

SIMULAÇÃO DO ASSENTAMENTO DE CABOS (OU TUBULAÇÕES)
SUBMARINOS NUM DADO PERFIL DE FUNDO

J.E. de Cursi
 École Nationale Supérieure de Mécanique
 Nantes, France

C. Patarra
 Instituto de Matemática e Estatística - USP
 S. Paulo, Brasil

M.A. Raupp
 Laboratório de Computação Científica - CNPq
 Rio de Janeiro, Brasil

D.T. Fernandes
 Instituto de Matemática e Estatística - USP
 S. Paulo, Brasil

Cabos submarinos são lançados ao mar puxados por um navio que os solta à medida que anda. O fundo do mar é irregular e o cabo resiste à flexão, de modo que no final do processo o cabo não se ajusta exatamente no fundo, havendo sempre algumas "barrigas". O problema é: qual a posição em que fica o cabo?

Este é um problema geral de grande interesse em engenharia "off-shore". Nesta comunicação nós apresentaremos resultados da análise de uma situação bastante particular [1], mas ainda de interesse prático, qual seja, aquela em que o cabo pode ser modelado por uma viga unidimensional, carregada normalmente e submetido à condições de contorno lineares.

O problema é estático, tendo em vista que sendo o cabo muito comprido, lá atrás, bem longe da posição atual do navio, o movimento do navio não tem nenhuma influência sobre a acomodação do cabo. Assim, analisando o assentamento por pedaços, num intervalo $[0, L]$, por exemplo, as condições mecânicas e geométricas são:

$$y(x) \geq \psi(x) \quad , \quad x \in [0, L] ; \quad (1)$$

$$\begin{cases} y(0) = \psi(0) & , & y(L) = \psi(L) \\ y'(0) = 0 & , & y'(L) = 0 \end{cases} ; \quad (2)$$

$$\alpha \leq y''(x) \leq \beta \quad , \quad x \in (0, L) \text{ (o cabo resiste à flexão)} ; \quad (3)$$

$$EI y^{(iv)}(x) = p(x) + R(x) \text{ (equilíbrio de forças)} ; \quad (4)$$

$$R(x) \geq 0, \quad R(x)(v(x) - \psi(x)) = 0, \quad x \in (0, L) \quad (\text{lei da força de vínculo}); \quad (5)$$

onde

$y(x)$ = posição de equilíbrio do cabo, incôgnita do problema;

$\psi(x)$ = perfil do fundo do mar, suposto conhecido;

EI = rigidez da viga;

$p(x)$ = carga total sobre a viga;

$R(x)$ = força de reação do fundo do mar sobre a viga quando há contato, incôgnita do problema;

$v(x)$ = deslocamento admissível arbitrário da viga.

Em termos variacionais, definindo

$$IK = \{v \in H^2(0, L) \mid v \geq \psi, \alpha \leq v'' \leq \beta, v(0) = \psi(0), v(L) = \psi(L),$$

$$y'(0) = y'(L) = 0\},$$

$$J(v) = \frac{1}{2} EI \int_0^L (v''(x))^2 dx - \int_0^L p(x)v(x) dx,$$

o problema (1)-(5) é equivalente a

$$\begin{cases} (i) & y \in IK \\ (ii) & J(y) \leq J(v), \quad \forall v \in IK \end{cases} \quad (6)$$

Os resultados que serão comunicados são resultados numéricos referentes a cálculos baseados nos métodos de (penalização + elementos finitos + Newton), (elementos finitos + programação matemática) e Lagrangeano aumentado.

Referências

- [1] J.E. de Cursi, On the pipe-line problem, Technical Report, ENSM, University of Nantes, France, 1982.