

CARACTERÍSTICAS HIDRÁULICAS DOS SEDIMENTADORES LAMINARES

Luiz Di Bernardo (*)

Woodrow N. L. Roma (**)

Harry E. ~~Schuls~~ (***)
SCHULS

CURRÍCULO

- (*) Professor Titular do Departamento de Hidráulica e Saneamento da EESC/USP
- (**) Professor Livre Docente do Departamento de Hidráulica e Saneamento da EESC/USP
- (***) Professor Doutor do Departamento de Hidráulica e Saneamento da EESC/USP

RESUMO

A sedimentação tem sido utilizada em estações de tratamento de água desde o início deste século, com a publicação do trabalho pioneiro de Hazen sobre a decantação convencional. Após as contribuições significativas de Camp, nas décadas de 40 e 50, surgiu a idéia da decantação de alta taxa, muito embora, naquela época, a remoção do lodo constituísse o problema principal. Com os trabalhos de Hansen e Culp, principalmente, na década de 60, foram propostos os decantadores tubulares, com dutos inclinados e, em situações específicas, com dutos praticamente horizontais.

Os fundamentos teóricos da sedimentação laminar foram desenvolvidos por Yao, no final da década de 60, considerando a situação mais crítica, que é a seção central do duto, na direção longitudinal, propondo um parâmetro S_c , que relaciona as variáveis de operação, como velocidade de sedimentação da partícula a ser removida, velocidade média de escoamento nos dutos, comprimento e ângulo de inclinação dos mesmos.

Como o modelo de Yao é usado normalmente no projeto de decantadores de alta taxa, foi realizado o presente trabalho, com o objetivo de estender sua teoria a qualquer sedimentador com forma retangular e mostrar que o parâmetro S_c varia entre 1 e 1,43, sendo o menor valor, referido às placas paralelas e, o segundo, aos dutos de seção quadrada.

ENDEREÇO: ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS/USP
Av. DR. CARLOS BOTELHO, 1465
13560 SÃO CARLOS - SP

0818814

SYSNO	0818814
PROD	002312
ACERVO EESC	

1- INTRODUÇÃO

A sedimentação tem sido considerada uma das mais importantes operações para a clarificação de suspensões em estações de tratamento de águas de abastecimento. Já em 1904, Hazen (10), ressaltava a importância da área de decantação, introduzindo o conceito da taxa de escoamento superficial que, num decantador ideal, seria igual à velocidade de sedimentação do floco que se deseja remover e se encontra na superfície da lâmina líquida ao entrar na zona de sedimentação do decantador. Entretanto, devido varios fatores adversos observados, Camp (1) em 1948, sugeriu o uso de um coeficiente de segurança, isto é, a velocidade teórica de sedimentação da partícula crítica deveria ser menor ao ser utilizada no projeto do decantador, além de fornecer um procedimento, com coluna de sedimentação, para a determinação da velocidade teórica, correspondente a uma determinada eficiência de remoção.

Adicionalmente, Camp (2) em 1953, apresentou detalhes preliminares de um decantador constituído de placas paralelas dispostas horizontalmente e separadas de aproximadamente 150 mm. para aumentar a área total de decantação, porém, ressaltava a necessidade do desenvolvimento de tecnologia apropriada para a extração do lodo. Nesse trabalho, é relatada a existência de decantadores remodelados, com introdução de três fundos com resultados excelentes. Em 1955, Fischerstrom (7), relatou algumas aplicações, com sucesso, da sedimentação em decantadores com varios fundos horizontais e mencionou que o número de Reynolds deveria resultar menor que 500 (limite do escoamento laminar a zero graus centígrados); em contraposição às unidades convencionais, onde aquele parâmetro atingia valores da ordem de 25000. Embora esse autor não mostrasse como o parâmetro deveria ser calculado, sugeriu a introdução de lajes horizontais para aumentar o perímetro da seção de escoamento, com redução do número de Reynolds, o que acarretaria melhora considerável na eficiência dos decantadores.

Somente em 1967, com Hansen e Culp (8), foram efetuadas investigações experimentais com tubos inclinados até 60 graus com a horizontal, evidenciando a possibilidade da clarificação de suspensões com turbidez de até 1000 UT. Ainda no final da década de sessenta, esses dois pesquisadores, juntamente com outros (3,4,9), publicaram resultados de novas investigações, mostrando que a limpeza dos tubos era facilitada com ângulos de inclinação superiores a 45 graus. Apesar da grande quantidade de dados experimentais relacionando ângulo de inclinação, diâmetros e comprimentos dos tubos e velocidades de escoamento com a eficiência de remoção de turbidez, tais autores não apresentavam nenhuma formulação teórica que considerasse as diversas variáveis envolvidas.

Em 1970, Yao (12), apresentou os fundamentos teóricos da decantação de alta taxa. Assumindo que as partículas eram discretas, escoamento laminar no interior dos dutos e desprezíveis os efeitos inerciais, esse autor obteve a seguinte equação diferencial das trajetórias das partículas (Fig. 1):

$$\frac{dy}{dx} = - \frac{V_s \cdot \cos \theta}{u - V_s \cdot \sin \theta} \quad (1)$$

ou

$$u \, dy - V_s \cdot \sin \theta \, dy + V_s \cdot \cos \theta \, dx = 0 \quad (2)$$

onde:

V_s : velocidade de sedimentação (m/s)

u : velocidade de escoamento (m/s)

θ : ângulo de inclinação do sedimentador com a horizontal

y, x : sistema de coordenadas

Dividindo a eq.2 por ($V_o \cdot a$) e integrando, resulta:

$$\int \frac{u}{V_o \cdot a} \, dy - \frac{V_s \cdot \sin \theta}{V_o} \int \frac{dy}{a} + \frac{V_s \cdot \cos \theta}{V_o} \int \frac{dx}{a} = C_1 \quad (3)$$

onde:

V_o : velocidade média de escoamento (m/s)

a : altura do sedimentador (m)

Fazendo $dy/a = dY$ e $dx/a = dX$, tem-se:

$$\int \frac{u}{V_o} \, dY - \frac{V_s \cdot \sin \theta}{V_o} \int dY + \frac{V_s \cdot \cos \theta}{V_o} \int dX = C_1 \quad (4)$$

Para a trajetória limite e partícula sedimentando com V_{sc} , resulta: $Y=1$ ($y=a$) $\longrightarrow$ $X=0$ e $Y=0$ ($y=0$) $\longrightarrow$ $X=L = 1/a$

Para essas condições, a equação 4 fornece:

$$\int_0^1 \frac{u}{V_o} \, dY = \frac{V_{sc}}{V_o} (\sin \theta + L \cdot \cos \theta) \quad (5)$$

Para V_{sc} conhecido, V_o e θ fixados, o comprimento relativo L , para a remoção daquela partícula considerada num sedimentador com escoamento laminar estabelecido, irá depender da sua forma, ou seja, do termo $\int_0^1 u/V_o \, dY$, que foi, por Yao, designado de S_c e que corresponde à condição crítica. O Quadro 1 apresenta as características principais de alguns tipos de sedimentadores, segundo Yao (12).

Considerando que o modelo proposto por Yao (12), desenvolvido para a seção central no sentido longitudinal do sedimentador, é utilizado normalmente no projeto de decantadores de alta taxa, foi realizado o presente trabalho com o objetivo de estender essa teoria a qualquer sedimentador com forma retangular e mostrar que o parâmetro S_c varia entre 1 e 1,43, sendo o menor valor, referido às placas planas paralelas e o maior, aos dutos de seção quadrada.

2- DESENVOLVIMENTO TEÓRICO

A equação de Navier-Stokes, para um líquido incompressível escoando com regime laminar, em um duto de seção qualquer, fica reduzida à:

$$\frac{\partial^2 V_x}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 V_x}{\partial y^2} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial P^*}{\partial x} \quad (6)$$

onde:

V_x : velocidade no sentido do escoamento (m/s)

μ : viscosidade absoluta da água (N.s/m²)

$\frac{\partial P^*}{\partial x}$: perda de pressão (N/m²)

A solução da equação 6 para um duto de seção retangular, conforme sistema de coordenadas da Figura 2, foi apresentada por Rouse (10), sendo:

$$V_x = \frac{a^2}{2\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \left[\left(\frac{y}{a} \right)^2 - \left(\frac{y}{a} \right) \right] + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{n\pi}{a} y}{a} \left[A \cosh \frac{n\pi z}{a} + B \sinh \frac{n\pi z}{a} \right] \quad (7)$$

$$A = - \frac{2 a^2}{n^3 \pi^3 \mu} \frac{\partial P}{\partial x} \left[\cos(n\pi) - 1 \right] \quad (8)$$

$$B = \frac{-2 a^2}{\mu n^3 \pi^3} \frac{\partial P}{\partial x} \left[\cos(n\pi) - 1 \right] \cdot \left[\frac{1 - \cosh \frac{n\pi b}{a}}{\sinh \frac{n\pi b}{a}} \right] \quad (9)$$

A velocidade média, V_o , no duto é dada por:

$$V_o = \frac{1}{a b} \int_0^a \int_0^b V_x dy dz \quad (10)$$

Combinando as equações 7, 8, 9 e 10, obtém-se:

$$V_0 = \frac{P a^2}{2 \mu} \cdot \left\{ \frac{2}{3} - \frac{128}{\pi^5 \frac{b}{a}} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^5} \cdot \operatorname{tgh} \left[(2n+1) \pi \frac{b}{a} \right] \right\} \quad (11)$$

Dividindo-se a equação 7 pela 11 e fazendo-se $V_x = u$, a equação 5 fornece o parâmetro Sc em função da relação b/a :

$$Sc = \int_1^0 \frac{V_x dy/a}{V_0} = \frac{\frac{2}{3} - \frac{64}{\pi^4} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^4 \cdot \cosh [(2n+1) \cdot b/2a]}}{\frac{2}{3} - \frac{128}{\pi^5 \cdot b/a} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^5} \cdot \operatorname{tgh} [(2n+1) \pi b/a]} \quad (12)$$

Utilizando-se das equações 7 e 11, para $b=2a$, foi preparada a figura 3, em que se tem as curvas de mesma relação V_x/V_0 ou u/V_0 , e que mostra a grande influência que os perfis de velocidade nas duas direções pode exercer na sedimentação das partículas. É evidente que o modelo de Yao (12), para a seção central do duto (seção 1 da Figura 3), no sentido longitudinal, considera a condição mais desfavorável que poderá ocorrer. Quanto maior a relação b/a , menor será a influência do perfil de velocidades na direção do eixo x , como ocorre quando se tem sedimentadores de placas planas paralelas, em que se considera o perfil de velocidades somente na direção do eixo y .

É evidente também, que a relação b/a influencia o parâmetro Sc , conforme se pode verificar na equação 12, quando se considera a seção central no sentido longitudinal do duto. Assim, para qualquer relação b/a , pode-se determinar o parâmetro Sc correspondente, que permitira, com o uso da equação 5, calcular o comprimento relativo L , da zona de sedimentação do duto.

A variação do parâmetro Sc com a relação b/a (equação 12), pode ser vista na figura 4. De acordo com essa figura, o parâmetro Sc aumenta com a diminuição de b/a , e com base na teoria de Yao (12), resultaria menor a eficiência do sedimentador, o que pode ser verificado na equação 5. Por exemplo, para um duto de seção quadrada, em que $Sc=1,432$, a velocidade de sedimentação da partícula crítica, em relação ao sedimentador de placas planas paralelas, em que $Sc=1$, deveria ser 1,432 vezes maior se as demais características permanecessem inalteradas. Da mesma forma, o comprimento relativo L e a velocidade média de escoamento, V_0 , seriam, respectivamente, maior e

menor para um sedimentador de seção quadrada em relação ao de placas paralelas, para que obtenha a mesma eficiência.

3- APLICAÇÕES

3.1- Uso de Módulos Tubulares

As figuras 5a e 5b mostram os cortes, longitudinal e transversal, da metade de um decantador de alta taxa em que foram utilizados módulos tubulares, com características apresentadas na figura 6. A vazão nessa metade do decantador é de 69,5 l/s e, de acordo com ensaios de floculação realizados em laboratório, a velocidade de sedimentação de projeto é de 3,25 cm/min.

a) Área útil de decantação e velocidade média de escoamento

$$A_u = 44,4 \text{ m}^2 ; V_o = 18,8 \text{ cm/min}$$

b) Comprimento da região de transição

$$l = K \cdot R = \frac{8}{5(25 - 7b/a)} \cdot \frac{V_o \cdot a}{v} = 0,54 \text{ m}$$

c) Parâmetro Sc

$$\ln \frac{b}{a} = \ln \frac{0,0885}{0,048} = 0,61$$

Figura 4 $\longrightarrow Sc = 1,34$

d) Comprimento da região de sedimentação laminar

$$Sc = \frac{V_{sc} \cdot (\sin \theta + L \cdot \cos \theta)}{V_o}$$

Para $\theta = 60^\circ$; $V_{sc} = 3,25 \text{ cm/min}$; $Sc = 1,34$ e $V_o = 18,8 \text{ cm/min}$, resulta:

$$L = 13,75 \longrightarrow l = 13,75 \cdot 0,048 = 0,66 \text{ m}$$

e) Comprimento total do duto

$$l_t = l + l = 0,54 + 0,66 = 1,20 \text{ m}$$

f) Taxa virtual de escoamento superficial

$$TVES = 190,6 \text{ m}^3/\text{m}^2 \text{ dia}$$

3.2 - Uso de Placas Planas Paralelas

A metade de um decantador de alta taxa possui 18 m de comprimento por 2 m de largura, onde serão instaladas placas planas paralelas de 8 mm de espessura, espaçadas de 5 cm, inclinadas de 55° , sendo a vazão, de 85 l/s. Os estudos de laboratório forneceram uma velocidade crítica de sedimentação de 1,6 cm/min.

a) Número de placas e canais entre placas

$$N_c = 244 ; N_p = 245$$

b) Velocidade média de escoamento

$$V_o = 16 \text{ cm / min}$$

c) Comprimento da região de transição

$$L = K \cdot R = \frac{0,060 \cdot 0,16 \cdot 0,05}{80 \cdot 10^{-6}} = 8 \longrightarrow l = 0,40 \text{ m}$$

d) Parâmetro Sc

Para uma relação de $200/5 = 40$, o valor de Sc resulta aproximadamente igual a 1.

e) Comprimento da região de sedimentação laminar

$$Sc = \frac{V_{ac} \cdot (\sin \theta + L \cos \theta)}{V_o}$$

Para $V_{ac} = 1,6 \text{ cm/min}$, $\theta = 55^\circ$, $V_o = 16 \text{ cm/min}$ e $Sc \approx 1$, resulta $L \approx 16$, ou, $l = 0,05 \cdot 16 = 0,80 \text{ m}$.

f) Comprimento total das placas

$$l_t = 0,4 + 0,8 = 1,2 \text{ m}$$

g) Esquema

A figura 7 apresenta os cortes, transversal e longitudinal do decantador de placas planas paralelas.

4- CONSIDERAÇÕES FINAIS

Convém lembrar, uma vez mais, que o parâmetro Sc , obtido mediante o uso da equação 12, refere-se à condição mais desfavorável, podendo levar a um comprimento relativo L maior do que aquele realmente necessário, principalmente quando a suspensão é constituída de partículas com diferentes velocidades de sedimentação, o que foi recentemente discutido por Cunha e Di Bernardo (5) e confirmado experimentalmente por Cunha (6) . Esses autores propuseram um novo modelo matemático, em que, num mesmo sedimentador, o parâmetro Sc varia de um valor máximo, na seção central, chegando a ser inferior à unidade em uma seção distante do centro e próxima à parede transversal do duto considerado. Tal situação pode ser vista nas figuras 8 e 9.

Para uma melhor compreensão do fenômeno , sejam as seguintes situações: i) todas as partículas suspensas têm a mesma velocidade de sedimentação; ii) as partículas suspensas são de tamanho e massa específica variadas, e, portanto, apresentam-se com velocidades de sedimentação diferentes. Como o comprimento da região de sedimentação é determinado para remover a partícula considerada, com certo valor de V_o , que se encontra na parte superior do sedimentador, todas serão removidas no caso i), independentemente do tipo de sedimentador escolhido. Logicamente, no sedimentador com menor Sc , será menor o comprimento relativo L , se θ e V_o forem iguais, isto é, o sedimentador de placas planas paralelas apresentará menor comprimento que o de dutos de seção retangular ou quadrada. No segundo caso, partículas com V_o menor que V_{ac} , não serão removidas no sedimentador de placas

paralelas se entrarem na parte superior deste, enquanto que , em dutos de seção quadrada, partículas com V_0 menor que V_{sc} , poderão ser removidas à medida em que elas se distanciam da seção central, mesmo entrando na parte superior , como aquelas indicadas na seção 2 da figura 3.

Na prática, poder-se-ia assumir que a condição i) fosse resultante do uso de polímero como auxiliar de floculação e uso de gradientes de velocidade mais elevados, enquanto que, a condição ii), fosse aquela normalmente encontrada nas estações de tratamento de água em que são utilizados somente coagulantes primários, como os sais de alumínio ou de ferro. Quando comparados experimentalmente, os sedimentadores de placas planas paralelas com os de seção retangular e quadrada, a eficiência de remoção de turbidez resultou praticamente a mesma, conforme verificado por Cunha (6), para um mesmo valor de Θ , V_0 e L , utilizando água superficial coagulada no mecanismo da varredura, com sulfato de alumínio e submetida à floculação com valores baixos do gradiente de velocidade ($\leq 50 \text{ s}^{-1}$).

5- REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1- CAMP, T. R. Sedimentation and the Design of Settling Tanks CIVIL ENGINEERING CLASSICS - OUTSTANDING PAPERS OF T. R. CAMP - AMERICAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS p: 53-94, 1973
- 2- CAMP, T. R. Studies of Sedimentation Basin Design CIVIL ENGINEERING CLASSICS - OUTSTANDING PAPERS OF T. R. CAMP - AMERICAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS p: 95-106, 1973
- 3- CULP, G. L. ET ALII High-Rate Sedimentation in Water Treatment Works JOURNAL OF THE AMERICAN WATER WORKS ASSOCIATION 60 (6) USA, 1968
- 4- CULP, G. L. ET ALII Tube Clarification Process - Operating Experiences JSED - PROC. AMERICAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS 95 (SA5) USA, 1969
- 5- CUNHA, F. H. R. & DI BERNARDO, L. Teoria Hidráulica e Eficiência dos Decantadores de Alta Taxa IV SIMPÓSIO LUSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA SANITÁRIA E AMBIENTAL Belo Horizonte-MG, dez. 1990
- 6- CUNHA, F. H. R. Estudo do Comportamento Hidráulico e da Eficiência na Decantação de Alta Taxa DISSERTAÇÃO DE MESTRADO BIBLIOTECA DA EESC USP São Carlos, 1990
- 7- FISCHERTROM, C. N. H. Sedimentation in Rectangular Basins JSED-PROC. AMERICAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS N° 81, 1955
- 8- HANSEN, S. P. & CULP, G. P. Applying Shallow Depth Sedimentation Theory JOURNAL OF THE AMERICAN WATER WORKS ASSOCIATION 59 (9), p: 1134 - 1148, Sept. 1967

- 9- HANSEN, S. P. ET ALII Practical Application of Idealized Sedimentation Theory in Water Treatment JWPCF 41 (8), 1969
- 10-HAZEN, A. On Sedimentation TRANSACTIONS OF THE AMERICAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS 1904
- 11-ROUSE, H. Advanced Mechanics of Fluids JOHN WILEY & SONS Chap. V Laminar Motion p: 200-260 N. Y., 1958
- 12-YAO, K. M. Theoretical Study of High-Rate Sedimentation JWPCF, 42 (2) 1970
- 13-YAO, K. M. Design of High-Rate Settlers JEED - PROC. AMERICAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS 99 (EE5) 1973

QUADRO 1 - EQUAÇÕES DE $\frac{u}{V_0}$ E VALORES DE S_c

TIPO DE SEDIMENTADOR	$\frac{u}{V_0}$	S_c
- Com escoamento Uniforme	1	1
- Canais Rasos	$\frac{3}{2} (2 Y - Y^2)$	1
- Placas Paralelas	$6 (Y - Y^2)$	1
- Dutos Circulares	$8 (Y - Y^2)$	4/3

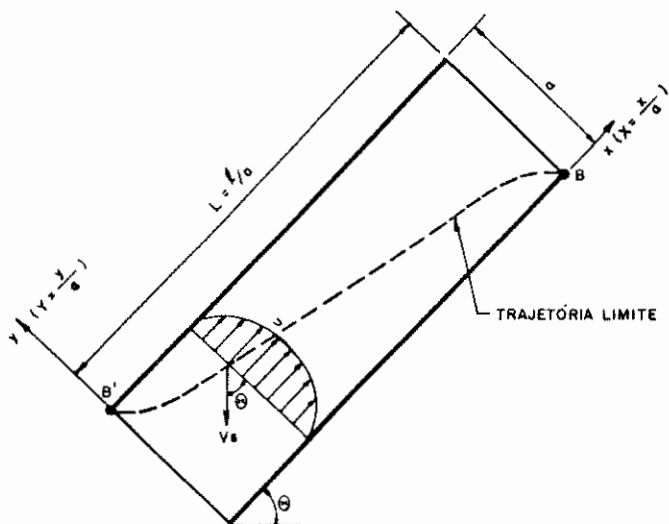


FIGURA 1 - ESQUEMA DO MODELO TEÓRICO ADMITIDO POR YAO

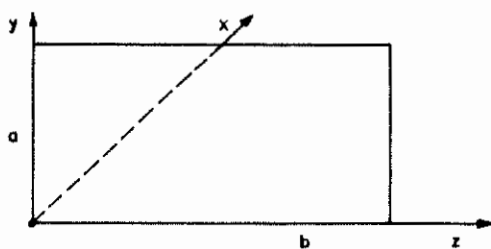


FIGURA 2 - ESQUEMA DE UM DUTO DE SEÇÃO RETANGULAR

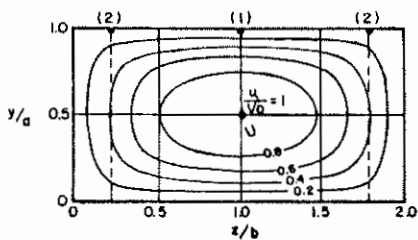


FIGURA 3 - DISTRIBUIÇÃO DE VELOCIDADES EM UM DUTO RETANGULAR COM $b = 2a$

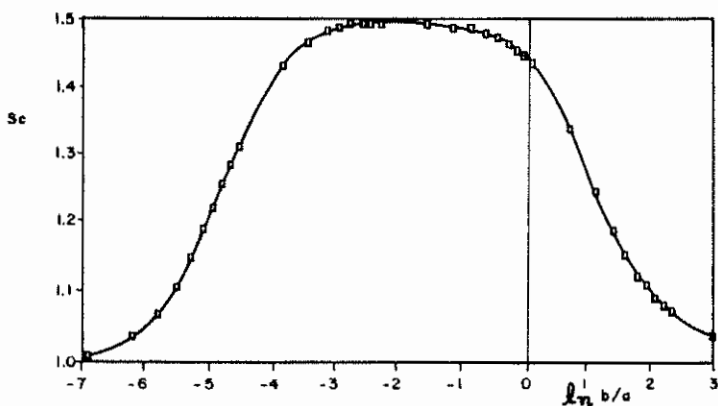


FIGURA 4 - VARIACÃO DE Sc COM A RELAÇÃO b/a PARA UM DUTO DE SEÇÃO RETANGULAR (EQUAÇÃO 12)

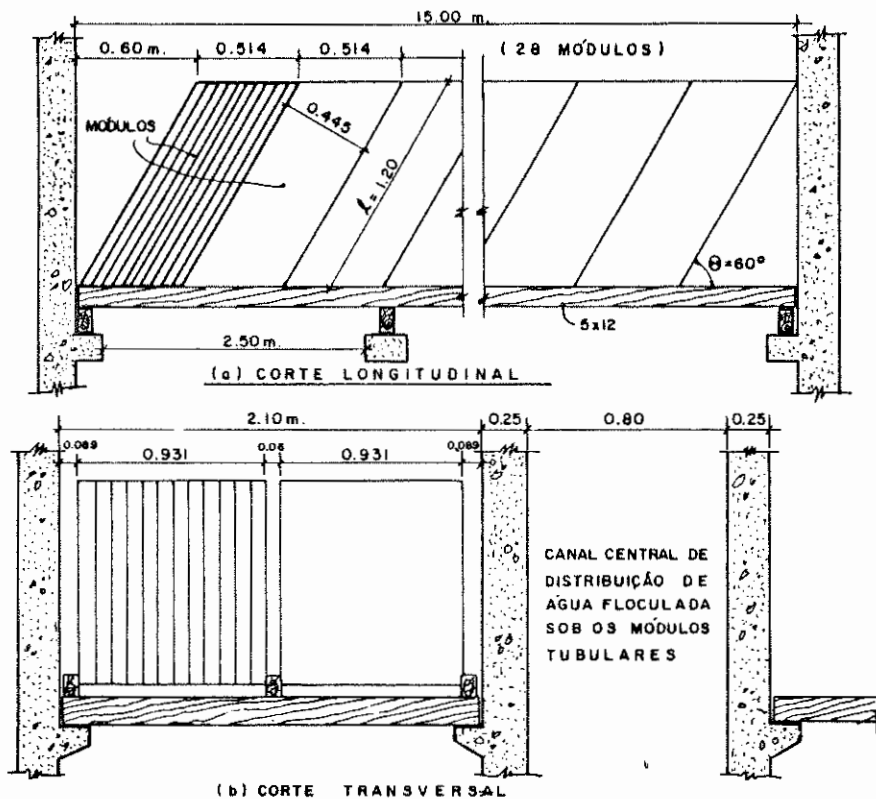


FIGURA 5 - DECANTADOR DE ALTA TAXA COM MÓDULOS TUBULARES

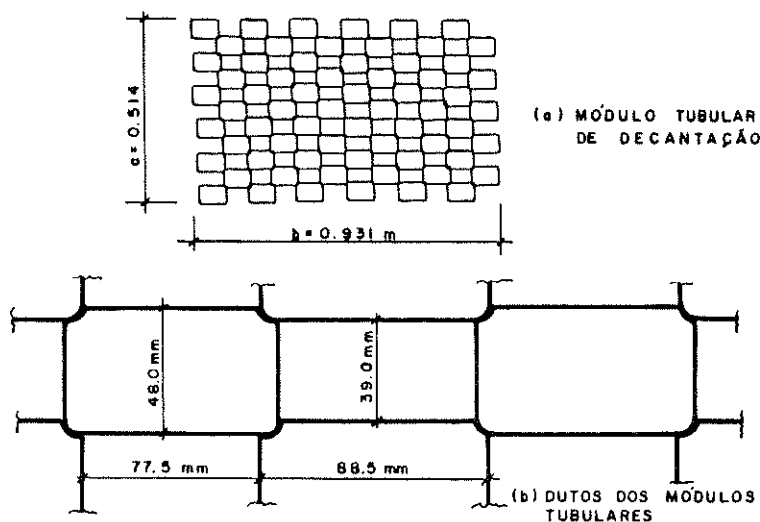


FIGURA 6 - CARACTERÍSTICAS DOS MÓDULOS TUBULARES

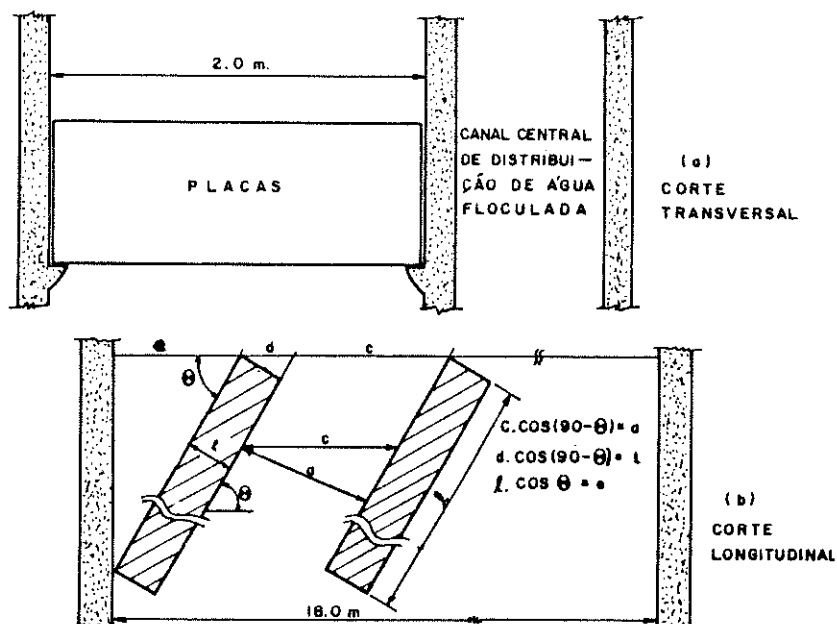


FIGURA 7 - DECANTADOR DE ALTA TAXA COM PLACAS PLANAS PARALELAS

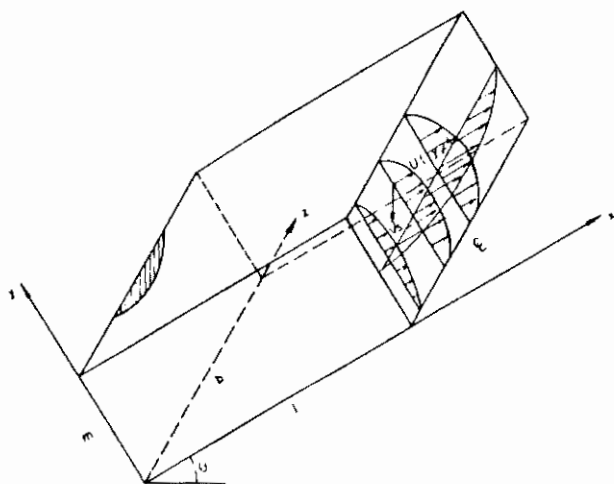


FIGURA 8 - ESQUEMA DE UM SEDIMENTADOR COM ESCOAMENTO BIDIMENSIONAL

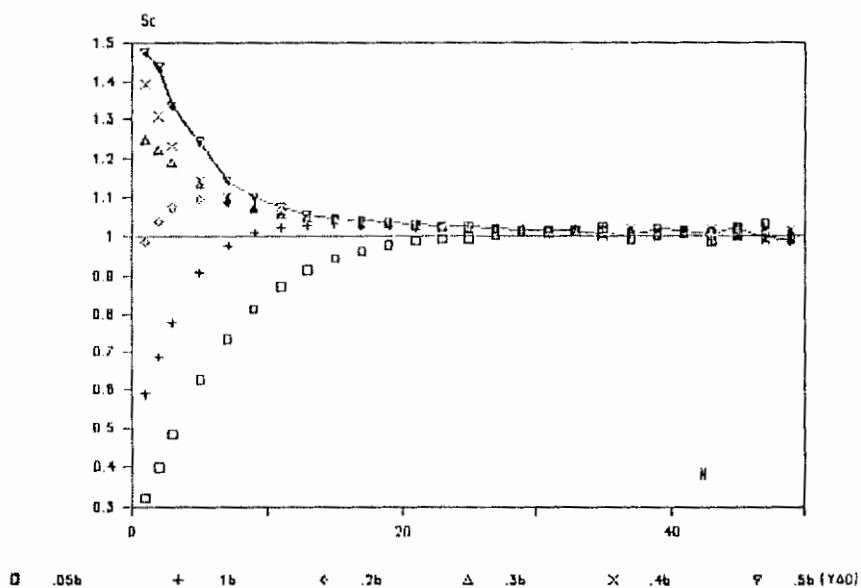


FIGURA 9 - GRÁFICO DA EVOLUÇÃO DE $Sc \times \eta$ PARA DIVERSAS SEÇÕES LONGITUDINAIS DE SEDIMENTADORES RETANGULARES.