, 2m de altura útil, executada com concreto f_{ck} 24 MPa e armada com aço CA 50A.

Serão apresentadas as curvas de interação para 3 casos:

Caso 1 - A peça está armada para uma força cortante que utiliza 50% da capacidade da biela, isto é, com uma armadura de 10,20cm²/m x face.

Adotaram-se os seguintes dados de base:

$\bar{b}_w = 0{,}24m$ $\quad Z = 1.74m$

$\gamma_f = 1.4$, $\gamma_c = 1.4$, $\gamma_s = 1.15$

V_k	τ_{wd}/τ_{wv}	m_{k1}	m_{k2}	m_{k3}	$m_{k3'}$	m_{k4}
(KN)	(-)	(kNm/m)	(kNm/m)	(kNm/m)	(kNm/m)	(kNm/m)
1102	0,5	0	80,74	47,49	47,50	47,40
882	0,4	16,15	80,74	60,85	57,00	58,94
661	0,3	32,30	80,74	70,36	66,50	68,45
441	0,2	48,44	80,74	76,06	76,00	76,06
220	0,1	64,60	80,74	78,25	76,00	80,61*
0	0	80,74	80,74	76,00	76,00	80,74

Onde 1 - Critério da soma das armaduras
2 - Critério da comparação das armaduras
3 - Critério do Thürlimann
3´- Critério do Thürlimann linearizado
4 - Critério da Flexão Composta da Biela.

* Verificação da Tensão normal na flexão composta é mais exigente que a da tensão de cisalhamento.

Caso 2 - A peça está armada para uma força cortante que esgota a capacidade da biela, isto é, com uma armadura de 20,40 cm2/mx face.

Adotam-se os mesmos dados de base

V_k	τ_{wd}/τ_{wv}	m_{k1}	m_{k2}	m_{k3}	$m_{k3'}$	m_{k4}
2204	1,00	0	152.0	0	0	0
1653	0,75	40,37	152,0	73,8	47,5	61,49
1102	0,50	80,74	152,0	123,6	95,0	109,40
551	0,25	117,50	152,0	149,7	142,5	145,80*
220	0,10	138,40	152,0	154,1	152,0	149,70*
0	0	152,00	152,0	152,0	152,0	152,00*

Caso 3 - A peça está armada com o dobro da armadura correspondente ao esgotamento da biela, isto é, 40.80 cm2/mx face.

V_k	τ_{wd}/τ_{wv}	m_{k1}	m_{k2}	m_{k3}	$m_{k3'}$	m_{k4}
2204	1,00	152,0	265,0	152,0	152,0	76,02
1653	0,75	183,8	265,0	225,8	199,5	160,40
1102	0,50	213,3	265,0	275,7	247,1	231,40*
551	0,25	240,4	265,0	301,8	294,6	250,00*
220	0,10	255,4	265,0	306,2	304,1	258,90*
0	0	265,0	265,0	304,1	304,1	265,00*

As figuras 14, 15 e 16 representam graficamente os casos 1, 2 e 3 respectivamente.

Observando inicialmente a figura 14 nota-se que as curvas de interação 3, 3´ e 4 são bastante próximas, estando o critério da flexão composta da biela (4) entre as soluções completa (3) e linearizada (3´) do Thürlimann.

A resistência à flexão simples do Thürlimann fica um pouco abaixo da usual porque ele impõe o braço de alavanca $\bar{b}_w$ que é um pouco menor que o dado pela Teoria da Flexão do Concreto Armado.

O critério da comparação das armaduras (2) fica bem contra a segurança quando a força cortante é grande, próxima da máxima suportável pela armadura prevista.

O critério da soma das armaduras (1) fica exageradamente a favor da segurança, sobretudo quando a força cortante se aproxima da máxima suportável pela armadura prevista.

Passando à figura 15, verifica-se que os comentários anteriores permanecem válidos, devendo-se acrescentar que o critério da comparação (2) fica mais marcadamente contra a segurança e que o critério da soma (1) mostra uma sobra de segurança menor.

Já o caso 3, representado na figura 16, apresenta uma mudança mais sensível.

O critério da flexão composta da biela (4) fica um pouco do la-

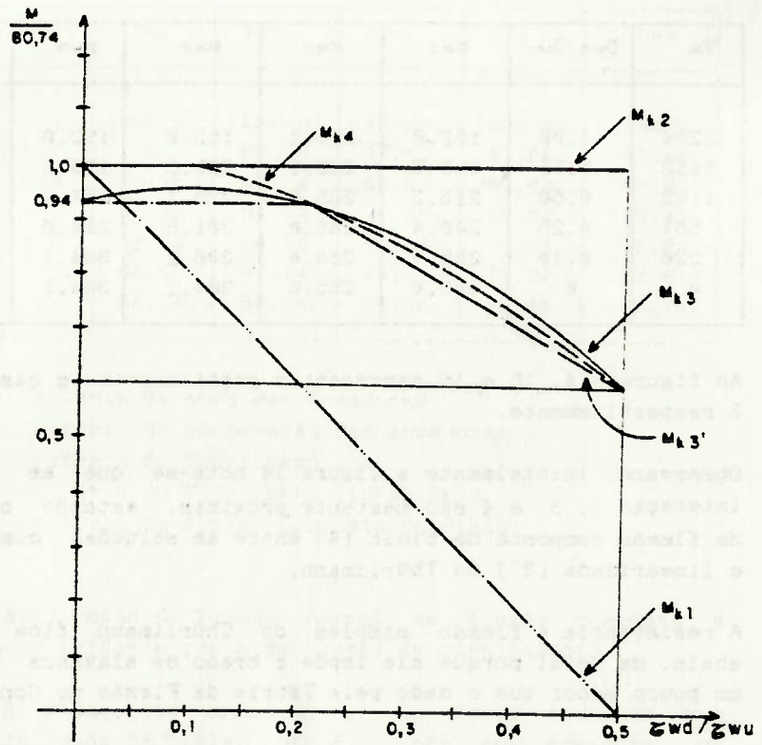


FIG 14 - CURVAS DE INTERAÇÃO V, m PARA O EXEMPLO 1, CASO 1. A_{se} = 10,2 cm²/m face

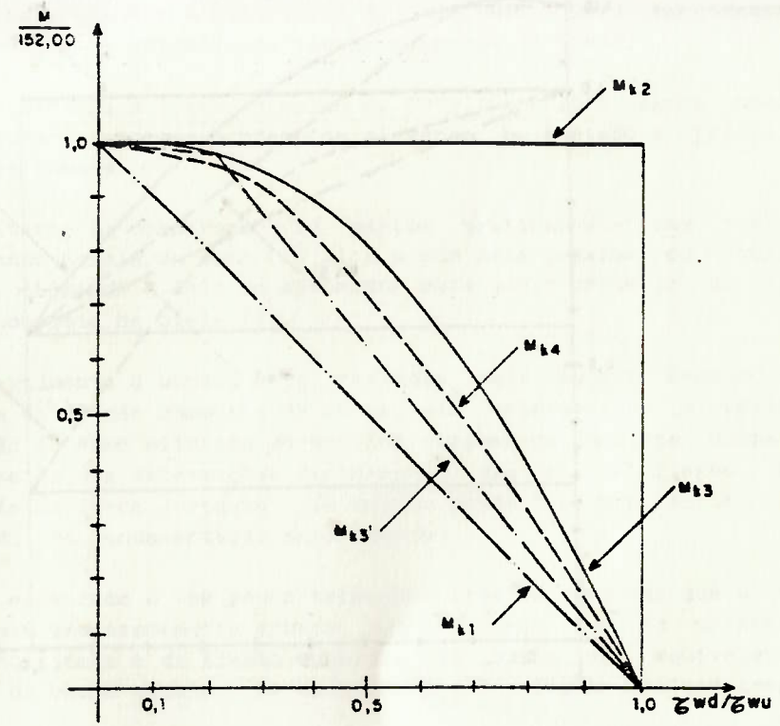


FIG 15 - CURVAS DE INTERAÇÃO V, m PARA O EXEMPLO 1, CASO 2. A_{se} = 20,4 cm²/m face

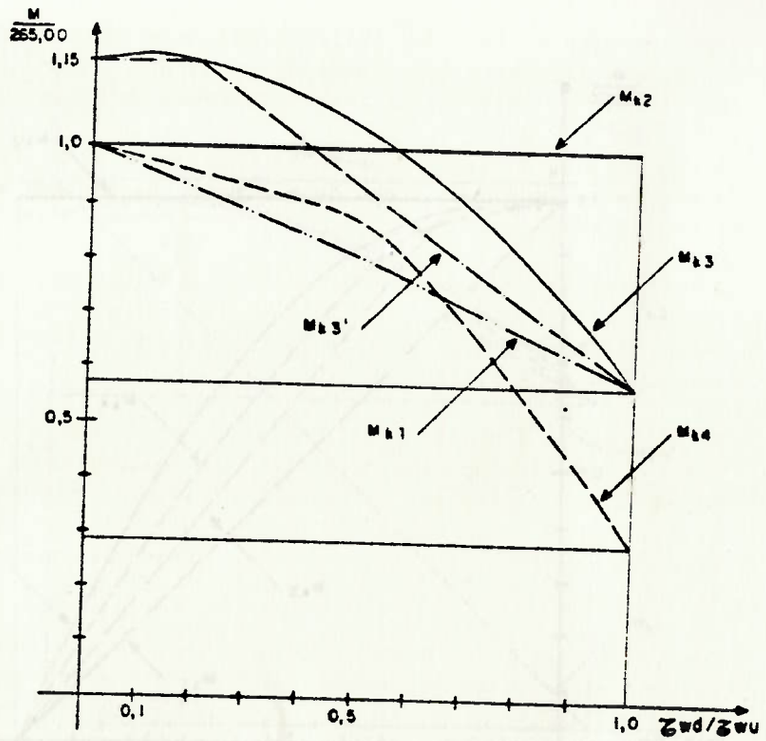


FIG.16- CURVAS DE INTERAÇÃO V, m PARA O EXEMPLO 1, CASO 3. A_{se}= 40,8 cm² /m face

do da segurança em relação aos critérios do Thürlimann.

Isso decorre do fato das solicitações serem muito grandes e começarem a esgotar a capacidade do concreto, mais marcadamente controlada no critério da flexão composta da biela.

A resistência a flexão simples do Thürlimann fica agora contra a segurança, porque o braço de alavanca $\bar{b}_w$ adotado a priori é grande demais.

O critério da comparação (2) mantém praticamente sua posição enquanto aquele da soma (1) fica ainda mais próximo do Thürlimann, chegando a dele se aproximar mais que o critério da flexão composta da biela (4).

Provavelmente o modelo mais realista seja aquele baseado na idéia da flexão composta da biela, mas considerando a contribuição do ramo aliviado do estribo através da completa compatibilização das deformações decorrentes não só de flexão, mas também de força cortante. Um modelo desse tipo precisaria, sem dúvida, de fundamentação experimental.

Como esse caso 3 tem pouco interesse prático, uma vez que a alma está exageradamente armada, pode-se dizer que os critérios de Thürlimann e da flexão composta da biela são equivalentes para os casos usuais. Os exemplos 2 e 3 a seguir mostram isso.

5.2 EXEMPLO 2

Esse exemplo corresponde à verificação de algumas seções do viaduto na Rodovia Jacarei/Santa Branca, sobre a Rodovia dos Trabalhadores.

Essa obra é protendida longitudinalmente, biapoiada, com 47.3m de vão e 12,26m de largura. (laje central de 6,86m e balanços de 2,70m).

A tabela abaixo mostra o resultado da verificação de 4 seções pelos 4 critérios anteriormente descritos. Essas 4 seções foram escolhidas entre as 21 seções obtidas dividindo o vão em 20 partes. São elas: 2, 4, 9 e 11.

Observe-se que os critérios 3, 3' e 4 são realmente equivalen-

tes. O critério da soma (1) está sempre a favor da segurança prevendo até 40% mais de armadura.

Já o critério da comparação (2), ao contrário, está quase sempre contra a segurança, chegando a prever 29% menos armadura.

RESUMO DOS RESULTADOS OBTIDOS

SEÇÃO	V_k (tf)	m_k (tfm/m)	A_{sv} (cm²/m)	A_{sfs} (cm²/m)	b_w (m)
2	258	7,57	38,19	5,85	0,45
4	227	7,57	33,60	5,74	0,35
9	115	7,57	17,03	5,74	0,35
11	38,5	7,57	5,70	5,74	0,35

SEÇÃO	1 SOMA	2 COMPARAÇÃO	3 THURLIMANN COMPLETO	3' THURLIMANN SIMPLIFICADO	4 FLEXÃO COMPOSTA
2	24,95	19,10	19,10	19,10	19,10
4	22,54	16,80	19,27	19,17	20,47
9	14,26	8,51	10,29	10,23	10,54
11	8,59	5,74	8,05	8,05	7,98

5.3 EXEMPLO 3

Aqui também algumas seções do viaduto no trevo de Quiririm, sobre a Rodovia Presidente Dutra, são verificadas.

Essa obra é protendida longitudinal e tranversalmente, contínua com 3 vãos de 37,46 e 37m e 2 balanços de 5,5m. A protensão transversal da laje do tabuleiro se justifica pela grande largura (15,5m), isto é, balanços de 3,75m e laje central de 8m.

A tabela abaixo mostra o resultado da verificação de 4 seções (os vigésimos do vão lateral de no. 4, 14, 17 e 19) pelos 4 critérios.

Note-se que, novamente os critérios 3, 3' e 4 são equivalentes. O critério da soma (1) continua sempre a favor da segurança, chegando a prever 43% de armadura adicional.

O critério da comparação (2) também se mantém contra a segurança, chegando, a deficiência de armadura, a atingir 28%.

Convém notar ainda que, para a seção 4, se for desprezado o efeito da flexão transversal, a armadura transversal resulta da ordem de 25% da armadura necessária.

SEÇÃO	V_k (tf)	m_k (tfm/m)	A_{sv} (cm²/m)	A_{sfs} (cm²/m)	b_w (m)
4	44,8	15	7,67	13,22	0,42
14	99,2	15	16,31	13,22	0,42
17	159,7	15	25,80	13,22	0,42
19	283,3	15	46,60	9,81	0,59

SEÇÃO	1 SOMA	2 COMPARAÇÃO	3 THURLIMANN COMPLETO	3' THURLIMANN SIMPLIFICADO	4 FLEXÃO COMPOSTA
4	16,91	13,22	13,63	13,63	13,40
14	21,38	13,22	13,22	14,96	15,49
17	26,11	13,22	18,26	18,20	19,31
19	33,11	23,30	23,30	23,30	23,30

6. CONCLUSÃO

Com base no que foi exposto acima conclui-se que, para as pontes celulares modernas:

Não se deve, em primeiro lugar, desprezar a flexão transversal das almas, sob pena de prever uma armadura algumas vezes menor que a necessária.

Em segundo lugar, o dimensionamento transversal das almas deve considerar a composição força cortante - flexão transversal. Sugere-se para tal o uso de critério de flexão composta da biela. O critério do Thürlimann é uma alternativa.

Em casos especiais esse critério pode ser aplicado à laje do tabuleiro. Nos casos usuais tem-se aplicado a ela o critério da comparação das armaduras de força cortante e flexão transversal.

Como nesse caso o cisalhamento é em geral de importância secundária esse critério leva a valores adequados;ver figura 14, para valores reduzidos de τ_{wd}/τ_{wu}.

Finalmente, é preciso dizer que o que foi aqui discutido se refere apenas a verificação do Estado Limite Ultimo. Seria necessário discutir ainda a verificação da fissuração e sobretudo da fadiga.

A verificação da fissuração transversal das almas não tem sido usual na prática, mas a da fadiga sim. A aplicação do critério da flexão composta da biela à verificação da fadiga tem se mostrado mais simples e prática. Ver [7]

7. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. Comité Europeu do Concreto
   Código Modelo 1978
   Boletim 126 - "Shear and Torsion" - 1978
   Boletim 146 - "Shear, Torsion and Punching"- 1981
   Boletim - Código Modelo proposto para 1990

2. Normas brasileiras
   NBR 6118 - Projeto de Estruturas de Concreto Armado-1978
   NBR 9187 - Projeto de Pontes de Concreto Armado e Protendido - 1987
   NBR 9197 - Projeto de Estruturas de Concreto Protendido - 1988

3. Leonhardt, F." Construções de Concreto"
   Vol.6 - Interciência - 1979

4. Thürlimann, B. "Schubbemessung ber Querbiegung" - Schweizerische Bauzeitung - Juni 1977, pag 478 a 481

5. Stucchi, F. "Sobre o comportamento estrutural das pontes celulares" - Dissertação de mestrado - EPUSP - 1982.

6. Fusco, P.B. "Estruturas de Concreto. Solicitações Tangenciais" - EPSP - 1982

7. Clemente,L.; Borges, L.; Stucchi,F.
   "Projeto de viaduto unicelular para pista dupla na extensão da Linha Norte/Sul do Metrô de São Paulo" - Simpósio EPUSP de Estruturas de Concreto 1989 - Anais, Vol 1, PAG. 123.